

## ЛИТЕРАТУРА

1. Louared M., Saidi A. Pointwise control a particle analysis for parabolic equation// Proc. 7-th Int.Symp.Fluid Dyn., Beijing, Sept. 15- 19. 1997. P. 228- 234.
2. Лобов Н. И., Любимов Д. В., Любимова Т. П. Поведение двухслойной системы жидкость – взвесь в вибрационном поле// Изв. РАН. МЖГ. 1999, №6. С. 55- 62.
3. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука. 1987. 464 с.
4. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука. 1977. 816 с.
5. Баринов В. А., Бутакова Н. Н. Поверхностные волны на слое дисперсной жидкости/ / Математическое и информационное моделирование. Тюмень: Изд-во Тюмен. ун-та. 2000. С. 57- 63.
6. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред// ПММ. 1956. Т. 20, №2. С. 184-195.
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теорий функций комплексного переменного. М.: Наука. 1987. 688 с.
8. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. 1971. 432 с.

*Владимир Николаевич КУТРУНОВ —  
заведующий кафедрой математического  
моделирования факультета математики  
и компьютерных наук Тюменского  
государственного университета, доктор  
физико- математических наук, профессор,  
Владимир Николаевич ПЬЯНКОВ —  
генеральный директор аналитического  
центра сибирской инновационной корпорации,  
Михаил Владимирович ДМИТРИЕВСКИЙ —  
аспирант кафедры математического  
моделирования*

УДК 519.6:517.5

## **КАСКАДНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

*АННОТАЦИЯ. Предложен метод обработки линий уровня, состоящий в последовательном изменении исходного ступенчатого сигнала с помощью вейвлет- преобразований. Этим из кривой удаляется высокочастотная составляющая. Изменённая ступенчатая кривая сглаживается с помощью сплайнов до любого уровня гладкости без решения алгебраических систем уравнений.*

*A method of isolines processing realized by the successive recalculation of the original step-type signal with wavelet transformation is proposed. This recalculation deletes the high-frequency part from the curve. The recalculated step-type curve is smoothed to any level of smoothness by splines without solving algebraic systems of equations.*

Один из основных способов хранения, обработки и упаковки информации в науках по исследованию недр связан с построением карт геофизических параметров. Обычной является следующая постановка задачи: на некоторой площади в некотором количестве точек известен тот или иной геофизический параметр. Как правило, сетка точек является нерегулярной, могут существовать подобласти, в которых данный геофизический параметр неизвестен. На исследуемой площади требуется построить линии уровня параметра с некоторым заданным шагом.

Прежде чем решать подобную задачу, могут решаться другие задачи. Например: на основании некоторой косвенной информации увеличивается число точек на площади, в которых данный геофизический параметр станет известным. Этим преследуется цель увеличения достоверности карты. Решаются задачи учета различных геологических нарушений, разломов и так далее. Иногда подобные задачи решаются непосредственно в алгоритмах построения карт, например, в методах построения карт с помощью аппроксимации геофизического параметра, используются различного рода стабилизаторы, которые обеспечивают тот или иной уровень сглаживания данных, или учет той или иной дополнительной информации о поведении параметра на изучаемой площади.

Одним из этапов предварительной обработки информации можно считать перестройку (пересчет) экспериментальных данных на регулярную (например, прямоугольную) и более мелкую сетку. Данные на регулярной сетке удобны для многих целей, в частности, для построения карт линий уровня.

Пусть данные уже перенесены на регулярную сетку. Для построения конкретной линии уровня необходимо сначала задать её числовое значение, затем отметить координаты точек, называемых узловыми, на тех сторонах прямоугольников, в которых такое значение уровня существует. В результате образуются управляющие последовательности узловых точек. Если каким-либо способом соединить эти точки непрерывными кривыми, то образуются замкнутые и незамкнутые линии уровня. Замкнутые линии целиком лежат внутри изучаемой площади, а незамкнутые начинаются и заканчиваются в точках границы.

Если ставится только задача построения карт линий уровня, то пересчет на прямоугольную сетку целесообразно опустить, так как при таком пересчете вносится дополнительная погрешность. В то же время сами управляющие последовательности могут быть построены и по триангулированной области. Триангуляция же может быть выполнена непосредственно по точкам, в которых известен геофизический признак.

Предположим, что управляющие последовательности точек уже известны.

В данной работе предложен метод проведения кривой, которую можно считать линией уровня. Особенностью метода является возможность быстрого пересчета линии уровня с меньшей гладкости на большую. В основе метода лежит последовательный пересчет сплайновых кривых от низшего порядка гладкости к высшему, начиная с построения аппроксимации линии уровня сплайновой кривой нулевого порядка.

Рассмотрим сначала процесс аппроксимации и перестройки для функций, заданных на бесконечной прямой. Пусть дана функция  $f(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Если её носитель некоторый конечный отрезок прямой  $[a, b]$ , то будем считать функцию заданной на всей прямой с нулевым продолжением вне отрезка. Рассмотрим базис  $\{\varphi_i(x) = B_0(x - i)\}$ ,  $i \in \mathbb{Z}$ , построенный целочисленными сдвигами функции:

$$B_0(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1) \\ 0, & x \notin [0, 1) \end{cases} \quad (1)$$

подстановкой положительных и отрицательных значений индекса  $i$ .

Очевидно, что этот базис ортонормирован в  $L_2(\mathbb{R})$ , но не является полным.



Рис. 1. На рисунке представлены функции  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(x)$

Спроектируем функцию  $f(x)$  на пространство с базисом  $\varphi_k$  :

$$f(x) \approx \tilde{f}(x) = \sum a_k \varphi_k(x). \quad (2)$$

Коэффициенты  $a_k$  вычисляются с учетом ортонормированности и свойства базиса по формуле :

$$a_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \varphi_k(x) dx = \int_k^{k+1} f(x) dx \quad (3)$$

Ряд  $\tilde{f}_k(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \varphi_k(x)$  приближает функцию  $f(x)$  с помощью ступенчатой функции  $\tilde{f}(x)$  с шагом ступеньки 1. Если носителем функции  $f(x)$  является отрезок  $[a, b]$ , то эта аппроксимация является конечной суммой.

Поскольку речь идет о визуализации кривой на карте или на экране компьютера, то вопрос о точности аппроксимации следует решить исходя из того, как видит эту кривую человек. Если интервал, на котором изучается функция  $f(x)$  большой, а изменения этой функции по отношению к отрезкам единичной длины малы, то ступенчатая кривая  $\tilde{f}$  может казаться непрерывной, совпадающей с  $f(x)$ . Напротив, для высокочастотных кривых аппроксимация  $\tilde{f}(x)$  будет казаться достаточно грубой. Ясно, что для хорошей аппроксимации высокочастотной кривой ступенчатыми функциями потребуется использовать базис, построенный сдвигом функции  $B_0(x/h)$ , здесь  $0 < h < 1$  – ее носитель и одновременно величина сдвига, с помощью которого строится новый базис. Этот базис строится по формуле:

$$\varphi_k = B_0\left(\frac{x}{h} - k\right), \quad k = z \quad (4)$$

С другой стороны, если функция мало меняется на отрезках единичной длины, то в интеграле (3) функцию  $f(x)$  можно считать постоянной и равной значению в нижней точке интегрирования. В этом случае будем иметь  $a_k = f(k)$ . Таким же образом поступаем в случае, когда функция  $f(x)$  известна только в целочисленных точках.

Изложенные качественные рассуждения о точности аппроксимации нуждаются в математическом формализме, однако для решения практических задач без этого можно обойтись, так как экспертом точности аппроксимации в этом случае является человек. На гладкость функции  $f(x)$  не наложено никаких ограничений, в частности, она может быть ступенчатой функцией с разрывами в целочисленных точках действительной оси. В этом единственном случае ее разложение по базису  $\{\varphi_k = B_0(x - k)\}$  оказывается абсолютно точным.

Предположим, что функция  $f(x)$  задана своими значениями во всех целочисленных точках некоторого отрезка действительной оси. Кроме того, эти значения  $f(i)$  вследствие различных ошибок заданы с погрешностью, тогда, во - первых, неизвестно поведение кривой между точками, а во - вторых, из за погрешности задания нет нужды восстанавливать кривую проходящей через значения  $f(i)$ . Следовательно, для восстановления кривой требуется ее аппроксимация, а не интерполяция. Самой примитивной аппроксимацией будет ступенчатая функция, проведенная через экспериментальные точки. Данная кривая будет действительно аппроксимативной, так как она разрывна. От интерполяционной кривой требуется её прохождение через заданные точки, то есть непрерывность.

Заметим, что ступенчатая кривая является по определению сплайном нулевого порядка, например, [3], а функции базиса  $\{\varphi_k = B_0(x - k)\}$ , по которым ее можно восстановить точно, оказываются B-сплайнами нулевого порядка.

Можно аппроксимировать кривую сплайнами порядка  $n$ . От этой аппроксимации обычно требуют, чтобы кривая на всем отрезке имела производные до порядка

$n-1$ . Для этих целей в качестве базиса используются В-сплайны порядка  $n$ . Из-за того, что В-сплайны порядка  $n > 0$  не образуют ортонормированного базиса, для определения коэффициентов разложения приходится решать алгебраическую систему ленточной структуры с шириной ленты  $n$ .

Предложим другой способ аппроксимации ступенчатой (экспериментальной) кривой В-сплайнами любого порядка. Метод опирается на определение В-сплайнов с помощью рекуррентной формулы:

$$B_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B_{n-1}(y)B_0(x-y)dy = \int_{-\infty}^{\infty} B_{n-1}(x-y)B_0(y)dy; \quad n=1,2,\dots \quad (5)$$

Эта рекуррентная формула является сверткой. Так как у В-сплайна  $B_0(x)$  носителем является интервал  $[0,1)$ , то и сплайны со следующими номерами имеют ограниченные носители. Можно показать, что у В-сплайна порядка  $n$  носителем будет интервал  $[0,n+1)$ .

Пусть дана ступенчатая функция  $\tilde{f}(x)$  с шагом ступеньки  $h$ , аппроксимирующая по экспериментальным точкам  $\{a_k\}$  функцию  $f(x)$ :

$$f(x) \approx \tilde{f}(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k \phi_k(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k B_0\left(\frac{x}{h} - k\right) \quad (6)$$

Из-за ограниченности носителя функции  $f(x)$  суммы в равенстве (6) являются конечными. Умножая приближенное равенство на  $B_0(p - x/h)$ , где  $p$  – параметр, и интегрируя по всей прямой, получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)B_0\left(p - \frac{x}{h}\right)dx \approx \sum_{-\infty}^{\infty} a_k \int_{-\infty}^{\infty} B_0\left(\frac{x}{h} - k\right)B_0\left(p - \frac{x}{h}\right)dx \quad (7)$$

Интегралы в этой формуле можно упростить. Учитывая свертку (5) и выполняя замены переменных, получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_0\left(\frac{x}{h} - k\right)B_0\left(p - \frac{x}{h}\right)dx = h \int_{-\infty}^{\infty} B_0(y)B_0(p - k - y)dy = hB_1(p - k);$$

Для вычисления интеграла левой части равенства используется вид функции  $B_0(x)$  и теорема о среднем:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)B_0\left(p - \frac{x}{h}\right)dx = \int_{(p-1)h}^{ph} f(x)dx = f(\xi)h, \text{ где } \xi \in [(p-1)h, ph].$$

Подстановка этих равенств в (7) и сокращение на  $h$  дает:

$$f(\xi) \approx \sum_{-\infty}^{\infty} a_k B_1(p - k); \quad \xi \in [(p-1)h, ph]; \quad (8)$$

Для приведения этого равенства к зависимости типа (6) введем новую переменную  $x = ph$ , тогда получим:  $f(\xi) \approx \sum a_k B_1(x/h - k)$ ;  $\xi \in [x' - h, x']$ . Определяя точку  $x$  как середину интервала  $[x' - h, x']$ , т.е.  $\xi = x' - h/2$ ;  $f(x' - h/2) \approx \sum a_k B_1(x/h - k)$  и вводя новую переменную  $x = x' - h/2$ , получим:  $f(x) \approx \sum a_k B_1(x/h - k + 1/2)$ . Если еще раз свернуть это равенство с В-сплайном нулевого порядка, то получится представление функции  $f(x)$  через сплайны  $B_2$ . Общий случай формулы имеет вид:

$$f(x) \approx \sum_{-\infty}^{\infty} a_k B_n\left(\frac{x}{h} - k + \frac{n}{2}\right); \quad (9)$$

То есть получена аппроксимация кривой  $f(x)$  В-сплайнами любого порядка, причем коэффициенты разложения  $\{a_k\}$  оказываются коэффициентами начального разложения (6) по  $B_0(x/h - k)$ . В свою очередь, эти коэффициенты являются началь-

ными (экспериментальными) значениями  $f(x)$ , заданными на отрезке  $[a, b]$  с равномерным шагом  $h$ .

Рассмотрим управляющую последовательность узловых точек линии уровня геофизического параметра. Пусть эта последовательность пронумерована  $n = 1, 2, \dots, N$ . Предположим, что найдено параметрическое представление кривой с параметром  $0 \leq t \leq N$ , причем такое, что в целочисленных значениях параметра  $t = 0, 1, 2, \dots, N$  координаты точек кривой последовательно совпадают с координатами точек из управляющей последовательности. Вне интервала координаты нулевые. При этих условиях каждая координата линии уровня в параметрической форме может быть представлена ступенчатой функцией с шагом  $h = 1$  и коэффициентами, равными соответственно координатам управляющей последовательности:

$$x(t) \approx \tilde{x}(t) = \sum_{i=0}^n x_i B_0(t-i); \quad y(t) \approx \tilde{y}(t) = \sum_{i=0}^n y_i B_0(t-i); \quad (10)$$

Использованные последовательности  $\{x_i\}$  и  $\{y_i\}$   $i = 0, 1, \dots, N$  в случае необходимости могут быть легко обработаны с помощью методов вейвлет-преобразований [4,5]. В частности, можно огрубить разложения  $\tilde{x}(t)$ , используя базисы сдвигов типа  $\{2^{j/2} B_0(2^j t - k)\}$ . Для  $j = -1$  имеем  $\{1/\sqrt{2} B_0(t/2 - k)\}$ . В отличие от (10) носители этих функций  $h = 2$ . Т.е. функция будет разложена по базису с более широким носителем и часть мелких деталей функции  $x(t)$  по сравнению с предыдущим разложением по базису  $\{B_0(t - k)\}$  будет утеряна. Вейвлет-преобразования предлагают быструю технику пересчета коэффициентов  $\{x_i^0\}$ ,  $\{y_i^0\}$  разложения по ортонормированному базису  $\{B_0(t - k)\}$  в коэффициенты  $\{x_i^j\}$ ,  $\{y_i^j\}$  разложения по базису  $\{2^{j/2} B_0(2^j t - k)\}$ . Этот пересчет в случае исходной записи (10) выполняется в сторону отрицательных  $j$  по рекуррентным формулам:

$$x_i^j = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k^{j+1} q_{k-2i}; \quad j = -1, -2, \dots \quad (11)$$

Коэффициенты  $q_k$  однозначно определяются выбором исходного ортонормированного базиса сдвига. В случае базиса (1) отличны от нуля только два коэффициента:  $q_0 = q_1 = 1/\sqrt{2}$ ; Выполнив преобразование (11) до нужного уровня  $j$  и, тем самым, опустив множество «мелких» деталей исходной ступенчатой кривой (10), приходим к записи координат огрубленной ступенчатой линии уровня в параметрической форме:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k^j 2^{j/2} B_0(2^j t - k) \\ \tilde{y}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_k^j 2^{j/2} B_0(2^j t - k) \end{aligned} \quad (12)$$

Этот процесс отбрасывания «мелких» деталей можно назвать сглаживанием линии уровня в ее ступенчатом представлении. Далее каждая из сглаженных функций  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{y}(t)$  может быть аппроксимирована В-сплайнами любого порядка техникой формул (6) – (9) и построена линия уровня любой степени гладкости. Фактически, для записи гладкой функции достаточно по формулам (12) записать формулы (9). Учитывая ограниченность носителей В-сплайнов и высокую скорость переработки коэффициентов (11), можно написать сверхскоростные алгоритмы построения линий уровня, состоящие из двух этапов:

1) замена одной ступенчатой функции на другую более грубую ступенчатую кривую,

2) замена ступенчатой функции на гладкую функцию любой степени гладкости с использованием В-сплайнов порядка  $n$ .

Пусть не требуется огрублять ступенчатую кривую (10). Продолжим ее нулем вне интервала  $t \in (0, N)$ . Замена на гладкую кривую с помощью В-сплайнов порядка  $n$  выполняется по формулам (9) и имеет вид :

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \sum_{i=0}^n x_i B_n \left( t - i + \frac{n}{2} \right) \\ \bar{y}(t) &= \sum_{i=0}^n y_i B_n \left( t - i + \frac{n}{2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Теперь, задав  $n$  и с любым шагом меняя аргумент  $t$   $0 \leq t \leq N$ , можно построить график линии уровня, имеющей  $n-1$  непрерывную производную. Использование в теории всей действительной оси  $t \in \mathbb{R}$  и фактическое изучение лишь интервала  $[0, N]$  приводит к краевому эффекту. Действительно, вычислим, например, значения в точке  $t=0$ :  $\bar{x}(0) = \sum_{i=0}^n x_i B_n \left( -i + \frac{n}{2} \right)$ . Так как носителем функции  $B_n$  является интервал  $(0, n+1)$ , то  $0 \leq -i + \frac{n}{2} \leq n+1$ , откуда получается:  $-\frac{n}{2}-1 \leq i \leq \frac{n}{2}$ ; Пусть  $n$  четно,  $n=2k$ , тогда, учитывая, что  $i$  целое число, найдем:  $-k-1 \leq i \leq k$ . Аналогичная формула имеет место в случае нечетного  $n$ , следующего за данным четным  $n$ . Например, пусть речь идет о кубических В-сплайнах, тогда  $n = 3$  и  $k = 1$ , откуда следует, что индекс  $i$  пробегает  $2k+2$  значений,  $-2, -1, 0, 1$ . Следовательно, для вычисления  $x(0)$  в случае  $n=3$ , необходимо знать экспериментальные значения  $x_{-2}$  и  $x_{-1}$  которые не известны. В данном тексте эти значения принимаются нулевыми, что не обосновано. Задание значений координат  $x(t)$  и  $y(t)$  вне интервала  $0 \leq t \leq N$  может быть получено из каких-либо косвенных соображений. Например, эти точки в случае разомкнутой линии уровня могут быть экстраполированы из отрезка  $0 \leq t \leq N$  или просто повторены нужное количество раз, и т. д. Если линия уровня замкнута, то недостающие точки в начале и конце кривой могут быть взяты из конца и начала этой же кривой соответственно. Этим замкнутая кривая заданной гладкости делается периодической, что наилучшим образом соответствует изложенной технике выкладок на бесконечной прямой. Могут быть реализованы и другие идеи, например, можно задать некоторое количество производных на концах отрезка. Заметим ещё, задание данных вне интервала  $[0, N]$ , потребует увеличения суммирования в формулах (13). Так как на вычисление значений функции в узле  $x(t)$  в точке  $0 \leq t \leq N$  требуется  $2k + 2$ , значений координат из окрестности этой точки, то полученная аппроксимативная кривая удобна для ее аналитического ретуширования. Действительно, удаление некоторой точки линии уровня, или появление новой, а также изменение коэффициента какой-либо точки из управляющей последовательности повлечет изменение вида кривой в  $2k+2$  узлах и, следовательно, изменит вид кривой лишь между этими узлами.

Итак, предлагается следующая последовательность построения линий уровня:

1. Анализируются значения геофизического параметра в точках заданной площади. Если возможно, осуществляется пополнение или отбраковка некоторых точек.

2. Выстраиваются управляющие последовательности точек  $(x_i, y_i)$  линий уровня. Эти точки нумеруются  $i \in [1, N]$ . Последовательности  $\{x_i\}$ ,  $\{y_i\}$  являются коэффициентами ступенчатой кривой, заданной параметрически.

3. Если требуется, эти ступенчатые линии уровня могут быть огрублены и разложены по базису, состоящему из ступенек с более широким носителем, (техника вейвлет-преобразований). Этим у кривой срезается высокочастотная составляющая.

4. В начало и конец управляющей последовательности дописывается ряд точек, с тем чтобы задать поведение кривой на концах или ослабить краевой эффект. Заметим, что краевой эффект тем слабее, чем меньше порядок  $n$  использованного В-сплайна.

5. Из косвенных соображений определяется порядок  $n$  В-сплайнов, которые будут использованы для построения гладкой кривой, имеющей  $n-1$  производную.

6. По формулам (13) строится гладкая кривая.

Возможные модификации:

1. Разные линии уровня или разные участки линии уровня могут не преобразовываться совсем или преобразовываться сплайнами разных порядков.

2. Ретуширование управляющих последовательностей точек данной линии уровня обосновывается тем, что их координаты определены или с вычислительной, или с измерительной ошибками. Например, при наклонном бурении координаты точки, в которой взяты пробы, не могут быть определены точно. Но и в случае вертикальной скважины её координаты можно считать не точными из-за того, что признак определен с ошибкой (т. е. можно считать, что признак определен точно, но в точке с другими координатами). По этим причинам предпочтительны аппроксимативные (а не интерполяционные) методы построения линий уровня. Другая причина изменения построенных кривых в отдельных точках связана с вставкой новых или уточнением старых координат. Из-за локальности вычислительной схемы вставка или удаление точки влияют только на окрестность этой точки. Размеры окрестности незначительны, определяются порядком В-сплайнов, поэтому не требуется пересчета всей кривой, следовательно, могут быть созданы быстродействующие локальные алгоритмы доработки кривых.

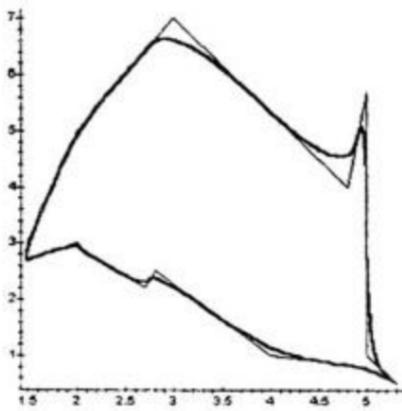


Рис. 2. Аппроксимация параболическими В-сплайнами

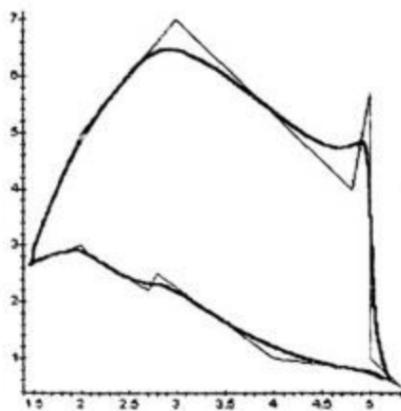


Рис. 3. Аппроксимация кубическими В-сплайнами

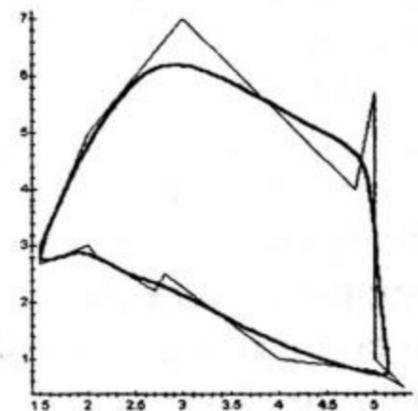


Рис. 4. Аппроксимация В-сплайнами порядка 6

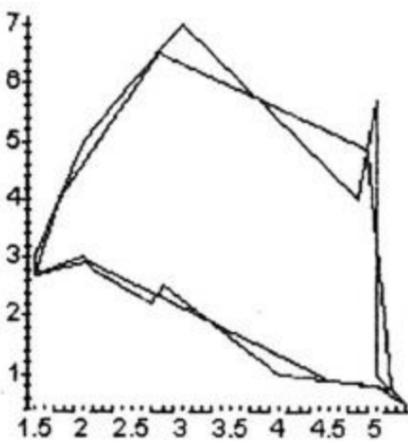


Рис. 5. Однократное вейвлет-преобразование

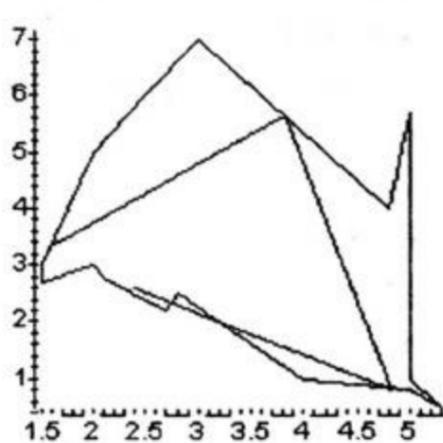


Рис. 6. Двукратное вейвлет-преобразование

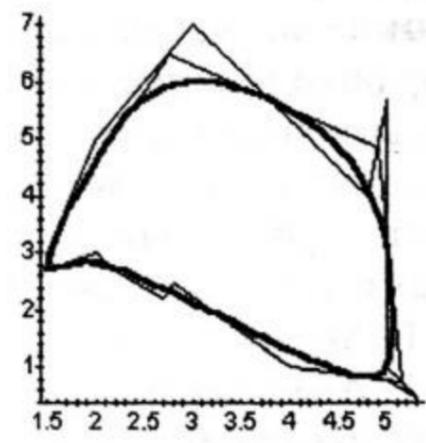


Рис. 7. Параболический сплайн после однократного вейвлет-преобразования.

На рисунках 2-4 приведена аппроксимация линии уровня с помощью В-сплайнов второго, третьего и шестого порядков. Управляющая последовательность точек представлена вершинами многогранника. Построение кривых выполнено системой Maple V4. Вычисления выполнялись по формулам (13).

Исходными данными для рисунков 2-7 служил массив из 16 точек (вершины общего для всех рисунков многоугольника). На рис. 5 последовательности координат  $\{x_j\}$   $\{y_j\}$  эти точек переработаны по формулам (11),  $j=-1$ . Количество точек уменьшилось примерно вдвое. Новый многоугольник не содержит многих деталей исходного многоугольника. На рис. 7 этот новый многоугольник аппроксимирован параболи-

ческими сплайнами по формулам (13). Сглаженная кривая мало отличается от аппроксимации исходного многоугольника В-сплайнами шестого порядка (рис.3). Двукратное преобразование исходной последовательности уже не имеет смысла (рис.6), так как осталось всего три точки и основная информация о кривой утеряна. Каскадный алгоритм предполагает использование обеих процедур: сглаживание кривой в её ступенчатом представлении (вейвлет-преобразование) и сглаживание посредством аппроксимации ступенчатой кривой все более гладкими функциями, например, В-сплайнами. Между глубиной обработки данных тем и другим способом должен быть установлен компромисс: глубокая проработка на уровне ступенчатого представления приводит к возможности аппроксимации сплайнами низкого порядка и наоборот. Компромисс зависит от цели- минимум потери информации при хранении, визуализации, или передачи данных по каналам связи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Волков А.М. Геологическое картирование нефтегазоносных территорий с помощью ЭВМ. М.: Недра. 1988. 221 с.
2. Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ. М.: Недра. 1990. 301 с.
3. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука. 1976. 248 с.
4. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. СПб: Издательство СпбТУ. 1999. 132 с.
5. Переберин А.Б. Построение изолиний с автоматическим масштабированием //Вычислительные методы и программирование. 2001. Т. 2. С. 22-32.

*Алексей Викторович ТАГОСОВ —  
доцент кафедры математического  
моделирования, кандидат  
физико-математических наук*

УДК 536.75

### **ОДНОМЕРНЫЙ РЕШЕТЧАТЫЙ ГАЗ**

*АННОТАЦИЯ. Рассматривается задача о нахождении внешнего поля, выравнивающего осцилляции плотности вблизи стенки. Получены выражения младших корреляционных функций непосредственно из уравнений Кирквуда-Зальцбурга для бесконечной системы частиц на одномерной решетке с бинарным взаимодействием ближайших соседей.*

*The particle function of the infinite one-dimensional system distribution is derived. The external field that corrects the oscillation density near the wall is found.*

Одним из эффективных методов изучения бесконечных статистических систем является метод частичных функций распределения, введенный Н. Н. Боголюбовым. Частичные функции удовлетворяют некоторым известным системам уравнений. Однако сами системы уравнений являются бесконечными, поэтому общеприняты приближенные методы их решения. Всякое же точное аналитическое решение системы уравнений для частичных функций распределения представляет определенный интерес.

Рассмотрим бесконечную систему частиц на одномерной решетке  $Z$  с бинарным взаимодействием ближайших соседей во внешнем поле. Бинарный потенциал взаи-