СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гаврилов В. Махинации с кредитными карточками //http://www.bankir.ru/analytics/cards/4/269.
2. Круглов В. В., Дли М. И., Голунов Р. Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети: Учеб. пособие. М.: Изд-во физико-математической литературы, 2001. 224 с.
3. Лукацкий А. В. Системы обнаружения мошенничества //http://www.infosec.ru/press/pub/p40.htm.
4. Моор А. П. Нечеткая модель информационной системы обнаружения финансового мошенничества с использованием пластиковых карт //Интеллектуальные технологии в образовании, экономике и управлении: Сб. ст. II Межд. конф. Воронеж: Изд-во им. Е. А. Болховитинова, 2005. С. 404-406.
5. Усков А. А., Кузьмин А. В. Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика. М.: Горячая Линия-Телеком, 2004. 143 с.

Василий Александрович БАРИНОВ — доцент кафедры математического моделирования, кандидат физико-математических наук

Светлана Евгеньевна ХОЛОДОВА — докторант факультета прикладной математики - процессов управления СПбГУ, кандидат физико-математических наук

УДК 532.591

ВОЛНЫ НА ТЕЧЕНИИ БАРОКЛИННОЙ ЖИДКОСТИ НАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ И НЕРОВНЫМ ДНОМ

АННОТАЦИЯ. В статье рассматривается движение сжимаемой жидкости над горизонтальным и неровным дном. При решении задачи использован метод разделения переменных Фурье. Указана возможность применения метода Галеркина. Проведено сравнение с постановкой задачи о движении баротропной жидкости.

Motion of compressible liquid over horizontal and rough bottom is considered in article. The Fourier method of separation of variables was used. The possibility to use the Galerkin method is pointed. The comparison is conducted with statement of the problem about motion barotropic liquid.

Рассмотрим слой сжимаемой жидкости, ограниченный снизу твердым непроницаемым дном $y = -H(x, t)$, сверху — свободной поверхностью $y = \zeta(x, t)$. Здесь система осей xy прямоугольная, ось x совпадает с невозмущенной свободной поверхностью, ось y направлена вертикально вверх. Жидкость будем считать бароклинной идеальной тяжелой. Уравнения движения жидкости при использовании эйлеровых переменных имеют вид

$$\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},\ \frac{\partial v_y}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-g,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho v_x}{\partial x}+\frac{\partial \rho v_y}{\partial y}=0,\ \frac{\partial}{\partial t}\frac{p}{\rho^\kappa}+v_x\frac{\partial}{\partial x}\frac{p}{\rho^\kappa}+v_y\frac{\partial}{\partial y}\frac{p}{\rho^\kappa}=0, \tag{1}$$

где $v_x = v_x(x, y, t)$, $v_y = v_y(x, y, t)$ — компоненты скорости, $\rho=\rho(x, y, t)$ — плотность, $p=p(x, y, t)$ — давление, g — величина ускорения силы тяжести.

Граничные условия: на свободной поверхности должны выполняться кинематическое и динамическое условия:

$$\zeta_t + v_x \frac{\partial \zeta}{\partial x} = v_y, \quad p = p_0(x, y, t), \qquad y = \zeta(x, t). \tag{2}$$

Условие непротекания через деформируемое дно имеет вид:

$$H_t + v_x \frac{\partial H}{\partial x} + v_y = 0, \qquad y = -H(x, t). \tag{3}$$

Начальные условия:

$$v_x(x, y, 0) = v_{x0}(x, y), \;\; v_y(x, y, 0) = v_{y0}(x, y), \;\; \zeta(x, 0) = \zeta_0(x).$$

Система (1) имеет решение $\rho = \tilde{\rho}(y)$, $p = \tilde{p}(y)$, $v_x = \tilde{v}_x(y)$, $v_y = 0$, $\zeta = 0$, причем плотность $\tilde{\rho}(y)$ и давление $\tilde{p}(y)$ связаны соотношением

$$\frac{\partial \tilde{p}(y)}{\partial y} = -\tilde{\rho}(y) g.$$

Это решение описывает горизонтальное установившееся течение жидкости, параметры которого зависят от глубины. Для его реализации необходимо, чтобы дно было горизонтальным.

В отклонениях [1]

$$v_x = \tilde{v}_x(y) + v'_x, \;\; v_y = v'_y, \;\; \rho = \tilde{\rho}(y) + \rho', \quad p = \tilde{p}(y) + \rho', \quad \zeta = \zeta'$$

задача (1)-(3) имеет вид

$$(\tilde{\rho} + \rho')\frac{\partial v'_x}{\partial t} + (\tilde{\rho} + \rho')(\tilde{v}_x + v'_x)\frac{\partial v'_x}{\partial x} + (\tilde{\rho} + \rho')v'_y \frac{\partial(\tilde{v}_x + v'_x)}{\partial y} = -\frac{\partial p'}{\partial x},$$

$$(\tilde{\rho} + \rho')\frac{\partial v'_y}{\partial t} + (\tilde{\rho} + \rho')(\tilde{v}_x + v'_x)\frac{\partial v'_y}{\partial x} + (\tilde{\rho} + \rho')v'_y \frac{\partial v'_y}{\partial y} = -\frac{\partial(\tilde{p} + p')}{\partial y} - g(\tilde{\rho} + \rho'),$$

$$\frac{\partial(\tilde{\rho} + \rho')}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left((\tilde{\rho} + \rho')(\tilde{v}_x + v')\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left((\tilde{\rho} + \rho')v'_y\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\tilde{p} + p'}{(\tilde{\rho} + \rho')^\kappa}\right) + (\tilde{v}_x + v'_x)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\tilde{p} + p'}{(\tilde{\rho} + \rho')^\kappa}\right) + v'_y \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\tilde{p} + p'}{(\tilde{\rho} + \rho')^\kappa}\right) = 0,$$

$$\zeta_t + (\tilde{v}_x + v'_x)\frac{\partial \zeta}{\partial x} = v'_y, \;\; p = p_0(x, t), \quad y = \zeta(x, t),$$

$$H_t + (\tilde{v}_x + v'_x)\frac{\partial H}{\partial x} + v'_y = 0, \quad y = -H(x, t).$$

Далее будем рассматривать соответствующую линейную задачу, которая за счет малости отклонения H от H_0 = const и малости $|\nabla H|$ имеет вид:

$$D\tilde{\rho} v'_x + \tilde{v}'_x \tilde{\rho} v'_y = -\frac{\partial p'}{\partial x}, \quad D\tilde{\rho} v'_y = -\frac{\partial p'}{\partial y} - g\rho',$$

$$D\rho' + \frac{\partial \tilde{\rho} v'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\rho} v'_y}{\partial y} = 0, \; \frac{\tilde{\rho}}{\kappa \tilde{p}} Dp' - D\rho' + \tilde{\rho} v'_y \frac{d \ln \Theta}{dy} = 0, \tag{4}$$

$$\zeta_t + \tilde{v}_x \frac{\partial \zeta}{\partial x} = v'_y, \;\; p = p_0(x, t), \quad y = 0,$$

$$H_t + (\tilde{v}_x + v'_{x\infty})\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial v_{y\infty}}{\partial y}(H - H_0) + v'_y = 0, \quad y = -H_0,$$

где $v'_{x\infty}, v_{y\infty}$ — горизонтальная и вертикальная компоненты скорости в исходной волне, $D = \frac{\partial}{\partial t} + \tilde{v}_x \frac{\partial}{\partial x}$ — дифференциальный оператор, $\Theta = \frac{\tilde{p}^{1/\kappa}}{\tilde{\rho}}$.

Исключая последовательно из системы (4) все искомые функции, кроме v'_x, v'_y, получим следующую задачу:

$$-D^2\tilde{\rho}v'_x - \tilde{v}'_x D\tilde{\rho}v'_y + \tilde{\alpha}^2\left[\frac{\partial^2\tilde{\rho}v'_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\tilde{\rho}v'_y}{\partial x\partial y} + \frac{\partial\tilde{\rho}v'_y}{\partial x}\frac{d\ln\Theta}{dy}\right] = 0,$$

$$D^2\left[\frac{\partial\tilde{\rho}v'_y}{\partial x} - \frac{\partial\tilde{\rho}v'_x}{\partial y}\right] - D\left[\tilde{v}'_x\frac{\partial\tilde{\rho}v'_x}{\partial x} + \tilde{v}'_x\frac{\partial\tilde{\rho}v'_y}{\partial y} + \tilde{v}''_x\tilde{\rho}v'_y\right] - g\left[\frac{\partial^2\tilde{\rho}v'_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\tilde{\rho}v'_y}{\partial x\partial y}\right] = 0, \quad (5)$$

$$-D^2\tilde{\rho}v'_x + v'_x D\tilde{\rho}v'_y + g\frac{\partial\tilde{\rho}v'_y}{\partial x} = -D\frac{\partial p_0}{\partial x}, \quad y = 0, \quad (6)$$

$$H_t + (\tilde{v}_x + v'_{x\infty})\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial v_{y\infty}}{\partial y}(H - H_0) + v'_y = 0, \quad y = -H_0, \quad (7)$$

где $\tilde{\alpha}^2 = \frac{\kappa\tilde{p}}{\tilde{\rho}}$ — квадрат скорости звука.

Рассмотрим частные задачи.

1. Горизонтальное дно, свободные волны.

Решение ищем в виде

$$\tilde{\rho}v'_y = W(y)\exp(i(kx - \omega t)), \quad \tilde{\rho}v'_x = U(y)\exp(i(kx - \omega t)).$$

В результате получаем задачу для функций $W(y)$ и $U(y)$:

$$U\left[(\omega - k\tilde{v}_x)^2 - \tilde{\alpha}^2k^2\right] + Wi\left[\tilde{v}'_x(\omega - k\tilde{v}_x)^2 + \tilde{\alpha}^2k\frac{d\ln\Theta}{dy}\right] - ik\tilde{\alpha}^2\frac{\partial W}{\partial y} = 0,$$

$$i\frac{\partial W}{\partial y}\left[\tilde{v}'_x(\omega - k\tilde{v}_x) - gk\right] + U\left[-k\tilde{v}'_x(\omega - k\tilde{v}_x) + gk^2\right] +$$

$$+\frac{\partial U}{\partial y}(\omega - k\tilde{v}_x)^2 + iW\left[(\omega - k\tilde{v}_x)\left(-k(\omega - k\tilde{v}_x) + i\tilde{v}''_x\right)\right] = 0,$$

$$U\left[(\omega - k\tilde{v}_x)^2\right] + iV\left[\tilde{v}'_x(\omega - k\tilde{v}_x) - gk\right] = 0, \quad y = 0,$$

$$W = 0, \quad y = -H.$$

Исключая далее функцию $U(y)$, получим уравнение для $W(y)$:

$$W'' - 2\alpha(y)W' + m(y)W = 0 \quad (8)$$

и краевые условия

$$\beta(y)W' + \eta(y)W = 0, \quad y = 0, \quad W = 0, \quad y = -H, \quad (9)$$

где

$$-2\alpha(y) = \left[\tilde{\lambda}_2\Psi\left(2k^2\tilde{\alpha}^2 - \tilde{\lambda}_1^2\right) - k^2\tilde{\alpha}^2\Lambda\right]Y,$$

$$m(y)=\left\{k\left[\tilde{v}_x'\tilde{\lambda}_1+k\tilde{\alpha}^2\frac{d\ln\Theta}{dy}\right]\left(\Lambda-\tilde{\lambda}_2\Psi\right)+\tilde{\lambda}_1\tilde{\lambda}_2^2\left(k\tilde{\lambda}_1-\tilde{v}_x''\right)+\right.$$

$$\left.+\tilde{\lambda}_1\left[\tilde{v}_x''\tilde{\lambda}_1-k\tilde{v}_x'^2+2k\tilde{\alpha}'\frac{d\ln\Theta}{dy}+k\tilde{\alpha}^2\frac{d^2\ln\Theta}{dy^2}\right]\right\}\Upsilon,$$

$$\beta(y)=k\tilde{\alpha}^2\tilde{\lambda}_1^2,\ \eta(y)=-k\tilde{\lambda}_1^2\left(g+\tilde{\alpha}^2\frac{d\ln\Theta}{dy}\right)-k^2\tilde{\alpha}^2\Psi,\ \tilde{\lambda}_1=\omega-k\tilde{v}_x,\ \tilde{\lambda}_2=\tilde{\lambda}_1^2-k^2\tilde{\alpha}^2,$$

$$\omega\neq k\tilde{v}_x,\ \tilde{v}_x\pm\tilde{\alpha}^2\neq\frac{\omega}{k},\ \Upsilon=\left(k\tilde{\alpha}^2\tilde{\lambda}_2\tilde{\lambda}_1^2\right)^{-1},\ \Psi=\tilde{v}_x'\tilde{\lambda}_1-gk,\ \Lambda=2\tilde{\lambda}_1^2\left(\tilde{\lambda}_1\tilde{v}_x'+k\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}'\right)$$

Сделаем замену $W=V(y)\exp\left(\int\alpha\,dy\right)$. Задача (8), (9) для $V=V(y)$ примет вид

$$\begin{gathered}V''+q(y)V=0,\\ V'+\gamma(y)V=0,\quad y=0,\qquad V=0,\quad y=-H,\end{gathered}\tag{10}$$

где

$$q(y)=\alpha'(y)-\alpha^2(y)+m(y),\quad \gamma(y)=\alpha(y)+\frac{\eta}{\beta}(y).$$

Здесь q зависит от y через горизонтальный поток $\tilde{v}_x$ и температуру $\tilde{T}$, $\tilde{\alpha}^2=\kappa R\tilde{T}$, R — газовая постоянная. Заметим, что может быть выражено через $\tilde{p}$ и $\tilde{T}$:

$$\Theta=\frac{\tilde{p}^{1/\kappa}}{\tilde{\rho}}=R\tilde{T}\tilde{p}^{-\frac{\kappa-1}{\kappa}}.$$

Поэтому

$$\frac{d\ln\Theta}{dy}=\frac{1}{\tilde{T}}\frac{d\tilde{T}}{dy}-\frac{\kappa-1}{\kappa\tilde{p}}\frac{d\tilde{p}}{dy},$$

или, так как

$$\frac{d\tilde{p}}{dy}=-g\tilde{\rho},$$

получим:

$$\frac{d\ln\Theta}{dy}=\frac{1}{\tilde{T}}\left[\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{R}+\frac{d\tilde{T}}{dy}\right].$$

После того, как дифференцирование по y выполнено, будем считать $\tilde{T}$ постоянным, равным T_1. Кроме того, положим $\tilde{v}_x=\text{const}$, $q(y)=\text{const}$, $-H\leq y\leq 0$. Общее решение уравнения для функции $V(y)$

$$V=C_1\exp(i\sqrt{q}y)+C_2\exp(-i\sqrt{q}y)$$

должно удовлетворять однородным граничным условиям, из которых следует, что

$$\operatorname{th}(i\sqrt{q}H)=\frac{i\sqrt{q}}{\gamma},\qquad V=C\operatorname{sh}\left(i\sqrt{q}(y+H)\right)$$

Пусть

$$q(y)=\begin{cases}q_1, & y_1\leq y\leq 0,\\ q_2, & -H\leq y\leq y_1.\end{cases}$$

При $y = y_1$ решение должно быть непрерывно-дифференцируемым. Две пары произвольных постоянных удовлетворяют четырем однородным условиям, из которых следует дисперсионное соотношение, состоящее в равенстве нулю определителя: $\left(\chi(q_i) = \exp\left(i\sqrt{q_i}\,y_1\right),\ i = 1,2\right)$

$$\begin{vmatrix} \gamma + i\sqrt{q_1} & \gamma - i\sqrt{q_1} & 0 & 0 \\ \exp\left(i\sqrt{q_1}\,y_1\right) & \exp\left(-i\sqrt{q_1}\,y_1\right) & \exp\left(i\sqrt{q_2}\,y_1\right) & \exp\left(-i\sqrt{q_2}\,y_1\right) \\ i\sqrt{q_1}\,\chi(q_1) & -i\sqrt{q_1}\,\chi(q_1) & -i\sqrt{q_2}\,\chi(q_2) & i\sqrt{q_2}\,\chi(q_2) \\ 0 & 0 & \exp\left(-i\sqrt{q_2}\,H\right) & \exp\left(i\sqrt{q_2}\,H\right) \end{vmatrix}.$$

Краевая задача (10) для $V = V(y)$ сводится к интегральному уравнению

$$V(y) = \int_{-H_0}^{H} K(y,\xi)\,q(\xi)\,V(\xi)\,d\xi, \qquad K = \begin{cases} \dfrac{1-\gamma y}{1+\gamma H}(\xi + H), & \xi \le y, \\ \dfrac{1-\gamma\xi}{1+\gamma H}(y + H), & \xi \ge y. \end{cases}$$

2. Прохождение волны над неровным дном

Рассмотрим случай без течения. Имеем задачу (5)-(7)

$$-\frac{\partial^2 \tilde{\rho} v'_x}{\partial t^2} + \tilde{\alpha}^2\left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho} v'_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\rho} v'_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \tilde{\rho} v'_y}{\partial x}\frac{d\ln\Theta}{dy}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\frac{\partial \tilde{\rho} v'_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{\rho} v'_x}{\partial y}\right] - g\left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho} v'_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\rho} v'_y}{\partial x \partial y}\right] = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho} v'_x}{\partial t^2} + g\frac{\partial \tilde{\rho} v'_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 p_0}{\partial t\,\partial x}, \quad y = 0, \qquad p_0 = P(x)\exp(-i\omega t),$$

$$\tilde{\rho} v'_y = f_2^{\infty}(x)\exp(-i\omega t), \ f_2^{\infty}(x) = \tilde{\rho}\frac{\partial \tilde{v}_{y\infty}}{\partial y}(H - H_0) - \tilde{\rho} H_x \tilde{v}'_{x\infty}, \quad y = -H_0,$$

где $\tilde{v}_{y\infty}$, $\tilde{v}'_{x\infty}$ — комплексные амплитуды вертикальной и горизонтальной скорости.

Решение ищем в виде

$$\tilde{\rho} v'_y = V(x,y)\exp(-i\omega t), \qquad \tilde{\rho} v'_x = U(x,y)\exp(-i\omega t).$$

Для функций $U\ (x, y)$ и $V\ (x, y)$ получаем задачу

$$\begin{gathered} \frac{\omega^2}{\tilde{\alpha}^2}U + \frac{\partial V}{\partial x}\frac{d\ln\Theta}{dy} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0, \\ \frac{\omega^2}{g}\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\omega^2}{g}\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0, \\ -\frac{\omega^2}{g}U + \frac{\partial V}{\partial x} = -i\omega P'(x), \quad y = 0, \quad V = f_2^{\infty}(x), \quad y = -H_0. \end{gathered} \tag{11}$$

Исключая из системы (11) функцию $V(x, y)$, получим задачу для $U(x, y)$:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\alpha(y)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-2\alpha_2(y)\frac{\partial U}{\partial y}+2\alpha_3(y)U=0,$$
$$\beta_1(y)U+\frac{\partial U}{\partial y}=\varphi_3(x), y=0, \quad \beta_2(y)U+\frac{\partial U}{\partial y}=\varphi_1(x), y=-H_0, \tag{12}$$

где

$$\alpha=1-\frac{g\tilde{Q}}{\omega^2\tilde{T}}, \quad -2\alpha_2=\frac{1}{\tilde{T}}\left[\tilde{Q}_1-\frac{\tilde{Q}_2}{\tilde{T}\tilde{Q}-\omega^2/g}\right], \quad \beta_1=\frac{\tilde{Q}_1}{\tilde{T}}-\frac{\omega^2}{g},$$

$$\alpha_3=\frac{1}{\kappa R\tilde{T}}\left[\omega^2-\frac{g\tilde{Q}}{\tilde{T}}-\frac{g^2\tilde{Q}_2}{g\tilde{Q}-\omega^2\tilde{T}}\right], \ \beta_2=\frac{1}{\kappa R\tilde{T}}, \ \tilde{Q}=\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{R}+\frac{d\tilde{T}}{dy},$$

$$\tilde{Q}_1=\frac{g}{R}+\frac{d\tilde{T}}{dy}, \quad \tilde{Q}_2=\frac{d^2\tilde{T}}{dy^2}-\frac{\tilde{Q}}{\tilde{T}}\frac{d\tilde{T}}{dy}, \quad \varphi_1=-\frac{g}{\omega^2\left(\frac{\tilde{Q}}{\tilde{T}}-\frac{\omega^2}{g}\right)}\frac{\partial f_2^\infty(x)}{\partial x},$$

$$\varphi_3=-\frac{i}{\omega}\left[\frac{1}{\tilde{T}}\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\frac{g}{R}+\frac{d\tilde{T}}{dy}\right)-\frac{\omega^2}{g}\right]\frac{\partial P}{\partial x}.$$

После замены $U(x,y)=\tilde{u}(x,y)\exp\left(\int\alpha_2\,dy\right)$ задача (12) для $\tilde{u}(x,y)$ принимает вид:

$$\frac{\partial^2\tilde{u}}{\partial y^2}+\alpha(y)\frac{\partial^2\tilde{u}}{\partial x^2}+2q(y)\tilde{u}=0,$$
$$\beta(y)\tilde{u}+\frac{\partial\tilde{u}}{\partial y}=\varphi_4(x), y=0, \quad \gamma(y)\tilde{u}+\frac{\partial\tilde{u}}{\partial y}=\varphi_2(x), y=-H_0, \tag{13}$$

где $(k=2,4)$:

$$q=\alpha_3-\alpha_2{}^2-\alpha_2', \beta=\beta_1+\alpha_2, \gamma=\beta_2+\alpha_2, \varphi_k=\varphi_{k-1}\exp\left(-\int\alpha_2 dy\right)$$

Замена

$$\tilde{u}(x,y)=u(x,y)+q_1(x)y+q_2(x),$$

где

$$q_1=-\frac{\beta\varphi_2-\gamma\varphi_4}{\gamma(1+\beta H_0)-\beta}, \quad q_2=\frac{\varphi_2-\varphi_4(1-\gamma H_0)}{\gamma(1+\beta H_0)-\beta},$$

приводит относительно $u(x, y)$ к линейному неоднородному уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\alpha(y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+q(y)u=\Phi(x,y), \ \Phi(x,y)=-y\left(\alpha q_1''+qq_1\right)-\alpha q_2''-qq_2 \tag{14}$$

и однородным краевым условиям

$$\beta(y)u+\frac{\partial u}{\partial y}=0, \ y=0, \quad \gamma(y)u+\frac{\partial u}{\partial y}=0, \ y=-H_0. \tag{15}$$

Для линейного распределения температуры $\widetilde{T}$ коэффициенты $\alpha(y)$ и $q(y)$ уравнения (14) будут постоянными. Решение задачи (14), (15) и функцию $\Phi(x, y)$ представим в виде рядов Фурье

$$u=\sum_{n=0}^{\infty}S_n(x)\sin\delta_n(y+H_0), \qquad \Phi(x,y)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x)\sin\delta_n(y+H_0),$$

где d_n — вещественные корни уравнения $\operatorname{tg}\delta_n H_0=-\dfrac{\delta_n}{\beta}$,

$$c_n(x)=-\frac{2}{H_0}\int_0^{H_0}\Phi(x,y)\sin\delta_n(y+H_0)\,dy.$$

При этом для $S_n(x)$ имеем задачу

$$S_n''+\frac{q-\delta_n^{\,2}}{\alpha}S_n=c_n(x), \qquad S_n(-\infty)=0, \quad |S_n(+\infty)|<\infty, \quad \operatorname{th}\delta_n H_0=-\frac{\delta_n}{\beta},$$

решение которой имеет вид

$$S_n(x)=\frac{i}{\sqrt{\mu_n}}\int_{-\infty}^{x}c_n(\xi)\sin\left[i\sqrt{\mu_n}(x-\xi)\right]d\xi, \qquad \mu_n=\frac{q-\delta_n^{\,2}}{\alpha}>0.$$

Приближенное решение задачи (14), (15) в общем случае $\alpha\neq\text{const}$, $q\neq\text{const}$ можно найти при помощи метода Галеркина [2, 3] в виде

$$u(x,y)=\sum_{i=1}^{n}c_i\psi_i(x,y),$$

где $\psi_i(x,y)=\exp\left(-x^2\right)y^i(H_0+y)^2$, $i=\overline{1,n}$ — некоторая система линейно-независимых функций, удовлетворяющих граничным условиям (15), а c_i — искомые коэффициенты, определяемые из системы алгебраических уравнений

$$\int_R\int_{-H_0}^{0}L(u(x,y))\psi_i(x,y)\,dx\,dy=\int_R\int_{-H_0}^{0}L\left(\sum_{i=1}^{n}c_i\psi_i(x,y)\right)\psi_i(x,y)\,dx\,dy=0,$$

где

$$L(u)=\frac{\partial^2u}{\partial y^2}+\alpha(y)\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+q(y)u-\Phi(x,y).$$

Для первого приближения найдем

$$c_1=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\int_R\exp(-x^2)I_2(x)\,dx+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}I_1(\alpha)}{-\dfrac{2H_0^{\,5}}{15}+I_1(q)},$$

для второго —

$$c_1=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\int_R\exp(-x^2)I_2(x)\,dx-c_2\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\left[\dfrac{11H_0^{\,6}}{30}+I_3(q)-I_3(\alpha)\right]}{\dfrac{2}{\pi}\left[-\dfrac{2H_0^{\,5}}{15}+I_1(q)-I_1(\alpha)\right]},$$

$$c_2=\frac{-\int_R \exp(-x^2)\,I_2(x)\,dx\dfrac{\dfrac{H_0^6}{30}+I_3(q)-I_3(\alpha)}{-\dfrac{2H_0^5}{15}+I_1(q)-I_1(\alpha)}+\int_R I_5(x)\,dx}{\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\dfrac{-\dfrac{11H_0^{12}}{900}+\left(I_3(q)-I_3(\alpha)\right)^2}{-\dfrac{2H_0^5}{15}+I_1(q)-I_1(\alpha)}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\left[-\dfrac{2H_0^7}{105}+I_4(q)-I_4(\alpha)\right]},$$

где

$$I_1(\alpha)=4H_0^4\overset{3}{a}(-H_0)-48H_0^3\overset{4}{a}(-H_0)+264H_0^2\overset{5}{a}(-H_0)-1200H_0\overset{6}{a}(-H_0)+$$
$$+720\overset{7}{a}(-H_0)+2H_0^4\overset{3}{a}(0)-24H_0^3\overset{4}{a}(0)+144H_0^2\overset{5}{a}(0)-480H_0\overset{6}{a}(0)+720\overset{7}{a}(0),$$

$$I_2(x)=-2H_0^2\overset{2}{\Phi}(x,-H_0)+10H_0\overset{3}{\Phi}(x,-H_0)+3\overset{4}{\Phi}(x,-H_0)-$$
$$-H_0^2\overset{2}{\Phi}(x,0)+4H_0\overset{3}{\Phi}(x,0),$$

$$I_3(\alpha)=H_0^4\overset{1}{a}(-H_0)-181H_0^4\overset{4}{a}(-H_0)-596H_0^3\overset{5}{a}(-H_0)-3516H_0^2\overset{6}{a}(-H_0)-$$
$$-H_0^7\overset{1}{a}(-H_0)-3H_0^6\overset{2}{a}(-H_0)-6H_0^5\overset{3}{a}(-H_0)=$$
$$=3048H_0\overset{7}{a}(-H_0)-168\overset{8}{a}\Big|_{-H_0}^{0}+96H_0^3\overset{5}{a}(0)-$$
$$-720H_0^2\overset{6}{a}(0)+2880H_0\overset{7}{a}(0)+3H_0^3\overset{2}{a}(-H_0)+6H_0^2\overset{3}{a}(-H_0)-6H_0\overset{4}{a}\Big|_{-H_0}^{0},$$

$$I_4(\alpha)=-306H_0^5\overset{4}{a}(-H_0)-3856H_0^4\overset{5}{a}(-H_0)-13200H_0^3\overset{6}{a}(-H_0)-19200H_0^2\overset{7}{a}(-H_0)-$$
$$-36960H_0\overset{8}{a}(-H_0)+40320\overset{9}{a}\Big|_{-H_0}^{0}+24H_0^4\overset{5}{a}(0)-480H_0^3\overset{6}{a}(0)+4320H_0^2\overset{7}{a}(0),$$

$$I_5(x)=2H_0^2\overset{3}{\Phi}\left(x,\begin{matrix}0\\-H_0\end{matrix}\right)-36H_0\overset{4}{\Phi}(x,-H_0)-12H_0\overset{4}{\Phi}(0)+24\overset{5}{\Phi}\left(x,\begin{matrix}0\\-H_0\end{matrix}\right),$$

$\overset{i}{a}(y)$ — i-кратный неопределенный интеграл от функции α, вычисленный для значения y, например,

$$\overset{3}{a}(-H_0)=\iiint a(y)dy\Big|_{-H_0}.$$

В заключение заметим, что аналогичные задачи о движении баротропной жидкости имеют вид:

$$W''+\gamma\left(\tilde{v}_x(y),\tilde{\rho}(y)\right)W=0,$$
$$W'+q(y)W=0,\ \ y=0,\qquad W=0,\ \ y=-H_0$$

— в случае горизонтального дна,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \tilde{\rho}(y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m(\tilde{\rho}(y))u = \Phi(x, y),$$

$$\beta(y)u + \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \ y = 0, \quad \beta(y)u + \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \ y = -H_0,$$

— в случае неровного дна, математически схожие с рассмотренными задачами о движении бароклинной жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алешков Ю. З. Распространение внутренних волн в океане // Вестник СПбГУ. 1992. Сер. 1. Вып. 3. № 15. С. 3-9.
2. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. Б., Обухов А. М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука, 1981. 366 с.
3. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.-Л.: ГИТТЛ, 1962. 708 с.

Игорь Николаевич ГЛУХИХ —
проректор по информационным технологиям ,
доктор технических наук, профессор

Татьяна Николаевна Пуртова —
соискатель кафедры информационных систем,
менеджер ТРРЦИ

УДК 007 : 681.3.06

СИТУАЦИОННЫЕ БАЗЫ ЗНАНИЙ: ФОРМАЛИЗАЦИЯ И ВЫБОР ПРЕЦЕДЕНТОВ

АННОТАЦИЯ. Рассмотрен подход к построению ситуационных баз знаний на основе примеров. Предложен способ формализации примеров ситуаций и их сравнения путем строковых представлений.

The approach to construction of situational knowledge bases on the basis of examples is considered. The way of formalization of examples of situations and their comparisons by line representations is offered.

При разработке ситуационных баз знаний (СБЗ) содержание базы знаний может определяться с помощью экспертов, которые включают в СБЗ взаимосвязанные описания реальных, предполагаемых или гипотетических ситуаций, а также решений для этих ситуаций. Другой подход основывается на представлении в СБЗ прецедентов, т.е. тех ситуаций и решений, которые имели место в ходе функционирования рассматриваемой системы. При этом ключевой фигурой в процессе заполнения СБЗ становится инженер базы знаний — специалист, задачами которого является организация сбора информации, формирование описаний ситуаций и решений по заданным формам и правилам, проверка актуальности знаний, выявление противоречий, поиск неявных закономерностей и т.п. Эксперт в данном случае может привлекаться как для оценки некоторых фактов, отношений и событий, так и для дополнения базы знаний собственными, «экспертными» компонентами. В результате получается сложная структура знаний, привязанных к некоторым ситуациям [1].