

бопровода. Последовательными итерациями определяются значения сеточных функций давления и расхода во всей сети в рассматриваемый промежуток времени.

Предложенный способ моделирования неустановившегося движения газа является наиболее простым и достаточно точным. Он опирается на известные методы расчета стационарных потоков. Сложный учет работы компрессорных станций, отборов и подкачек в нестационарном режиме заменен решением типичных для статики систем уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юфин В. А., Мамедов А. И., Аллахвердиев В. А. Расчет переходных процессов в сложных разветвленных системах магистральных нефтепроводов с учетом влияния ударных волн // Изв. вузов. Нефть и газ. 1986. № 11. С. 69–73.
2. Седов Л. И., Черный Г. Г. Осреднение неравномерных потоков газа в каналах // Теоретическая гидромеханика: Сб. статей / Под ред. Л. И. Седова. № 12. Вып. 4. М., 1954. С. 17–30.
3. Воеводин А. Ф., Сафин Р. И. Алгоритм численного расчета течения газа в системе труб с учетом местных сопротивлений // Числ. методы механики сплош. среды: Сб. науч. тр. Новосибирск: СО АН СССР; Ин-т теорет. и прикл. механики, 1981. Т. 12. № 1. С. 20–29.
4. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М., 1975.
5. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М., 1992.

*Анвар Гумерович КУТУШЕВ —
профессор кафедры механики
многофазных систем физического
факультета, доктор физико-
математических наук*

УДК 532.529

ОБ ЭФФЕКТАХ СТОЛКНОВЕНИЯ И СЛИПАНИЯ ЧАСТИЦ В ПОТОКАХ ДВУХ ФРАКЦИОННОЙ МОНОДИСПЕРСНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ В УДАРНОЙ ТРУБЕ

АННОТАЦИЯ. Приводится модель одномерного нестационарного движения химически-инертной столкновительной полидисперсной (двухфракционной) газозвеси с учетом процесса слипания частиц разных размеров. Показывается, что на распространение ударных волн в газозвесах влияние эффектов столкновения и прилипания твердых частиц пренебрежимо мало.

The particle-particle collision model of one-dimensional unsteady motion of chemically-inert polydispersed (two-fractional) gas suspension with consideration of coagulation process of particles having various sizes is presented. It is shown that the influence of collision and coagulation effects of solid particles on the propagation of shock waves in gas suspensions is neglectibly small.

Введение. В цикле работ [1-5] приводится детальное численное исследование процессов столкновения и прилипания мелких частиц на крупные капли или твердые частицы на структуру стационарных [1-3] и нестационарных [4,5] ударных волн в двухфазных и трехфазных дисперсных смесях. В отмеченных работах составляющая смеси из мелких твердых частиц и несущая газовая фаза рассматриваются как односкоростная однотемпературная двухкомпонентная сплошная среда со своими теплофизическими свойствами, именуемая в литературе, как «эффективный газ». В рамках такой

схематизации газовзвеси фактически полагается, что размеры мелких твердых частиц очень малы и в этой связи для их описания пренебрегаются динамические и инерционные эффекты из-за относительного движения компонент несущей фазы.

В [6] для описания процесса взаимодействия потока монодисперсной газовзвеси с твердой стенкой предложена простая схема учета соударения, отскока и последующего движения отраженных частиц. В соответствии с этой схемой наряду с фракцией падающих частиц вводится в рассмотрение фракция отраженных от твердой поверхности частиц и конкретизируются законы обмена массой, импульсом и энергией между фракциями при их взаимных столкновениях. Основываясь на данных [6], в работах [7,8] развита модель столкновительной трехфазной бидисперсной инертной газовзвеси с учетом прилипания мелких частиц конечного размера к крупным твердым частицам. Эта модель использована в настоящем исследовании.

Исходные допущения. Теоретический подход к описанию течений полидисперсных смесей основан на принятии с соответствующими ограничениями предположений о сплошности многофазной среды в целом и каждой ее составляющей в отдельности. При этом фракции дисперсных частиц различных размеров, наряду с газом, рассматриваются как разные составляющие или «фазы» смеси. Минимальный размер дисперсных частиц значительно превышает характерные молекулярно-кинетические масштабы, поэтому броуновским движением включений твердой фазы пренебрегаем.

Для математического описания движения смесей газа с дисперсными частицами привлекаются методы и аппарат механики сплошных сред. При этом, следуя работам [6,8], предполагается, что характерные размеры дисперсных частиц и расстояний между ними малы по сравнению с характерными линейными масштабами макроскопического непрерывного течения составляющих гетерогенной смеси (вне поверхностей разрыва параметров в несущей газовой фазе).

В рамках этих допущений полидисперсная (двухфракционная) газовзвесь моделируется трехскоростной трехтемпературной сплошной средой, представляющей собой совокупность трех взаимопроникающих взаимодействующих континуумов, каждый из которых соответствует одной из составляющих смеси и заполняет весь занимаемый смесью объем.

Наряду с вышеупомянутыми главными допущениями механики гетерогенных сред, дополнительно принимается ряд следующих предположений: несущая фаза представляет собой идеальный калорически-совершенный газ, а дисперсная фаза в целом — совокупность двух фракций локально монодисперсных несжимаемых твердых химически-инертных сферических частиц; эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах межфазового взаимодействия; вклад нестационарной силы Бассэ в общую силу межфазового взаимодействия пренебрежительно мал; отсутствуют внешние массовые силы; изменение внутренней энергии смеси, обусловленное работой сил межфазного трения, целиком осуществляется через несущую газовую фазу; отсутствуют процессы деформации, дробления и испарения частиц; столкновений частиц одной фракции между собой не происходит; имеют место столкновения и прилипания частиц разных фракций; крупные частицы в процессе налипания на них мелких частиц остаются сферическими частицами большего диаметра; движение фаз является одномерным и нестационарным.

Дифференциальные уравнения движения фаз. При принятых допущениях система уравнений одномерного нестационарного движения столкновительной бидисперсной инертной газовзвеси может быть представлена в следующем дивергентном виде [8]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = J_{32}, \quad \frac{\partial \rho_3}{\partial t} + \frac{\partial \rho_3 v_3}{\partial x} = -J_{32},$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + \frac{\partial n_2 v_2}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial n_3}{\partial t} + \frac{\partial n_3 v_3}{\partial x} = -\Psi_{32},$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x} + (1 - \varphi^{(0)} - \varphi^{(1)}) \frac{\partial p}{\partial x} &= -(\varphi^{(3)} - \varphi^{(1)}) F_{12} - (\varphi^{(4)} - \varphi^{(0)}) F_{13} - \varphi^{(2)} (v_2 - v_3) J_{32}, \\
\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial x} + \varphi^{(0)} \frac{\partial p}{\partial x} &= \varphi^{(3)} F_{12} - \varphi^{(0)} F_{13} + (1 - \varphi^{(2)}) F_{32} + [(1 - \varphi^{(2)})(v_3 - v_2) + v_2] J_{32}, \\
\frac{\partial \rho_3 v_3}{\partial t} + \frac{\partial \rho_3 v_3^2}{\partial x} + \varphi^{(1)} \frac{\partial p}{\partial x} &= \varphi^{(4)} F_{13} - \varphi^{(1)} F_{12} - (1 - \varphi^{(2)}) F_{32} - v_3 J_{32}, \\
\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x} &= J_{32} \frac{(v_3 - v_2)^2}{2} + J_{32} e_3 + Q_{12} + F_{32} (v_3 - v_2), \\
\frac{\partial \rho_3 e_3}{\partial t} + \frac{\partial \rho_3 e_3 v_3}{\partial x} &= -J_{32} e_3 + Q_{13}, \quad \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial \rho_i E_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i E_i v_i + \alpha_i p v_i)}{\partial x} \right] = 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

$$E_i = e_i + 0,5v_i^2 \quad (i = 1+3), \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1, \quad \alpha_j = \pi d_j^3 n_j / 6, \quad (j = 1+2)$$

$$\varphi^{(0)} = 1,5\alpha_2, \quad \varphi^{(1)} = 1,5\alpha_3, \quad \varphi^{(2)} = 0,5\rho_1^0 / \rho_2^0, \quad \varphi^{(3)} = 1 - \varphi^{(0)} - \varphi^{(2)}, \quad \varphi^{(4)} = 1 - \varphi^{(1)} - \varphi^{(2)}.$$

Система квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных выражает собой запись законов сохранения масс, числа частиц и импульсов фаз, а также уравнений притоков тепла к «фазам»-фракциям частиц и закон сохранения полной энергии смеси. Индексы 1, 2 и 3 внизу относятся соответственно к параметрам газовой фазы и двум фракциям дисперсной фазы с диаметрами крупных (d_2) и мелких (d_3) частиц. Через ρ_i , ρ_i^0 , α_i , v_i , e_i , E_i соответственно обозначены приведенная и истинная плотности, объемное содержание, массовая скорость, удельные внутренняя и полная энергии i -й составляющей ($i = 1, 2, 3$); n_j — числовая концентрация частиц j -й фракции; p — давление газа; F_{ij} и Q_{ij} — соответственно сила межфазного взаимодействия и интенсивность контактного теплообмена между газом и частицами j -й фракции ($j = 2, 3$); F_{32} — средняя сила межфракционного взаимодействия, возникающая при соударении твердых частиц разных размеров; J_{32} — интенсивность переноса массы в единице объема смеси в результате прилипания мелких частиц к крупным; ψ_{32} — функция, учитывающая интенсивность исчезновения мелких частиц в процессе их прилипания к крупным частицам; переменные параметры — $\varphi^{(k)}$ ($k = 0 + 4$) учитывают вклад сил Архимеда и присоединенной массы в общую силу межфазового взаимодействия. Для разреженных газозвесей ($\alpha_2 + \alpha_3 \ll 1$) за ударными волнами умеренной интенсивности ($\rho_1^0 / \rho_2^0 \ll 1$) эти коэффициенты приближенно можно полагать равными нулю ($\varphi^{(0)} = \varphi^{(1)} = \varphi^{(2)} = 0$) и единице ($\varphi^{(3)} = \varphi^{(4)} = 1$).

Уравнения состояния фаз. Система дифференциальных уравнений (1) дополняется уравнениями состояния идеального калорически-совершенного газа и несжимаемых твердых частиц [9, 10]

$$p = (\gamma - 1)\rho_1^0 e_1, \quad e_1 = c_1 T_1 \quad (\gamma, c_1 = const), \tag{2}$$

$$\rho_3^0 = \rho_2^0 = const, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad e_3 = c_3 T_3 \quad (c_3 = c_2 = const),$$

где γ — показатель адиабаты газа; c_j и c_j — удельные теплоемкости газа при постоянном объеме и частиц ($j = 2, 3$); T_i — температуры газа, крупных и мелких частиц ($i = 1, 2, 3$).

Силовое и тепловое взаимодействие газа с твердыми частицами. Интенсивности межфазного силового взаимодействия фаз и контактного теплообмена, составляющих смеси, определяются на основе выражений [9]

$$F_{1j} = \frac{3\rho_1^0 \alpha_j C_{dj} |v_1 - v_j| (v_1 - v_j)}{4d_j}, \quad Q_{1j} = \frac{6\alpha_j Nu_{1j} \lambda_1 (T_1 - T_j)}{d_j^2}. \tag{3}$$

Здесь C_{dj} — коэффициент аэродинамического сопротивления твердых сферических частиц с размером d_j ; Nu_{1j} — число Нуссельта, описывающее теплообмен между газом и частицами j -й фракции; λ_1 — коэффициент теплопроводности газа.

Коэффициент аэродинамического сопротивления частиц задается в виде следующих зависимостей [9]:

$$C_{dj} = \left(\frac{24}{Re_{1j}} + \frac{4}{\sqrt{Re_{1j}}} + 0,4 \right) \eta(M_{1j}) \varphi(\alpha_j), \quad \eta(M_{1j}) = [1 + \exp(-0,427 / M_{1j}^{0,63})],$$

$$\varphi(\alpha_j) = \alpha_j^{k_j} \quad (M_{1j} \leq 2, \quad k_j \approx -2,5, \quad \alpha_j < 0,005),$$

$$Re_{1j} = \frac{\rho_1^0 |v_1 - v_j| d_j}{\mu_1}, \quad M_{1j} = \frac{|v_1 - v_j|}{a_1}, \quad a_1^2 = \gamma \frac{P}{\rho_1^0}.$$

Здесь Re_{1j} и M_{1j} — соответственно числа Рейнольдса и Маха относительного движения частиц разных фракций; a_1 — местная адиабатическая скорость звука в газовой фазе; μ_1 — динамическая вязкость газа; $\eta(M_{1j})$ — функция, учитывающая влияние сжимаемости газа на коэффициент трения; $\varphi(\alpha_j)$ — функция, учитывающая стесненность частиц.

Для задания числа Nu_{1j} используется зависимость, учитывающая влияние сжимаемости газового потока на межфазный теплообмен [9]

$$Nu_{1j} = 2 \exp(-M_{1j}) + 0,459 Re_{1j}^{0,55} Pr_1^{0,33}, \quad Pr_1 = \frac{\gamma c_1 \mu_1}{\lambda_1}$$

$$(M_{1j} \leq 1, \quad M_{1j} / Re_{1j} \ll 0,1),$$

где Pr_1 — число Прандтля газа.

Квазистационарные зависимости (4)–(5) для C_{dj} и Nu_{1j} применимы для описания нестационарных процессов при выполнении условий [8]

$$t_j^{(v)} \ll t_{vj}, \quad t_j^{(a)} \ll t_{Tj} \quad \left(t_j^{(v)} \equiv \frac{d_j^2}{\nu_1}, \quad t_j^{(a)} \equiv \frac{d_j^2}{a_1^2}, \quad t_{vj} = \frac{\rho_2^0 d_j^2}{18\mu_1}, \quad t_{Tj} = \frac{\rho_2^0 d_j^2 c_2}{12\lambda_1} \right).$$

В представленных выражениях $t_j^{(v)}$ и $t_j^{(a)}$ — характерные времена формирования вязкого и температурного пограничных слоев вокруг твердых частиц; t_{vj} и t_{Tj} — характерные времена выравнивания скоростей и температур, составляющих смеси в двухфазном потоке (характерные газодинамические времена рассматриваемых процессов); ν_1 и a_1 — соответственно кинематическая вязкость и коэффициент температуропроводности газа.

Межчастичный обмен массой, импульсом и энергией. Пусть в единицу времени с одной пробной частицей 2-й фазы в объеме цилиндра (V^*) с диаметром $(d_2 + d_3)$ и длиной $|v_3 - v_2|$ сталкиваются $n_3 V^*$ — частиц 3-й фазы ($V^* = 0,25\pi(d_2 + d_3)^2 |v_3 - v_2|$). За это же время общее число столкновений между частицами 2-й и 3-й фаз в единице объема смеси равно $n_2 n_3 V^*$. Таким образом, интенсивность исчезновения мелких частиц (3-я фаза) в результате их прилипания к крупным частицам (2-я фаза) в единице объема смеси равна [6-8]

$$\Psi_{32} = (n_3 V^*) n_2 \alpha^{(j)} = \frac{9\alpha_2 \alpha_3 (d_2 + d_3)^2 |v_3 - v_2|}{\pi(d_2 d_3)^3} \alpha^{(j)} \quad (\alpha^{(j)} < 1),$$

где $\alpha^{(j)}$ — эмпирический коэффициент, соответствующий доле соударений, приведших к прилипанию мелких частиц на крупных частицах. Интенсивность межчастичного массообмена определяется следующим соотношением [7-8]:

$$J_{32} = m_3 \Psi_{32} = \frac{3\alpha_2 \alpha_3 \rho_2^0 (d_2 + d_3)^2 |v_3 - v_2|}{2d_2^3} \alpha^{(j)} \quad (m_3 = \rho_2^0 \frac{\pi d_3^3}{6}),$$

где m_3 — масса одиночной мелкой частицы.

Аналогично (6) изменение импульса частиц 3-й фазы при их упругих столкновениях с частицами 2-й фазы в единицу времени и в единице объема смеси равно [6-8]

$$F_{32} = \Psi_{32} \Delta I^{(0)} \alpha^{(F)} = \frac{3\alpha_2 \alpha_3 \rho_2^0 (d_2 + d_3)^2 |v_3 - v_2| (v_1 - v_2)}{(d_2^3 + d_3^2)} \alpha^{(F)}, \quad (\alpha^{(F)} < 1), \quad (8)$$

где $\Delta I^{(0)}$ — изменение импульса частицы 3-й фазы за одно упругое столкновение с частицей 2-й фазы

$$\Delta I^{(0)} = \frac{2m_2 m_3}{(m_2 + m_3)} (v_3 - v_2) = \frac{\pi \rho_2^0 d_2^3 d_3^3}{(d_2^3 + d_3^3)} (v_3 - v_2).$$

Эмпирический коэффициент $\alpha^{(F)}$, входящий в (8), соответствует доле импульса, перешедшего от мелких частиц к крупным частицам.

Согласно (1) и (7), в процессе фазового превращения 3→2 из фракции (фазы) мелких частиц «уходит» кинетическая энергия $J_{32} v_3^2 / 2$, из которой $J_{32} v_2^2 / 2$ остается в виде кинетической энергии у этой массы в состоянии фракции крупных частиц. Остальная часть энергии фракции мелких частиц, в количестве $J_{32} (v_3^2 - v_2^2) / 2$, расходуется на изменение удельной полной энергии фракции крупных частиц. При этом на изменение удельной кинетической энергии фракции крупных частиц тратится величина $J_{32} (v_3 v_2 - v_2^2)$, а на изменение ее удельной внутренней энергии — $J_{32} (v_3 - v_2)^2$.

Постановка задачи. Пусть имеется ударная труба, камера высокого давления (КВД) которой заполнена сжатым газом, а камера низкого давления (КНД) частично заполнена невозмущенным атмосферным газом и частично — невозмущенной двухфракционной инертной газовзвесью. После разрыва диафрагмы, в зависимости от длины КВД, правее контактного разрыва, в области «чистого» (без частиц) газа КНД, формируется ударная волна прямоугольного или треугольного вида, которая при последующем своем распространении взаимодействует с облаком двухфракционной газозвеси (см. рис. 1). Требуется изучить влияние эффектов столкновения и прилипания бидисперсных твердых частиц на характер эволюции проходящих ударных волн в однородных газозвесьях.

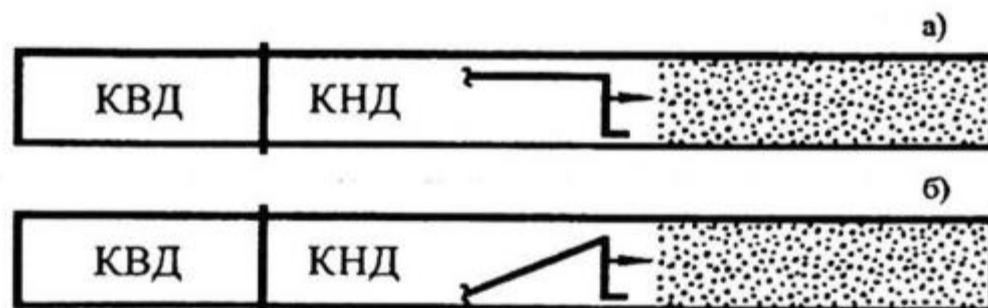


Рис. 1. Схематическое изображение ударной трубы, в которой КВД — камера высокого давления, а КНД — камера низкого давления. Затененная область КНД — пространство, заполненное двухфракционной газозвесью. В области газа КНД изображены ступенчатое (а) и треугольное (б) возмущения газа за набегающей ударной волной

Начальные условия сформулированной задачи задаются аналогично [9, 10] посредством использования в зоне ударного возмущения соотношений Ренкина-Гюгонио и энтропических зависимостей в зоне разгрузки газа. Перед фронтом ударной волны параметры покоящегося газа и газозвеси в КНД однородны и равны: $\rho_1^0 = \rho_{10}^0$, $\alpha_1 = 1$ (и $\alpha_1 = \alpha_{10}$), $p = p_0$, $T_1 = T_2 = T_0$, $v_1 = v_2 = 0$. Граничные условия на левом ($x=0$) и правом ($x=L$) концах расчетной области задаются в виде условий свободного протекания фаз [9].

Некоторые результаты. Численное интегрирование системы уравнений (1)–(8) осуществлялось методом «крупных частиц» [11] с алгоритмами локализации границ облаков крупных и мелких дисперсных включений взвеси, для точного счета их движения [12].

Расчеты выполнялись для смесей воздуха и частиц кварцевого песка. При этом использовались следующие значения термодинамических параметров фаз:

$T_0 = 293\text{K}$; $p_0 = 0,1\text{МПа}$; $\rho_{10}^0 = 1,21\text{кг/м}^3$; $\gamma = 1,4$; $c_1 = 716\text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$; $a_{10} = 341\text{м/с}$; $\mu_1 = 1,85 \cdot 10^{-5}\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$; $\lambda_1 = 0,026\text{кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{К})$; $\rho_2^0 = 2500\text{кг/м}^3$; $c_2 = 710\text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$.

Интенсивность ударной волны задавалась числом Маха (M_0), ее длина — величиной l_w . Относительные массовые содержания фракций частиц определялись соотношением $m_{j0} = \rho_{j0} / \rho_{10}^0$ ($j=2$ и 3). Величина d_3 в процессе движения оставалась неизменной, а d_2 изменялась из-за прилипания мелких частиц к крупным частицам. Поправочные коэффициенты $\alpha^{(F)}$ и $\alpha^{(J)}$, по данным [6], варьировались в диапазонах 0,01–0,1 и 0,013–0,1 соответственно.

Анализ выражений (6)–(7) для ψ_{32} и J_{32} свидетельствует, что наибольший эффект слипания частиц следует ожидать для бидисперсных газовзвесей с сильно отличающимися размерами частиц, то есть в случае $d_3 \ll d_2$. В этой связи на рис. 2 представлен характерный пример распространения ударной волны ступенчатого вида в аэровзвеси с размерами частиц $d_3 = 20\text{мкм}$ и $d_{20} = 300\text{мкм}$, в которой отношение исходных массовых содержаний фракций дисперсной фазы (m_{30} / m_{20}) равно 6,2 и 1. Из рис. 2 видно, что при учете процессов столкновения и прилипания частиц давление за фронтом ударной волны несколько меньше, а ее скорость распространения несколько выше по сравнению со случаем неучета процесса прилипания частиц. Отмеченное поведение решений объясняется тем, что из-за укрупнения частиц большего размера и уменьшения количества мелких частиц интенсивность силового и теплового взаимодействия газовой и дисперсной фаз уменьшается ($F_{1j} \sim \alpha_{1j} / d_j$; $Q_j \sim \alpha_{1j} / d_j^2$). Уменьшение F_{1j} и Q_{1j} , в случае прилипания мелких частиц к крупным, приводит к меньшему торможению газового потока, а следовательно, и к меньшему росту давления за проходящей ударной волной.

Учет процессов столкновения и прилипания частиц заметно влияет на профили приведенных плотностей фракций взвеси. В частности, плотность крупных частиц за счет прилипания к ним мелких частиц увеличивается. Укрупнение частиц осуществляется интенсивнее в смесях с большим массовым содержанием мелких включений при фиксированном общем массовом содержании взвеси $m_0 = m_{20} + m_{30} = \text{const}$ (сравни решения на рис. 2 для $m_{30} / m_{20} = 6,2$ и 1).

На рис. 3 показано влияние процессов столкновения и прилипания частиц на распространение ударно-волнового импульса в бидисперсной газовзвеси.

Видно, что, как и в случае рис. 2, влияние процессов взаимодействия крупных и мелких частиц на эволюцию импульсных возмущений незначительное.

Выводы. Результаты исследования показали, что в двухфракционных газовзвесах с сильно отличающимися размерами твердых частиц учет процессов столкновения и прилипания дисперсных включений весьма слабо влияет на параметры проходящих ударных волн. Отмеченное справедливо для газовзвесей с относительным массовым содержанием мелких частиц ($m_{30} \leq 8$), на порядок превышающим относительное массовое содержание крупных частиц ($m_{20} \sim 0,8$). Есть основание предполагать, что в условиях двух- и трехмерного движения бидисперсных газовзвесей эффекты столкновения и прилипания твердых частиц играют более значимую роль, чем в одномерном плоском движении. В заключение следует отметить также, что в проведенном исследовании не учитывались Кулоновы силы электростатического взаимодействия твердых частиц, электризирующихся в процессе своего движения.

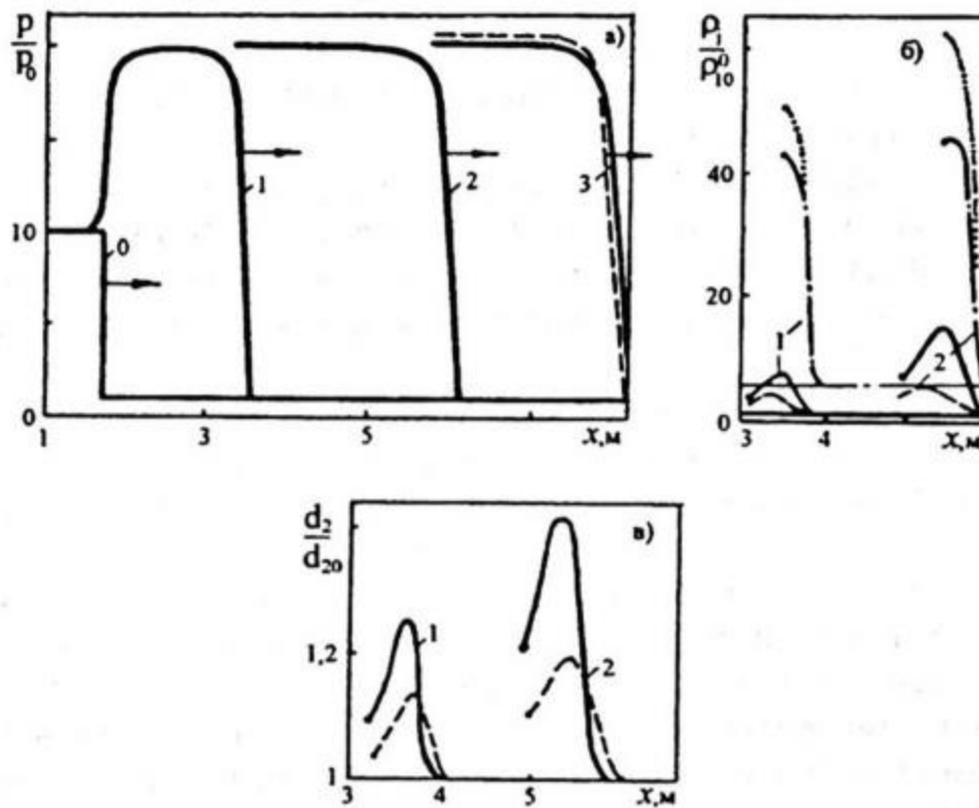


Рис. 2. Профили давления газа (а), приведенных плотностей частиц двухфракционной газозвеси (б) и диаметров укрупняющихся частиц за счет слипания с мелкими включениями (в) за ударной волной ступенчатого вида ($M_0=2,95$; $l_w=\infty$) на моменты времени $t_i=4,4 \cdot i$ мс ($i=0+3$). Невозмущенные параметры газозвеси равны: $m_{20}=1$; $m_{30}=6,2$; $d_{20}=20$ мкм; $d_3=300$ мкм; а) сплошные линии — $J_{32} \neq 0$, штриховые линии — $J_{32}=0$; б) сплошные ($d_{20}=300$ мкм) и штрихпунктирные ($d_3=20$ мкм) линии для $J_{32} \neq 0$; штриховая ($d_{20}=300$ мкм) и пунктирная $d_3=20$ мкм линии для $J_{32}=0$; в) сплошные линии — $m_{20}=1$ и $m_{30}=6,2$; штриховые линии — $m_{20}=m_{30}=3,6$

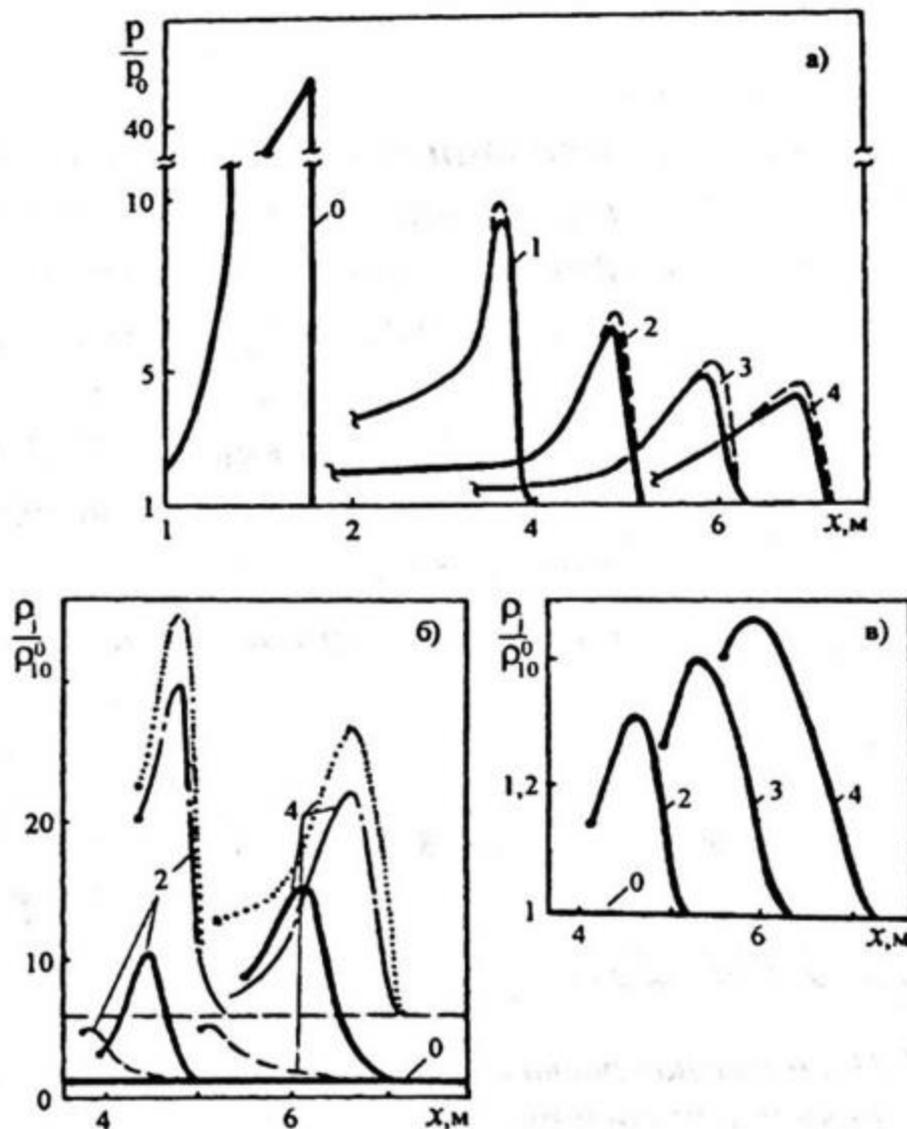


Рис. 3. Расчетные профили давления газа (а), приведенных плотностей крупных и мелких частиц (б) и текущего диаметра крупных частиц (в) за треугольной ударной волной ($M_0=6$; $l_w=1,6$ м.) на моменты времени $t_i=3,7 \cdot i$ мс ($i=0+4$). Все остальные параметры невозмущенной двухфракционной газозвеси и обозначения такие же, как на рис. 1

ЛИТЕРАТУРА

1. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Распространение волн в трехфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ. 1991. № 4. С. 74-81.
2. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в газовзвеси капель жидкости и мелких твердых частиц // ГВТ. 1991. Т. 29. № 6. С. 1192-1197.
3. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Влияние столкновений мелких частиц с крупными на распространение ударных волн в двухфазных двухфракционных взвесах газа с частицами // ПМТФ. 1993. № 5. С. 35-40.
4. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И., Шаметов Е. Б. Распространение нестационарных ударных волн в двухфазных газопылекапельных смесях // ГВТ. 1994. Т. 32. № 5. С. 732-737.
5. Аманбаев Т. Р. Исследование ударно-волновых течений двухфазных газовзвесей частиц или капель: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Алматы, 1998. 31 с.
6. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М., 1987. 464 с.
7. Назаров У. А. Нестационарные ударные волны в смесях газа с твердыми или жидкими дисперсными частицами: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Тюмень, 1991. 177 с.
8. Кутушев А. Г. Численное исследование ударных и детонационных волн в смесях газа с твердыми или жидкими частицами: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Тюмень, 1993. 418 с.
9. Кутушев А. Г., Назаров У. А. Эволюция ударных волн в полидисперсных газовзвесах с неоднородным распределением концентрации частиц // Изв. АН СССР. Мех. жид. и газа. 1991. № 5. С. 183-190.
10. Кутушев А. Г., Назаров У. А. Ослабление ударных волн слоями однородной и неоднородной моно- и полидисперсной газовзвеси // ФГВ. 1991. Т. 27. № 3. С. 129-134.
11. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // ЖВМ и МФ. 1977. Т. 17. № 6. С. 1531-1544.
12. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г. Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // ЧММСС. 1983. Т. 14. № 6. С. 58-82.

*Василий Александрович БАРИНОВ —
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математического
моделирования факультета математики
и компьютерных наук;
Нина Николаевна БУТАКОВА —
аспирантка кафедры математического
моделирования факультета математики
и компьютерных наук*

УДК 532.59: 532.547

ВОЛНЫ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СМЕСИ С НЕОДНОРОДНОЙ КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ

АННОТАЦИЯ. Поставлена краевая задача о поверхностных волнах на слое двухфазной смеси с неоднородной концентрацией примесей в покоящемся слое. Получено асимптотическое решение линейной задачи в виде затухающих прогрессивных волн. Найдены фазовая скорость, частота и декремент затухания волны, определено возмущение концентрации дисперсной фазы.