

ФИЗИКА

Анвар Гумерович КУТУШЕВ – профессор кафедры механики многофазных систем, доктор физико-математических наук

УДК 532.529:518.5

ПОВЕДЕНИЕ ПАРОКАПЕЛЬНЫХ СРЕД В УСЛОВИЯХ УДАРНОГО НАГРУЖЕНИЯ

АННОТАЦИЯ. Приводятся результаты математического моделирования эволюции ударных волн (УВ) в смесях пара и капель с учетом процессов динамического, теплового и массового взаимодействия фаз. Анализируется влияние эффектов межфазного массообмена (дробления и испарения капель, конденсации пара) на структуру нестационарных УВ в парокапельных смесях. Показывается существенное влияние дробления капель на параметры фаз за фронтом УВ.

The results of mathematical modeling of the evolution of shock waves (SW) in mixtures of vapor and droplets with allowanse for dynamic, thermal and mass phase interaction processes are presented. The influence of interphase mass transfer effects (droplet breakdown and evaporation, vapor condensation) on the structure of unsteady SW in vapor-droplet mixtures is analyzed. The important influence of droplet disintegration on the parameters of the phases behind the shock front is demonstrated.

В работах [1-3] изложены результаты детального анализа структуры стационарных УВ в парокапельных и парогазокапельных смесях. В работах [4-6] исследована динамика нестационарных УВ в парогазокапельных средах. В данной работе, являющейся логическим продолжением [5-6], выполнено численное

исследование структуры нестационарных УВ в однокомпонентных парокапельных смесях.

Основные допущения и уравнения. Пусть имеется двухфазная смесь двухкомпонентного (эффективного) газа (пара и мелкодиспергированных капель жидкости) и крупных капель. Для описания движения такой смеси используются главные предположения механики сплошных многофазных дисперсных сред [1-2]: характерные размеры капель и расстояния между ними значительно меньше характерного масштаба изменения макроскопических параметров течения; эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах межфазного взаимодействия.

Дополнительно, согласно [5-6], принимаются следующие допущения: смесь пара и крупных капель в невозмущенном состоянии однородная, монодисперсная, термодинамически равновесная; пар — идеальный калорически совершенный газ; мелкодисперсная капельная составляющая газовой фазы (влага) и крупные

4 BECTHNK

капли представляют собой однокомпонентную несжимаемую жидкость; крупные капли имеют сферическую форму; скорость и температура влаги совпадают с соответствующими параметрами пара; между крупными каплями, паром и влагой осуществляются следующие процессы межфазного массообмена: а) при дроблении крупных капель в спутном газовом потоке по механизму срыва тонкого пограничного слоя жидкости и последующем мгновенном распаде сорванной жидкой пелены на облако мельчайших капелек образуется влага в газовой фазе; б) при отсутствии дробления крупных капель имеет место испарение крупных капель в окружающий пар или конденсация пара на поверхности крупных капель; в) между паром и влагой в эффективном газе реализуется равновесный фазовой переход — испарение влаги в пар или конденсация пара на капельках влаги; процессы столкновения и слипания капель друг с другом пренебрежимо малы.

С учетом этих допущений система дифференциальных уравнений плоского одномерного неустановившегося движения составляющих парокапельной смеси имеет вид [5-6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{12} V_{I}}{\partial x} &= J_{2}^{v} - J_{3}^{v}, \qquad \frac{\partial \rho_{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{2} V_{2}}{\partial x} &= -J_{2}^{s} - J_{2}^{v}, \\ \frac{\partial \rho_{13}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{13} V_{I}}{\partial x} &= J_{3}^{v} + J_{2}^{s}, \qquad \frac{\partial n_{2}}{\partial t} + \frac{\partial n_{2} V_{2}}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_{1} V_{I}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{I} V_{I}^{2}}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= -F_{I2} + (J_{2}^{s} + J_{2}^{v}) V_{2}, \\ \frac{\partial \rho_{2} V_{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{2} V_{2}^{2}}{\partial x} &= F_{I2} - (J_{2}^{s} + J_{2}^{v}) V_{2}, \end{aligned}$$
(1)
$$\frac{\partial \rho_{2} e_{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{2} e_{2} V_{2}}{\partial x} &= -Q_{2\sigma} - J_{2}^{v} e_{2\sigma} - J_{2}^{s} e_{2}, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{I} E_{I} + \rho_{2} E_{2}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{I} E_{I} V_{I} + \rho_{2} E_{2} V_{2}) + \frac{\partial}{\partial x} [p(\alpha_{I} V_{I} + \alpha_{2} V_{2})] = 0, \\ \rho_{I2} = \rho_{I2}^{\theta} \alpha_{I2}, \quad \rho_{I3} = \rho_{2}^{\theta} \alpha_{I3}, \quad \alpha_{I2} + \alpha_{I3} = \alpha_{I}, \quad \rho_{I} = \rho_{I2} + \rho_{I3}, \quad \rho_{I} = \rho_{I}^{\theta} \alpha_{I}, \\ \rho_{2} = \rho_{2}^{\theta} \alpha_{2}, \quad \alpha_{I} + \alpha_{2} = I, \quad E_{I} = e_{I} + \theta_{0} S V_{I}^{2}, \quad E_{2} = e_{2} + \theta_{0} S V_{2}^{2}, \quad \alpha_{2} = \frac{\pi d_{2}^{3} n_{2}}{6}. \end{aligned}$$

В уравнениях (1) представлены законы сохранения масс компонентов эффективного газа, сохранения количества движения эффективного газа и крупных капель, уравнение притока тепла для дисперсной фазы и сохранения полной энергии

всей смеси. Индексы 12 и 13 внизу относятся к пару и влаге, а 1 и 2 — к параметрам газовой и дисперсной фаз. Через ρ , ρ^0 , α , V, e, E обозначены средняя и истинная плотности, объемное содержание, массовая скорость, удельные внутренняя и полная энергии; d_2 и n_2 — диаметр и число крупных капель в единице объема смеси; F_{12} — интенсивность силового взаимодействия фаз; $Q_{2\sigma}$ — интенсивность притока тепла к межфазной поверхности (σ -фазе) со стороны дисперсной фазы; p — давление газовой смеси; $e_{2\sigma}$ — удельная внутренняя энергия крупных капель на межфазной поверхности; J_2^s — интенсивность срыва поверхностного слоя крупных капель; J_2^v — интенсивность испарения крупных капель или конденсации пара на крупных каплях; J_3^v — интенсивность равновесного фазового перехода между влагой и паром.

Уравнения состояния составляющих парокапельной смеси имеют вид [5-6]:

$$\mathbf{p}_{12} = \mathbf{\rho}_{12}^{0} \mathbf{R}_{12} \mathbf{T}_{1}, \quad \mathbf{e}_{12} = \mathbf{c}_{12} (\mathbf{T}_{1} - \mathbf{T}_{0}) + \mathbf{e}_{12}^{0}, \quad \mathbf{\rho}_{2}^{0} = \text{const},$$

$$\mathbf{e}_{12} = \mathbf{c}_{2}(\mathbf{T}_{1} - \mathbf{T}_{0}) + \mathbf{e}_{2}^{0}, \quad \mathbf{e}_{2} = \mathbf{c}_{2}(\mathbf{T}_{2} - \mathbf{T}_{0}) + \mathbf{e}_{2}^{0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{e}_{2\sigma} = \mathbf{c}_{2}(\mathbf{T}_{\sigma} - \mathbf{T}_{0}) + \mathbf{e}_{2}^{0}, \quad \mathbf{e}_{2}^{0} - \mathbf{e}_{12}^{0} = (\mathbf{c}_{2} - \mathbf{c}_{12})\mathbf{T}_{0} - \left[(\mathbf{c}_{2} - \gamma_{12}\mathbf{c}_{12})\mathbf{T}_{s}(\mathbf{p}_{0}) + \frac{\mathbf{p}_{0}}{\rho_{2}^{0}} + \mathbf{l}(\mathbf{p}_{0})\right],$$

101

 $(\mathbf{R}_{12}, \mathbf{c}_{12}, \mathbf{c}_{2}, \mathbf{e}_{12}^{0}, \mathbf{e}_{2}^{0}, \mathbf{l}(\mathbf{p}_{0}) \equiv \text{const}).$

Здесь p_{lk} , e_{lk} , R_{lk} , c_{lk} , γ_{lk} — парциальное давление, удельная внутренняя энергия, газовая постоянная, удельная теплоемкость при постоянном объеме и показатель адиабаты k-й составляющей эффективного газа (k = 2,3); T_i , T_σ , T_σ — температура i-й фазы, межфазной поверхности и начальная температура; T_s температура насыщения пара при начальном давлении p_o ; $l(p_o)$ — удельная теплота парообразования.

Согласно закону Дальтона и условию аддитивности внутренней энергии газовой смеси по массам составляющих, уравнения состояния эффективного газа имеют вид:

$$p = \rho_{1}^{0} R_{1} T_{1} \qquad (R_{1} = x_{12} R_{12}; x_{12} = \frac{\rho_{12}}{\rho_{1}}),$$

$$e_{1} = c_{1} (T_{1} - T_{0}) + e_{1}^{0}, \quad (c_{1} = x_{12} c_{12} + x_{13} c_{2}; x_{13} = 1 - x_{12} = \frac{\rho_{13}}{\rho_{1}}),$$

$$e_{1}^{0} = x_{12} e_{12}^{0} + x_{13} e_{2}^{0}.$$
(3)

Интенсивности силового и теплового взаимодействия между несущим газовым потоком и крупными каплями задаются соотношениями [5-6]:

$$F_{l2} = \frac{0.75\alpha_{2}C_{d}\rho_{l}^{0}|V_{l} - V_{2}|(V_{l} - V_{2})}{d_{2}}, \qquad Q_{l\sigma} = \frac{6\alpha_{2}\varepsilon Nu_{i}\lambda_{i}(T_{l} - T_{\sigma})}{d_{2}^{2}},$$

$$C_{d} = \begin{cases} 27 \operatorname{Re}_{l2}^{-0.84}, & 0 < \operatorname{Re}_{l2} \le 80 \\ 0.27 \operatorname{Re}_{l2}^{0.217}, & 80 < \operatorname{Re}_{l2} \le 10^{4} \\ 2 & , & \operatorname{Re}_{l2} > 10^{4} \end{cases}, \qquad Nu_{l} = 2 + 0.6 \operatorname{Re}_{l2}^{0.5} \operatorname{Pr}_{l}^{0.33}, \qquad Nu_{2} = 10, \qquad (4)$$

$$\operatorname{Pr}_{l} = \frac{c_{pl}\mu_{l}}{\lambda_{l}}, \qquad \operatorname{Re}_{l2} = \frac{\rho_{l}^{0}|V_{l} - V_{2}|d_{2}}{\mu_{l}}, \qquad \mu_{l} = x_{l2}\mu_{l2} + x_{l3}\mu_{2},$$

$$c_{pl} = x_{l2}c_{pl2} + x_{l3}c_{2}, \qquad \lambda_{l} = x_{l2}\lambda_{l2} + x_{l3}\lambda_{2}.$$

Здесь C_d — коэффициент аэродинамического сопротивления капли; Re_{12} — число Рейнольдса относительного движения газовой и дисперсной фаз; Nu_i, λ_i, μ_i — число Нуссельта, коэффициент теплопроводности и динамическая вязкость і-й фазы (i = 1, 2); $\lambda_{lk}, \mu_{lk}, c_{p/k}$ — коэффициент теплопроводности, динамическая вязкость и удельная теплоемкость при постоянном давлении k-й составляющей газовой фазы (k = 2, 3); Pr_j — число Прандтля.

Параметр ε , входящий в выражение для $Q_{i\sigma}$, принимает значения 0 и 1 соответственно в случаях наличия (We \geq We_{*}) и отсутствия (We < We_{*}) дробления капель в потоке газа. Здесь We и We_{*} — число Вебера и критическое значение числа Вебера

We =
$$\frac{\rho_1^o (V_1 - V_2)^2 d_2}{\sigma_2}$$
 ($\sigma_2 = \text{const}$), (5)

где σ_2 — коэффициент поверхностного натяжения жидкости на границе с газом. Интенсивность межфазного массообмена по механизму срыва поверхностного слоя крупных капель задается на основе зависимости [2]:

$$\mathbf{J}_{2}^{s} = (1-\varepsilon)\mathbf{k}_{J} \left(\frac{\rho_{I}^{0}}{\rho_{2}^{0}}\right)^{0.33} \cdot \left(\frac{\nu_{I}}{\nu_{2}}\right)^{0.16} \cdot \nu_{2}^{0.5} |\mathbf{V}_{I} - \mathbf{V}_{2}|^{0.5} \left(\frac{\mathbf{d}_{2}}{2}\right)^{1.5} \rho_{2}^{0} \mathbf{n}_{2}, \qquad \mathbf{k}_{J} \equiv 12, \qquad (6)$$

BECTHMK

где v, кинематическая вязкость і-й фазы (i = 1, 2). При этом, согласно [1-2],

6

We_{*} =
$$k_s \operatorname{Re}_{12}^{0.5}$$
, $k_s \approx 1$. (7)

В соответствии с гипотезой о квазиравновесности протекания процессов испарения жидкости и конденсации пара ($T_{\sigma} = T_s(p_{12})$) интенсивность фазового превращения определяется из уравнения теплового баланса на межфазной границе [1-2]:

$$\mathbf{J}_{2}^{\mathsf{v}} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{Q}_{1\sigma} + \mathbf{Q}_{\sigma 2})}{1}.$$
 (8)

Для нахождения зависимости T_s(p₁₂) используется уравнение Клапейрона-Клазиуса

$$\frac{dT_s}{dp_{12}} = \frac{T_s(l - \rho_{12}^0 / \rho_2^0)}{\rho_{12}^0 l}.$$
(9)

Интенсивность массообмена в газовой фазе между паром и влагой находится аналогично [3, 5] из уравнения притока тепла для эффективного газа, записанного на линии насыщения $T_1 = T_s$. Ввиду громоздкости выражение для J_3^v здесь не приводится.

Постановка задачи и некоторые результаты численного исследования. В начальный момент времени t = 0 в области ($-\infty < x < x_*$) имеется сильное возмущение пара в виде УВ ступенчатого вида. Перед фронтом УВ в области $x > x_*$ находится однородная термодинамически равновесная парокапельная монодисперсная среда. Ставится цель изучить поведение двухфазной парокапельной смеси в условиях ударного нагружения.

Параметры пара в набегающей УВ определяются из соотношений Ренкина– Гюгонио [5-6], а теплофизические параметры фаз в невозмущенной парокапельной среде соответствуют стандартным физическим условиям ($T_0 = 293$ K, $p_0 = 0,1$ МПа). На границах $x = \pm \infty$ ставятся условия свободного протекания фаз.

Сформулированная задача представляет собой задачу Коши для системы квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1)-(9). Ее численное решение осуществлялось методом крупных частиц [7]. Расчеты выполнялись для смесей водяного пара и капель воды.



Рис. 1. Расчетные профили давления за УВ, проникающей в парокапельную смесь, на ряд моментов времени $t_i = 0,66 \cdot i$ мс (i = 0, 2 - 5). Относительное массовое содержание $(m = \rho_{20}/\rho_{10})$ и начальный диаметр (d_{20}) капель в смеси соответственно

равны 0,82 и 600 мкм. Число Маха (M₀) набегающей УВ равно 2,95. Штрихпунктирной линией изображено модельное численное решение на момент времени t₅, соответствующее случаю отсутствия процессов массообмена фаз. Стрелками показано направление распространения УВ.

Некоторые результаты численного решения задачи приведены на рис. 1-3, где показаны характерные расчетные профили давления эффективного газа, температур фаз, приведенной плотности и размера капель в облаке, подвергнутом действию УВ, набегающей из области «чистого» (без капель) пара.

Как видно из представленного решения, при ударном воздействии на парокапельную смесь первоначально образуются две нестационарные волны. Одна из BECTHNK 7

них — проходящая в двухфазную зону ударная волна, другая — отраженная в газовую область волна сжатия. Вследствие торможения набегающего газового потока об облако капель давление в проходящей УВ и отраженной волне сжатия плавно увеличивается и, в этой связи, превышает величину давления в набегающей УВ. Газ и капли за фронтом проходящей УВ приходят в движение неодинаковым образом. Скорость газовой фазы меняется на фронте проходящей УВ скачком, а скорость капель, вследствие их большой инерции, меняется весьма плавно. Вверх по потоку от фронта проходящей УВ ускоренный газ тормозится инерционными каплями, в свою очередь сами капли постепенно разгоняются до скорости несущей газовой фазы. Таким образом, скорость фаз в облаке оказывается меньше скорости набегающего потока пара.



Рис. 2. Расчетные профили температур фаз (пара – сплошные линии, капель – штрихпунктирные) за УВ в парокапельной среде. Моменты времени, параметры фаз в смеси и УВ, а также остальные обозначения такие же, как на рис.1.

Весьма интересно изменение температуры пара за фронтом проходящей УВ. Как видно из рис. 2 температура пара за ударным скачком резко повышается и далее, вверх по потоку, сначала уменьшается, а затем постепенно повышается. Указанное немонотонное изменение температуры несущей фазы паровзвеси объясняется интенсивным отводом тепла каплями, «нагребаемыми» проходящей УВ (см. рис. 3). Следует отметить, что величина максимального провала температурного профиля пара определяется равновесной температурой капель в зоне релаксации фаз, где $T_1 \rightarrow T_2$. В области пара за отраженной УВ температура пара превышает соответствующую величину в набегающей волне. Температура капель в проходящей УВ изменяется монотонным образом.





Рис. 3. Соответствующие рис. 1-2 расчетные профили приведенной плотности (а) и текущего диаметра (б) капель за УВ в парокапельной смеси. Штрихпунктирными линиями на рис. За нанесены результаты модельного расчета, соответствующего случаю отсутствия межфазного массообмена.

Как свидетельствуют расчеты, описанное поведение парокапельных сред в значительной мере определяется процессами массообмена и, в первую очередь, дроблением капель в потоке и последующим испарением сорванной тонкодисперсной жидкой пленки. Дробление капель осуществляется практически сразу за фронтом проходящей УВ и далее в зоне релаксации, где $V_2 \rightarrow V_1$. В квазиравновесной зоне течения, где $V_2 \approx V_1$, имеет место конденсация пара на «крупных» каплях. Интен-

сивность массообмена за счет разрушения капель на два порядка выше интенсивности фазовых превращений типа конденсации пара и испарения капель. Таким образом, в рассматриваемом примере счета структура нестационарной УВ преимущественно определяется обдиркой капель. Для более наглядной иллюстрации этого факта на рис.1-3 представлены модельные расчеты, соответствующие случаю отсутствия массообмена в двухфазном потоке. Как видно из сравнения решений, процессы массообмена заметно влияют на поведение парокапельных сред за УВ. При этом в соответствии с рис. Зб диаметр капель за счет процессов массообмена может уменьшиться в 5 раз.

BECTHNK



8

Рис. 4. Влияние относительного массового содержания капель на пространственные распределения давления парокапельной смеси за УВ в моменты времени $t_i = 0,14 \cdot i$ мс (i = 0.2, кривые 0.2). Начальный диаметр капель в смеси $d_{20} = 600$ мкм. Число Маха набегающей УВ (M_0)= 2,95. Сплошными, штрихпунктирными и штриховыми линиями показаны решения, соответствующие m = 0,48, $1 \ge 2,11$.

Анализ влияния определяющих параметров. На рис. 4 продемонстрировано характерное влияние относительного массового содержания крупных капель (m) на эпюры давления в паре и паровзвеси за УВ фиксированной интенсивности. Видно, что с ростом величины m в смеси наблюдается более сильное повышение давления в проходящей и отраженной волнах уплотнения. С возрастанием m в смеси имеет место и более сильное понижение температуры эффективного газа в проходящей УВ. Указанное поведение решений объясняется тем, что все законы силового, теплового и массового взаимодействия фаз пропорциональны приведенной плотности частиц дисперсной фазы ($F_{12}, Q_{1\sigma}, J_2^s, J_2^v \sim \rho_2$). Следует отметить, что, несмотря на пропорциональность J_2^s величине ρ_2 ($\rho_2 \sim m$), текущий размер капель (d_2) за проходящей УВ остается большим в смесях с большей концентрацией взвеси. Данное обстоятельство связано с тем, что в соответствии с законом дробления капель

$$\frac{d_2}{d_{20}} = \left[1 - k \frac{|V_1 - V_2|^{0.5} t}{d_{20}^{1.5}} \right]^{2/3} \qquad (k = \text{const}),$$
(10)

величина относительной скорости фаз $|V_{l} - V_{2}| \sim |V_{l0} - V_{l0}| \exp(-t/t_{v})$, где t_{v} — характерное время выравнивания скоростей фаз, обратно пропорциональное (l + m), а V_{l0} и V_{20} — скорости газа и капель непосредственно за фронтом проходящей УВ.

На рис. 5 проиллюстрировано влияние интенсивности набегающей УВ на поведение парокапельной взвеси. Видно, что в случае воздействия УВ больших интенсивностей наблюдается более сильное возрастание давления эффективного газа в отраженной и проходящей волнах уплотнения. Увеличение амплитуды УВ интенсифицирует процесс дробления капель жидкости. В этой связи текущие размеры капель за проходящими УВ большей интенсивности оказываются меньше, чем в волнах малой интенсивности. В самом деле в соответствии с (10) и $(V_1 - V_2) \sim (M_0^2 - I)M_0$ следует, что чем больше M_0 , тем меньше d_2 .

На рис. 6 показано влияние начального размера капель на давление эффективного газа в парокапельной взвеси. Видно, что при увеличении диаметра капель



давление в отраженной УВ на рассматриваемые периоды времени уменьшается, а интенсивность дробления капель увеличивается ($J_2^s \sim d_2^{1.5}$). Следует отметить, что при этом, согласно (10) и $t_v \sim d_2^2$, скорость уменьшения диаметра мелких капель заметно выше скорости уменьшения диаметра крупных капель.



Рис. 5. Влияние интенсивности набегающей УВ, задаваемой числом Маха — M_0 , на пространственные распределения давления в паровзвеси (m = 1, d₂₀ = 600 мкм) на моменты времени $t_i = 0,14 \cdot i$ мс (i = 0 -2). Сплошными и штриховыми линиями нанесены решения, соответствующие $M_0 = 2,95$ и 2,13.



Рис. 6. Влияние начального диаметра капель на профили давления паровзвеси (m = 1) за УВ ($M_0 = 2,95$) в моменты времени $t_i = 0,02 \cdot i$ мс (i = 0 -2). Сплошные и штриховые линии соответствуют решениям с $d_{20} = 60$ и 180 мкм.

Таким образом, результаты выполненного численного исследования свидетельствуют о том, что процессы межфазного массообмена, и в особенности дробления капель, весьма заметно влияют на характер ударно-волнового нагружения паровзвесей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.

2. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесях // Итоги науки и техники. ВИНИТИ. Механика жидкости и газа. 1981. Т.16. С. 209-291.

3. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в двухфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ. 1988. № 2. С.99-107.

4. Тараканов С. В., Павлов И. Ю., Тодес О. М., Гольцикер А. Д. Анализ процесса формирования релаксационной ударной волны в аэровзвеси химически инертных жидких частиц // Взрывное дело. 1978. № 80/37. С. 68-77.

5. Кутушев А. Г., Назаров У. А. Численное исследование нестационарных ударных волн в парогазокапельных смесях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1992. № 4. С. 67-75.

6. Кутушев А. Г. Экранирование ударных волн слоями парогазокапельной смеси // ПМТФ. 1993. № 4. С. 38-46.

7. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1992. 392 с.