

*Геннадий Владимирович АНИКИН —
старший научный сотрудник
Института криосферы Земли,
кандидат физико-математических наук*

*Лев Степанович ПОДЕНКО —
научный сотрудник
Института криосферы Земли,
кандидат физико-математических наук*

*Александр Анатольевич ВАКУЛИН —
профессор кафедры механики
многофазных систем
Тюменского государственного университета,
доктор технических наук*

УДК 624.139

РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ПРОМЕРЗАНИЯ ГРУНТА ВОКРУГ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПАРОЖИДКОСТНОГО ТЕРМОСИФОНА

АННОТАЦИЯ. Получены аналитические выражения для расчета радиуса промерзания грунта вокруг парожидкостного термосифона с учетом его внутреннего термического сопротивления. С помощью специальных расчетов показано, что внутреннее термическое сопротивление термосифона может существенно влиять на скорость замораживания грунта.

Analytical expressions for calculation of radius of freezing a ground around vapour-liquid thermosiphon are received in view of his internal thermal resistance. With the help of special calculations it is shown, that internal thermal resistance thermosiphon can influence speed of freezing of a ground essentially.

Парожидкостные термосифоны в настоящее время широко используются для укрепления оснований при строительстве на вечной мерзлоте. В этой связи, возникает необходимость расчета динамики замерзания грунта вокруг термосифона. Известные схемы расчета радиуса промерзания грунта вблизи термосифона исключают наличие внутреннего термического сопротивления между его испарительной и конденсаторной частями [1, 2]. Вместе с тем, данные, приведенные в ряде работ [3, 4], указывают на наличие значимого градиента температуры по длине термосифона. Причиной появления указанного градиента может быть внутренне термическое сопротивление термосифона. В данной работе получены аналитические выражения для расчета радиуса промерзания грунта вокруг парожидкостного термосифона с учетом его внутреннего термического сопротивления.

Верхняя часть термосифона — конденсатор, контактирует с атмосферой. Нижняя его часть — испаритель, контактирует с грунтом. Хладагент, испаряясь в испарителе, под действием градиента давления поднимается в конденсатор, там конденсируется и затем под действием силы тяжести стекает по стенкам термосифона в испаритель. Таким образом, происходит отвод тепла от грунта к атмосфере, и грунт замораживается. Обозначим поток тепла от конденсатора к атмосфере через U_k , поток тепла от испарителя к конденсатору через U_0 , поток тепла от грунта к испарителю через U_n , тогда выполняются следующие соотношения:

$$t_k - t_a = R_k U_k, \quad t_u - t_k = R_0 U_0, \quad -t_u = R_u U_u, \quad (1)$$

где t_k, t_u, t_a — температуры конденсатора, испарителя и атмосферы соответственно, выраженные в градусах Цельсия; R_k — термическое сопротивление конденсатора; R_u — термическое сопротивление от границы промерзания до парообразного хладагента в испарителе; R_0 — термическое сопротивление теплопереноса внутри термостабилизатора (внутреннее термическое сопротивление).

Из условия теплового баланса получаем:

$$U_k = U_u = U_0 = U, \quad (2)$$

где U — мощность, передаваемая от грунта к атмосфере. Из (1) легко получить следующее соотношение:

$$U = \frac{-t_a}{R_k + R_u + R_0}. \quad (3)$$

Из (1), (2) и (3) следует, что:

$$t_u = \frac{R_u t_a}{R_k + R_u + R_0} \quad (4)$$

$$t_k = \frac{(R_u + R_0) t_a}{R_k + R_u + R_0}. \quad (5)$$

Рассмотрим теперь состояние грунта в некоторый фиксированный момент времени. Температурное поле в замерзшей части грунта удовлетворяет стационарному уравнению теплопроводности:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = 0. \quad (6)$$

Решение (6) дается следующим выражением:

$$t(r, z) = (\beta_0 z + \beta) \chi \ln \left(\frac{r}{r_0} \right), \quad (7)$$

где β_0, β, χ — константы; r, z — радиальная и продольная цилиндрические координаты; r_0 — радиус промерзания на данный момент времени. Использование такого рода стационарных температурных полей для решения задачи Стефана, как показано в работе [1], приводит к результатам, которые незначительно отличаются от точных решений. Из выражения (7) можно получить соотношение для теплового потока q :

$$q(r, z) = -\lambda_{\varphi} \frac{\partial t}{\partial r} = -\frac{\lambda_{\varphi} (\beta_0 z + \beta) \chi}{r}, \quad (8)$$

здесь λ_{φ} — коэффициент теплопроводности мерзлого грунта. Из (7) и (8) легко получить для температуры в мерзлом грунте следующее выражение:

$$t(r, z) = -\frac{q_b(z) b}{\lambda_{\varphi}} \ln \left(\frac{r}{r_0} \right), \quad (9)$$

где b — внешний радиус трубки испарителя; $q_b(z)$ — тепловой поток при $r=b$.

Рассчитаем полное количество тепла, которое было затрачено на фиксированный момент времени на охлаждение и замораживание грунта Q . Оно является суммой двух вкладов: тепла, выделенного при фазовом переходе Q_0 , и тепла, потраченного на охлаждение грунта Q_1 . Величина Q_0 , очевидно, задается следующим выражением:

$$Q_0 = h \rho_n k_n \pi r_0^2 L_u, \quad (10)$$

здесь h — теплота фазового перехода, ρ_n — плотность льда, k_n — доля объема в замороженном грунте, занятая льдом, L_u — длина испарителя. Для Q_1 можно записать выражение:

$$Q_1 = \int_0^{L_u} dz \int_b^{r_0} 2\pi r dr \rho (c_1 t_0 - c_2 t(r, z)), \quad (11)$$

где t_0 — начальная температура грунта, ρ — плотность мерзлого грунта, c_1 — удельная теплоемкость при постоянном давлении талого грунта, c_2 — аналогичная величина мерзлого грунта, $t(r, z)$ — задается выражением (9). Прямой расчет показывает, что величина Q_0 значительно больше, чем Q_1 , поэтому отклонение модельного температурного поля, задающегося выражением (9), от точного решения практически не влияет на результат. Кроме того, отклонение величины t_0 от температуры замерзания грунтовой влаги тоже, как правило, невелико по сравнению с величиной $t_0 - t(r, z)$. Это позволяет пренебречь теплом, которое тратится на изменение температуры за границей промерзания по сравнению с величиной $Q_0 + Q_1$. После процедуры интегрирования (11) получаем:

$$Q_1 = \rho c_1 t_0 L_u \pi r_0^2 + \frac{\rho U c_2 b^2}{4\lambda_p} \left(\frac{r_0^2}{b^2} - 2 \ln \left(\frac{r_0}{b} \right) - 1 \right), \quad (12)$$

где U — мощность, отдаваемая грунтом испарителю на данный момент времени, задающаяся следующим выражением:

$$U = -2\pi b \int_0^{L_u} q_b(z) dz. \quad (13)$$

Знак минус в выражении (13) вводится, поскольку тепловой поток в испарителе в рассматриваемой системе координат отрицателен. Из (10) и (12) находим полное количество тепла Q :

$$Q = (h\rho_n k_n + \rho c_1 t_0) \pi r_0^2 L_u + \frac{\rho U c_2 b^2}{4\lambda_p} \left(\frac{r_0^2}{b^2} - 2 \ln \left(\frac{r_0}{b} \right) - 1 \right). \quad (14)$$

Обозначим время от начала процесса замораживания до фиксированного момента через τ , тогда, очевидно, выполняется соотношение:

$$U = \frac{dQ}{d\tau}. \quad (15)$$

Из (14) и (15) получаем:

$$U = (h\rho_n k_n + \rho c_1 t_0) \pi L_u \frac{d(r_0^2)}{d\tau} + \frac{\rho c_2 b^2}{4\lambda_p} \frac{d \left(U \left(\frac{r_0^2}{b^2} - 2 \ln \left(\frac{r_0}{b} \right) - 1 \right) \right)}{d\tau}. \quad (16)$$

Термическое сопротивление испарителя, как показывают оценки, полностью определяется термическим сопротивлением грунта (вкладом от жидкой пленки хладагента и металлической стенки испарителя можно пренебречь) и, следовательно:

$$R_u = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{b}\right)}{\lambda_{,p} 2\pi L_u}. \quad (17)$$

Решая дифференциальное уравнение (16), с учетом (3) и (17) получаем

$$\tau = I_1 + I_2 + I_3, \quad (18)$$

$$I_1 = \int_b^{r_0} (h\rho_s k_s + \rho c_1 t_0) \frac{\pi L_u}{U(r)} d(r^2), \quad (19)$$

$$I_2 = \int_b^{r_0} \frac{\rho c_2 b^2}{4\lambda_{,p}} d\left(\frac{r^2}{b^2} - 2\ln\left(\frac{r}{b}\right) - 1\right), \quad (20)$$

$$I_3 = \int_b^{r_0} \frac{\rho c_2 b^2}{4\lambda_{,p}} \left(\frac{r^2}{b^2} - 2\ln\left(\frac{r}{b}\right) - 1\right) \frac{dU(r)}{U(r)}, \quad (21)$$

$$U(r) = \frac{-t_0}{R_k + R_0 + \frac{\ln\left(\frac{r}{b}\right)}{\lambda_{,p} 2\pi L_u}}. \quad (22)$$

Интегралы I_1 и I_2 выражаются через элементарные функции и задаются следующими выражениями:

$$I_1 = \frac{h\rho_s k_s + \rho c_1 t_0}{2\lambda_{,p} (-t_0)} b^2 \left(\left(\frac{r_0}{b}\right)^2 \ln\left(\frac{r_0}{b}\right) + (p - 0.5) \left(\left(\frac{r_0}{b}\right)^2 - 1\right) \right), \quad (23)$$

$$I_2 = \frac{\rho c_2 b^2}{4\lambda_{,p}} \left(\left(\frac{r_0}{b}\right)^2 - 2\ln\left(\frac{r_0}{b}\right) - 1 \right), \quad (24)$$

$$p_0 = \lambda_{,p} 2\pi L_u (R_k + R_0). \quad (25)$$

Интеграл I_3 выражается через элементарные функции и функцию $\varphi(x)$, которая задается следующим выражением:

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} x^n}{n!n}. \quad (26)$$

Данный интеграл записывается в виде:

$$I_3 = -\frac{b^2 \rho c_2}{2\lambda_{,p}} \left(((p - 0.5(1 - e^{-2p})) \ln\left(1 + \frac{\ln\left(\frac{r_0}{b}\right)}{p}\right) + e^{-2p} (\varphi\left(\ln\left(\frac{r_0}{b}\right) + p\right) - \varphi(p)) - \ln\left(\frac{r_0}{b}\right) \right). \quad (27)$$

Полученные выражения позволяют просчитать динамику промерзания грунта.

Найдем связь параметров грунта, входящих в полученные выражения, с параметрами грунта, экспериментально определяемыми на практике. Обозначим через $\rho_{ск}, k_{ск}$ — плотность скелета грунта и долю объема, занимаемую скелетом грунта, через $\rho_{в}, k_{нв}$ — плотность воды и долю объема, занимаемую незамерзшей водой, через $\rho_{л}, k_{л}$ — аналогичные величины для льда. Кроме того, определим величины x_1, x_2, x_3 :

$$x_1 = \rho_{ск} k_{ск}, \quad x_2 = \rho_{в} k_{нв}, \quad x_3 = \rho_{л} k_{л}. \quad (28)$$

Обозначим через w общую массу воды, включая незамерзшую воду и лед, отнесенную к массе скелета. Массу незамерзшей воды, отнесенную к массе скелета, обозначим через $w_{нв}$. Тогда верны следующие соотношения:

$$\rho = x_1 + x_2 + x_3, \quad w = \frac{x_2 + x_3}{x_1}, \quad w_{нв} = \frac{x_2}{x_1}. \quad (29)$$

Решив систему уравнений (29), находим величины x_1, x_2, x_3 :

$$x_1 = \frac{\rho}{1+w}, \quad x_2 = \frac{w_{нв} \rho}{1+w}, \quad x_3 = \frac{(w - w_{нв}) \rho}{1+w}. \quad (30)$$

В справочнике [2] для грунтов заданы величины и объемная плотность скелета $\gamma_{ск} = x_1$. Зная эти величины, можно рассчитать параметр ρ , входящий в выражения (18)-(27), по формуле:

$$\rho = \gamma_{ск} (1+w). \quad (31)$$

Найдем теперь удельную теплоемкость мерзлого грунта c_2 . Несложно показать, что:

$$c_2 \rho = c_{ск} \rho_{ск} k_{ск} + c_{в} \rho_{в} k_{нв} + c_{л} \rho_{л} k_{л}. \quad (32)$$

Здесь $c_{ск}, c_{в}, c_{л}$ — удельные теплоемкости скелета, воды и льда соответственно. Из соотношений (28)-(32) получаем:

$$c_2 = \frac{c_{ск} + c_{в} w_{нв} + c_{л} (w - w_{нв})}{1+w}. \quad (33)$$

Удельная теплоемкость талого грунта c_1 может быть получена из уравнения (33), если положить, что $w = w_{нв}$, и записана в виде:

$$c_1 = \frac{c_{ск} + c_{в} w}{1+w}. \quad (34)$$

В справочнике [2] приводятся объемные теплоемкости мерзлого c_M и талого c_T грунтов, которые задаются следующими выражениями:

$$c_T = \gamma_{ск} (c_{ск} + c_{в} w), \quad c_M = \gamma_{ск} (c_{ск} + c_{в} w_{нв} + c_{л} (w - w_{нв})) \quad (35)$$

Из сравнения (33) и (34) с (35) получаем:

$$c_1 = \frac{c_T}{\gamma_{ск} (1+w)}, \quad c_2 = \frac{c_M}{\gamma_{ск} (1+w)}.$$

Рассчитаем теперь величину $k_{л}$, которая входит в выражение (23), из (28), (30) и (31) получаем:

$$k_{л} = \frac{\gamma_{ск} (w - w_{нв})}{\rho_{л}}.$$

Из (35) легко выразить величину $w - w_{нс}$:

$$w - w_{нс} = \frac{c_T - c_M}{\gamma_{\alpha}(c_s - c_s)}$$

и следовательно:

$$k_s = \frac{c_T - c_M}{\rho_s(c_s - c_s)}$$

Таким образом, все величины, необходимые для расчета динамики промерзания, выражаются через справочные данные.

Рассмотрим, чему равно термическое сопротивление конденсатора. Термическое сопротивление пленки жидкого хладагента, стальной стенки трубы термосифона и трубки из цветного металла, представляющей собой основу оребрения, дается очевидным выражением:

$$R_1 = \frac{1}{2\pi L_{op}} \left(\frac{1}{\lambda_x} \ln \left(\frac{a}{a - \delta_x} \right) + \frac{1}{\lambda_{cm}} \ln \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{r_1}{b} \right) \right),$$

где L_{op} — длина оребренной поверхности, $\lambda_x, \lambda_{cm}, \lambda$ — коэффициенты теплопроводности жидкого хладагента, стали и материала, из которого изготовлено оребрение, соответственно, a — внутренний радиус стальной трубки, b — внешний радиус стальной трубки, r_1 — радиус основания ребер. Термическое сопротивление непосредственно ребер оребрения задается следующим выражением [5]:

$$R_2 = \frac{1}{2\pi\lambda L_{op} P \left(n, M, \frac{r_2}{r_1}, \varepsilon, \frac{l}{r_1} \right)},$$

где r_2 — внешний радиус ребер, l — интервал между ребрами, n — характеризует профиль ребра. Толщина ребра $\delta(r)$ меняется по следующему закону:

$$\delta(r) = \delta(r_1) \left(\frac{r}{r_1} \right)^{\frac{-2n}{1-n}}$$

M и ε записываются в виде:

$$M = (1-n) \sqrt{\frac{2\alpha r_1^2}{\lambda \delta(r_1)}}, \quad \varepsilon = \frac{l\lambda}{2\alpha r_1^2},$$

здесь α — коэффициент теплоотдачи от металлической поверхности к атмосфере.

Функция $P \left(n, M, \frac{r_2}{r_1}, \varepsilon, \frac{l}{r_1} \right)$ задается следующей формулой:

$$P \left(n, M, \frac{r_2}{r_1}, \varepsilon, \frac{l}{r_1} \right) = \frac{\Omega \left(n, M, \frac{r_2}{r_1} \right)}{\varepsilon \frac{M}{1-n} + \frac{(1-n)}{M}} - \frac{l}{2r_1} \frac{M^2}{\varepsilon M^2 + (1-n)^2},$$

где $\Omega\left(n, M, \frac{r_2}{r_1}\right)$ при целом n дается выражением:

$$\Omega\left(n, M, \frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{I_{n-1}(M)K_{n-1}(M\psi^C) - K_{n-1}(M)I_{n-1}(M\psi^C)}{I_n(M)K_{n-1}(M\psi^C) + K_n(M)I_{n-1}(M\psi^C)},$$

а при дробном n выражением:

$$\Omega\left(n, M, \frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{I_{n-1}(M)I_{-n+1}(M\psi^C) - I_{-n+1}(M)I_{n-1}(M\psi^C)}{I_n(M)I_{-n+1}(M\psi^C) - I_{-n}(M)I_{n-1}(M\psi^C)},$$

где $\psi = \frac{r_2}{r_1}$, $C = \frac{1}{1-n}$.

Общее термическое сопротивление конденсатора R_k равно

$$R_k = R_1 + R_2$$

и может быть вычислено по предложенным выше выражениям.

Нами выполнен расчет динамики изменения радиуса промерзания грунтового массива как в отсутствии, так и при наличии внутреннего термического сопротивления термосифона. Коэффициент α рассчитывался с помощью выражения, приведенного в работе [6]. В расчетах использованы следующие параметры термосифона: $L_{op} = 1,15$ м, $L_u = 7$ м, $\lambda_{sp} = 1,6$ Вт/м·град, $t_a = -21^\circ\text{C}$, (среднезимняя температура в районе Уренгоя). Величина внутреннего термического сопротивления задавалась равной 0,015, 0,03, что соответствует разности температур между испарительной и конденсаторной частями термосифона 4 и 6,8 °К соответственно. Данные расчета (рис. 1) указывают на то, что внутреннее термическое сопротивление термосифона может существенно влиять на скорость замораживания грунта, это необходимо учитывать при проведении прогнозных геотехнических расчетов.

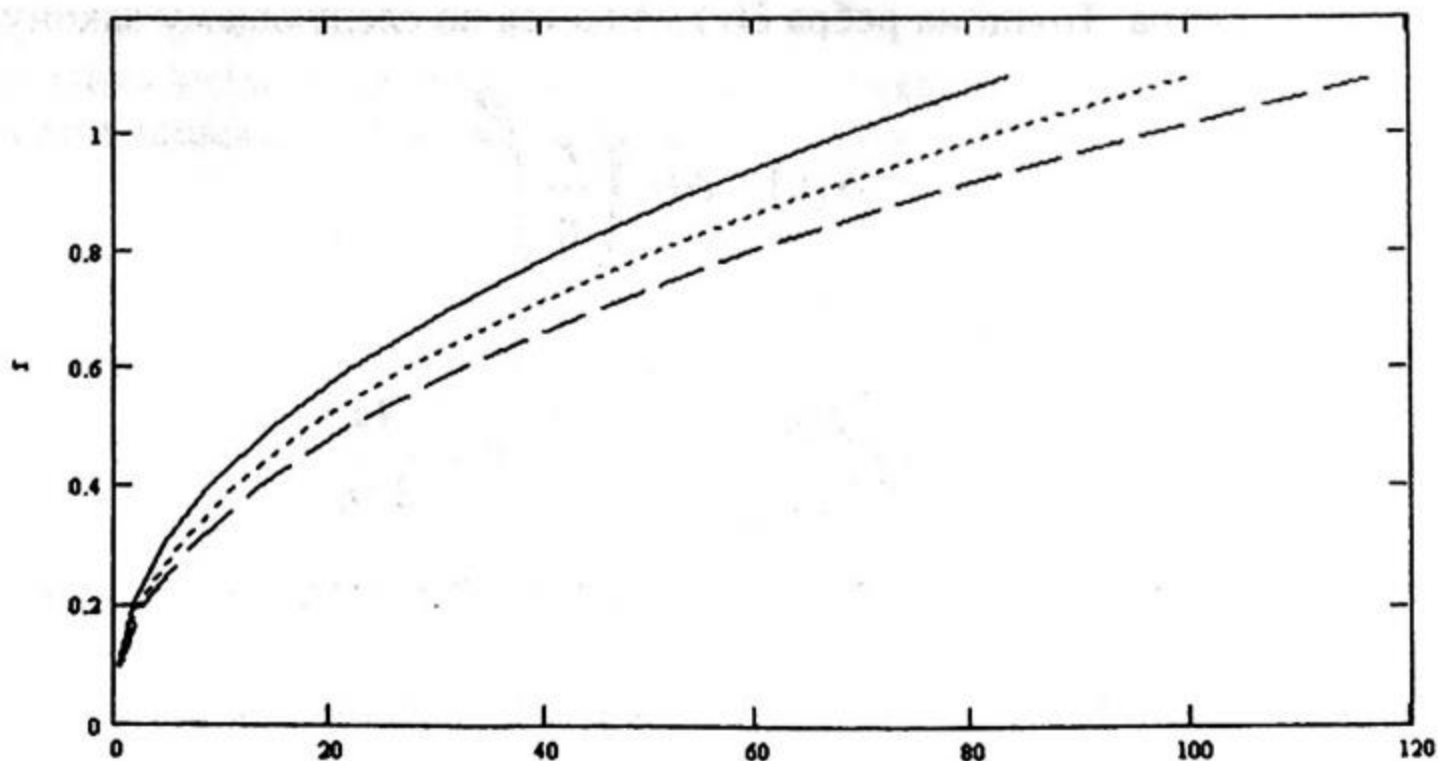


Рис. 1. Зависимость радиуса промерзания грунта r [м] со следующими характеристиками массива грунта: $w = 0,17$, $c_M = 1,62 \cdot 10^6$ [дж/кг·град], $c_r = 2,05 \cdot 10^6$ [дж/кг·град], $\lambda_{sp} = 1,6$ [Вт/м·град] при среднезимней температуре атмосферы $t_a = -21^\circ\text{C}$, средней скорости ветра $v = 3$ [м/сек] от времени работы термосифона t [сутки] при $R_0 = 0$ (—) [град/Вт], $R_0 = 0,015$ (-.....), $R_0 = 0,03$ (-----)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вялов С.С., Александров Ю.А., Миренбург Ю.С. и др. Искусственное охлаждение грунтов с помощью термосвай // Инженерное мерзловедение. М-лы III МЛМ. М.: Наука, 1979, С. 72-90.
2. Рекомендации по проектированию и устройству парожидкостных охлаждающих установок при строительстве в суровых климатических условиях. М.: НИИОСП, 1977. 50 с.
3. Макаров В.И. Термосифоны в северном строительстве. Новосибирск: Наука, 1985. 169 с.
4. Пиоро И.Л., Антоненко В.А., Пиоро Л.С. Эффективные теплообменники с двухфазными термосифонами. Киев: Наукова думка, 1991.
5. Долгих Д.Г., Аникин Г.В., Феклистов В.Н. К расчету оптимальных параметров оребления парожидкостных термостабилизаторов // М-лы конф. «Криогенные ресурсы полярных и горных регионов. Состояние и перспективы инженерного мерзловедения». Тюмень, 2008, С. 81-82.
6. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. М.: Атомиздат, 1979.

*Михаил Сергеевич БЕЛОВ —
инженер-технолог ОАО «Газтурбосервис»,
аспирант кафедры механики и многофазных систем*

*Александр Борисович ШАБАРОВ —
зав. кафедрой механики и многофазных систем,
доктор технических наук, профессор
Тюменский государственный университет*

УДК 621.4

ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ КОМПРЕССОРНЫХ СТАНЦИЙ

АННОТАЦИЯ. Предложена методика расчета мощности газотурбинного двигателя. Данная методика, основанная на первом законе термодинамики, обеспечивает согласие расчетных параметров и экспериментальных данных.

The new procedure of gas-turbine engine power calculation is offered. This procedure based on the first law of thermodynamics allows to get the good consent of the experimental and calculated parameters.

Обеспечение современного уровня эксплуатации газотурбинных двигателей (ГТД) на компрессорных станциях связано с технической диагностикой [1,2]. Разработка методики диагностики технического состояния ГТД является сложной задачей из-за недостаточного количества термогазодинамических параметров (ТПП) ГТД, измеряемых в условиях эксплуатации. Существующие и разрабатываемые методики контроля технического состояния ГТД необходимо проверять на испытательных станциях с использованием ТПП, полученных при приемосдаточных испытаниях.