ФИЗИКА

А. Б. ШАБАРОВ,
А. П. ХОЛМОГОРОВ

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭРЛИФТА

АННОТАЦИЯ. Разработана гидродинамическая теория эрлифтной технологии подъема грунта. Рассмотрена модель течения трехфазной среды воздух — вода — твердые частицы грунта в подъемной трубе и модель двухфазной среды вода — грунт в подводящей трубе. Теория доведена до инженерной расчетной методики, предназначенной для проверочного и проектировочного расчета системы.

Hydrodynamic theory of airlift technology of sand and gravel from the bottom of rivers and lakes is developed. A model of threephase continium (air-water-solid) flow in the lifting tube and a model pulp (water-solid) flow in the inflow tube are analysed. The theory is reduced to the engineer calculation method for test and design of system.

Создание высокоэффективных эрлифтных комплексов вызвало необходимость разработки современной гидродинамической теории эрлифта, основанной на общей теории динамики многофазных сред [1,2 и др.]. Для теоретического анализа рассмотрим классическую схему эрлифтной технологии (рис. 1), основанную на использовании следующих конструктивных элементов: 1 — всасывающие устройства, 2 — труба для подвода воды, 3 — подающая труба эрлифта, 4 — смеситель, 5 — подъемная труба, 6 — насос, 7 — воздухоотделитель, 8 — компрессор, 9 — труба для подвода сжатого воздуха в смеситель.

При разработке математической модели эрлифта принимаем ряд основных допущений, касающихся свойств рабочих сред, используемых в процессе подъема грунта. Эти допущения широко применяются в теории многофазных сред и нашли подтверждение при экспериментальных исследованиях эрлифтных комплексов [2]:

1. Размеры включений в эрлифтной смеси, то есть частиц грунта и капель воды, во много раз больше молекулярно-кинетических расстояний и во много раз меньше диаметра и длины подъемной трубы.

2. Непосредственным взаимодействием частиц дисперсной фазы, их дроблением и коагуляцией, а также энергией их пульсационного движения можно пренебречь.

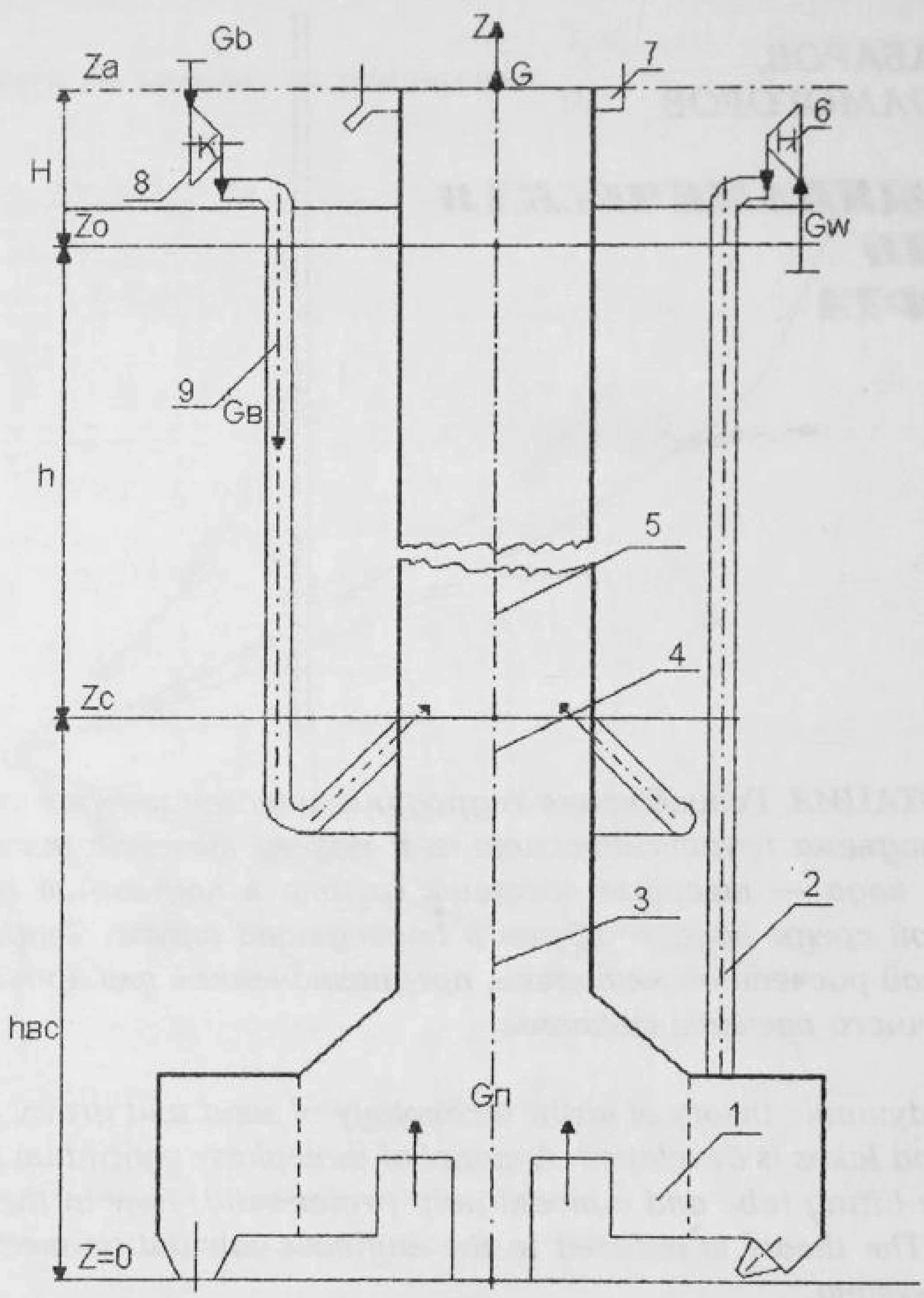

Рис. 1. Расчетная схема для теоретического анализа эрлифтного подъема грунта.

В подъемной трубе происходит течение трехфазной эрлифтной смеси, состоящей из воздуха, воды и твердых частиц грунта. В подающей трубе среда двухфазная и состоит из воды и твердых частиц, то есть пульпа. Несущей дисперсионной фазой в подъемной трубе является воздух, в подводящей — вода.

При описании движения сред применяем следующие обозначения. Координатная ось Z направлена вдоль оси трубы. Начало координат Z=0 находится в основании всасывающего устройства. Расстояние от основания всасывающего устройства до расчетного сечения смешения — $h_{вс}$, расстояние между сечением смешения и уровнем воды в водоеме, то есть погружение подъемной трубы — h, высота части трубы над уровнем воды в водоеме — H. Диаметр подъемной трубы — $d_п$, воздухопроводной трубы — $d_в$, трубы, по которой подводится вода — d_w. Индексы $i=1,2,3$ относятся соответственно к параметрам воздуха ($i=1$), воды ($i=2$) и твердых частиц ($i=3$). Истинные плотности воздуха, воды и грунта обозначим соответственно $\rho_1^{(0)}$, $\rho_2^{(0)}$, $\rho_3^{(0)}$. Объемная концентрация фаз $\alpha_1=V_1/V$, $\alpha_2=V_2/V$, $\alpha_3=V_3/V$, где V — контрольный объем; V_1, V_2, V_3 — объемы, в пределах V, занятые отдельными фазами, то есть воздухом, водой и грунтом. Таким образом

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=1 \qquad (1)$$

Приведенные плотности $\rho_i=m_i/V$ ($i=1,2,3$), где m_i — масса i-ой фазы находящейся в объеме V. Следовательно:

$$\rho_1=\alpha_1\rho_1^{(0)},\ \rho_2=\alpha_2\rho_2^{(0)},\ \rho_3=\alpha_3\rho_3^{(0)}, \qquad (2)$$

плотность эрлифтной смеси $\rho_{см}=\rho_1+\rho_2+\rho_3$.

Для единичного контрольного объема $V=1$, объемная концентрация дисперсных фаз выражается через число частиц n в этом объеме

$$\alpha_2=4/3\pi a_2^3 n_2,\ \alpha_3=4/3\pi a_3^3 n_3,\ \alpha_1=1-\alpha_2-\alpha_3,\ n_2=3\alpha_2/4\pi a_2^3,\ n_3=3\alpha_3/4\pi a_3^3, \qquad (3)$$

где a_2 и a_3 — эквивалентные радиусы частиц воды и грунта, имеющих сложную пространственную форму, n_2 и n_3 — число частиц воды и грунта в единице объема.

Исходная общая система механики трехфазной среды при сделанных допущениях состоит из уравнений сохранения масс фаз, уравнений совместного деформирования фаз, выражений для приведенных тензоров напряжений и векторов, характеризующих перенос импульса и энергии в дисперсной смеси, уравнений импульсов для каждой из фаз, обобщенных выражений для сил, действующих на частицу со стороны несущей фазы, уравнений энергии фаз и уравнений состояния каждой из фаз [1].

Уравнения сохранения для составляющих смеси в дифференциальной форме имеют вид ($i=1,2,3$) [1]:

сохранение массы

$$\frac{\partial\rho_i}{\partial t}+\nabla\rho_i\vec{v}_i=\sum_{j=1}^{3}J_{ji} \qquad (4)$$

сохранения импульса

$$\frac{\partial\rho_i\vec{v}_i}{\partial t}+\nabla^k\rho_i\vec{v}_i v_i^k=\nabla^k\vec{\sigma}_i+\rho_i\vec{g}_i+\sum_{j=1}^{3}\vec{P}_{ji} \qquad (5)$$

сохранение энергии

$$\frac{\partial\rho_i E_i}{\partial t}+\nabla^k\rho_i E_i v_i^k=\nabla(\vec{c}_i-\vec{q}_i)+\rho_i\vec{g}_i\vec{v}_i+\sum_{j=1}^{3}E_{ji} \qquad (6)$$

где J_{ji} характеризует интенсивность перехода массы, $\vec{P}_{ji}=\vec{R}_{ji}+J_{ji}\vec{v}_{ji}$ — интенсивность обмена импульсом, $E_{ji}=W_{ji}+Q_{ji}+J_{ji}(u_{ji}+1/2v_{ji}^2)$ — интенсивность обмена энергией, $\vec{\sigma}=\sum_{i=1}^{3}\vec{\sigma}_i$ — тензор поверхностных сил, $\rho\vec{g}=\sum_{i=1}^{3}\rho_i\vec{g}_i$ — вектор массовых сил, R_{ji}- межфазные силы из-за сил трения и давления между фазами, отнесенные к единице объема, $\vec{C}_i^n=\vec{\sigma}_i^n\vec{V}_i$ — работа внешних поверхностных сил, $\vec{q}$ — вектор потока тепла, W_{ji}— интенсивность межфазного обмена энергией за счет работы межфазных сил, Q_{ji} — поток энергии за счет межфазного теплообмена.

Учитывая реальный диапазон температур и давлений воздуха в эрлифтных технологиях (T=273–400K P=0,1 – 1,0 МПа) для определения плотности и энтальпии воздуха, используем уравнение состояния калорически совершенного газа

$$\rho_1^{(0)}=P_1/R_1T_1,\ i_1=u_1+P_1/\rho_1^{(0)}=C_p(T_1\text{-}T_0)+i_{10q} \qquad (7)$$

плотности жидкости и грунта считаем постоянными

$$\rho_2^{(0)}=\text{const},\ \rho_3^{(0)}=\text{const}.$$

Система уравнений (4)–(7) с замыкающими гипотезами и обобщенными опытными данными является замкнутой относительно неизвестных функций ρ_i, v_i, P_i, T_i и при задании начальных данных в области течения, а также граничных условий на твердых стенках и в граничных сечениях позволяет, известными численными методами, определить распределение этих функций с течением времени во всей области течения.

Реальные гидродинамические условия, характерные для классической схемы эрлифта (рис. 1) в расчетных условиях, позволяют принять специфические допущения, которые практически не снижают точность расчета, но позволяют существенно упростить основную модель (4)÷(7). Течение будем считать квазистационарным, при котором параметры в каждой точке не зависят от времени в течение рассматриваемого временного периода. Кроме того, учитывая, что трубопроводы имеют значительную, но сравнимую с диаметром протяженность будем считать течение квазиодномерным. В каждом сечении исследуются осредненные по сечению и изменяющиеся по линейной координате Z параметры $\rho_i=\rho_i(z)$, $v_i= v_i(z)$, $T_i= T_i(z)$. Рассматривается модель с общим давлением фаз $P_i= P(z)$. Полагаем также, что отсутствует внешний теплообмен $q_i=0$ и переход массы из одной фазы в другую, что соответствует реальным условиям и составу смеси, т. е. $J_{ji}=0$ (i,j=1,2,3).

Квазиодномерная модель трехфазной среды в подъемной трубе эрлифта. Обоснованные выше допущения позволяют существенно упростить исходную математическую модель, основанную на уравнениях (4)÷(7). Для участка подъемной трубы $h_{вс}\le z\le h_{вс}+h+H$ уравнения "сохранения" принимают вид:

уравнения сохранения массы фаз (уравнения расхода)

$$\alpha_1\rho_1^{(0)}V_1S=G_1,\ \alpha_2\rho_2^{(0)}V_2S=G_2,\ \alpha_3\rho_3^{(0)}V_3S=G_3,\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=1 \qquad (8)$$

уравнения импульсов для фаз, запишем с учетом сил Архимеда, сил присоединенных масс из-за инерциальных эффектов и f_i— силы вязкого сопротивления движения твердых и жидких частиц в газовой фазе.

Уравнения движения и энергии обычно рассматривают в неинерциальной системе координат, движущейся со скоростью v_1 и ускорением d_2v_1/dt, в котором частицы движутся со скоростями $w_{21}= v_2\text{-}v_1$ и $w_{31}= v_3\text{-}v_1$. Тогда силы межфазного взаимодействия

$$f_{1i}=f_{ai}+f_{mi}+f_{m1i}, \qquad (9)$$

где $f_{ai}=\dfrac{4\pi a_i^3}{3}\rho_1^{(0)}\left(\dfrac{d_1V_1}{dt}-g_1\right)$ — силы Архимеда,

$$f_{mi} = \frac{2\pi a_i^3}{3}\rho_1^{(0)}\left(\frac{d_1V_1}{dt} - \frac{d_2V_2}{dt}\right)$$ — силы присоединенных масс.

Силу межфазного вязкого взаимодействия находим с помощью коэффициента сопротивления сферы, с учетом поправок на стесненность обтекания $\psi\alpha$, на коэффициент формы, учитывающий отличие формы дисперсных частиц от сферической ψ_{we} и на сжимаемость несущего газа ($\psi_м$) [1]:

$$f_{mi} = \frac{\alpha_i}{n}K_\mu\frac{\mu_1}{a_i^2}w_{1i},(i=2,3)$$

где $K_\mu = \frac{3}{16}C_\mu R_{eli}, R_{eli} = \frac{2a_i\rho_1^{(0)}W_{1i}}{\mu_1}, C_\mu = \Psi_\alpha\Psi_{we}\Psi_м C_\mu^{(0)}$,

$$C_\mu^{(0)} = \frac{24}{R_{eli}} + \frac{4}{\sqrt{R_{eli}}} + 0{,}4, \Psi_\alpha = (1-\alpha_i)^{-2,7}$$, для капель

$$\Psi_{we} = \exp(0{,}03W_{12}^{1,5}) \text{при} 0 \le We_{12} \le 25, We_{12} = 2a_2\rho_1^{(0)}W_{12}^2/\Sigma, \Psi_м = 1 + \exp\left(-\frac{0{,}427}{M_{1i}4{,}63} - 3{,}0\,Re_{1i}^{-0,88}\right), M_{12} = \frac{W_{12}}{\sqrt{KRT_1}}$$

Следуя работе [1], преобразуем уравнения движения (5) для трехфазной смеси к виду:

$$\rho_1V_1\frac{dV_1}{dZ} = -(1-\frac{3}{2}(\alpha_2+\alpha_3))\frac{dP}{dZ} - (1-\frac{3}{2}\alpha_2)n_2f_{\mu21} - (1-\frac{3}{2}\alpha_3)n_3f_{\mu31} - (1-\frac{1}{2}(\alpha_2+\alpha_3))\rho_1g - \rho_1f_{тр} \quad (10)$$

$$\rho_2V_2\frac{dV_2}{dZ} = -\frac{3}{2}\alpha_2\frac{dP}{dZ} + (1-\frac{3}{2}\alpha_2)n_2f_{\mu21} - \rho_2g - \frac{1}{2}\alpha_2\rho_1g - \rho_2f_{тр} \quad (11)$$

$$\rho_3V_3\frac{dV_3}{dZ} = -\frac{3}{2}\alpha_3\frac{dP}{dZ} + (1-\frac{3}{2}\alpha_3)n_3f_{\mu31} - \rho_3g - \frac{1}{2}\alpha_3\rho_1g - \rho_3f_{тр} \quad (12)$$

где $F_{тр}$ – сила трения смеси о стенки трубы

Уравнение импульсов для смеси:

$$\rho V\frac{dV}{dZ} = \frac{dP}{dZ} - \rho g - \rho f_{тр}$$

где $\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3$,

откуда, интегрируя по z

$$\frac{V^2}{2} - \frac{V_c^2}{2} = -\int_{P_c}^{P}\frac{dP}{\rho} - \rho g(Z - Z_c) - L_{тр} \quad (13)$$

$$H_c^* = \frac{V_c^2}{2g} + Z_c + \frac{P_c}{\rho_c g} = \frac{V^2}{2g} + \frac{1}{g}\int_{P_c}^{P}\frac{dP}{\alpha_1P/RT + \alpha_2\rho_2^0 + \alpha_3\rho_3^0} + Z + h_{тр}$$

где H_c^* — полный напор смеси при выходе из смесителя в подъемную трубу.

Для оценки расчетного давления при выходе из трубы P_a', полагая

$$\int\limits_{P_c}^{P} \frac{dP}{\alpha_1 P / RT_1 + \alpha_2\rho_2^0 + \alpha_3\rho_3^{(0)}} = \frac{P_a^l - P_c}{\bar{\rho}},$$

где $\bar{\rho} = \alpha_1 \dfrac{P_a + P_c}{2RT_1} + \alpha_2\rho_2^{(0)} + \alpha_3\rho_3^{(0)}$,

получим

$$P_a^l = P_c + g\bar{\rho}(H_c^* - \frac{V_a^2}{2g} - Z_a - h_{\text{тр}}\Big|_c^a) \qquad (14)$$

где v_a определяется из уравнения расхода в сечении $z=z_a$: $v_a = G/\bar{\rho}_a S$. Уравнения для внутренней энергии смеси конденсированных фаз при условиях

$$\sigma_{1*}^{kl} = -p\delta^{kl}, \sigma_{2*}^{kl} = \sigma_{3*}^{kl} = 0, q_{1*}^k = 0, \ C_{1*}^k = -p(\alpha_1 V_1^k + \alpha_2 V_2^k + \alpha_3 V_3^k):$$

$$\rho_1 V_1 \frac{d(u_1 + \frac{V_1^2}{2})}{dZ} = -\rho_2 V_2 \frac{d(u_2 + \frac{V_2^2}{2})}{dZ} - \rho_3 V_3 \frac{d(u_3 + \frac{V_3^2}{2})}{dZ} - \frac{d}{dZ}[p(\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 V_3)] -$$
$$-\rho_1 g V_1 - \rho_2 g V_2 - \rho_3 g V_3 \qquad (15)$$

$$\rho_2 v_2 \frac{du_2}{dz} = n_2 q_{\Sigma 2} \qquad (16)$$

$$\rho_3 v_3 \frac{du_3}{dz} = n_3 q_{\Sigma 3} \qquad (17)$$

Уравнения (8)÷(17) замыкаются уравнениями состояния, уравнениями тепловых потоков, а также выражениями для вязкого сопротивления, действующего между фазами:

$$\rho_1^{(0)} = \frac{P}{RT_1}, \ U_1 = C_v T_1, \ \rho_2^{(0)} = \text{const}, \ \rho_3^{(0)} = \text{const}, \qquad (18)$$

При расчете тепловых потоков к дисперсным частицам пренебрегаем тепловым сопротивлением внутри капель и частиц

$$q_{\Sigma 2} = 4\pi a_2^2 \mathrm{Nu}_{12} \lambda_2 \frac{T_1 - T_2}{2a_2}, \qquad (19)$$

$$q_{\Sigma 3} = 4\pi a_3^2 \mathrm{Nu}_{12} \lambda_3 \frac{T_1 - T_3}{2a_3},$$

где число Нуссельта

$$\mathrm{Nu}_{12} = 2 + 0{,}6\,\mathrm{Re}_{12}^{1/2}\,\mathrm{Pr}_1^{1/3}, \ \mathrm{Nu}_{13} = 2 + 0{,}6\,\mathrm{Re}_{13}^{1/2}\,\mathrm{Pr}_1^{1/3}$$

$$\mathrm{Re}_{12} = \frac{2a_2\rho_1^{(0)} w_{12}}{\mu_1}, \ \mathrm{Re}_{13} = \frac{2a_3\rho_1^{(0)} w_{13}}{\mu_1}, \ \mathrm{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda},$$

$$W_{12} = V_1 - V_2, \ W_{13} = V_1 - V_3,$$

Система уравнений (8)÷(17) с условиями замыкания (18) и (19) сводятся к 11 уравнениям относительно 11 неизвестных функций: $v_1(z)$, $v_2(z)$, $v_3(z)$,

$\alpha_1(z)$, $\alpha_2(z)$, $\alpha_3(z)$, $\rho_1^{(0)}(z)$, $P(z)$, $T_1(z)$, $T_2(z)$, $T_3(z)$. Система (8)÷(17) относится к системам обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных. Для их решения задаются параметры смеси при выходе из смесителя:

при $z=z_c$, $v_1=v_{1c}$, $v_2=v_{2c}$, $v_3=v_{3c}$, $T_1=T_{1c}$, $T_2=T_{nc}$, $T_3=T_{nc}$, $\rho_1^{(0)}=\rho_{1c}^{(0)}$ (20)
а также $\alpha_1=\alpha_{1c}$, $\alpha_2=\alpha_{2c}$, $\alpha_3=\alpha_{3c}$ $(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=1)$, при $z=z_a$, $P=P_a$.

Методика расчета эрлифтного подъема грунта. В основу разработанной нами методики положены гидродинамические зависимости в подъемной трубе, в подающей трубе включая смеситель, в воздухопроводе и в водоподающей трубе. При этом рассматривается совместная работа эрлифтных магистралей, в которых перемещается воздух, вода, пульпа (вода, грунт) и трехфазная смесь (воздух, вода, грунт), а также воздушного компрессора и насоса, подающего воду.

Указанные зависимости образуют систему взаимосвязанных уравнений, которые положены в основу теории расчета. Именно взаимосвязанный расчет процессов в трубопроводах и других элементах, а также учет характеристик компрессора и насоса дает возможность расчетным путем определить, какое количество грунта будет добываться при реальных условиях эксплуатации.

Уравнение характеристики компрессора при постоянном числе оборотов ротора является паспортной зависимостью и уточняется в процессе эксплуатации оборудования

$$(H_в^*=H_в^*(Q_в) \qquad ((21)$$

где $H_в^*$, м-напор воздуха, создаваемый компрессором, $Q_в$ м^3/с — расход воздуха. Соотношение (21) может в диапазонах рабочих режимов апроксимироваться квадратичной зависимостью

$$H_в^*=a_0+a_1Q_в+a_2Q_в^2 \qquad (22)$$

Уравнения Бернулли для воздушного тракта (до подъемной трубы) записывается в виде

$$H_в^*=\frac{v_1^2}{2g}+\frac{n}{n-1}\frac{p_1}{g\rho_1}+h_{тр}+h_м \qquad (23)$$

где $v_1=v_в$, $P_1=P_в$, $\rho_1=\rho_в$ — скорость, давление и плотность воздуха в произвольном сечении, $h_м$ — потери напора из-за местных сопротивлений, включая потери напора при смешении воздуха и пульпы в смесителе:

$$h_{тр}=\lambda\frac{l}{d_в}\frac{v_1^2}{2g},\ h_м=\zeta_м\frac{v^2}{2g} \qquad (24)$$

Коэффициенты местных сопротивлений $\zeta_м$ и сопротивления трения (принимаются по обобщенным опытным данным с учетом режима течения по числу Рейнольдса и относительной шероховатости труб [3 и др.]. Уравнение расхода и состояния записывается в виде

$$G_1=\rho_1 v_1 s_1,\ \rho_1=\frac{p_1}{RT_1}, \qquad (25)$$

где T_1 принимается постоянной или вычисляется из уравнения баланса энтальпии $di^{\cdot}=\Delta Q_{вн}$. $CpT_1=CpT_в^*-\frac{v_1^2}{2}-Q_{вн}$, где $Q_{вн}=\int_0^L \pi d_в\alpha(T_в{}'-T_{гр})dx$ — тепловой поток, α— коэффициент теплоотдачи от воздухопровода в грунт.

Ввиду относительной малости $Q_{вн}$ можно полагать приближенно

$$P_c / \rho_{1c}^{(0)k} = P_в / \rho_в^к.$$

Уравнения характеристики насоса по результатам его испытания имеют вид

$$H_2^* = H_2^*(G_2)\,(26)$$

или $$H_2^* = в_0 + в_1 G_2 + в_2 G_2^2$$

где H_2^k, м-напор воды, создаваемый с помощью насоса, $G_2 = Q_2\rho_2$ — расход воды.

Уравнение Бернулли, связывающее изменение давления P_2 и скорости воды v_2 по тракту до подводящей трубы:

$$H_2^* = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{g\rho_2} + (Z_0 - Z) + h_{тр} + h_м \tag{27}$$

Полный напор в пульпе $H_п^*$ и соответствующее давление P_0 в сечении $z=0$ зависят от конструкции всасывающего устройства, от гидростатического давления на глубине $z_0 = h + h_{вс}$, от дополнительного напора, создаваемого насосом и учитывающего: гидравлические потери по тракту, сопротивление при истечении воды через элементы всасывающего устройства, включая сопла, а также гидравлическое сопротивление грунта, размываемого водой. Для учета конструктивных особенностей всасывающего устройства используется опытный коэффициент $0 \le \zeta_{вс} \le 1$ (если вокруг основания нет специального ограничивающего устройства обычно, $\zeta_{вс} = 0$, если во всасывающем устройстве устанавливается давление, соответствующее давлению в нагнетательной магистрали $\zeta_{вс} = 1$)

$$P_0 = (1-\zeta_{вс}) g\rho_2^{(0)} Z + \zeta_{вс} g\rho_2^{(0)} (H_2^* - h_{тр} - h_м)$$

$$H_п^* = \frac{P_0}{g\rho_п} + \frac{V_{по}^2}{2g} \tag{28}$$

Поток во всасывающем устройстве и подводящей трубе представляет собой двухфазную смесь (пульпу), состоящую из воды и дисперсных частиц грунта. Изменение параметров пульпы в подводящей трубе ($0 \le z \le h_{вс}$) определяется следующей системой гидравлических уравнений для жидкой ($i=2$) и твердой ($i=3$) фаз:

уравнения расхода

$$\alpha_2^1 \rho_2^{(0)} V_2 S = G_2 \tag{29}$$

$$\alpha_3^1 \rho_3^{(0)} V_3 S = G_3$$

где, при известном объемном составе пульпы, $a_п = \dfrac{\alpha_3^1}{\alpha_2^1}$, $\alpha_2^1 = \dfrac{1}{1+a_п}$,

$$\alpha_3^1 = \frac{a_п}{1+a_п},$$

— уравнения импульсов

$$\rho_2 V_2 \frac{dV_2}{dZ} = -\alpha_2^1 \frac{dp}{dz} + n_2 f_\mu - g\rho_2 - \alpha_2^1 f_{тр} \tag{30}$$

$$\rho_3 V_3 \frac{dV_3}{dZ} = -\alpha_3^1 \frac{dp}{dz} + n_3 f_\mu - g\rho_3 - \alpha_3^1 f_{тр}$$

где учтены силы вязкого взаимодействия между фазами и силы трения о стенки канала, температура смеси, воды и частиц считается постоянной; $n_3 = 3\alpha_3'/4\pi a_3^3$.

Для смеси в целом

$$\rho_п V_п S = G_п = G_2 + G_3$$
$$\rho_п V_п \frac{dV_п}{dZ} = -\frac{dp}{dz} - g\rho_п - f_{тр} \tag{31}$$

где $\rho_п = \rho_2 + \rho_3$ — плотность пульпы, или проинтегрировав (31) в пределах от $z=0$ до текущей координаты z:

$$H_п^* = \frac{V_п^2}{2g} + \frac{P}{g\rho_п} + Z + h_{тр} \tag{32}$$

начальные условия для (31) задаются в сечении $z=0$,

$$P = P_0, v_п = v_{п0} = v_2 = v_{20} = v_3 = v_{30}.$$

Методика расчета эрлифтного подъема грунта на основе приведенных выше зависимостей включает в себя следующие этапы:

1. Задается расход воздуха Q_1 при выходе из компрессора.
2. По уравнению характеристик компрессора (21) находится напор воздуха $H_1^* = H_1(Q_1)$, создаваемый компрессором, а также давление P_1, температуру $T_в$ и плотность $r_в$ при выходе из компрессора.
3. Задается (предварительно) давление смеси P_c в сечении при выходе из смесителя.
4. Проводится гидравлический расчет параметров воздуха в воздухопроводе вплоть до сечения "с" при выходе из смесителя на основе уравнений (23), (24), (25) и находятся плотность $\rho_{1c}^{(0)}$, температура T_{1c}, скорость v_{1c} и объемная концентрация a_{1c}:

$$\rho_{1c}^{(0)} = \rho_в \left(\frac{P_c}{P_в}\right)^{\frac{1}{k}}; \quad T_{1c} = \frac{P_c}{R\rho_{1c}^{(0)}};$$

$$V_{1c} = \sqrt{2g\left(H_в^* - \frac{k}{k-1}\frac{P_c}{g\rho_{1c}^{(0)}} - h_{тр} - h_м\right)}; \quad \alpha_{1c} = \frac{G_в}{\rho_{1c}^{(0)} V_{1c} S},$$

где $h_{тр}$ и $h_м$ на участках округляются по формулам (24) с известными опытными данными о коэффициентах потерь λ и $\zeta_м$ [3]; k и R — показатель адиабаты и газовая постоянная воздуха.

5. Определяются объемные концентрации воды и грунта α_{2c} и α_{3c} в сечении $z=z_c$ при заданном составе пульпы $a_п = \alpha_3'/\alpha_2'$, где $\alpha_2' = 1/(1+a_п)$, $\alpha_3' = a_п/(1+a_п)$ — объемные концентрации пульпы в сечении $z=0$:

$$\alpha_{2c} = \frac{1-\alpha_{1c}}{1+a_п}, \alpha_{3c} = \frac{a_п(1-\alpha_{1c})}{1+a_п}$$

6. Задается расход воды G_2, нагнетаемый насосом.
7. По уравнению (26) находим напор воды, создаваемый насосом

$$H_2^* = H_2^*(G_2)$$

8. Из уравнений Бернулли (27), с учетом потерь $h_{тр}$, $h_м$, и $h_{вс}$ и уравнения расхода $G_{20}=v_{20}\rho_{20}S_{20}$ находится скорость v_{20} и давление P_{20} и по формулам (28) полный набор H^*.

9. Из уравнений (31) и (32), записанных для сечения $z=z_c$ при $P=P_c$, находятся $v_{пс}$ и расход пульпы $G_п$. Изменение скоростей воды и твердых частиц уточняется решением уравнений (30) для каждой из фаз. В результате находятся G_2, G_3, v_{2c}, v_{3c}.

10. С использованием стандартного метода Рунге-Кутта для дифференциальных уравнений первого порядка решается система уравнений (8)-(19) с начальными данными (20). В результате находится распределение по z (z_c, z, z_0) скоростей, температур, плотностей, объемных концентраций фаз и давлений $v_i(z)$, $T_i(z)$, $r_1^{(0)}(z)$, $a_i(z)$, $P(z)$. В частности находится давление $P(z_0)$ в сечении $z=z_0$ при выходе из подъемной трубы.

11. Проверяем условия равенства, рассчитанного в п. 10 давления $P(z_0)$ атмосферного P_a

$$\left|\frac{P(Z_0)-P_a}{P_a}\right| \le \sum{}_p$$

Если эти условия не выполняются, то вычисляется давление P_c в следующем $(n+1)$ приближении $P_c^{(n+1)}=P_c^{(n)}P_a/P(z_0)$ и расчет по пунктам 3-11 повторяется.

12. Определяются характеристики системы при различных расходах $Q_в$ по воздуху и различных относительных погружениях смесителя. Вычисляются результирующие параметры системы G_3, $Q_э$, $q=Q_в/Q_э$, а также коэффициенты полезного действия эрлифта $h_э=N_п/N_{затр}$, где $N_п=rg(H+h+h_{вс})\,Q_э$ — полезная мощность, $N_{затр}=N_в+N_w$ — затраченная мощность на привод компрессоров и насосов. В качестве затраченной мощности принимают также $N_{затр}=N_в=Q_в\,P_a\ln(rgh/P_a)$ [2].

Проектированный расчет строится как вариантный для различных типов компрессоров и насосов, труб различного диаметра и разных конструкций смесителей и всасывающих устройств. Наилучший вариант выбирается из условия максимума дисконтированной прибыли за период эксплуатации.

ВЫВОДЫ:

1. Разработана современная теория эрлифта, основанная на методах механики многофазных сред, позволяющая расчетным путем определить количество грунта, поднимаемого на поверхность с учетом характеристик имеющихся компрессоров и насосов, геометрических, конструктивных и режимных параметров систем.

2. Теория эрлифтного подъема грунта доведена до конкретной инженерной методики и компьютерного алгоритма, что позволяет комплексно анализировать параметры трехфазной среды (воздух, вода, грунт) в подъемной трубе, двухфазной среды (вода, грунт) в подводящей трубе и однофазных сред в воздухопроводе и в трубах для подвода воды размыва грунта. Результаты расчета соответствуют опытным данным.

3. Разработанная методика предназначена для проверочного расчета эрлифта и использована при проектировочных многовариантных расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. Н. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Антонов Я. К., Холмогоров А. П. и др. Гидродинамика полезных ископаемых. М.: Недра, 1995. 173 с.
3. Бекнев В. С., Шабаров А. Б. и др. Газовая динамика. Механика жидкости и газа. М.: МГТУ, 1997. 668 с.

Б. А. БЕЗУГЛЫЙ,

С. В. ШЕПЕЛЕНОК,

О. А. ТАРАСОВ

УДК: 532. 65 + 535. 8 681. 7

АДАПТИВНОЕ ОПТИЧЕСКОЕ УСТРОЙСТВО НА ОСНОВЕ ЖИДКОЙ ЛИНЗЫ*)

АННОТАЦИЯ. На основе эффекта светоиндуцированной концентрационно-капиллярной конвекции [6] получена жидкая варифокальная самоцентрирующаяся микролинза. Измерены зависимости ее основных параметров от интенсивности управляющего излучения. Предложены схемы адаптивных оптических устройств.

The liquid varifocal microlens was devised on the base of light-induced concentration-capillary effect. The dependencies of basic lens parameters on the operate radiation intensity were measured. The schemes of adaptive optical devices were suggested.

По-видимому, первым адаптивным оптическим элементом на основе жидкой поверхности можно считать параболическое ртутное зеркало во вращающемся цилиндрическом сосуде, которое было предложено Р. Вудом [1]. Позже Блок и Харвит [2] предложили использовать в качестве оптиче-

*) Данная статья представляет собой расширенное изложение доклада на Международном аэрокосмическом конгрессе IAC'97 и включена в труды конгресса, которые будут опубликованы в 1998 году на английском языке.