

*Николай Александрович СЕЛЮКОВ —  
аспирант кафедры моделирования  
физических процессов и систем*

*Константин Михайлович ФЕДОРОВ —  
профессор кафедры моделирования  
физических процессов и систем,  
доктор физико-математических наук*

*Тюменский государственный университет*

УДК 544.022.537:542.9

### **ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ФРОНТА ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ЕЕ ОБРАТИМОСТИ**

**АННОТАЦИЯ.** Построена математическая модель реакции растворения пористой породы кислотой, учитывающая обратимость реакции. На основе этой модели предложен численный алгоритм расчета распределения концентрации кислоты и продуктов реакции и пористости породы для реакции растворения с движущимся фронтом.

*A mathematical model of the porous media acidizing is constructed taking into account the reversibility of the chemical reaction of dissolution. On the basis of this model the numerical algorithm of calculations of concentration and porosity for the reaction with moving front is proposed.*

В настоящее время в нефтяной промышленности наблюдается постоянное ухудшение структуры запасов нефти [5]. Для улучшения технико-экономических показателей разработки месторождений применяют различные методы воздействия на продуктивный пласт. Одним из таких методов является кислотная обработка призабойной зоны добывающей скважины — метод увеличения проницаемости призабойной зоны путем растворения составных частиц породы пласта, а также инородных частиц, которыми загрязнены породы.

Известно несколько теоретических моделей распространения кислотного раствора в пористой среде [7]. В литературе приводятся различные подходы к составлению математической модели процесса [1, 6], однако в этих работах не учитывается такое свойство рассматриваемых реакций растворения, как обратимость. В данной статье предложена математическая модель процесса с учетом этого свойства, а также составлен алгоритм численного нахождения распределения концентраций кислоты и продуктов растворения в обрабатываемом пласте.

**Основные уравнения.** Для обратимой реакции вида  $n_1A_1 + n_2A_2 = n_3A_3 + n_4A_4$  (где 1 — кислота, 2 — минерал породы, 3 — соль, 4 — вода) можно записать уравнения неразрывности для каждого компонента реакции с учетом источника веществ (для продуктов реакции; стока — для реагентов) в безразмерном виде [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t \rho_0 C_1}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (\rho_0 V C_1) &= -J \\ \frac{\partial t \rho_0 C_3}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (\rho_0 V C_3) &= k_3 J \\ \frac{\partial t \rho_0 C_4}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (\rho_0 V C_4) &= k_4 J \\ \frac{\partial t_R \rho_R C_2}{\partial \tau} &= -k_2 J \end{aligned}$$

где  $m$  — пористость породы;  $\rho_0$  — плотность жидкости (воды с растворенными в ней кислотой и солью);  $\rho_R$  — плотность породы;  $C_1$  — концентрация кислоты;  $C_2$  — концентрация породы;  $C_3$  — концентрация продуктов реакции (соли);  $C_4$  — концентрация воды;  $V$  — скорость течения жидкости;  $J$  — скорость реакции растворения породы;  $k_i = n_i \mu_i / n_1 \mu_1$  — стехиометрический коэффициент  $i$ -го вещества ( $n_i$  — коэффициент соответствующего вещества в уравнении реакции,  $\mu_i$  — его молярная масса).

Входящие в уравнения неразрывности переменные связаны следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} m_R &= 1 - m_0, \\ C_4 &= 1 - C_1 - C_3, \\ C_2 &= C_R = \frac{m_0 - m}{1 - m_0}, \\ K_p &= \frac{C_3^{n_3} C_4^{n_4}}{C_1^{n_1} C_2^{n_2}}. \end{aligned}$$

Скорость реакции  $J$  для равновесной системы является неопределенной (вида 0/0) [2], однако это величина конечная. Выразив скорость реакции из уравнения неразрывности для породы, можно исключить ее из системы уравнений.

Кроме того, из выражения для стехиометрических коэффициентов  $k_i = n_i \mu_i / n_1 \mu_1$  следует связь между коэффициентами  $k_1 + k_2 = 1 + k_3 + k_4$ .

Сводя записанные ранее соотношения вместе, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} m \left( C_1 + \frac{1}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) + \frac{\partial}{\partial X} C_1 V &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \tau} m \left( C_3 - \frac{k_3}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) + \frac{\partial}{\partial X} C_3 V &= 0, \\ \left( 1 - \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) \frac{\partial m}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial X} &= 0, \\ K &= \frac{C_3^{n_3} C_4^{n_4}}{C_1^{n_1} \left( \frac{m_0 - m}{1 - m} \right)^{n_2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Система (1), являющаяся замкнутой (4 уравнения — 4 неизвестных), связывает между собой концентрации кислоты и продукта реакции растворения ( $C_1$  и  $C_2$  соответственно), пористость растворяемой породы  $m$  и скорость движения потока жидкости  $V$ .

Хотя для некоторых частных случаев можно найти аналитическое решение системы [4], в общем случае система (1) решается численно.

**Алгоритм решения.** В пористой среде, в которую закачивается кислота, в некоторый момент времени, отличный от нуля, можно выделить две области, разделенные фронтом реакции:

а) область, в которой кислота и продукты реакции растворения находятся в состоянии химического равновесия, то есть область, через которую фронт реакции уже прошел;

б) область, где реакция еще не идет.

Так как фронт реакции движется, с течением времени первая область увеличивается за счет второй. Математическое распределение концентрации в такой системе в каждый момент времени будет представлять собой разрывную функцию от координаты с точкой разрыва в координате фронта реакции. Распределение до разрыва описывается уравнениями (1); распределение концентрации соли после разрыва — уравнением

$$m_0 \frac{\partial C_3}{\partial \tau} + V \frac{\partial C_3}{\partial X} = 0. \quad (2)$$

На разрыве между этими зонами будут действовать соотношения:

$$\begin{aligned} D \left[ m \left( C_1 + \frac{1}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) \right] &= [C_1 V], \\ D \left[ m \left( C_3 - \frac{k_3}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) \right] &= [C_3 V], \\ \left( 1 - \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) D[m] &= [V]. \end{aligned} \quad (3)$$

Из этих соотношений можно выразить скорость разрыва  $D$ , концентрацию соли после разрыва  $C_3^-$  и скорость после разрыва  $V^-$ :

$$\begin{aligned} D &= \frac{C_{10} V_0}{m_* C_{10} + \frac{1}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} (m_* - m_0)}, \\ V^- &= V_0 - \left( 1 - \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) D (m_* - m_0), \\ C_3^- &= \frac{D m_* \left( C_3^+ - \frac{k_3}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} \right) + D m_0 \frac{k_3}{k_2} \frac{\rho_R}{\rho_0} - C_3^+ V_0}{D m_0 - V^-}. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, вычислить распределения концентраций и пористости для каждого узла временной сетки можно следующим образом.

Из соотношений (4) находится скорость движения фронта реакции  $D$ , из которой получается координата фронта  $X_f = D\tau = Dn\Delta\tau$ . Распределение указанных величин на данном временном шаге по координате вычисляется согласно уравнениям (1-2) с учетом вычисленного положения фронта.

Так, если координата, соответствующая текущему узлу пространственной сетки ( $X = i\Delta X$ ), меньше координаты фронта, то моделируется поведение системы в первой области, следовательно, концентрации кислоты и продуктов, а также пористость рассчитываются по полной системе уравнений (1). Если же текущая координата больше координаты фронта, характеристики системы рассчитываются по уравнению (2).

Изложенный алгоритм может быть использован для расчетов характеристик продуктивного пласта при обработке его кислотой.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев В.А., Котенев Ю.А., Нугайбеков А.Г., Федоров К.М., Нафиков А.З., Блинов С.А. Повышение эффективности выработки трудноизвлекаемых запасов нефти карбонатных коллекторов: Учеб. пособие. Уфа: Изд-во УГНТУ, 1997. 138 с.
2. Андреев В.Е., Блинов С.А. Кинетика процесса растворения нефтенасыщенных карбонатных пород в смеси водных растворов соляной кислоты и органического растворителя // Проблемы динамики релаксирующих сред. Уфа, 1987. С. 61-69.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
4. Селюков Н.А., Кислицын А.А., Федоров К.М. Математическое моделирование процесса кислотной обработки продуктивного пласта в условиях обратимости химических реакций // Тр. Международного форума по проблемам науки, техники и образования. Т. 2. 2007. С. 145-146.
5. Сучков Б.М. Добыча нефти из карбонатных коллекторов. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. 688 с.
6. Федоров К.М. Нестационарная фильтрация при наличии химической реакции с пористой средой // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 1. С. 82-87.
7. Fredd C.N., Fogler H.S. Optimum conditions for wormhole formation in carbonate porous media: influence of transport and reaction // SPE Journal, September 1999, 4, 196-205.

*Тимофей Николаевич ПЕЧЕРИН —  
аспирант кафедры моделирования  
физических процессов и систем*

*Константин Михайлович ФЕДОРОВ —  
профессор кафедры моделирования  
физических процессов и систем,  
доктор физико-математических наук*

*Тюменский государственный университет*

УДК 532.546

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ЗАКОЛОННЫХ ПЕРЕТОКОВ**

*АННОТАЦИЯ. Статья посвящена вопросу моделирования процесса формирования проводящей среды (каналов) на примере возникновения негерметичности цементного камня вследствие его взаимодействия с химически активной компонентой пластовой воды.*

*This article is devoted to the simulation of channeling formation in well construction due to cement interaction with chemical active component of reservoir fluids.*

Под заколонными перетоками понимают приток воды в скважину из неперфорированного пласта через проводящие участки в цементном камне. Эти участки, или, их корректнее называть каналами, образуются в результате взаимодействия солей, входящих в состав цемента, с химически активными компонентами, содержащимися в пластовой воде. Концентрация последних мала, однако в течение продолжительного времени работы скважины (несколько месяцев или лет) они способны создать в цементном камне каналы достаточно высокой проводи-