7. Ивницкий В. А. Разработка аналитической теории сетей массового обслуживания, [Электронный ресурс]: Дис. доктора физ. мат. наук: 05.13.17. М, 2005

8. Боровков А.А. Эргодичность и устойчивость случайных процессов. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 440 с.

9. Фосс С. Г., Чернова Н. И. Теоремы сравнения и эргодические свойства систем поллинга // Проблемы передачи информации. 1996, том 32, вып. 4, С. 46-72.

10. Шварц М. Сети ЭВМ. Анализ и проектирование. М.: Радио и связь, 1997. 336 с.

11. Бусленко В. Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем. М.: Наука, 1977. 240 с.

12. Иглхарт Д. Л. Шедлер Д. С. Регенеративное моделирование сетей массового обслуживания /Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1984. 136 с.

Анна Юрьевна ДЕРЕВНИНА —
проректор по учебной работе Тюменского государственного университета,
кандидат физико-математических наук, доцент

УДК 001.5

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОЦЕНКИ САМООРГАНИЗАЦИИ РАЗВИВАЮЩИХСЯ СИСТЕМ

АННОТАЦИЯ. Предложен функционал для количественной оценки самоорганизации развивающихся систем. Исследуется вопрос о погрешности функционала и способах ее уменьшения. Приводятся результаты имитационного моделирования.

The author proposes functional for estimating the self-organization of dynamic systems and solves the problem of regular error of calculation with further discussion of simulation modeling results.

Под *самоорганизацией системы* понимается внутренний процесс, происходящий в открытой системе, по стабилизации или улучшению внутренней структуры системы без управления и руководства с внешней, по отношению к ней, стороны. Первое известное упоминание в печати этого термина (англ. self-organization) появилось в статье Уильяма Эшби «Principles of the Self-Organizing Dynamic System» [6]. Основными условиями самоорганизации системы являются:

1. Открытость системы, то есть то обстоятельство, что она обменивается со средой энергией, веществом или информацией.

2. Отклонение от равновесия, которое может быть следствием подвода к системе энергии, то есть направленного воздействия извне, но может возникнуть и в самой системе случайным образом, стохастически.

Согласно принципу равновесия любая системы с проходящим через нее потоком энергии склонна развиваться в сторону устойчивого состояния и сохранения гомеостазиса.

Гомеостазис (от греч homoios — похожий и stasis — состояние) — функциональное свойство систем динамически поддерживать постоянство в допустимых пределах жизненно важных функций и параметров системы при различных изменениях внутренней и внешней среды. Впервые мысль о том, что внутренняя среда системы должна сохранять постоянство при изменениях внешней среды, была высказана французским физиологом Клодом Бернаром [7] в XIX веке применительно к живым организмам. В 30-х годах XX столетия биолог Уолтер Б. Кеннон ввел понятие гомеостазиса для биологических процессов, обеспечивающих способность организмов сохранять постоянство или устойчивость [8]. Гомеостазис как свойство системы управления впервые описан Уильямом Эшби в вышеупомянутой статье в 1947 году, а известный кибернетик Норберт Винер распространил это понятие в 1951 году и на социальные системы [1, 9].

Поддержание устойчивости системы и сохранение ее гомеостазиса является внутренней целью любой сложной системы, в отличие от внешней цели, определяющей взаимосвязь системы с внешней средой. Динамика всякой системы, находящейся вблизи равновесного состояния, подчиняется обобщенному принципу Ла-Шателье-Брауна: система препятствует любому изменению своего состояния, вызванному как внешним воздействием, так и внутренними процессами. Любое изменение порождает в системе процессы, направленные на то, чтобы скомпенсировать эти изменения и сохранить гомеостазис. Наличие гомеостатического механизма в системе свидетельствует о ее способности к самоорганизации и поддержанию своей целостности, способности сохранять равновесие благодаря саморегулируемому приспособлению к внешней среде и направлено на максимальное ограничение воздействий внешней и внутренней среды, сохранение относительного постоянства структуры и функций в системе.

Для количественной оценки самоорганизации многие исследователи, изучающие проблемы развития сложных биологических, экологических и социальных систем, используют степень связанности, организованности системы [2, 3]. Результаты исследований позволяют сформулировать гипотезу: чем выше уровень организованности системы, тем легче вырабатывается энергетический запас, необходимый для успешного сохранения гомеостазиса.

Для оценки самоорганизации системы предлагается использовать функционал, вычисляющий энтропию собственных чисел как меру внутренней несвязности системы.

Предположим, что состояние системы описано p-мерным вектором U, где p — число измеряемых параметров. Будем считать, что U — случайный вектор, имеющий первый и второй моменты, MU и MU'U, соответственно. Здесь знак ' означает операцию транспонирования. Результатом n наблюдений над U является матрица данных U(n, p) размером n×p.

Обозначим через $\overline{U}(n)$ вектор выборочных средних в p-мерном пространстве:

$$\overline{U}(n) = MU = \begin{bmatrix} \overline{u}^1(n) \\ \overline{u}^2(n) \\ \dots \\ \overline{u}^p(n) \end{bmatrix}$$

$$\overline{u}^k(n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i^k, k = \overline{1, p}.$$

Пусть $\Sigma(n)$ — выборочная ковариационная матрица порядка p×p:

$$\Sigma(n) = M(U - MU)'(U - MU) = \begin{vmatrix} \sigma_{11}(n) \dots \sigma_{1p}(n) \\ \dots \\ \sigma_{p1}(n) \dots \sigma_{pp}(n) \end{vmatrix}$$

$$\sigma_{ij}(n) = \frac{1}{n-1}\sum_{l=1}^{n}(u_l^i - \overline{u}^i(n))(u_l^j - \overline{u}^j(n)).$$

Обозначим через Δ — единичную матрицу порядка p×p с элементами $(\Delta)_{ij}=\delta_{ij}$, где δ_{ij} — символ Кронекера. Собственные числа матрицы Σ являются корнями уравнения $\det(\Sigma-\lambda\Delta)=0$. Так как Σ положительно определенная матрица, все ее собственные числа действительны и неотрицательны: $\lambda_1\geq\lambda_2\geq\ldots\geq\lambda_p\geq 0$.

Определим функционал

$$H(\Sigma)=-\sum\lambda_i'\log_p\lambda_1', где \lambda_i'=\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{p}\lambda_i}.$$

При $\lambda_i=0$ по непрерывности будем полагать $\lambda_i\log_p\lambda_i=0$.

Функционал $H(\Sigma)$ является энтропией собственных чисел и определяет меру близости распределения этих чисел к равномерному [4].

Очевидны следующие свойства $H(\Sigma)$:

1. $H(\Sigma)\geq 0$, причем $H(\Sigma)=0$ тогда и только тогда, когда ранг ковариационной матрицы равен единице: $\lambda_1\neq 0, \lambda_2=\ldots=\lambda_p=0$.

2. $H(\Sigma)$ принимает максимальное значение, равное единице, когда все собственные числа равны между собой $\lambda_1=\lambda_2=\ldots=\lambda_p\neq 0$.

3. $H(\Sigma)$ не меняется при ортогональных преобразованиях исходного пространства данных.

4. Уменьшение энтропии означает увеличение несферичности эллипсоида рассеяния. В частности, при $H(\Sigma)=1$ эллипсоид является сферой в p-мерном пространстве, а при $H(\Sigma)=0$ он становится вырожденным.

Энтропия собственных чисел позволяет соотнести несферичность эллипсоида рассеяния с характеристикой ковариационной матрицы. Более несферичный (сплюснутый) эллипсоид характеризует наличие большей зависимости между исходными параметрами. Таким образом, энтропию собственных чисел можно интерпретировать как меру внутренней несвязности системы, уровень ее неорганизованности (хаотичности), а понижение энтропии — как усиление внутренней связности в структуре системы, увеличение уровня ее самоорганизации.

Заметим, что стохастическая неопределенность и зашумленность данных определяет систематическую ошибку при вычислении функционала $H(\Sigma)$.

Исследуем вопрос о погрешности функционала

$$\Delta H=H(\tilde{\Sigma})-H(\Sigma),$$

где $\tilde{\Sigma}$ есть ковариационная матрица для незашумленных данных.

Рассмотрим следующую модель стохастических данных с шумом. Пусть

$$U = X + V, \tag{1}$$

где U — случайный p-мерный вектор реально измеряемых (зашумленных) данных, X — случайный p-мерный вектор незашумленных данных, V — вектор стохастической неопределенности (шум).

Предположим, что вектора U, X, V имеют первый и второй моменты, причем все вектора центрированы, то есть

$$MU=MX=MV=0, \tag{2}$$

вектора X и V некоррелированы, то есть

$$MV'X=MX'V=0, \tag{3}$$

а ковариационная матрица шума является диагональной, то есть

$$MV'V=\sigma^2\Delta, \tag{4}$$

где σ^2 — дисперсия шума.

Тогда ковариационная матрица зашумленных данных и ковариационная матрица незашумленных данных связаны соотношением

$$MU'U = MX'X + \sigma^2\Delta. \tag{5}$$

Действительно,

$$MU'U = M(X+V)'(X+V) = MX'X + MV'V + MX'V + MV'X = MX'X + \sigma^2\Delta,$$

в силу установленных предположений (3)-(4).

Выясним, как связаны собственные числа матриц $MU'U$ и $MX'X$.

Теорема. Для модели шума, удовлетворяющей условиям (1)-(4), собственные числа λ_k ковариационной матрицы зашумленных данных Σ равны собственным числам μ_k ковариационной матрицы незашумленных данных $\tilde{\Sigma}$, увеличенным на дисперсию шума σ^2:

$$\lambda_k = \mu_k + \sigma^2, k = 1,2,\dots,p$$

Доказательство. Матрицы $MU'U$ и $MX'X$ являются симметричными и неотрицательно определенными. Поэтому в силу теоремы Куранта-Фишера [5]

$$\lambda_k = \min_{w_1, w_2, \dots w_{p-k}} \max_{\substack{y \neq 0 \\ y \perp w_1, w_2, \dots, w_{p-k}}} \frac{y'MU'Uy}{y'y}, k = 1,2,\dots,p,$$

$$\mu_k = \min_{w_1, w_2, \dots w_{p-k}} \max_{\substack{y \neq 0 \\ y \perp w_1, w_2, \dots, w_{p-k}}} \frac{y'MX'Xy}{y'y}, k = 1,2,\dots,p.$$

Учитывая соотношение (5) имеем для любых k от 1 до p

$$\lambda_k = \min_{w_1, w_2, \dots w_{p-k}} \max_{\substack{y \neq 0 \\ y \perp w_1, w_2, \dots, w_{p-k}}} \frac{y'MX'Xy}{y'y} + \frac{y'\sigma^2\Delta y}{y'y} =$$

$$= \min_{w_1, w_2, \dots w_{p-k}} \max_{\substack{y \neq 0 \\ y \perp w_1, w_2, \dots, w_{p-k}}} \frac{y'MX'Xy}{y'y} + \sigma^2 = \mu_k + \sigma^2,$$

что и требовалось доказать.

Определим погрешность функционала H.

Имеем

$$H(\Sigma) = -\sum \lambda_i \log_p \lambda_i, где \lambda_i = \mu_i + \sigma^2.$$

Тогда

$$H(\Sigma) = -\sum (\mu_i + \sigma^2)\log_p(\mu_i + \sigma^2) =$$

$$= -\sum \mu_i \log_p(\mu_i + \sigma^2) - \sigma^2 \sum \log_p(\mu_i + \sigma^2).$$

Разложим функцию $\log_p(\mu_i + \sigma^2)$ в ряд Тейлора в окрестности точки μ_k. Имеем

$$\log_p(\mu_i + \sigma^2) = \log_p \mu_i + \frac{\sigma^2}{\ln p\mu_i} + O(\sigma^4).$$

Тогда

$$H(\Sigma) = -\sum (\mu_i \log_p \mu_i + \frac{\sigma^2}{\ln p} + \mu_i O(\sigma^4)) -$$

$$-\sigma^2 \sum (\log_p \mu_i + \frac{\sigma^2}{\ln p\mu_i} + O(\sigma^4)).$$

Таким образом, $H(\Sigma) = H(\tilde{\Sigma}) - \Delta H$, где

$$\Delta H = \sigma^2 \left(\frac{p}{\ln p} + \sum (\log_p \mu_i + \frac{\sigma^2}{\mu_i \ln p})\right) + O(\sigma^4).$$

Эта формула дает выражение для погрешности функционала $H(\Sigma)$ при известной дисперсии шума σ^2.

Заметим, что второе слагаемое под знаком суммы $\frac{\sigma^2}{\ln p\mu_i}$ обращается в ∞ при $\mu_i = 0$, поэтому если ограничиться суммированием по i, таким что

$$\sum_{i=1}^{p} \mu_i \geq \sigma^2, \tag{7}$$

то погрешность ΔH можно уменьшить

$$\Delta H = \sigma^2 \left(\frac{2p}{\ln p} + \sum \log_p \mu_i\right) + O(\sigma^4).$$

Условие (7) эквивалентно в силу (6) условию

$$\sum_{i=1}^{p} \lambda_i \geq \sigma^2. \tag{8}$$

Таким образом, систематическая ошибка смещения при вычислении функционала энтропии может быть уменьшена одним из двух способов:

1. Вместо функционала $H(\Sigma)$ вычислять функционал $H(\tilde{\Sigma})$, где собственные числа ковариационной матрицы незашумленных данных μ_k могут быть определены из соотношения (6), как

$$\mu_k = \lambda_k - \sigma^2$$

2. При вычислении функционала ограничиваться суммированием по i, таким, что выполняется условие (8).

Результаты имитационного моделирования позволяют утверждать, что при понижении энтропии и возросшей самоорганизации система сохраняет гомеостазис. Для наглядности будем в дальнейшем оперировать категорией негэнтропии, которую можно оценить через нормированный функционал $H = 2 - H(\Sigma)$. На рис. 1 смоделированы три типичные ситуации: график 1 соответствует максимально возросшей негэнтропии системы, которую можно рассматривать как максимальный уровень самоорганизации системы, при этом энтропия понижается, в результате чего система сохраняет гомеостазис; график 2 моделирует ту же ситуацию при среднем уровне самоорганизации; график 3 соответствует минимальному уровню самоорганизации. Штриховыми линиями 1', 2', 3' обозначена динамика самоорганизации при дополнительном влиянии отрицательных внутренних факторов, воздействующих на систему (например, для организационной системы это может быть неоптимальная организационная структура и т. п.). Случай 3 фактически соответствует нарушению гомеостазиса, при этом горизонтальной чертой отмечено критическое значение уровня самоорганизации, которого так и не достигла система.

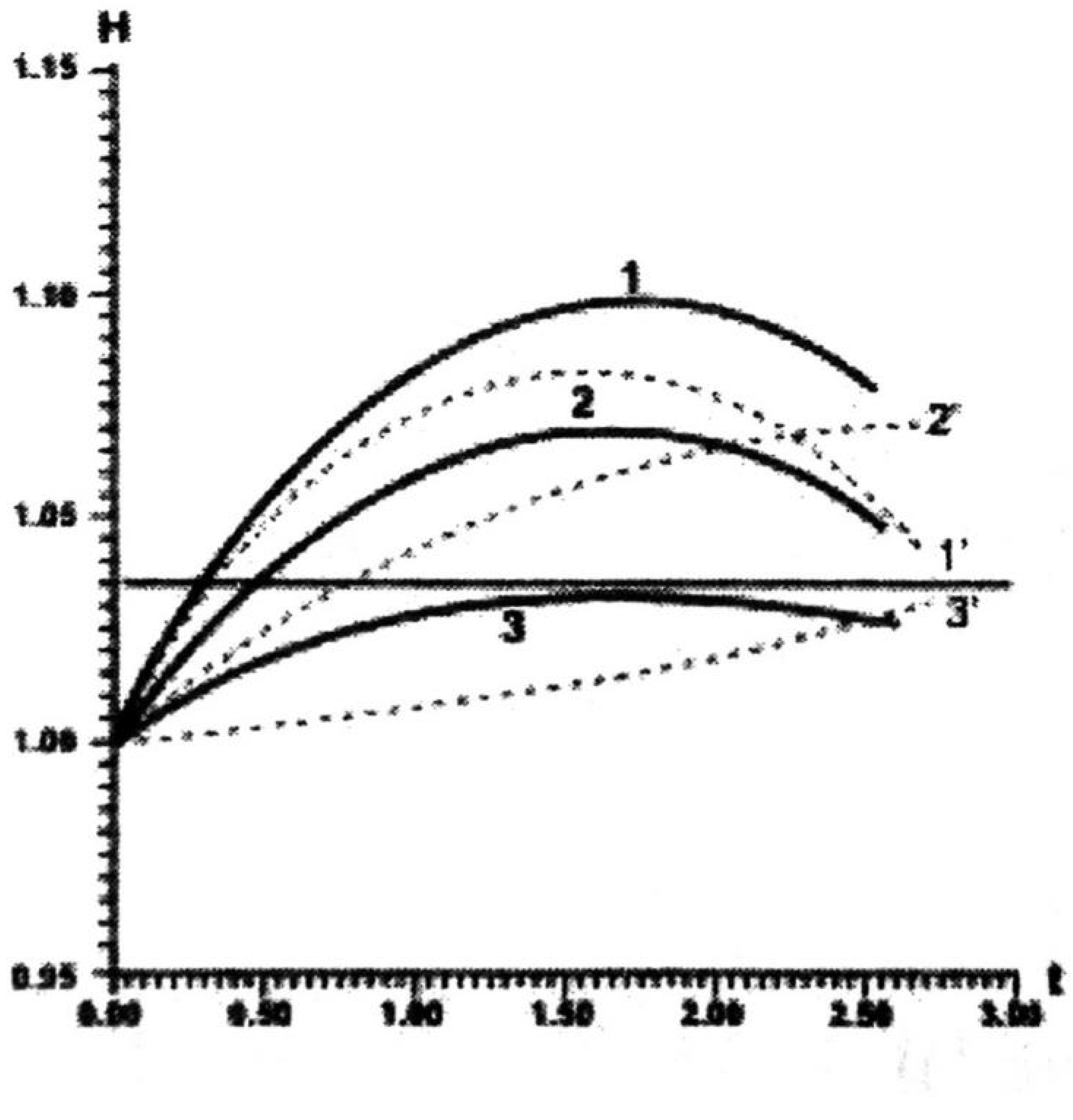

Рис. 1. Моделирование процесса самоорганизации на основе вычисления негэнтропии

Таким образом, если целью управления системой является сохранение устойчивости, то внешнее управляющее воздействие должно быть направлено на превышение пороговых значений функционала H и усиление внутренней связанности параметров U. В то же время, если система не сможет в установленное время достигнуть порогового значения уровня самоорганизации, необходимого для успешного сохранения гомеостазиса, возможен случай бифуркации системы и перехода ее в новое состояние. В определенных случаях можно целенаправленно стремиться к предотвращению превышения пороговых значений функционала, если это соответствует поставленным стратегическим целям управления системой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Винер Н. Индивидуальный и общественный гомеостазис: Пер. с англ. // Общественные науки и современность. 1994. № 6. С. 127-130.
2. Гомеостаз на различных уровнях организации биосистем / Под ред. В. Н. Новосельцева. Новосибирск: Наука, 1991. 230 с.
3. Глушков В. М., Иванов В. В., Яненко В. М. Моделирование развивающихся систем. М.: Наука, 1983. 351 с.
4. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. М.: Наука, 1968. 155 с.
5. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.: Мир, 1989. 211 с.
6. Ashby W. R. Principles of the Self-Organizing Dynamic System // Journal of General Psychology. 1947. Vol. 37. P. 125-128.
7. Bernard C. Introduction a l'etude de la medicine experimentale. Paris: Edition flammarion, 1945.
8. Cannon W. B. The wisdom of the body. New York: W.W.Norton & Co., 1932.
9. Wiener N. Homeostasis in the Individual and Society // Journal of the Franclin Institute. 1951. Vol. 251. P. 65-68.

Александр Владимирович БАБИЧ —
аспирант кафедры информационной безопасности

УДК 378.164/.169;004.771;004.584;004.94

МОДЕЛЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

АННОТАЦИЯ. В работе представлен подход к созданию программно-аппаратного комплекса «Виртуальный лабораторный практикум по сетевым технологиям», позволяющий на базе современных информационных технологий сделать процесс практической подготовки студентов по данному направлению более эффективным.

The article presents the approach to the creation of the computer programs «Virtual laboratory practice on web technologies». On the basis of modern information and communication technologies, the programs allow students to study more effectively.

Введение

Подготовка современных инженеров в соответствии с потребностями рынка труда требует использования в учебном процессе дорогостоящего оборудования и высокотехнологичной научной продукции. В частности, в области сетевых технологий — активного сетевого оборудования, такого как коммутаторы, маршрутизаторы, файрволы. Однако очевиден тот факт, что обеспечить качественную практическую подготовку квалифицированного ИТ-администратора невозможно без изменения сложившихся форм и технологий обучения.