

делить на меньшее число групп. Рассмотрим, например, равномерное распределение. Если его разбить на группы, то в каждой группе будет одинаковое число элементов. То есть различия между группами не будет. Поэтому нет необходимости делить такое распределение на большое количество групп. Подтвердим эти рассуждения. Для этого применим формулу (10) для равномерного распределения. Как известно, в этом случае  $\sigma_0 = (x_{\max} - x_{\min})/\sqrt{12}$ . Тогда  $n \approx \sqrt{12} \approx 3$ . Это в два раза меньше результата, который дает эта же формула для нормального распределения.

Формула (9) дает тот же результат, что и формула Стерджесса, для распределений, близких к нормальному. В остальных случаях она дает результат больший или меньший в  $(x_{\max} - x_{\min})/(6\sigma_0)$  раз по сравнению с формулой (4). Все рассуждения, как и формула Стерджесса, справедливы для одномодальных распределений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимова М. Р., Петрова Е. В., Румянцев В. Н. Общая теория статистики. М.: ИНФРА-М, 1996. 416 с.
2. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики. М.: Финансы и статистика, 1996. 368 с.
3. Теория статистики / Под ред. проф. Р. А. Шмойловой М.: Финансы и статистика. 1996. 464 с.
4. Статистика / Под ред. В. Г. Ионина. Новосибирск: Изд-во НГАЭиУ, 1996. 310 с.
5. Венецкий И. Г., Венецкая В. И. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М.: Статистика, 1979. 447 с.

*Анна Николаевна ЕРМАКОВА —  
старший преподаватель кафедры  
статистики и информационных технологий  
финансового факультета,  
кандидат социологических наук*

УДК 550.812

### **ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ КРИТЕРИЕВ УПРАВЛЕНИЯ НЕДРОПОЛЬЗОВАНИЕМ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ**

*АННОТАЦИЯ. В работе приведено математическое обоснование критериев управления недропользованием. Дана классификация критериев в зависимости от шкал их измерения. Рассмотрены задачи, решаемые для разных классов критериев. Проведен анализ современного состояния постановки задач каждого типа. Разработана минимальная теоретическая база для постановки и решения задач построения критериев на основе отношения стратегической эквивалентности.*

*In work the mathematical substantiation of criteria of a management the using of bowels of the earth is indicated. Classification of criteria depending on scales of their measurement is given. Problems, soluble for different classes of criteria are considered. The analysis of a modern condition of statement of problems of each type is conducted. Minimum theoretical base for statement and decision of problems of construction of criteria on the basis of relation of a strategic equivalence is developed.*

Данная работа посвящена обсуждению некоторых методолого-теоретических проблем управления природопользовательской деятельностью, в частности недропользованием. Для постановки и решения задач управления недропользованием довольно широко используются математические методы и компьютерные технологии. Такое использование оказывает существенную помощь в выработке вспомогательных решений и проведении расчетов, но не приводит к решению ряда важных проблем управления и имеет ряд отрицательных свойств. Недостатки автоматизации управления экономическими объектами здесь очевидны. Так, при управлении недропользованием решения принимаются на основе информации, измеряемой не только в количественных, но и в порядковых и номинальных шкалах, постановка задачи управления в такой ситуации приводит к оптимизационным модулям неклассического типа, методы решения которых разработаны слабо. Проблема построения и выбора критериев эффективности в этом случае остается главной. В работе проводится анализ традиционных подходов к постановке и решению различных классов задач управления в зависимости от типов используемых критериев управления, а также рассматриваются некоторые теоретические вопросы о способах формальной проверки вновь построенных критериев.

Множеством объектов управления являются недропользовательские виды деятельности  $d_j$ ,  $j = \overline{1, N}$  с множеством природных объектов с исходным состоянием  $a_j$ ,  $j = \overline{1, N}$  при условиях  $\xi_j$ ,  $j = \overline{1, N}$  и результатах деятельности  $p_j$ ,  $j = \overline{1, N}$  на объектах  $a_j$  при условиях  $\xi_j$ .

Оценка эффективности деятельности проводится с некоторой целью. Описание целевых установок подразумевает перечисление свойств, которыми должен обладать искомый критерий эффективности. Например, если речь идет о построении оценочного критерия  $\varphi$ , то он должен отражать качество недропользования, быть инвариантным относительно  $a_j$ , должен быть согласован с глобальным критерием.

Выделим типы задач в зависимости от того, существуют или нет экспериментальные данные, под которыми будем понимать таблицу:

$$\{d_j, a_j, \xi_j, p_j, \varphi_j(a_j, p_j)\}, j = \overline{1, N}$$

Очевидно, что, пока мы не имеем критерия  $\varphi(a, p)$ , получить экспериментальные данные для него не представляется возможным.

Таким образом, проблемы построения оценочного критерия всегда связаны с отсутствием экспериментальных данных, а при построении управляющего критерия предполагается, что экспериментальные данные принципиально можно получить. Теперь имеем два типа задач построения критериев эффективности: дедуктивное построение оценочных критериев и индуктивное построение управляющих критериев. Эти типы задач соответствуют известным формальным задачам — определению (заданию) функции по теоретическим предположениям [1] и построению функций по экспериментальным данным и теоретическим предположениям [2]. Дальнейшие построения будем проводить в соответствии со схемами, принятыми для таких задач [1,2], сначала для оценочных, а затем для управляющих критериев эффективности.

Выделим подтипы задач построения оценочных критериев в зависимости от шкалы, в которой измеряются критерий и его аргументы. Будем рассматривать только количественные (интервалов, разностей отношений) и порядковые шкалы [3, 4]. Если критерий измеряется в количественной шкале, то будем говорить о задачах построения сильного оценочного критерия, если он измеряется в порядковой шкале, то имеем дело с задачей построения слабого оценочного критерия. Первая задача соответствует заданию на множестве пар  $(a_j, p_j)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , некоторой меры, вторая — заданию на множестве  $(a_j, p_j)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , нестрогого порядка.

После определения подтипа критериев необходимо выяснить, от каких аргументов он должен зависеть, этим определяется класс критериев. В качестве аргументов могут служить сами характеристики описания  $a_j, p_j$  или некоторые их комбинации. При отсутствии экспериментальных данных выбор класса критерия при фиксированном подтипе может проводиться только интуитивно на основе некоторых априорных соображений.

Предположим, что аргументы критерия выбраны. Перечислим возможные ситуации с учетом шкал, в которых они измеряются. Это перечисление задается следующей классификацией.

Таблица 1

Классификация критериев по шкалам измерения

Шкала измерения				
вид критерия	количественный		порядковый	
вид аргумента	количественный	хотя бы один порядковый	количественный	хотя бы один порядковый
КЛАСС	1	2	3	4

В таблице 1 класс 2 не имеет содержательного смысла, так как невозможно построить сильный критерий со слабым аргументом. Заметим, что классы 3, 4 соответствуют задаче построения группового упорядочения [5], класс 1 — задаче построения мер [1].

Обратимся к выбору вида критерия. Если находимся в классе 1, то выбор вида делается на основе следующих соображений. Во-первых, критерии должны отвечать требованиям сравнимости, т. е. измеряться в одних единицах и в одних пределах. Чтобы выполнялось это условие, введем аксиому нормировки — значения критериев должны изменяться от 0 до 1. Во-вторых, на основании интуитивных представлений лица, принимающего решение, необходимо зафиксировать экстремальные значения критериев. Для этого нужно ввести аксиомы нуля и единицы. В-третьих, необходимо зафиксировать конкретный параметрический вид критерия.

Если имеют место классы 3 и 4, то задача построения прямого критерия состоит в следующем. Имеется несколько упорядочений множеств пар  $(a_j, p_j), j = \overline{1, N}$ , каждое упорядочение соответствует конкретному аргументу. Нужно построить групповое упорядочение множества пар  $(a_j, p_j), j = \overline{1, N}$ , максимально близкое к заданным.

Допустимыми способами действия будем считать такие способы построения критериев, которые соответствуют общей схеме постановки задачи построения оценочного критерия. Более конкретные представления о допустимых способах действия приводятся ниже, вводится понятие стратегической эквивалентности критериев и даются представления о преобразованиях, которые не выводят конкретный критерий из класса стратегически эквивалентных. Такие преобразования будем считать допустимыми. Постановка таких задач и алгоритмы решения описаны в [6].

Поскольку оценочный критерий строится в условиях отсутствия экспериментальных данных, то имеет смысл ввести представления о качестве построенного критерия.

Во-первых, удовлетворительным считается тот критерий, который построен допустимым образом. Во-вторых, в каждой конкретной задаче удовлетворительным будем считать тот критерий, который отвечает требованиям к допустимым результатам. В каждом конкретном случае соответствие этим требованиям, видимо, можно проверить статистическими методами, используя в качестве исходных данные, получаемые путем имитации.

Обратимся теперь к постановке задачи построения управляющего критерия. К целевым установкам отнесем требование зависимости управляющего критерия от априорных характеристик и требование согласованности искомого управляющего критерия с соответствующим ему оценочным критерием.

Выделим подтипы управляющих критериев в зависимости от шкал их измерения: сильный (количественные шкалы) и слабый (порядковая шкала). Ранее отмечалось, что управляющий критерий можно построить, если уже построен соответствующий ему оценочный. Перечислим возможные ситуации.

Таблица 2

Классификация управляющих критериев

Критерий	В и д к р и т е р и я			
	с и л ь н ы й		с л а б ы й	
Оценочный				
Управляющий	сильный	слабый	сильный	слабый
КЛАСС	1	2	3	4

В таблице 2 класс 3 не имеет смысла, поэтому возможны следующие задачи: построение сильного управляющего критерия по сильному оценочному, построение слабого управляющего по сильному оценочному, построение слабого управляющего по слабому оценочному.

Класс управляющего критерия будем определять по аргументам, от которых он должен зависеть. В зависимости от шкал измерений критерия и аргументов возникают классы, аналогичные перечисленным в таблице 1.

Согласно ситуациям, описанным в таблицах 1 и 2, с учетом ситуаций, не имеющих смысла, возникает 5 различных классов задач:

- построение сильного управляющего по сильному оценочному и сильным аргументам;
- построение слабого управляющего по сильному оценочному и сильным аргументам;
- построение слабого управляющего по сильному оценочному и слабым аргументам;
- построение слабого управляющего по слабому оценочному и сильным аргументам;
- построение слабого управляющего по слабому оценочному и слабым аргументам.

Необходимо заметить, что в условиях первой, второй и четвертой задач выбор класса функции можно толковать как выбор информативной совокупности свойств [3]. Выбор вида функций имеет смысл только в первой, второй и четвертой задачах. В этих ситуациях вид функции можно определять как урезанный параметрический полином. Параметры в первом случае могут выбираться, например, по минимальному среднеквадратическому отклонению. Во втором и четвертом случаях — по максимуму меры сходства упорядочений [1]. В третьей и пятой ситуациях управляющий критерий может быть построен только в виде алгоритма. Постановки такого типа задач даются, например, в [6].

Допустимые способы действия зафиксированы схемой общей постановки задачи и допустимыми преобразованиями критериев. Критерий качества построения управляющего критерия эффективности зависит от класса задачи на построение этого критерия, и в каждом конкретном случае он имеет свой вид.

Основные отличия в схемах общей постановки задач построения оценочных и управляющих критериев эффективности состоят в том, что управляющий критерий строится на основе априорных характеристик деятельности с использованием экспериментальных данных, оценочный критерий строится на основе апостери-



орных характеристик деятельности и при отсутствии экспериментальных данных. В остальном схемы общих постановок для этих типов критериев совпадают.

Частные постановки задач должны проводиться в соответствии со схемой общих постановок. В данной работе мы не ставим цели проанализировать все частные постановки. Будут рассмотрены только задачи построения сильного оценочного критерия по сильным аргументам и слабого управляющего по слабому оценочному и сильным аргументам. Эти задачи возникают в связи с особенностями управления недропользованием.

Рассмотрим коротко современное состояние в постановке и решении перечисленных задач. Аналогичными задачами занимаются такие дисциплины, как теория эффективности [9,10], теория полезности [7], теория квалиметрии [8]. Подход, принятый в теории эффективности (экономической), уже обсуждался в начале раздела, он носит неформальный характер. Теория полезности представляет собой математический аппарат, позволяющий построить функцию, отражающую предпочтения лица, принимающего решения, на некотором множестве альтернатив путем экспертизы. Для экспертизы используются специальные компьютерные технологии — экспертные системы. При этом в теории полезности априори предполагается наличие упорядоченного по предпочтению множества альтернатив либо предполагается, что такое упорядочение можно построить с помощью экспертов. Затем на основе указанного отношения предпочтений на множестве альтернативных решений с помощью интерактивной процедуры строятся функции ценности (в условиях определенности) или функции полезности (в неопределенных условиях). По построенным критериям затем принимаются решения. Подход, предлагаемый теорией полезности, безусловно, является очень перспективным в анализе решений, но его трудоемкость, связанная, в первую очередь, со сбором информации о предпочтениях экспертов, необходимость привлечения аналитиков-специалистов по теории принятия решений делает этот метод труднодоступным в случае больших по объему и сложности практических задач [7]. Следует заметить также, что модели полезности, в сущности, предназначены для количественного описания субъективных оценок и их использование целесообразно только тогда, когда существующие закономерности не поддаются объективной оценке. Но теоретические разработки теории полезности, касающиеся сравнения функций ценности, объединения различных показателей ценности в один, могут использоваться для постановки и решения задач построения критериев эффективности.

Необходимо упомянуть еще об одной дисциплине — теории квалиметрии (измерения качества), которая появилась и сформировалась сравнительно недавно. Квалиметрия предназначена для построения количественных оценок (в шкале отношений) качества предметов (продукции промышленных предприятий, произведений искусства и т. д.). В квалиметрии основное внимание уделяется вопросам декомпозиции совокупностей свойств, характеризующих предмет оценки, вопросам формирования экспертных групп, количеству туров опроса, вопросам построения индивидуальных экспертных оценок [8]. Методы, используемые в квалиметрии для получения оценок качества, в сущности, таковы же, как и в теории полезности. Теория квалиметрии находится сейчас еще в стадии становления и имеет множество нерешенных проблем. Это проблемы определения зависимости между показателями качества проекта и изготовленного товара. То есть квалиметрические оценки учитывают только потребительское качество товара и не учитывают различий в условиях, имеющих место при изготовлении товара (качество материала), в способе изготовления товара (качество проекта).

При оценке результатов недропользования обычно имеют место аналогичные нерешенные проблемы. Что касается применения рассмотренных методов для построения критериев эффективности недропользования, то пока в отечественной

литературе описываются только подходы с позиций теории эффективности [9, 10]. В зарубежной литературе описываются попытки использовать методы теории полезности для построения критериев эффективности.

При построении критериев эффективности управленческой деятельности необходимо некоторым образом согласовать локальные критерии с глобальными, управляющие с оценочными. Для этого требуется разработка представлений о тождественности критериев, о структурах декомпозиции видов деятельности и согласовании элементарных видов деятельности, о допустимых преобразованиях критериев. Для обозначения тождественности критериев используем термин «стратегическая эквивалентность» из теории полезности [7], где это понятие вводится для частного случая.

Введем обобщенное обозначение характеристик деятельности в виде множества векторов  $U = \{U_j\}$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Векторы  $U_j$ ,  $j = \overline{1, N}$ , обозначают либо априорные, либо апостериорные характеристики деятельности, используемые в качестве аргументов в оценочных и управляющих критериях эффективности  $\varphi(U)$ . При сравнении двух критериев в зависимости от шкал их измерений может возникнуть три ситуации: оба критерия измерены в порядковых шкалах, оба — в количественных, один — в порядковой, другой — в количественной.

**Определение 1.** Стратегическая эквивалентность критериев в порядковых шкалах.

Пусть  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  задают на множестве  $U$  порядки:

$$\pi\varphi_1(U) = [U_1^1, U_2^1, \dots, U_N^1], \quad \pi\varphi_2(U) = [U_1^2, U_2^2, \dots, U_N^2].$$

Если порядки  $\pi\varphi_1, \pi\varphi_2$  совпадают, то есть выполняется

$$U_1^1 = U_1^2, U_2^1 = U_2^2, \dots, U_N^1 = U_N^2,$$

то критерии  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  стратегически эквивалентны, т. е.  $\varphi_1(U) \approx \varphi_2(U)$

**Определение 2.** Стратегическая эквивалентность критериев, измеренных в количественных шкалах.

Пусть имеем множество  $U$  и критерии  $\varphi_1(U_j), \varphi_2(U_j)$ ,  $j = \overline{1, N}$ .

Если для любых  $U_j \in Y$  выполняется

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)] \Rightarrow [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)],$$

причем равенство  $[\varphi_2(U_i) = \varphi_2(U_j)]$  выполняется, если выполняется

$$[\varphi_1(U_i) = \varphi_1(U_j)], \text{ то справедливо утверждение } \varphi_1(U) \approx \varphi_2(U).$$

**Определение 3.** Стратегическая эквивалентность критериев, измеренных в порядковой и количественной шкалах.

Пусть  $\varphi_1(U)$  измерен в порядковой шкале, имеет место упорядочение

$\pi\varphi_1(U) = [U_1, U_2, \dots, U_N]$ ,  $\varphi_2(U)$  измерен в количественной шкале. Если для

любых  $(U_i, U_j) \in Y$  выполняется

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [U_i \leq U_j]_{\varphi_1} \Rightarrow [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)]$$

или

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)] \Rightarrow [U_i \leq U_j]_{\varphi_1},$$

причем случай  $\varphi_2(U_i) = \varphi_2(U_j)$  соответствует  $U_i = U_j$ , то справедливо утверждение  $\varphi_1(U) \approx \varphi_2(U)$ .



Здесь запись  $U_i \leq U_j$  означает, что  $U_i$  предпочтительней  $U_j$  или  $U_i, U_j$  безразличны по предпочтению.

Далее рассмотрим свойства отношения стратегической эквивалентности.

**Теорема 1.** Отношение стратегической эквивалентности является отношением эквивалентности, т. е. симметрично, рефлексивно, транзитивно.

*Доказательство.* Симметричность: если  $\varphi_1(U) \approx \varphi_2(U)$ , то справедливо  $\varphi_2(U) \approx \varphi_1(U)$ , это следует из определений 1–3. Рефлексивность: если выполняется  $\varphi_1(U) \approx \varphi_1(U)$ , это следует из 1, 2. Докажем транзитивность отношения стратегической эквивалентности: если справедливы  $\varphi_1(U) \approx \varphi_2(U)$ ,  $\varphi_2(U) \approx \varphi_3(U)$ , то справедливо отношение  $\varphi_1(U) \approx \varphi_3(U)$ .

Перечислим возможные ситуации, связанные с тремя критериями, измеренными в разных шкалах.

Ситуации сочетания критериев

Таблица 3

Критерии	Шкала измерения							
	количественный				порядковый			
$\varphi_1$	количественный				порядковый			
$\varphi_2$	количественный		хотя бы один порядковый		количественный		хотя бы один порядковый	
$\varphi_3$	количественный	хотя бы один порядковый	количественный	хотя бы один порядковый	количественный	хотя бы один порядковый	количественный	хотя бы один порядковый
СИТУАЦИИ	1	2	3	4	5	6	7	8

**Ситуация 1.** Из определения 2 имеем

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)] \Rightarrow [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)] \Rightarrow [\varphi_3(U_i) \leq \varphi_3(U_j)], \text{ то есть}$$

$$[\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)] \Rightarrow [\varphi_3(U_i) \leq \varphi_3(U_j)]$$

Тогда из определения 2 справедливо  $\varphi_1(U) \approx \varphi_3(U)$ .

**Ситуация 2.** Из определений 2 и 3 имеем

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)] \Rightarrow [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)] \Rightarrow [U_i \leq U_j]_{\varphi_3}$$

Тогда из определения 3  $\varphi_1(U) \approx \varphi_3(U)$ .

Для ситуаций 5–8 доказательство аналогично.

**Теорема 2.** Пусть  $\varphi_0(U), \varphi_1(U)$  измеряются в порядковой и количественной шкалах соответственно, причем имеет место  $\varphi_0(U) \approx \varphi_1(U)$ , тогда справедливо  $\varphi_0(U) \approx \varphi_2(U)$ ,  $\varphi_2(U) = a\varphi_1(U) + b$ , где  $a, b$  — действительные числа,  $a > 0$ .

*Доказательство.* Из определения 3

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [U_i \leq U_j]_{\varphi_0} \Rightarrow [\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)]$$

Из неравенства  $\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)$  следует справедливость неравенства

$$a\varphi_1(U_i) + b \leq a\varphi_1(U_j) + b, \text{ так как } a > 0. \text{ Тогда справедливо}$$

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [U_i \leq U_j]_{\varphi_0} \Rightarrow [a\varphi_1(U_i) + b \leq a\varphi_1(U_j) + b],$$

а отсюда следует  $\varphi_0(U) \approx \varphi_1(U)$ .

**Теорема 3.** Пусть  $\varphi_0(U), \varphi_1(U)$  измеряются в количественных шкалах и  $\varphi_0(U) \approx \varphi_1(U)$ , тогда для любых действительных чисел  $a, b, a > 0$ , справедливо  $\varphi_0(U) \approx \varphi_2(U), \varphi_2(U) = a\varphi_1(U) + b$ .

*Доказательство.* Используя определение 2, получим следующую цепочку вывода

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [\varphi_0(U_i) \leq \varphi_0(U_j)] \Rightarrow [\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)] \Rightarrow \\ [a\varphi_1(U_i) + b \leq a\varphi_1(U_j) + b] \Rightarrow [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)] \Rightarrow \varphi_0(U) \approx \varphi_2(U).$$

**Теорема 4.** Пусть  $\varphi_0(U)$  измерен в порядковой шкале,  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  — в количественной шкале,  $\varphi_0(U) \approx \varphi_1(U), \varphi_0(U) \approx \varphi_2(U)$ , тогда справедливо

$$\varphi_0(U) \approx \varphi_3(U), \varphi_3(U) = \varphi_1(U) + \varphi_2(U), U \in Y.$$

*Доказательство.* Согласно определению 3 и условиям теоремы, имеем

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [U_i \leq U_j]_{\varphi_0} \Rightarrow [\varphi_1(U_i) \leq \varphi_1(U_j)] \Rightarrow [\varphi_2(U_i) \leq \varphi_2(U_j)] \Rightarrow \\ [\varphi_1(U_i) + \varphi_2(U_i) \leq \varphi_1(U_j) + \varphi_2(U_j)] \Rightarrow [\varphi_3(U_i) \leq \varphi_3(U_j)] \Rightarrow \varphi_0(U) \approx \varphi_3(U).$$

**Теорема 5.** Пусть  $\varphi_0(U), \varphi_1(U), \varphi_2(U)$  измерены в количественных шкалах,  $\varphi_0(U) \approx \varphi_1(U), \varphi_0(U) \approx \varphi_2(U)$ , тогда справедливо

$$\varphi_0(U) \approx \varphi_3(U), \varphi_3(U) = \varphi_1(U) + \varphi_2(U), U \in Y.$$

*Доказательство* теоремы 5 аналогично доказательству теоремы 4 только на основе определения 2.

**Следствие 1.** Если  $\varphi_0(U)$  измерен в порядковой или количественной шкале,  $\varphi_1(U), \varphi_2(U), \dots, \varphi_n(U)$  — в количественных шкалах и имеет место  $\varphi_0(U) \approx \varphi_i(U), i = \overline{1, n}$ , то для любых действительных положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  и действительного числа  $b$  справедливо

$$\varphi_0(U) \approx \varphi(U), \varphi(U) = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(U) + b, U \in Y.$$

**Теорема 6.** Пусть  $\varphi_0(U)$  измерен в шкале порядка,  $\varphi_i(U), i = \overline{1, n}$ , измерены в количественных шкалах, причем для всех  $U_j \in Y \quad \varphi_i(U_j) > 0, i = \overline{1, n}$ , и имеет место  $\varphi_0(U) \approx \varphi_i(U), i = \overline{1, n}$ , тогда справедливо

$$\varphi_0(U) \approx \varphi(U), \varphi(U) = \prod_{i=1}^n \varphi_i(U), U \in Y.$$

*Доказательство.* Используя определение 3, получим следующий вывод:

$$\forall (U_i, U_j) \in Y \quad [U_i \leq U_j]_{\varphi_0} \Rightarrow [\varphi_l(U_i) \leq \varphi_l(U_j), l = \overline{1, n}] \Rightarrow \left[ \prod_{l=1}^n \varphi_l(U_i) \leq \prod_{l=1}^n \varphi_l(U_j) \right] \Rightarrow \\ [\varphi(U_i) \leq \varphi(U_j)] \Rightarrow [\varphi_0(U) \approx \varphi(U)].$$

**Теорема 7.** Пусть  $\varphi_0(U), \varphi_l(U), l = \overline{1, n}$ , измерены в количественных шкалах, причем для всех  $U_i \in Y \quad \varphi_l(U_i) > 0, l = \overline{1, n}$ , и имеет место  $\varphi_0(U) \approx \varphi_l(U), l = \overline{1, n}$ , тогда справедливо

$$\varphi_0(U) \approx \varphi(U), \varphi(U) = \prod_{l=1}^n \varphi_l(U), U \in Y.$$

*Доказательство* аналогично доказательству теоремы 6, только используется определение 2.



**Теорема 8.** Пусть  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  измерены в количественных шкалах. Для любых  $U_i \in Y$  справедливо  $\varphi_1(U_i) \geq 0, \varphi_2(U_i) \geq 0$ . Пусть  $\Phi = \Phi(x)$  — любая монотонная функция, тогда, если  $\varphi_1(U) \approx \varphi_2(U)$ , то справедливо

$$\Phi[\varphi_1(U)] = \Phi[\varphi_2(U)], U \in Y.$$

Доказательство основывается на определении монотонности функции  $\Phi(x)$  и определении 2 стратегической эквивалентности. Предположим, что  $\Phi(x)$  монотонно возрастает, тогда большим значениям аргументов  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  будет соответствовать большее значение функции  $\Phi[\varphi_1(U)], \Phi[\varphi_2(U)]$ . В таком случае порядок на множестве  $Y$ , задаваемый критериями  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$ , будет соответствовать порядкам, задаваемым функциями  $\Phi[\varphi_1(U)], \Phi[\varphi_2(U)]$ , т. е.  $\Phi[\varphi_1(U)] \approx \Phi[\varphi_2(U)]$ .

Предположим теперь, что функция  $\Phi(x)$  монотонно убывает, тогда большим значениям аргументов  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  будет соответствовать меньшее значение функций  $\Phi[\varphi_1(U)], \Phi[\varphi_2(U)]$ . В этом случае порядки на множестве  $Y$ , задаваемые критериями  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$ , будут противоположны порядкам, задаваемым функциями  $\Phi[\varphi_1(U)], \Phi[\varphi_2(U)]$ . А поскольку порядки  $\pi_{\varphi_1(U)}, \pi_{\varphi_2(U)}$  совпадают, то совпадают и порядки  $\bar{\pi}_{\varphi_1(U)}, \bar{\pi}_{\varphi_2(U)}$ , обратные им, а отсюда следует, что  $\Phi[\varphi_1(U)] \approx \Phi[\varphi_2(U)]$ .

**Следствие 2.** Пусть  $\varphi_1(U) \approx \varphi_2(U)$ ,  $\varphi_1(U), \varphi_2(U)$  измерены в количественных шкалах. Пусть  $\Phi = \Phi(x)$  — любая монотонная функция, тогда справедливо  $\Phi[\varphi_1(U)] \approx \Phi[a\varphi_2(U) + b], U \in Y$ , где  $a, b$  — положительные действительные числа.

Доказательство следствия 2 следует из теорем 3 и 8.

Рассматриваемая деятельность может быть сложной, состоящей из конечного множества соподчиненных составляющих видов деятельности. Этот факт обуславливается либо природой оцениваемой деятельности, либо является следствием выбранной модели деятельности. В первом случае может потребоваться построение критериев эффективности всех составляющих видов деятельности, если это необходимо для рассматриваемой задачи. Например, при управлении недропользованием геологоразведочная деятельность может быть разбита на стадии и виды. Иногда бывает удобно оцениваемую деятельность искусственно декомпозировать на более простые составляющие и строить критерий эффективности, начиная с низших уровней иерархии оцениваемой деятельности. В этом случае построение критериев эффективности для составляющих видов деятельности не требуется для решаемой задачи и носит вспомогательный характер. Но и в этом, и в другом случае для обоснования построений необходимо согласование видов деятельности.

Для описания декомпозиций видов деятельности удобней всего использовать иерархические структуры в общем и частном видах. В общем случае декомпозиция деятельности ( $d$ ) может быть представлена графом (рис.1). Такое представление означает, что сначала проводятся все виды деятельности самого низшего уровня, затем — более высокого. Частные случаи, когда  $l=1$  или  $n = n_1 = n_2 = \dots = n_l, l > 1$ , соответствуют декомпозиции деятельности ( $d$ ) на совокупности элементарных видов деятельности, проводимых параллельно в первом случае и последовательно во втором.

Построение критериев эффективности сложной деятельности проводится и снизу вверх и сверху вниз. Если декомпозиция диктуется решаемой задачей управления деятельностью, то, в соответствии с определением допустимых критериев эффективности, критерии строятся сверху вниз. Если же декомпозиция деятельности носит вспомогательный характер, то критерии строятся снизу вверх. Но в любом случае критерии эффективности составляющих видов деятельности, принадлежащих данной ветви графа, должны быть стратегически эквивалентными.

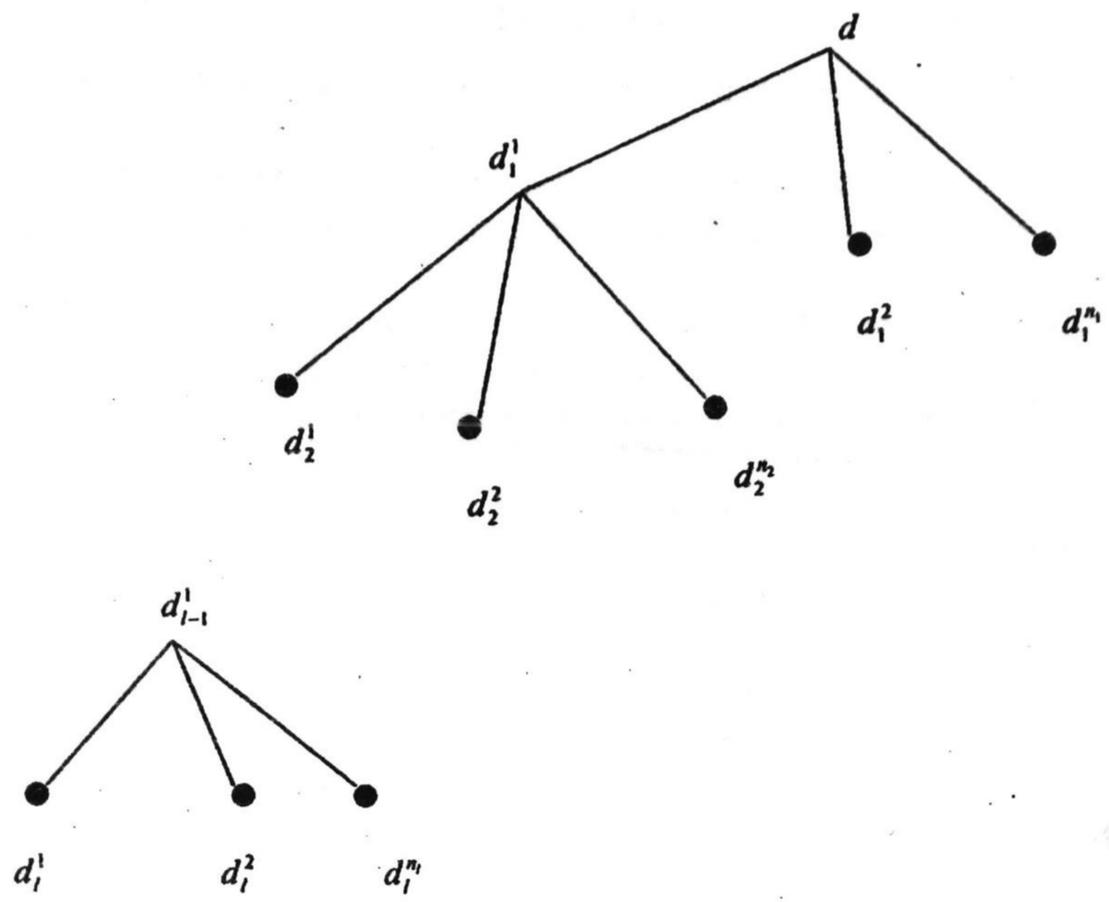


Рис. 1. Общая структура декомпозиции деятельности

Вспомним, что  $U_i^j$  представляют собой либо априорные (в случае управляющих критериев), либо апостериорные характеристики деятельности (в случае оценочных критериев). Всегда имеют место зависимости

$$\begin{aligned}
 d &= f(U_1^1, U_1^2, \dots, U_1^{n_1}) \\
 d_1^2 &= f_1^1(U_2^1, U_2^2, \dots, U_1^{n_2}) \\
 &\dots\dots\dots \\
 d_{i-1}^1 &= f_{i-1}^1(U_i^1, U_i^2, \dots, U_i^{n_i})
 \end{aligned}$$

На рис.1 для простоты изображена только одна ветвь графа. Предположим, что для деятельности построены критерии эффективности:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \varphi(U), \varphi_1^1 = \varphi_1^1(U_1^1), \varphi_1^2 = \varphi_1^2(U_1^2), \dots, \varphi_2^1 = \varphi_2^1(U_2^1), \varphi_2^2 = \varphi_2^2(U_2^2), \dots, \\
 \varphi_i^1 &= \varphi_i^1(U_i^1), \varphi_i^2 = \varphi_i^2(U_i^2), \dots, \varphi_i^{n_i} = \varphi_i^{n_i}(U_i^{n_i})
 \end{aligned}$$

Имеем  $\varphi_i^1 = \varphi_i^1(U_i^1) = \varphi_i^1[f_i^1(U_{i+1}^1, U_{i+1}^2, \dots, U_{i+1}^{n_{i+1}})]$ ,  $i \leq l$ .

Критерий  $\varphi_i^1$  необходимо согласовать с критериями  $\varphi_{i+1}^1, \varphi_{i+1}^2, \dots, \varphi_{i+1}^{n_{i+1}}$ . Для этого потребуем, чтобы выполнялось

$$\varphi_i^1[f_i^1(U_{i+1}^1, U_{i+1}^2, \dots, U_{i+1}^{n_{i+1}})] \approx \varphi_{i+1}^j(U_{i+1}^j), j = \overline{1, n_{i+1}}, U_{i+1}^m = const, m \in \overline{1, n_{i+1}}, m \neq j.$$

Аналогичные требования должны выполняться для всех критериев эффективности видов деятельности, принадлежащих одной ветви графа (рис.1).

Рассмотренное отношение стратегической эквивалентности критериев, его свойства, допустимые преобразования, схемы декомпозиции видов деятельности и согласования их критериев эффективности представляют собой минимальную теоретическую базу, необходимую для постановки и решения задач построения критериев.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Воронин Ю. А. Введение в теорию классификаций. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1982.
2. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978.
3. Будянский Ю. А. Геологическая интерпретация комплексных геофизических данных. М.: Недра, 1992.
4. Пфанцагль Н. Теория измерений. М.: Мир, 1976.
5. Джейсоул Н. Очереди с приоритетами. М.: Мир, 1973.
6. Горелова Н. Г. Постановка и решение на ЭВМ задачи упорядочения: Дис. ...канд. тех. наук. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1980.
8. Кини Л. Г., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Мир, 1982.
9. Азгальдов Г. Г. Теория и практика оценки качества товаров (основы квалиметрии). М.: Экономика, 1982.
10. Воронин Ю. А. Исследование операций при поиске и разведке месторождений полезных ископаемых. Новосибирск: Наука, 1983.
11. Кожевников Ю. А. Элементы теории геолого-экономической оценки нефтегазового комплекса. М.: Недра, 1996.

**Марина Владимировна МАЗАЕВА** —  
и. о. заведующей кафедрой банковского  
и страхового дела финансового факультета,  
кандидат экономических наук, доцент

## **ОСНОВНЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ СТРАХОВОГО РЫНКА. ОТЕЧЕСТВЕННАЯ И ЕВРОПЕЙСКАЯ ПРАКТИКА**

*АННОТАЦИЯ. Мировой опыт свидетельствует, что страховое дело всегда было одной из сфер, где национальные интересы защищались государством. В Европе интеграция страховых рынков прошла длительный путь. Да и сейчас все страны на первый план ставят защиту интересов своих страхователей и не допускают даже малейших нарушений их страховщиками других стран в процессе интеграционного проникновения на национальный рынок. России только предстоит это сделать.*

*The world experience testifies that the insurance was always one of the spheres where national interests were more defended by the government. In Europe the integration of the insurance markets lasted for a long time. Even now all the countries try to defend the interests of the people taking out insurance. They are to prevent the breaches penetrating into national markets. Russia is on its way to do it.*

Превращение России в государство с рыночной экономикой должно в обязательном порядке сопровождаться включением в мировую интеграцию и международное разделение труда. Международное сотрудничество в сфере страхования, все процессы, связанные с интеграцией, в том числе в мировой страховой рынок, — конвергентные. Интеграция — это дорога с двусторонним движением. В 1998 году в России уже не велись споры о допуске иностранных страховщиков на отечественный страховой рынок. Серьезные аналитики обсуждают только условия допуска.