

кул в листьях растений, выращенных из обработанных магнитным полем семян, было подтверждено в [3] при исследовании спектров флуоресценции. Таким образом два различных метода — диэлектрический и спектроскопический — приводят к идентичному выводу о более высокой подвижности белковых молекул в растениях, выращенных из обработанных магнитным полем семян. Данный результат представляет несомненный интерес, поскольку, например, в [5] выдвигается ряд аргументов, указывающих на то, что именно со снижением подвижности белковых молекул и связан процесс старения животных и человека.

Дополнительным аргументом в пользу того, что снижение подвижности водных и белковых молекул приводит к понижению жизнедеятельности растений, являются данные, приведенные на рис. 5. Всем известны случаи, когда по непонятной причине хорошо плодоносящее дерево или кустарник не дает урожая. Проведенное нами исследование состояния воды в листьях такого дерева на примере рябины показало, что в листьях неплодоносящей рябины вода находится в сильно связанном состоянии, подвижность молекул в плодоносящем дереве существенно выше. Из-за высокой чувствительности состояния воды в растениях к слабым переменным магнитным полям их жизнедеятельность может значительно меняться под влиянием не только искусственных, но и природных электромагнитных полей [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Семихина Л. П. Исследование влияния слабых магнитных полей на физические свойства воды и льда: Дис. ... канд. физ-мат. наук. М.: МГУ, 1989.
2. Семихина Л. П. Возможности диэлектрического метода для анализа состояния водных систем после физических воздействий // Вестник ТГУ. № 2. 2000. С. 39-42.
3. Семихина Л. П., Логинов Ю. П., Дубов В. П. Повышение урожайности сельскохозяйственных культур после предпосевной обработки семян слабыми переменными магнитными полями Сб. науч. трудов 9-й Международной конференции по магнитным жидкостям. Плес, 2000. С. 317-322.
4. Bernal J.D., Fauler R.H. A theory of water and ionic solution with particular reference and hydroxyl ions // J. Chem. Phys. 1933. V.1. №. 5. P. 515-548.
5. Габуда С. П. Связанная вода. Факты и гипотезы. Новосибирск: Наука, 1982. С. 163.
6. Темурьянц Н. А., Владимирский Б. М., Тишкин О. Г. Сверхнизкочастотные электромагнитные сигналы в биологическом мире. Киев: Наукова Думка, 1992. 187 с.

Борис Антонович БЕЗУГЛЫЙ –
доцент кафедры радиофизики
физического факультета, кандидат
физико-математических наук,
Наталья Анатольевна ИВАНОВА –
инженер кафедры радиофизики
физического факультета

УДК: 530.1 : 536.2 (0.75)

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА И БЕЗРАЗМЕРНЫЕ КОМПЛЕКСЫ

АННОТАЦИЯ. В данной работе предпринята попытка создать наиболее приемлемую классификацию безразмерных комплексов и явлений переноса с точки зрения лучшего понимания и удобства запоминания. Детально анализируются безразмерные комплексы в капиллярной гидродинамике. Предложен простой способ вывода соотношений между безразмерными комплексами.

The most acceptable classifications of dimensionless numbers and transfer phenomena from the standpoint of the best understanding and facility of memorizing are proposed.

Dimensionless numbers in capillary hydrodynamics are analyzed. A simple method of derivation of relations between dimensionless numbers are proposed.

Течение жидкости — наиболее сложный вид движения в природе, поскольку оно происходит как на молекулярном уровне, где главную роль играют свойства переноса (вязкость, диффузия, температуропроводность), так и на макроуровне, когда вследствие потери устойчивости диффузионного потока в каком-либо силовом поле возникает конвекция.

К настоящему времени определились три подхода к решению задач о движении жидкости:

1. **Метод контрольного объема**, где мысленно выделенный объем рассматривают как «черный ящик» и, не интересуясь происходящими в нем процессами, учитывают лишь результирующие потоки на входе и выходе.

2. **Дифференциальный анализ** требует составления полной системы балансных уравнений в дифференциальной форме, с учетом всех начальных и граничных условий. Основным является уравнение движения (Навье–Стокса). Аналитическое решение таких задач возможно лишь для нескольких частных случаев.

3. **Анализ размерностей и эксперимент**. Обезразмеривание балансных уравнений приводит к появлению безразмерных комплексов (БК), которые прежде всего служат для разграничения различных режимов течения. Их предельные случаи значительно легче исследовать, чем всю задачу в целом. Анализ размерностей оказался столь популярным, что кроме таких классических БК, как числа Рейнольдса Re , Фруда Fr , Вебера We , Грасгофа Gr , появился ряд новых. В последние годы с развитием жидкостных микрогравитационных технологий, где преобладают поверхностные силы, появились такие БК, как числа Марангони Ma , Бонда динамическое Bd , капиллярное Ca и «ряби» Cr .

К сожалению, до сих пор отсутствует удовлетворительная классификация этих комплексов, в связи с чем многие исследователи путают не только их названия, но и точные определения.

1. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА НА МОЛЕКУЛЯРНОМ УРОВНЕ (ДИФФУЗИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ)

Существуют три вида явлений переноса, связанных с законами сохранения массы, импульса и энергии, которые описываются уравнениями:

$$\text{Фика} \quad \mathbf{j}_m = -D \text{grad } C$$

$$\text{Ньютона} \quad \mathbf{j}_v = -\nu \text{grad } v$$

$$\text{Фурье} \quad \mathbf{j}_T = -\kappa \text{grad } T,$$

где D , $\nu = \mu/\rho$ и $\kappa = k/\rho c_p$ — коэффициенты молекулярного переноса массы, импульса и тепла, имеющие одинаковую размерность L^2T^{-1} .

Как известно, в текучих средах при различных технологических процессах, связанных с конвективным переносом, одновременно может протекать молекулярный перенос всех величин [1], для которых обычно ищут сравнительные оценки их относительного вклада. В связи с этим были введены три безразмерных комплекса Pr , Le и Sc (числа Прандтля, Льюиса и Шмидта соответственно), для облегчения запоминания которых нами предложен [2] мнемонический треугольник (рис. 1), где $Pr = \nu/\kappa$, $Le = \kappa/D$ и $Sc = \nu/D$. В этом треугольнике лучи, проведенные из центра, представляют собой знаки деления чисел переноса. Запоминанию способствуют следующие факты: коэффициент переноса массы (главного свойства материи), т. е. коэффициент диффузии, расположен в основании. Коэффициент переноса импульса пишется слева, а следующий по убыванию — коэффициент

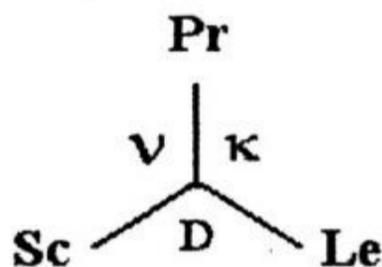


Рис. 1. Мнемонический треугольник

температуропроводности — справа; таким образом, все числа переноса записываются в порядке убывания по часовой стрелке. Число Pr, как наиболее употребляемый комплекс, записывается сверху. Далее, по часовой стрелке, в алфавитном порядке располагаются комплексы Le и Sc. Порядок этих чисел для большинства жидкостей (органические растворители и вода) также легко запомнить: Pr~10, Le~100 и Sc~1000.

2. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА НА МАКРОУРОВНЕ (КОНВЕКТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ)

Конвекция — перенос какой-либо физической величины макроскопическим движением текучей среды. Если это движение вызвано перепадом давлений или смещением границ среды, то его называют *вынужденной* конвекцией. Под *естественной* конвекцией понимают спонтанное движение текучей среды, возникающее в результате взаимодействия неоднородности какой-либо физической величины (плотности ρ , свободной поверхностной энергии σ , диэлектрической проницаемости ϵ и т. д.) с соответствующим силовым полем (гравитационным, поверхностных сил, электрическим и т. д.). Возможные сочетания полей и потоков величин дают большое число типов естественной конвекции. Наиболее изученными являются *гравитационная*, в основе которой лежит механизм подъемных сил (конвекция Релея), и *капиллярная*, вызванная неоднородностью поверхностного натяжения (ПН), которую называют еще эффектом Марангони [3].

В зависимости от того, градиент какой величины (температуры T или концентрации C) является причиной конвективного течения, два вышеуказанных типа естественной конвекции разделяются на более конкретные: *термогравитационную* конвекцию (ТГК) и *концентрационногравитационную* конвекцию (КГК), *термокапиллярную* конвекцию (ТКК) и *концентрационнокапиллярную* конвекцию (ККК). Такую классификацию удобно представить схемой [4] (рис. 2).

3. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ КОМПЛЕКСЫ

В термогидродинамической системе, где механические, тепловые и гидродинамические явления взаимосвязаны, все происходящие в ней процессы переноса описываются уравнениями баланса, представляющими собой математическую формулировку законов сохранения [5]:

массы
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (\text{уравнение неразрывности}) \quad (2.1)$$

импульса
$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p - \nabla \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} + \mathcal{Q} \quad (\text{уравнение движения}) \quad (2.2)$$

энергии
$$\rho c_v \frac{dT}{dt} = -\nabla \mathbf{j}_T + \tau : \nabla \mathbf{v} \quad (\text{тепловое уравнение}) \quad (2.3)$$

В случае двухкомпонентной среды Фика необходимо добавить:

$$\frac{dC_i}{dt} = \nabla \mathbf{j}_m + r_i \quad (\text{уравнение диффузии}) \quad (2.4)$$

Однако в связи с тем, что точное аналитическое или численное решение системы (2.1-2.4) со сложными краевыми условиями получить очень трудно, то оценку процессов переноса в жидкостях можно провести оптимальным способом с помощью безразмерных комплексов (встречается ряд эквивалентных определений: параметр = число = комплекс).

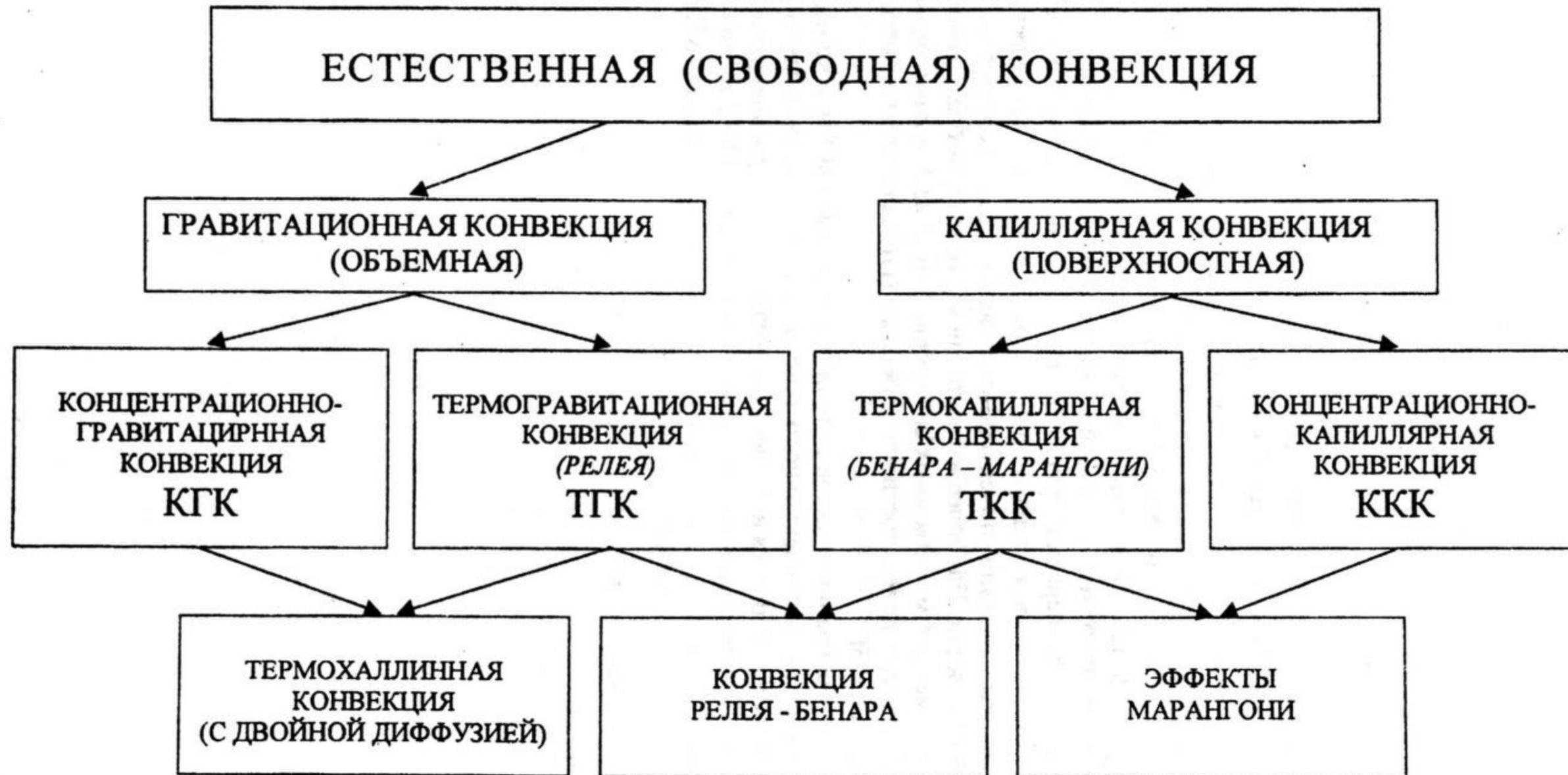


Рис 2. Классификация типов естественной конвекции

Наиболее простым способом их получают при обезразмеривании балансных уравнений. В зависимости от краевых (граничных и начальных) условий задачи, которые определяют выбор характерных параметров, в уравнениях (2.1-2.4) получают различные БК. Например, при обезразмеривании уравнения (2.2) для разных задач могут появляться числа $Re = VL/\nu$, $Fr = V/\sqrt{gL}$, $Gr = g\alpha L^3 \Delta T/\nu^2$ и Эйлера $Eu = P_a/\rho V^2$; уравнений (2.3-2.4) — числа $Pr = \nu/\kappa$, $Sc = \nu/D$, Пекле $Pe = VL/\kappa$ и др. При обезразмеривании динамических граничных условий (ГУ) на свободной поверхности получают числа $Ma = \sigma_T \Delta T/\mu\kappa$, $We = \rho V^2 L/\sigma$ и $Ca = V\mu/\sigma$, а тепловых и диффузионных ГУ — числа Нуссельта $Nu = hL/k$, Био $Bi = h\Delta L/k$, Шервуда $Sh = h_m L/D$ и др.

Другой способ получения БК основан на использовании анализа размерностей или П-теоремы [6-8], с помощью которой некое физическое явление, выраженное в виде размерной зависимости n размерных переменных, можно свести к задаче, содержащей уже $n - k$ безразмерных комбинаций, составленных из определяющих размерных переменных. Количество этих комбинаций (т. е. комплексов) меньше общего числа размерных переменных на число k определяющих переменных с независимыми размерностями. В механике жидкостей обычно используют четыре основных переменных: массу m , длину L , время T и температуру Θ , или, говоря кратко, $MLT\Theta$ систему. Иногда используют $FLT\Theta$ систему, где масса заменена на силу F .

Хотя П-теорема позволяет уменьшить число переменных с помощью группировки их в БК, она имеет также и ряд других преимуществ, а главное — огромную экономию времени и средств. Поясним сказанное на примере. Пусть нам известно, что сила F , действующая на некоторое тело с характерным размером L , погруженное в поток жидкости, зависит лишь от его размера L , скорости потока V , плотности жидкости ρ и ее вязкости μ ; т. е. $F = f(L, V, \rho, \mu)$. Допустим далее, что геометрия и условия потока столь сложны, что силу не удастся найти из решения системы уравнений (2.1 - 2.3). Тогда у нас остается единственный путь — найти функцию $f(L, V, \rho, \mu)$ экспериментально. В общем случае для построения кривой необходимо по крайней мере около 10 точек. Однако в нашем конкретном случае, чтобы найти влияние размера тела, мы должны провести эксперимент для 10 значений L ; затем для каждого L необходимо 10 значений V , далее, 10 значений ρ и, наконец, 10 значений μ , а в итоге — 10^4 . С помощью П-теоремы уравнение $F = f(L, V, \rho, \mu)$ можно свести к эквивалентному виду $F/\rho V^2 L^2 = \phi(\rho VL/\mu)$ или $C_f = \phi(Re)$; т. е. безразмерная сила $F/\rho V^2 L$ является функцией безразмерного числа $Re = VL/\nu$. Функция ϕ является другой математической формой первоначальной функции f , но она содержит все ту же информацию. Таким образом, применяя П-теорему, мы ничего не теряем, а имеем существенный выигрыш — возможность установить зависимость ϕ , выполняя эксперимент только для 10 значений единственной переменной, называемой числом Re [9]. Другими показательными примерами являются задача Бозе и Рауэрта в обработке Кармана и задача о распространении взрывной волны Тейлора [7].

4. СТРУКТУРА БЕЗРАЗМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Структура БК представляет собой не просто композицию характерных определяющих параметров, а отношение физических свойств: а) энергий, б) сил, в) давлений, г) дифференциальных времен релаксаций, д) потоков и т. п.

а) Рассмотрим маленькую каплю жидкости на несмачиваемой поверхности. Известно, что в невесомости любой свободный объем жидкости под действием сил поверхностного натяжения в конечном счете стремится принять сферическую форму. Нас интересует, при каких размерах (точнее, объеме) капля на подложке еще сохраняет форму сферы ($L\rho V$) (рис. 3). Энергетический подход дает наглядное

решение этой задачи. Для сферы центр масс совпадает с ее геометрическим центром, следовательно, запасенная в гравитационном поле энергия в этом случае равна $\Pi_g = mgr$. Если свободная поверхностная энергия капли $\Pi_s = S\sigma$ превосходит потенциальную энергию в гравитационном поле, то капля имеет вид сферы, т. е. $\Pi_g/\Pi_s = mgr/S\sigma$, $\Pi_g/\Pi_s = \frac{4}{3}\pi r^3 gr / 4\pi r^2 \sigma = \frac{1}{3}\rho gr^2 / \sigma \gg 1$, а получившийся при этом БК $Bo = \rho gr^2 / \sigma$ называют статическим числом Бонда.

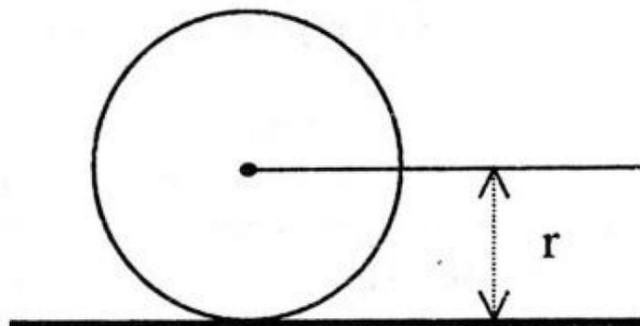


Рис. 3. Сферическая капля на подложке

БК бывает удобно рассматривать как отношение энергий. Например, $We = \rho V^2 L^3 / \sigma L^2 = (\text{кинетическая энергия потока}) / (\text{свободная поверхностная энергия})$ (см. ниже) и Релея $Ra = \alpha g L^4 \nabla T / \nu \kappa$ [10]. $Ra = (\text{свободная энергия, освобожденная подъемными силами}) / (\text{энергия, рассеиваемая теплопроводностью и вязким сопротивлением})$. Впервые комплекс Релея ввел Лоренц, опубликовавший в 1881 г. исследование свободной конвекции на подогреваемой пластине [11], а открытие Релея состояло в том, что естественная конвекция, вызываемая нагреванием, не определяется единственным числом Gr , а скорее произведением чисел Gr и Pr (или Gr и Sc в случае концентрационного комплекса Ra).

б) В динамике жидкостей чаще используют БК, выраженные через отношение сил. Они позволяют оценить относительный вклад тех или иных механизмов, вызывающих конвективные движения, по отношению к сдерживающим факторам: вязкость, ПН и т. д. Учитывая, что вклады сил ПН, плавучести, вязкости, инерции и гравитации в возникновение течений определяются несколькими БК, то последние удобно свести в таблицу (см. табл. 1.).

В качестве комментария к таблице проанализируем некоторые БК.

Прежде всего отметим, что тепловые БК в 4-х и 7-х строках и столбцах имеют также и концентрационные аналоги. Например, $Gr = \alpha g L^3 \Delta C / \nu^2$, $Ma = \sigma'_c \Delta C L / \mu D$, $Wb = \rho V^2 L / \sigma'_c \Delta C$, $Cr = \sigma'_c \Delta C / \sigma$, $Bd = \rho g L^2 / \sigma'_c \Delta C$ и т. д.

Рассмотрим первый БК $Fr^2 = (\text{силы инерции}) / (\text{силы гравитации})$. Этот комплекс, впервые введенный английским инженером-кораблестроителем *W. Froude* (1810-1879) [6-9, 12], является важным параметром для течений жидкости со свободной поверхностью и при движении кораблей. Такие течения могут возникать в гаванях или морских рукавах во время приливов и в открытых каналах. Число также записывается через отношение скоростей: $(\text{скорость потока в открытом канале}) / (\text{скорость гравитационных волн малой амплитуды})$ $Fr \equiv V / \sqrt{gL}$.

Число $Re = (\text{силы инерции}) / (\text{силы вязкости})$, названо по имени Британского инженера *Osborne Reynolds* (1842-1912) [6-9]. Комплекс Re характеризует течение в трубах, конвективные процессы и потоки со свободными границами и без них. Значение числа Re варьируется от 0 до 10^{10} и выше. Например, для капли воды ($2L=0.07$ мм), падающей в воздухе, $Re=6.4 \cdot 10^{-1}$, для реактивного самолета на крейсерской высоте $Re=7 \cdot 10^7$, а планетарного пограничного слоя ($L=1000$ км, $V=20$ м/с) $Re=18 \cdot 10^{12}$ [12]. При малых значениях числа Re ($Re < Re^*$) течение

Таблица 1

Безразмерные комплексы

СИЛЫ	ГРАВИТАЦИИ	ИНЕРЦИИ	ВЯЗКОСТИ	ПЛАВУЧЕСТИ (АРХИМЕДОВЫ)	КАПИЛЛЯРНЫЕ СТАТИЧЕСКИЕ (СИЛЫ ПН)	КАПИЛЛЯРНЫЕ ДИНАМИЧЕСК. (МАРАНГОНИ)
ГРАВИТАЦИИ, $\rho L^3 g$	1	$Fr = \frac{V^2}{gL}$	$\left(\frac{Ga}{Re}\right)^{-1}$	$A = \frac{ReGr}{Ga} = \frac{\Delta\rho}{\rho}$	Bo^{-1}	Bd^{-1}
ИНЕРЦИИ, $\rho V^2 L^2$	Fr^{-1}	1	Re^{-1}	$Ri = \frac{g\alpha L\Delta T}{V^2}$	We^{-1}	Wb^{-1}
ВЯЗКОСТИ, $\rho\nu VL$	$Ga^* = \frac{gL^2}{\nu}$	$Re = \frac{VL}{\nu}$	1	$Gr = \frac{g\alpha\Delta TL^3}{\nu^2}$ $Ar = gL^3\Delta\rho/\rho$	Ca^{-1}	$Ma = \frac{\sigma'_T \nabla L^2}{\mu\kappa}$
АРХИМЕДОВЫ, $g\alpha\Delta T\rho L^3$	$\left(\frac{Re \cdot Gr}{Ga}\right)^{-1}$	Ri^{-1}	Gr^{-1}	1	Bo^{-1}	Bd^{-1}
КАПИЛЛЯРНЫЕ СТАТИЧЕСКИЕ, σL	$Bo = \frac{g\rho L^2}{\sigma}$	$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$	$Ca = \frac{\nu\rho V}{\sigma}$	Bo	1	$Cr = \frac{\sigma'_T \Delta T}{\sigma}$
КАПИЛЛЯРНЫЕ ДИНАМИЧЕСК., $\sigma'_T \nabla TL$	$Bd = \frac{g\rho L^2}{\sigma'_T \Delta T}$	$Wb = \frac{\rho V^2 L}{\sigma'_T \Delta T}$	Ma^{-1}	Bd	Cr^{-1}	1

жидкости остается ламинарным, где Re^* критическое число Рейнольдса (для трубы кругового сечения $Re^* \approx 2000$). Если $Re > Re^*$, то в системе происходит так называемый «кинетический фазовый переход», или «смена устойчивости», и течение вначале принимает колебательный характер, а при $Re \gg Re^*$ переходит в турбулентный режим.

$Gr = (\text{силы плавучести})/(\text{силы вязкости})$ определяет перенос теплоты для случая свободной конвекции, когда движение среды происходит под действием силы тяжести и вызывается разностью плотностей из-за неравномерного поля температур [13]. Концентрационное число $G\Gamma$ используется при анализе КГК в многокомпонентных системах, где подъемные силы вызваны градиентом концентрации одной из компонент. При $Gr > 1$ скорость жидкости можно оценить из выражения $V = \sqrt{Gr} (\nu/L)$, при этом перенос энергии осуществляется только за счет конвекции (чем больше Gr , тем сильнее конвективный поток). Наоборот, если $Gr < 1$, то перенос энергии в жидкости полностью осуществляется кондукцией, а значения скорости определяют из выражения $V = Gr(\nu/L)$.

Относительный вклад сил инерции по сравнению с капиллярными статическими определяется числом We , а с динамическими — числом Wb (тепловым или концентрационным) [14]. Впервые этот комплекс ввел Moritz Weber (1871-1951) из Берлинского Политехнического института [9]. Число We используют при изучении неустойчивости струй, образования пузырьков и капель. Оно является важным БК для течений со свободной поверхностью, возникающих в капиллярных системах, в связи с чем его представляют еще как отношение динамического и лапласового давлений [15]. Для систем, где $We \gg 1$, капиллярные силы не оказывают существенного влияния на их поведение, и наоборот, при $We \ll 1$ силами инерции можно пренебречь.

В работе [16] Бонд ввел БК, названный впоследствии его именем, $Bo = (\text{силы гравитации})/(\text{силы ПН})$. Анализ этого числа предсказывает поведение пузырьков и капель. Условие $Bo < 1$ является критерием капиллярности, определяющим линейный масштаб капиллярных систем $L < (\sigma/\rho g)^{1/2}$.

Введение динамического числа Vd связано с задачами, где неоднородность ПН, пропорциональная градиенту температуры (или концентрации тензоактивной примеси) на поверхности жидкости, вызывающему движения, которые могут носить стационарный характер (например, возникновение устойчивых диссипативных структур типа ячеек Бенара или стационарных капель в работах [4; 17; 18]).

БК $Ma = (\text{силы Марангони})/(\text{силы вязкости})$ впервые введен в работе Пирсона [19], посвященной теоретическому анализу капиллярно-конвективной неустойчивости тонкого слоя жидкости со свободной поверхностью.

Число Ричардсона Ri появляется при анализе эволюции амплитудных возмущений в сверхустойчивой системе (рис. 4).

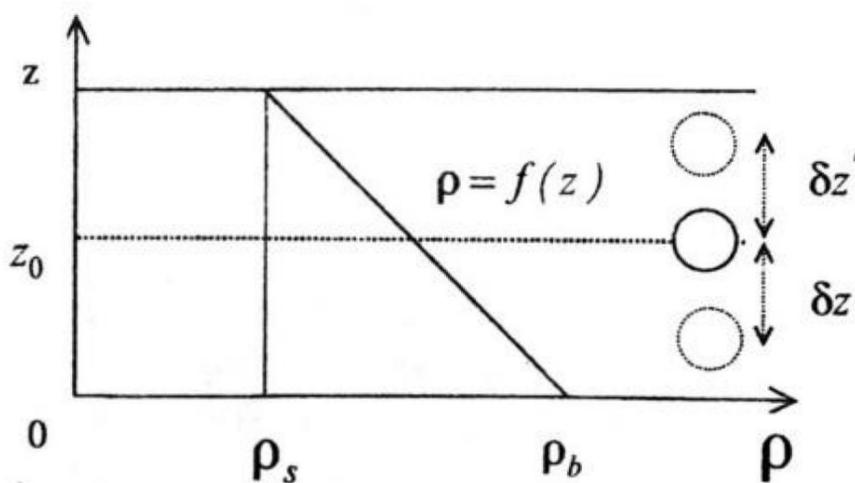


Рис. 4. Иллюстрация к выводу числа Ричардсона

Если некий элемент жидкости размером L смещен вниз, в более плотные слои, на конечное расстояние δz , то выталкивающая сила вынуждает его подниматься, и (при достаточно малой вязкости) этот элемент может проскочить свое положение равновесия z_0 . Оказавшись в менее плотном окружении (точка $\delta z' < |\delta z|$), он начнет тонуть и снова может проскочить свое положение равновесия. Таким

образом, возникают затухающие колебания относительно первоначального положения равновесия [20]. Такие колебания были обнаружены в атмосфере и океанах, и называются они колебаниями с частотой Брента-Вейселе $N = \sqrt{\alpha g \nabla T}$ (частота плавучести). Тогда $Ri = N^2 L^2 / V^2$.

Интересно то, что некоторые комплексы являются частными случаями других БК. Например, при отношении капиллярных сил (статических и динамических) к силам плавучести бессмысленно рассматривать какой-либо режим течения, если отсутствует поверхность раздела фаз (ПРФ), поскольку отсутствуют и сами капиллярные силы. Однако для таких капиллярных объектов, как пузырьки в жидкости, силы плавучести отождествляются с силами гравитации (так как плотностью газа в пузырьке можно пренебречь), и мы снова получим числа Бонда Bo и Bd .

Комплекс $Bd = (\text{силы плавучести}) / (\text{силы Марангони})$ весьма полезен при описании явления дрейфа газовых пузырьков и капель в поле градиента температуры или концентрации и имеет четко выраженный пороговый характер. Например, если $Bd < 1$, пузырек всплывает, при $Bd = 1$ пузырек находится во взвешенном состоянии, а при $Bd > 1$ он тонет («парадокс тонущего пузырька» [21]).

Чтобы понять смысл комплекса A , важно разобраться в природе сил плавучести. Прежде всего, ради общности примем соглашение, что силы плавучести могут иметь два противоположных направления. Сила плавучести положительна, если тело всплывает, и отрицательна, если тонет. Кроме того, плавучесть может иметь принципиально различную природу.

Рассмотрим классический случай, когда речь идет о плавучести элемента, имеющего ПРФ (твердый шарик, пузырек газа, капля несмешивающейся жидкости). В этом случае $\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$ всегда имеет конечное значение.

Другой случай, когда вследствие локального нагрева в самом объеме жидкости, появляется некоторая область размером L , с пониженной плотностью. Здесь элемент плавучести не имеет ПРФ, и его возмущение плотности $\Delta\rho = \partial\rho/\partial T \Delta T$ с течением времени $\delta t = L^2/\kappa$ релаксирует. Поэтому, с учетом природы сил плавучести, в литературе появились два различных комплекса, характеризующих отношение сил плавучести к силам вязкости, а именно: для классического случая $gL^3(\rho_s - \rho_f)/\nu^2 \rho_f = gL^3 \Delta\rho/\rho \equiv Ar$ этот комплекс называют числом Архимеда, а для задач ТГК $gL^3 \Delta\rho \Delta T/\nu^2 \rho \Delta T = gL^3 \alpha \Delta T/\nu^2 \equiv Gr$ — числом Грасгофа.

в) Отношения дифференциальных времен релаксаций соответствующих возмущений среды (концентрации, скорости, температуры) размером L : $\tau_m = L^2/D$, $\tau_v = L^2/\nu$, $\tau_T = L^2/\kappa$ в конечном счете сводятся к отношению соответствующих коэффициентов переноса, т. е. к числам Pr , Le и Sc .



Рис. 5. Диаграмма Шмидта-Милвертона

Необходимо также заметить, что в задачах устойчивости диффузионных потоков (импульса, тепла или одной из компонент смеси) используют БК, отражающие критический (пороговый) характер явления, которые для заданных ГУ имеют конкретное значение. К таким комплексам относят Ra , Ma , Re и др. Например, комплексы Ra и Ma характеризуют порог возникновения ГК и КК соответственно, при этом Ra может изменяться от 1700 (для системы жидкость между двумя пластинами) до 657,5 (жидкий слой со свободными поверхностями) [22]. Пороговый характер этих чисел хорошо иллюстрируется диаграммой Шмидта-Милвертона [23] (рис. 5).

Число Нуссельта $Nu = hL/k$, представляющее собой отношение полного теплового потока к потоку за счет теплопроводности, характеризует порог возникновения конвекции вообще. Так, при $Nu > 1$ в системе возникают конвективные течения [10; 24].

В принципе, как уже показано выше, большинство БК допускают многовариантную интерпретацию через отношение различных физических свойств (энергий, сил, давлений и *времен релаксаций*).

Поучительным примером могут служить два вышеупомянутых критических БК Ra и Ma . Время конвективной релаксации в случае ТГ механизма $t_g = \nu/g\alpha\Delta T L$, ТК механизма $t_c = \rho\nu L/\sigma_T\Delta T$. Отношение времен диффузной, на молекулярном уровне, релаксации $\tau_T = L^2/\kappa$ к соответствующим временам конвекций, на макроуровне, t_g или t_c даст следующие критические числа, характеризующие возникновение двух типов конвекции: ТГК $Ra = \tau_T/t_g = g\alpha\Delta T L^3/\nu\kappa$ — Релея, ТКК $Ma = \tau_T/t_c = \sigma_T\Delta T L/\rho\nu\kappa$ — Марангони. В то же время число Ra можно представить как отношение энергий [10].

5. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ КОМПЛЕКСЫ В КАПИЛЛЯРНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

Число «ряби» Cr впервые введено в работе [25] как $Cr = \mu\kappa/\sigma L$. Такую же структуру числа Cr можно встретить в [26; 27]. Однако Velarde и др. [28], исследуя конвекцию Бенара–Марангони с деформируемыми границами, и Anderson [29], изучая растекание испаряющейся капли по нагретой поверхности, называют этот комплекс капиллярным числом. Между тем капиллярное число правильно определено в [30] как $Ca = \nu\rho v/\sigma$ и в таком виде встречается в работах [31; 32]. Таким образом, оригинальное число «ряби» Cr [24–28] по своей структуре ближе к капиллярному числу, но, к сожалению, авторам пока не удалось их отождествить. Заметим, что число «ряби» Cr в его современной и правильной формулировке (см. табл. 1) введено в [30], но в работах [33; 34] его ошибочно называют капиллярным числом.

Учитывая отмеченную выше путаницу в названиях и определениях этих чисел, мы предлагаем в качестве основных ссылок использовать те, в которых структура этих комплексов соответствует логике, использовавшейся при построении таблицы 1.

Число $Cr = (\text{силы Марангони} / \text{силы ПН}) = \sigma_T\Delta T/\sigma$ служит характеристикой сопротивляемости жидкой поверхности ее деформации силами пропорциональными (силами Марангони).

Как известно, свободная поверхность жидкости при равновесии принимает форму, обеспечивающую ей минимум свободной поверхностной энергии. В случае капель и пузырьков — это сферические поверхности.

Как показано в ряде работ [35; 36], при воздействии локализованным источником излучения на такие капиллярные объекты, как капли и пузырьки, удается создать условия, когда индуцированные на границе пузырька или капли капиллярные силы могут значительно превосходить лапласовы силы и вызывать заметную деформацию этих объектов. Например, деформация пузырька при втягивании его в пучок света [4] (рис. 6); деформация капли, движущейся по подложке за управляющим пучком [2] (рис. 7) или взаимная деформация капель в «эффекте преследования» [37].

Число $Ca = (\text{силы вязкости} / \text{силы ПН})$ характеризует деформацию поверхности жидкости, вызванную силами вязкости $\rho\nu VL$. Число Ca является важным параметром в исследовании пальцевидной структуры Сафмана–Тейлора, возникающей в ячейках Хеле–Шоу [33], а также при моделировании потоков через пористые среды.

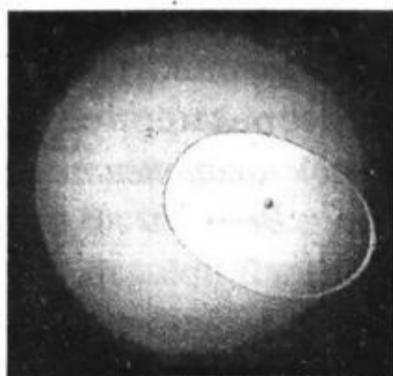


Рис. 6. Деформация пузырька

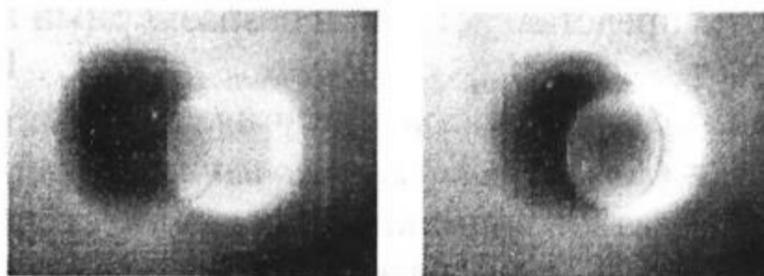


Рис. 7. Деформация капли

6. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ БЕЗРАЗМЕРНЫМИ КОМПЛЕКСАМИ

Напомним, что тепловое число Pe появляется при обезразмеривании уравнения баланса тепла (2.3), а его концентрационный аналог — так называемое массовое, или диффузное, Pe — уравнения диффузии (2.4).

Важно подчеркнуть, что числа Pe и Re имеют совершенно одинаковую структуру и выражают отношение конвективного переноса соответствующих свойств (импульса, тепловой энергии, компоненты) к диффузному переносу.

Кроме того, они связаны между собой с помощью БК, характеризующих соотношения диффузных процессов переноса: $Pe_T = VL/\kappa = Pr \cdot Re$, $Pe_m = VL/D = Sc \cdot Re^1)$, $Pe_T/Pe_m = Le \equiv \nu/\kappa$.

Комплекс Pe раньше всех начали использовать для характеристики режимов течения и было установлено, что при больших значениях Pe пограничный, так называемый динамический (вязкий, или скоростной), слой имеет толщину $\delta_v = L/\sqrt{Re}$. Одним из наиболее важных достижений последних лет является идентификация режимов течения при малых и больших числах Re для различных технологических процессов. В настоящее время широко используют понятия теплового пограничного слоя $\delta_T = L/\sqrt{Pe_T}$ и концентрационного (диффузного) пограничного слоя $\delta_m = L/\sqrt{Pe_m}$. Соотношения между порядками толщин пограничных слоев можно получить с помощью чисел Pr и Sc $\delta/\delta_T = O(\sqrt{Pr})$; $\delta/\delta_m = O(\sqrt{Sc})$.

Таблица 1 удобна тем, что позволяет быстро установить соотношения между любыми БК, это упрощает оценки явления, если уже известны некоторые характерные его комплексы. Так, например, полезны следующие соотношения $We = Ca \cdot Re$, $We = Bo \cdot Fr$, $Wb = Ma \cdot Re$, $Bd = Bo \cdot Cr$, $Gr = Ri \cdot Re$, $Ra = Gr \cdot Pr$, $Ma \cdot Cr \cdot Ca = 1$ и т. д.

7. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ КОМПЛЕКСЫ, СВЯЗАННЫЕ С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Число $Bi = hL/k_s = (\text{тепловые потери за счет конвекции} / \text{теплопроводность материала}) = (\text{внутреннее тепловое сопротивление материала} / \text{тепловое сопротивление пограничного слоя}) = (\text{перепад температуры в твердом теле} / \text{перепад температуры между твердым телом и жидкостью})$.

Концентрационный аналог числа Bi — массовое $Bi_m = h_m L/D_{AB} = (\text{сопротивление диффузного массопереноса из твердого тела} / \text{диффузное сопротивление пограничного слоя})$. Два предельных случая $Bi=0$ и $Bi \rightarrow \infty$ относятся к идеально теплопроводной и к идеально теплоизолирующей подложкам соответственно. Любые возмущения температуры на границе теплопроводной подложки мгновенно релаксируют, т. е. ГУ на ее поверхности имеет вид $\partial T/\partial x = 0$.

¹⁾ В связи с тем, что с этого момента и далее возникла необходимость использовать тепловые и концентрационные (массовые) аналоги чисел, для удобства их обозначим индексами.

Число Nu представляет собой безразмерный градиент температуры у поверхности $Nu = (j_{convection} + j_{conduction}) / j_{conduction} = hL/k_f$. В отсутствие конвекции $Nu=1$. Концентрационным аналогом числа Nu является безразмерное число $Sh = hL/D_{AB} = (\text{полный поток компоненты} / \text{диффузный поток компоненты})$.

Следует обратить внимание на похожую структуру чисел Bi и Nu . В принципе, различие между ними легче понять, рассмотрев конкретный пример. Пусть в потоке жидкости, движущейся со скоростью V , находится твердый шарик диаметром d и теплопроводностью k_s (s — solid). Число Bi равно отношению перепада температуры в шарике к перепаду температуры между жидкостью и шариком.

В числе Nu вместо k_s используется k_f (f — fluid), и, таким образом, это число является безразмерным градиентом температуры между жидкостью и твердым телом, т. е. представляет собой характеристику конвективного переноса от свободной поверхности.

Число Фурье $Fo = \kappa t / L^2 = (\text{скорость потерь тепла кондукцией} / \text{скорость накопления тепла в твердом теле})$ используют как безразмерное время в нестационарных задачах теплопроводности. Его концентрационным аналогом является число Fo_m для массопереноса. $Fo_m = (\text{скорость диффузной потери компоненты} / \text{скорость накопления компоненты в заданном объеме})$. Примером может служить ситуация, когда происходит накопление компоненты в заданном объеме в результате химической или ядерной реакции.

Прослеживается интересная связь между временами релаксации возмущений $\tau_\kappa = L^2 / \kappa$, $\tau_D = L^2 / D$ с характерным временем t в числе Fo : $t_\kappa = \tau_\kappa \cdot Fo$, $t_m = \tau_D \cdot Fo_m$.

Авторы выражают благодарность профессору К. М. Федорову и профессору А. Б. Шабарову за стимулирующий интерес и полезные дискуссии.

Номенклатура

C — концентрация;

C_i — концентрация i -й компоненты в уравнении (2.4);

C_p — изобарная теплоемкость;

C_V — изохорная теплоемкость;

D — коэффициент самодиффузии;

D_{AB} — коэффициент диффузии растворенного вещества А в среде В;

g — ускорение свободного падения;

h — коэффициент теплопереноса,

h_m — скорость переноса массы,

k — теплопроводность;

k_f, k_s — теплопроводность жидкости и твердого тела соответственно;

j_T, j_v, j_m — потоки тепла, импульса и массы;

L — характерный размер;

m — масса;

P — давление;

Q — источник тепла в уравнении (2.3);

r — радиус;

r_i — скорость образования i -й компоненты в уравнении (2.4);

S — площадь;

T — температура;

t — время;

V — скорость;

V — вектор скорости,

δz — конечноамплитудное смещение.

Греческие символы

- α — тепловое расширение;
 Δ — приращение (температуры, плотности и т. д.);
 δ_T , δ_v и δ_m — толщина теплового, импульсного и массового пограничного слоя соответственно;
 κ — температуропроводность;
 μ — динамическая вязкость;
 ν — кинематическая вязкость;
 ρ — плотность;
 ρ_s , ρ_f — плотность твердого тела и жидкости;
 σ — коэффициент ПН,
 $\sigma'_T = \partial\sigma/\partial T$ — термический коэффициент ПН,
 $\sigma'_C = \partial\sigma/\partial C$ — концентрационный коэффициент ПН,
 $\hat{\tau}$ — тензор вязких напряжений;
 τ_T , τ_v и τ_m — время релаксации теплового, вязкого и диффузного возмущения соответственно;
 ϵ — диэлектрическая проницаемость;
 $\nabla = (\partial/\partial x)\mathbf{i} + (\partial/\partial y)\mathbf{j} + (\partial/\partial z)\mathbf{k}$ — оператор Набла;
 d/dt , $\partial/\partial t$ — субстанциональная и частная производные по времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М.: Наука, 1977. С. 523-531.
2. Иванова Н. А. Исследование оптических характеристик «аномальной» капли: Дипломная работа. Тюмень, 1998. С. 50.
3. Scriven L. E., Sternling C. V. // Nature. 1960. Т. 187. С. 186-188.
4. Безуглый Б. А. Капиллярная конвекция, управляемая тепловым действием света и ее применение в способах регистрации информации: Дисс. ... канд. ф.-м. наук. М., 1983. С. 270.
5. Richardson S. Fluid Mechanics. U. K, Hemisphere Publish. Corpog, 1989. P. 277-283.
6. Лойцянский И. Г. Механика жидкостей и газа. М.: Наука, 1973. С. 427-433.
7. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеиздат, 1978. С. 27-30.
8. Гухман А. А., Зайцев А. А. Обобщенный анализ. М.: Факториал, 1998. С. 304.
9. White F. M. Fluid Mechanics 2nd Ed. N.Y., 1986. P. 265-286.
10. Normand Ch., Pomeau Y., Velarde M. G. //Rev. Mod. Phys. 1977. Т. 49. № 3. С. 581-624.
11. Rayleigh L. //Phil. Mag. Ser.6. 1916. Т. 32. № 192. С. 529-546.
12. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т 2. М.: Мир, 1991.
13. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1983.
14. Prasuhn Alan L. Fundamentals of Fluid Mechanics. 1980. P. 182-201.
15. Ostrach S. //Annual Rev. Fluid Mech. 1982. Т. 14. С. 313-320.
16. Bond W. N. //Phil. Mag. Ser.7. 1927. Т. 4. № 24. С. 889-898.
17. Безуглый Б. А., Низовцев В. В. //Вестн. МГУ. Сер. 3. 1981. Т. 22. № 6. С. 37-41.
18. Безуглый Б. А., Шепеленок С. В., Иванова Н. А. //Письма ЖТФ. 1998. Т. 24. № 24. С. 61-64.
19. Pearson J. R. A. //J. Fluid Mech. 1958. Т. 4. № 5. С. 489-500.
20. Тернер Дж. Эффекты плавучести. М.: Мир, 1977. С. 22.
21. Young N.O., Goldstein J.S., Block M.J. //J. Fluid. Mech. 1959. Т. 6. № 3. С. 350-356.
22. Гетлинг А. В. Конвекция Рэлея-Бенара. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 248 с.
23. Berg J. //Canadian Metallurgical Quarterly. 1982. Т. 21. № 2. С. 121-136.
24. Berge P., Dubois M. //Contemp. Phys. 1984. Т. 25. № 6. С. 535-582.
25. Scriven L. E., Sternling C. V. //J. Fluid Mech. 1964. Т. 19. № 3. С. 321-340.
26. Davis S. H. //Ann. Rev. Fluid Mech. 1987. Т. 19. С. 403-435.
27. Reichenbach J., Linde H. // J. Colloid & Interface Sci. 1981. Т. 84. № 2. С. 433-443.
28. Garcia-Ybarra P. L., Castillio J. L., Velarde M. G. // Phys. Lett. Ser. A. 1987. Т. 122. № 2. С. 107-110.

29. Anderson D. M., Davis S. H. // Phys. Fluids. 1995. Т. 7. № 2. С. 248-265.
 30. Фойербахер Б., Науман Р. И., Хамакер Г. Космическое материаловедение: Введение в научные основы космической технологии. М.: Мир, 1989. С. 350.
 31. Kamotani Y., Ostrach S. Pline A. // Phys. Fluids. 1994. Т. 6. № 11. С. 3601-3609.
 32. Bonn D., Kellay H., Ben Amar M., Meunier J. // Phys. Rev. Lett. 1995. Т. 75. № 11. С. 2132-2135.
 33. Mundrane M., Xu J., Zebib A. // Adv. Space Res. 1995. Т. 16. № 7. С. 41-53.
 34. Hsien S. S., Wen M. Y. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1993. Т. 36. № 18. С. 4365-4373.
 35. Безуглый Б. А., Низовцев В. В. // Химия и жизнь, 1977. № 7. С. 33-36.
 36. Безуглый Б. А., Майоров В. С. // Ж. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр. 1981. Т. 26. № 6. С. 422-427.
 37. Carles P., Cazabat A. M. // Colloids & Surfaces. 1989. Т. 41. С. 97-105.

Борис Антонович БЕЗУГЛЫЙ –
 доцент кафедры радиофизики
 физического факультета,
 кандидат физико-математических наук
Олег Александрович ТАРАСОВ –
 аспирант,
ФЕДОРЕЦ Александр Анатольевич –
 аспирант

УДК: 532.22

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ЭФФЕКТА ДЛЯ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ МЕТОДА НАКЛОННОЙ ПЛАСТИНКИ ИЗМЕРЕНИЯ КРАЕВЫХ УГЛОВ СМАЧИВАНИЯ

АННОТАЦИЯ. Представлены результаты экспериментальной работы по применению термокапиллярного эффекта, индуцированного тепловым действием лазерного излучения, для усовершенствования метода наклонной пластинки измерения краевых углов смачивания.

The results of experimental research on the application of thermocapillary phenomenon induced by heat effect of laser beam to improve the tilting plate method of measuring of wetting angle are presented.

Существует [1-3] около двадцати методов определения краевого угла смачивания θ , отличающихся точностью, воспроизводимостью, сложностью экспериментальной установки и тем, измеряют ли θ по геометрии границы раздела (например, по профилю пузырька или капли) или косвенно (по величине поднятия жидкости в капилляре или по силе втягивания пластинки в жидкость).

Метод наклонной пластинки (НП), разработанный Адамом и Джесопом [4], в настоящее время считается самым точным. Он состоит в том, что пластинку шириной около 2 см погружают в жидкость. Вблизи пластинки образуется вогнутый или выпуклый мениск. Затем ее наклоняют до тех пор, пока мениск не станет плоским; при этом угол α между пластинкой и горизонталью и является краевым углом θ .