

Изложенный алгоритм может быть использован для расчетов характеристик продуктивного пласта при обработке его кислотой.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев В.А., Котенев Ю.А., Нугайбеков А.Г., Федоров К.М., Нафиков А.З., Блинов С.А. Повышение эффективности выработки трудноизвлекаемых запасов нефти карбонатных коллекторов: Учеб. пособие. Уфа: Изд-во УГНТУ, 1997. 138 с.
2. Андреев В.Е., Блинов С.А. Кинетика процесса растворения нефтенасыщенных карбонатных пород в смеси водных растворов соляной кислоты и органического растворителя // Проблемы динамики релаксирующих сред. Уфа, 1987. С. 61-69.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
4. Селюков Н.А., Кислицын А.А., Федоров К.М. Математическое моделирование процесса кислотной обработки продуктивного пласта в условиях обратимости химических реакций // Тр. Международного форума по проблемам науки, техники и образования. Т. 2. 2007. С. 145-146.
5. Сучков Б.М. Добыча нефти из карбонатных коллекторов. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. 688 с.
6. Федоров К.М. Нестационарная фильтрация при наличии химической реакции с пористой средой // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 1. С. 82-87.
7. Fredd C.N., Fogler H.S. Optimum conditions for wormhole formation in carbonate porous media: influence of transport and reaction // SPE Journal, September 1999, 4, 196-205.

*Тимофей Николаевич ПЕЧЕРИН —  
аспирант кафедры моделирования  
физических процессов и систем*

*Константин Михайлович ФЕДОРОВ —  
профессор кафедры моделирования  
физических процессов и систем,  
доктор физико-математических наук*

*Тюменский государственный университет*

УДК 532.546

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ЗАКОЛОННЫХ ПЕРЕТОКОВ**

*АННОТАЦИЯ. Статья посвящена вопросу моделирования процесса формирования проводящей среды (каналов) на примере возникновения негерметичности цементного камня вследствие его взаимодействия с химически активной компонентой пластовой воды.*

*This article is devoted to the simulation of channeling formation in well construction due to cement interaction with chemical active component of reservoir fluids.*

Под заколонными перетоками понимают приток воды в скважину из неперфорированного пласта через проводящие участки в цементном камне. Эти участки, или, их корректнее называть каналами, образуются в результате взаимодействия солей, входящих в состав цемента, с химически активными компонентами, содержащимися в пластовой воде. Концентрация последних мала, однако в течение продолжительного времени работы скважины (несколько месяцев или лет) они способны создать в цементном камне каналы достаточно высокой проводи-

мости. Во многих случаях приток воды по таким каналам увеличивает дебит жидкости скважины в разы, что ведет к преждевременному обводнению и ухудшению экономических показателей. В работе [1] введено понятие фактора заколонных перетоков, то есть количественного эквивалента этого явления. Физический смысл этой величины — относительное увеличение дебита жидкости при сохранении прежнего дебита нефти в результате проявления заколонных перетоков. Эта величина является функцией времени и изменяется в соответствии с процессами, протекающими в цементном камне в результате его взаимодействия с химически активными компонентами пластовой воды.

Задача о формировании заколонных перетоков и динамики их фактора рассматривается как совокупность трех задач (см. рис. 1):

- задача об образовании проводящих каналов в цементе за счет его взаимодействия с химически активными компонентами пластовой воды;
- задача о притоке нефти из перфорированного пласта к забою добывающей скважины;
- задача о притоке воды из неперфорированного пласта на забой скважины через проводящие каналы в цементе.

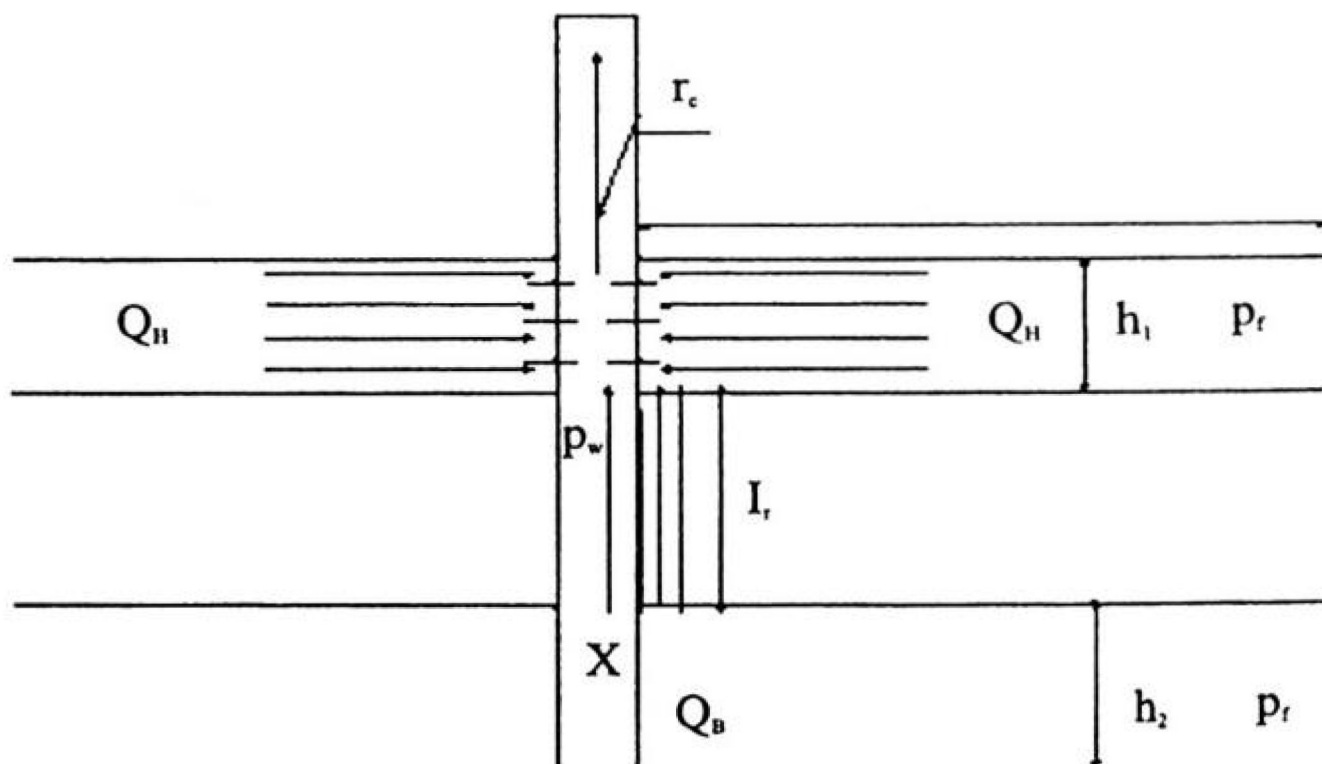


Рис. 1. Движение жидкости в скважину из продуктивной зоны и заколонной системы трещин

Будем рассматривать задачу образования проводящих каналов в цементном камне в рамках двухкомпонентной изотермической фильтрации однофазной несжимаемой жидкости в одномерной декартовой системе координат. В этом случае процесс движения активного флюида в пористой среде будет описываться приведенной ниже системой уравнений, см. [2].

Уравнение сохранения массы всего потока:

$$\frac{\partial}{\partial x} (m v \rho_f) = -J, \quad (1)$$

где  $J$  — скорость химической реакции,  $v$  — скорость течения воды,  $x$  — координата расстояния от продуктивного интервала водоносного пласта по системе каналов,  $m$  — пористость,  $\rho_f$  — истинная плотность флюида (воды).

Уравнение сохранения массы кислоты:

$$\rho_l \frac{\partial C m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (m v \rho_l C) = -J \quad (2)$$

где  $C$  — концентрация кислоты,  $t$  — время.

Уравнение сохранения массы породы, описывающее изменение пористости за счет химической реакции:

$$\rho_R \frac{\partial(1-m)}{\partial t} = \begin{cases} -\chi J & m < 1 \\ 0 & m = 1 \end{cases} \quad (3)$$

где  $\rho_R$  — истинная плотность породы,  $\chi$  — стехиометрический коэффициент реакции кислоты с цементом (составляющий примерно 1.4).

Скорость химической реакции будем считать пропорциональной концентрации кислоты и обратно пропорциональной характеристическому времени реакции:

$$J = m \rho_l \frac{C}{\tau}$$

где  $\tau$  — характеристическое время реакции.

Поскольку все члены уравнения (2) на величину порядка  $C$  меньше членов в уравнении (1), а члены в уравнении (1) меньше на величину порядка  $m$  членов в уравнении (3), будем рассматривать линеаризованную форму уравнений по аналогии с работой В.М. Ентова [3]. В этом приближении решение уравнения (1) имеет вид:

$$Q_s = m v S,$$

где  $Q$  — объемный расход флюида,  $S$  — площадь сечения проводящих каналов.

После линеаризации и учета выражения скорости реакции уравнения (2) и (3) примут вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{Q_s}{m_0 S} \frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{C}{\tau}, \\ \frac{\partial m}{\partial t} = \begin{cases} \chi \frac{\rho_l C}{\rho_R \tau} & m < 1, \\ 0 & m = m_{max} \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

со следующими начальными и граничными условиями:

$$\begin{cases} t = 0 & C = 0 & m = m_0, \\ t > 0 & x = 0 & C = C_0, \end{cases}$$

здесь  $m_{max}$  — максимальная пористость цемента, численно равная содержанию в цементе клинкера — силикатной или алюминатной соли, взаимодействующей с кислотой, содержащейся в пластовой воде. Содержание клинкера составляет 60-75% от объема цемента.

Задача о притоке нефти из перфорированного пласта к забою добывающей скважины рассматривается в приближении радиальной стационарной фильтрации в однородном пласте при постоянном забойном и пластовом давлении (задача Дюпюи). Данный процесс описывается уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) = 0, \quad (5)$$

со следующими граничными условиями:

$$\begin{cases} r = r_w, & p_1 = p_w, \\ r = R, & p_1 = p_f, \end{cases}$$

где  $r_w$  — радиус скважины,  $R$  — радиус контура питания,  $p_w$  — давление на забое скважины,  $p_f$  — пластовое давление на контуре питания.

Задача о притоке воды из неперфорированного пласта к забою скважин описывается системой из двух уравнений: уравнения стационарной радиальной фильтрации в однородном пласте (аналогично 3.1.5, пластовое давление обозначим  $p_2$ ) и уравнения квазистационарной линейной фильтрации в канале с неравномерно распределенной проницаемостью:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k(x, t) \frac{\partial p_3}{\partial x} \right) = 0, \quad (6)$$

где  $k$  — проницаемость каналов,  $p_3$  — давление в каналах. Если величины пластового давления на контуре питания водоносного и нефтеносного пласта принять равными, то граничные условия для задачи о притоке жидкости из водоносного пласта по каналам негерметичности, примут вид:

$$\begin{cases} x = l_r, & p_3 = p_w, \\ r = r_w, & x = 0 \quad p_2 = p_3 \quad Q_2 = Q_3, \\ r = R, & p_2 = p_f, \end{cases}$$

В качестве замыкающих соотношений использованы:

— Уравнение Казени-Кармана, связывающее пористость и проницаемость каналов:

$$k = k_0 \left( \frac{m}{m_0} \right)^a,$$

где  $a$  — постоянный коэффициент в пределах от 3 до 6.

— Выражение, следующее из определения фактора заколонных перетоков:

$$F_{CL} = \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (7)$$

где  $Q_1$  — приток жидкости (в приближении безводной добычи — нефти) из перфорированного пласта,  $Q_2$  — приток воды из неперфорированного пласта в скважину через проводящие каналы в цементе.

Процесс притока нефти из перфорированного пласта в плоскорадиальном стационарном приближении описывается формулой Дюпюи:

$$Q_1 = \frac{2\pi k_1 h_1}{\mu_o b_o} \frac{P_f - P_w}{\ln \frac{R}{r_w}}, \quad (8)$$

где  $\mu_o, b_o$  — соответственно вязкость и объемный коэффициент нефти.

Описание процесса притока воды по системе проводящих каналов из неперфорированного пласта несколько сложнее. Приток пластовой воды к системе каналов описывается аналогично (8), но с учетом распределения давления по длине канала:

$$Q_2 = \frac{2\pi k_2 h_2}{\mu_w} \frac{P_f - P_3|_{x=0}}{\ln \frac{R}{r_w}}, \quad (9)$$

где  $\mu_w$  — вязкость воды. Движение воды по каналам не плоскорадиальное, а одномерное, к тому же с учетом их фильтрационной неоднородности. Уравнение (6) имеет следующее общее решение:

$$P_3 = C_1 \int_0^x \frac{dx}{k(x,t)} + C_2,$$

В соответствии с граничными условиями имеем:

$$C_2 = P_3|_{x=0}$$

$$C_1 = \frac{P_w - P_3|_{x=0}}{\int_0^{l_r} \frac{dx}{k(x,t)}}$$

Тогда распределение давления по длине канала примет вид:

$$P_3 = \frac{\int_0^x \frac{dx}{k(x,t)}}{\int_0^{l_r} \frac{dx}{k(x,t)}} (P_w - P_3|_{x=0}) + P_3|_{x=0}, \quad (10)$$

а приток из каналов на забой скважины в соответствии с законом Дарси:

$$Q_3 = -\frac{S}{\mu_w} \left( k(x,t) \frac{\partial P_3}{\partial x} \right)_{x=l_r} = \frac{(P_3|_{x=0} - P_w)}{\frac{\mu_w}{S} \int_0^{l_r} \frac{dx}{k(x,t)}} \quad (11)$$

Исходя из принципа материального баланса ( $Q_2 = Q_3$ ) и свойства пропорций

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\beta_1 + \beta_2}$$

имеем:

$$Q_2 = \frac{P_f - P_w}{\frac{\mu_w}{S} \int_0^{l_r} \frac{dx}{k(x,t)} + \frac{\mu_w}{2\pi k_2 h_2} \ln \frac{R}{r_w}} \quad (12)$$

Отсюда, с учетом (7) получим выражение для фактора заколонных перетоков:

$$F_{CL} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{\mu_o b_o}{2\pi k_1 h_1} \ln \frac{R}{r_w}}{\frac{\mu_w}{S} \int_0^{l_r} \frac{dx}{k(x,t)} + \frac{\mu_w}{2\pi k_2 h_2} \ln \frac{R}{r_w}} = \frac{1}{\frac{\mu_w}{S} \frac{2\pi k_1 h_1}{\mu_o b_o \ln \frac{R}{r_w}} \int_0^{l_r} \frac{dx}{k(x,t)} + \frac{\mu_w}{\mu_o b_o} \frac{k_1 h_1}{k_2 h_2}} \quad (13)$$

Основная трудность при решении этой задачи состоит в равенстве  $Q_2$  и  $Q_o$ , что превращает задачу (4) в нестационарную. Кроме того, сложности в решении обусловлены также нелинейным характером зависимости проницаемости от пористости. Система (4) с учетом (12) не разрешима аналитически и требует численного решения.

Учитывая трудность совместного аналитического решения (4) с учетом (12), была составлена численная схема, основанная на аппроксимации производной по  $x$  центральной разностью, а производной по времени — прямой разностью.

$$n = 0 \dots N,$$

$$i = 0 \quad C_i^{n+1} = C_0, \quad i = 1 \dots NX \quad C_i^{n+1} = C_i^n - \Delta t \left( \frac{C_i^n}{\tau} + \frac{Q_2^n}{m_0 S} \frac{C_{i+1}^n - C_{i-1}^n}{2\Delta x} \right)$$

$$i = 0 \dots NX \quad m_i^{n+1} = m_i^n + \Delta t \chi m_i^n \frac{\rho_l}{\rho_R} \frac{C_i^{n+1}}{\tau} \quad k_i^{n+1} = k_0 \left( \frac{m_i^{n+1}}{m_0} \right)^a,$$

$$Q_2^{n+1} = \frac{P_f - P_w}{\frac{\mu_w}{S} \sum_{i=0}^{NX} \frac{\Delta x}{k_i^{n+1}} + \frac{\mu_w}{2\pi k_2 h_2} \ln \frac{R}{r_w}},$$

$$Q_1^{n+1} = \frac{2\pi k_1 h_1}{\mu_o b_o} \frac{P_f - P_w}{\ln \frac{R}{r_w}},$$

$$F_{CL}^{n+1} = \frac{Q_2^{n+1}}{Q_1^{n+1}}.$$

Для решения данной численной конечно-разностной схемы разработан специальный программный модуль, основная цель которого — анализ поведения динамики фактора заколонных перетоков при различных значениях исходных параметров.

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчетов со следующими исходными данными: плотность цемента —  $2500 \text{ кг/м}^3$ , доля клинкера — 70% от объема цемента, плотность воды —  $1000 \text{ кг/м}^3$ , стехиометрический коэффициент — 1.6, начальная концентрация химически активной компоненты — 0.01, начальная пористость каналов — 0.01, начальная проницаемость каналов —  $1 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}^2$ , коэффициент Казени-Кармана — 4, время реакции — 1 сут (86400 сек.), сечение каналов —  $0.01 \text{ м}^2$ , протяженность каналов — 25 м, проницаемость перфорированного пласта —  $12.5 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}^2$ , эффективная мощность перфорированного пласта — 10 м, соотношение проводимостей перфорированного и водоносного пласта — 1, вязкость нефти —  $1.2 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ , вязкость воды —  $0.4 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ , объемный коэффициент нефти — 1.2.

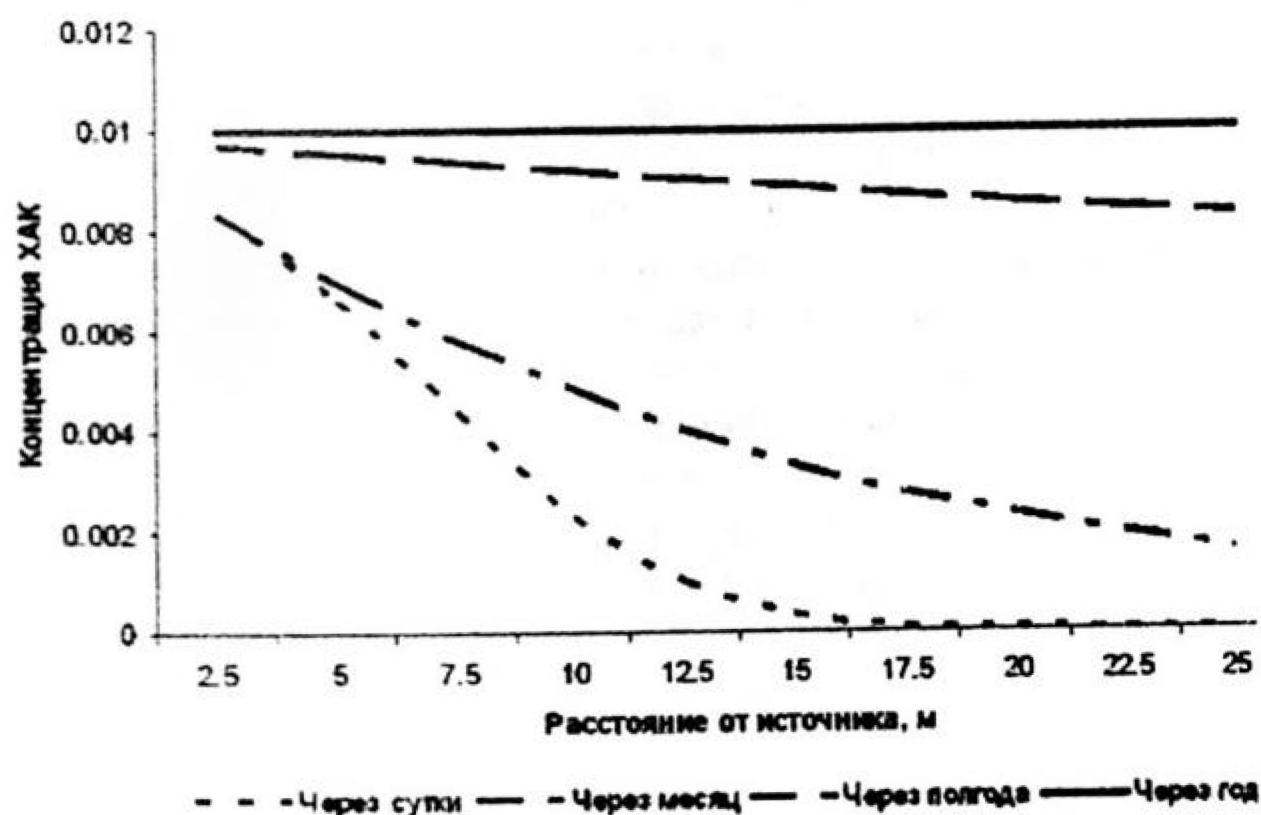


Рис. 2. Пример расчетной динамики концентрации химически активной компоненты (ХАК) по длине проводящего канала

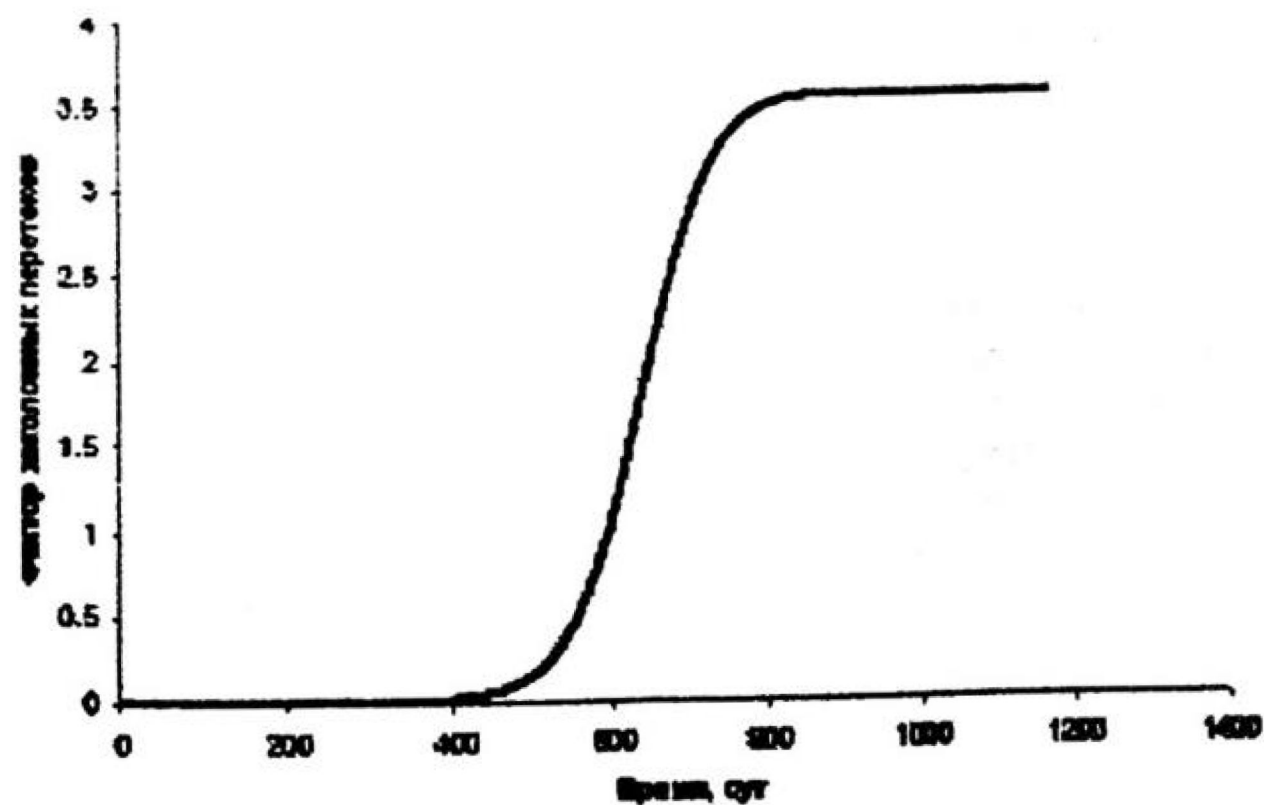


Рис. 3. Пример расчетной динамики фактора заколонных перетоков по времени

Первый рисунок позволяет проследить в динамике поведение концентрации химически активной компоненты. С течением времени кислота проникает в цемент, занимая все больший объем, до тех пор, пока ее концентрация в объеме канала не становится равной средней концентрации в пластовой воде. В представленном примере такое выравнивание достигнуто за год, после чего (см. рис. 2) начинается ускоряющийся, почти экспоненциальный рост фактора заколонных перетоков с почти нулевого уровня. Получается своего рода замкнутый круг: чем выше проницаемость канала, тем выше дебит поступления воды в него, соответственно, реакция протекает быстрее и, в соответствии с выражением (4), увеличивается темп роста пористости, а по закону Казени-Кармана — и проницаемости канала. Этот рост ограничен двумя факторами — объемным содержанием клинкера в цементе как максимальным значением пористости, а также гидропроводностью водоносного пласта. Какой бы не была проводимость каналов в цементе, через нее не может в скважину поступить объем воды больший, чем приток к скважине из пласта за счет разницы давлений. Определяется приток в первую очередь фильтрационно-емкостными свойствами водоносного пласта, которые в задаче приняты стационарными. Первый фактор замедляет рост (чем больше доля объема, в котором пористость, а с ней и проницаемость уже достигли предельного значения, тем медленнее растет результирующая проводимость каналов), второй — ограничивает, поэтому на рис. 2 наблюдается участок асимптотического приближения величины фактора заколонных перетоков к определенному значению. Значение это близко к отношению гидропроводностей водоносного и нефтеносного пластов. Поскольку проводимости их в представленном примере приняты равными, это отношение равно объемному коэффициенту нефти, помноженному на отношение вязкости нефти к вязкости воды, что составляет 3.6. Максимальное значение, которое достигает в примере динамика фактора заколонных перетоков, очень близко к этой величине (3.56), отличаясь от нее на 1.2%.

Другое заключение, которое можно сделать из анализа рис. 2 — допущение, приведенное без предварительного теоретического обоснования в работе [1], относительно характера изменения фактора заколонных перетоков во времени, оказалось верным. Кривая на рис. 2 представляет собой типичную S-образную функцию, которая может быть аппроксимирована степенным выражением Баклея-Леверетта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров К.М., Печерин Т.Н. Метод диагностики заколонных перетоков по промысловым данным // Пути реализации нефтегазового и рудного потенциала ХМАО. Ханты-Мансийск: ИздатНаукаСервис, 2008. С. 329-334.
2. Федоров К.М. Нестационарная фильтрация при наличии химических реакций с пористой средой // Известия АН СССР. 1987. № 1. С. 82-87.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1978. 282 с.