4. Вентцель Е. С., Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: Учеб. пособие для студ. втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 432 с.

Анатолий Леонидович ГАЛКИН —
преподаватель кафедры
математических методов в экономике
Института экономики и управления
Удмуртского государственного университета

УДК 514.122

О ФРЕЙМОВОМ АНАЛИЗЕ СТРУКТУРЫ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

АННОТАЦИЯ. Описана методика выполнения фреймового анализа информационных структур различных видов деятельности. Оценка измеренной структурной сложности произведена в логонах.

The methods of the performing the frame-based analysis of the information structures of different type to activity are described. The estimation measured structured difficulty is made in logons.

Ряд задач экономики требует анализа сложности используемых в них информационных структур (ИС). Инструментом такого анализа является информационный фрейм (ИФ). Понятие фрейма было введено в научное пользование М. Минским для представления знаний [2]. Для обеспечения возможности адекватного использования фрейма при решении наших задач мы уточняем это понятие — как информационный фрейм (ИФ). Целью наших исследований является оценка сложности структуры деятельности, измеренной в метрòнах и логонах [3].

Под деятельностью мы будем понимать последовательное выполнение определенных действий, направленных на достижение какой-нибудь цели. Если каждое действие выполняется однократно, то деятельность называется *последовательной*. Вся совокупность действий рассматривается как некоторая ситуация $S_{пд}$, для которой строится информационная структура (ИС) $IS_{пд}$.

Рассмотрим фрагмент последовательной деятельности. Поставим во взаимно однозначное соответствие каждому действию оператор или логическое условие и составим алгоритмическое предписание деятельности:

оператор A: выполнение i-го действия;

логическое условие p: выполнение i+1-го действия, проверки условия t:

$$p = \begin{cases} 1, \textit{ если условие выполняется;} \\ 0 \textit{ — в противном случае} \end{cases};$$

оператор B: выполнение i+2-го действия при p = 1;

оператор C: выполнение i+2-го действия при p = 0.

В данном фрагменте оператор A соответствует *начальному* действию деятельности, а операторы B или C — *конечному*, и определяют ее результат. Остальные действия называются *промежуточными*. Операция *sled* есть выполнение следующего действия в процессе деятельности. На языке Ляпунова-Шестопал данное алгоритмическое предписание запишется так: $Ap\uparrow^1 B.\downarrow^1 C$.

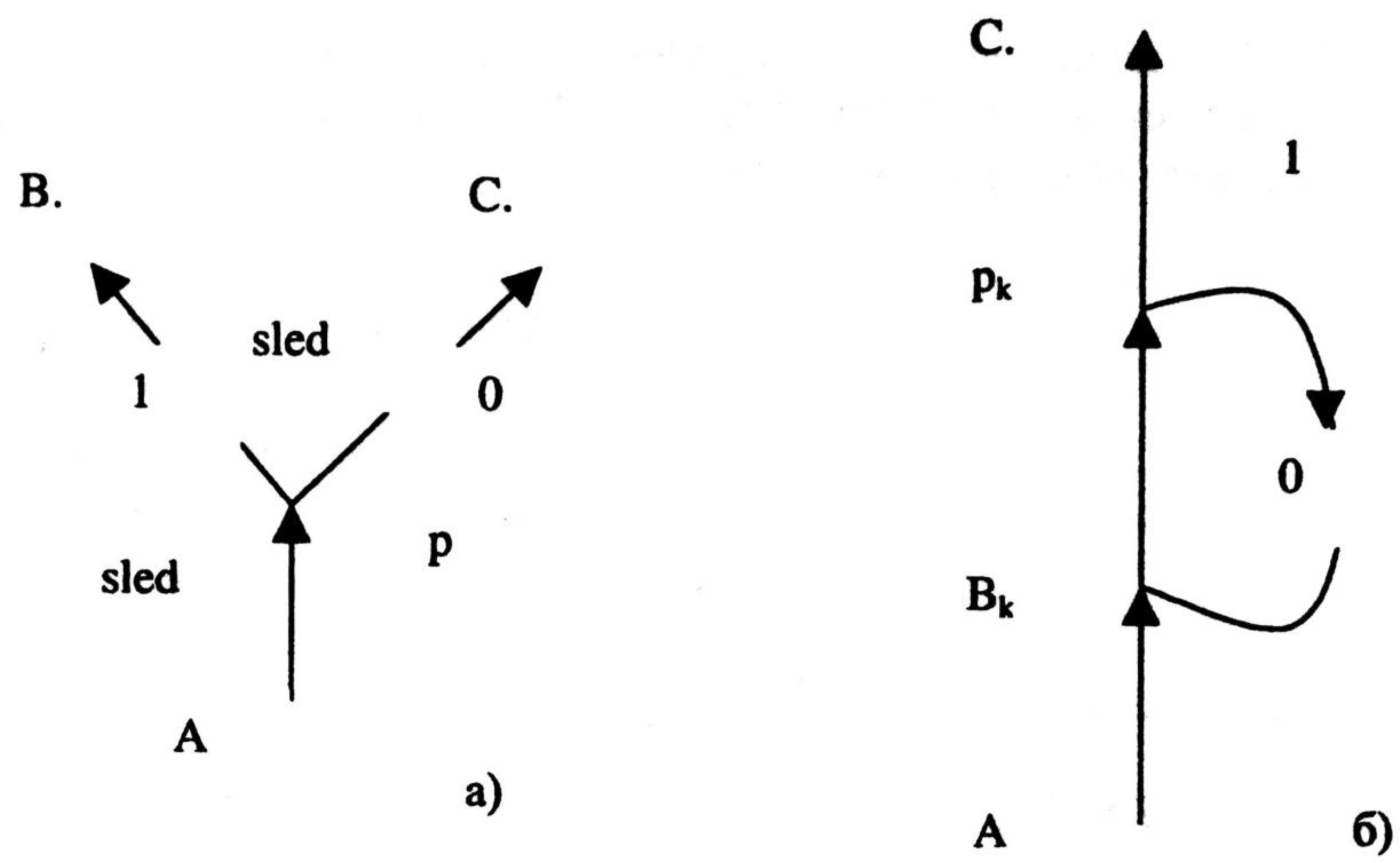

Рис. 1. Ассоциированные орграфы ИС $IS_{пд}$ (а) и $IS_{цд}$ (б)

Каждому оператору или логическому условию поставим во взаимно однозначное соответствие терминал: A = (A, |A|), B = (B, |B|), C = (C, |C|), p = (p, |p|), где значение функции |...| характеризует условия, налагаемые на действие. Ассоциированный орграф ИС $IS_{пд}$ изображен на рис. 1(а). Выпишем матрицу заданий терминалов $X(IS_{пд})$ фрагмента ИС $IS_{пд}$ = <{A, B, C, p}, sled, ⊕>. Далее вычислим производные по парам терминалов и определим производную ИС $IS_{пд}$.

$$X(IS_{пд})=\begin{array}{cc}\begin{matrix}A&B&C&p\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&p\\0&0&0&p\\A&0&0&0\end{bmatrix}&\begin{matrix}A\\B\\C\\p\end{matrix}\end{array} \text{ и } \delta X(IS_{пд})=\begin{array}{cc}\begin{matrix}A&B&C&p\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{bmatrix}&\begin{matrix}A\\B\\C\\p\end{matrix}\end{array}.$$

Определим транспонированную и частотную матрицы ИС $IS_{д}$:

$$\delta X(IS_{пд})^T=\begin{array}{cc}\begin{matrix}A&B&C&p\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&1&0\end{bmatrix}&\begin{matrix}A\\B\\C\\p\end{matrix}\end{array} \text{ и } F(IS_{пд})=\begin{array}{cc}\begin{matrix}A&B&C&p\end{matrix}&\\ \begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&2\end{bmatrix}&\begin{matrix}A\\B\\C\\p\end{matrix}\end{array}.$$

Все производные по парам терминалов будут равны ∞, т. к. все взаимные частоты терминалов равны нулю. Следовательно, граф производной ИС ISпд будет состоять из изолированных 4 вершин. Значит, ни одна пара терминалов не принимает совместное участие при конструировании других терминалов, т. е. в процессе последовательной деятельности каждое выполненное действие может порождать одно и только одно другое, следующее за ним, действие [1]. Выполним фреймовое дифференцирование ИС $IS_{пд}$:

$$\frac{\partial}{\partial F}IS_{пд}\mapsto F_1(B)\bigcup F_2(C),$$

Получим две фреймовые компоненты:

$F_1(B) = <\{A_p, B, p_A\}, sled, \uparrow, \oplus, G, H>$,
$F_2(C) = <\{A_p, C, p_A\}, sled, \uparrow, \oplus, G, H>$, т. е. $\dim(IS_{пд}) = 2$.

Фреймовое интегрирование дает следующий результат:

$$\int [F_1(B) \bigcup F_2(C)] \partial F \mapsto IS_{пд} \bigcup < \varnothing, \uparrow, \oplus >.$$

Рассмотрим деятельность, при которой одни и те же действия выполняются несколько раз друг за другом. Такая деятельность называется *циклической*. Исследуем модель фрагмента циклической деятельности. Пусть имеется следующая ситуация $S_{цд}$ и $k = 0$:

оператор A: выполнение i-го действия;

оператор B_k: выполнение $i+(k+1)$-го действия при $p = 0$;

логическое условие pk: выполнение $i+(k+2)$-го действия, проверки условия t:

$$p = \begin{cases} 0 \; и \; k = k + p, \; если \; условие \; t \; выполняется; \\ 1 \; и \; k = k + p - в \; противном \; случае. \end{cases} ;$$

оператор C: выполнение $i+(k+2)$-го действия при $p = 1$, где $k+1$ — количество выполнений оператора B_k.

Алгоритмическое предписание для $S_{цд}$ запишется так: $A \downarrow {}^1 B_k \neg p_k \uparrow {}^1 C$. Каждому оператору или логическому условию поставим во взаимно однозначное соответствие терминал. Ассоциированный орграф построенной ИС $IS_{цд} = <\{A, B_k, C, p_k\}, sled, \oplus>$ изображен на рис. 1(б), и является некорректным. Поэтому допустим, что выполнение действия B_k может повторяться не более трех раз ($k = 0, 1, 2$). Тогда исходный орграф ИС $IS_{цд}$ можно будет трансформировать в орграф последовательной деятельности и устранить некорректность путем разрыва цикла.

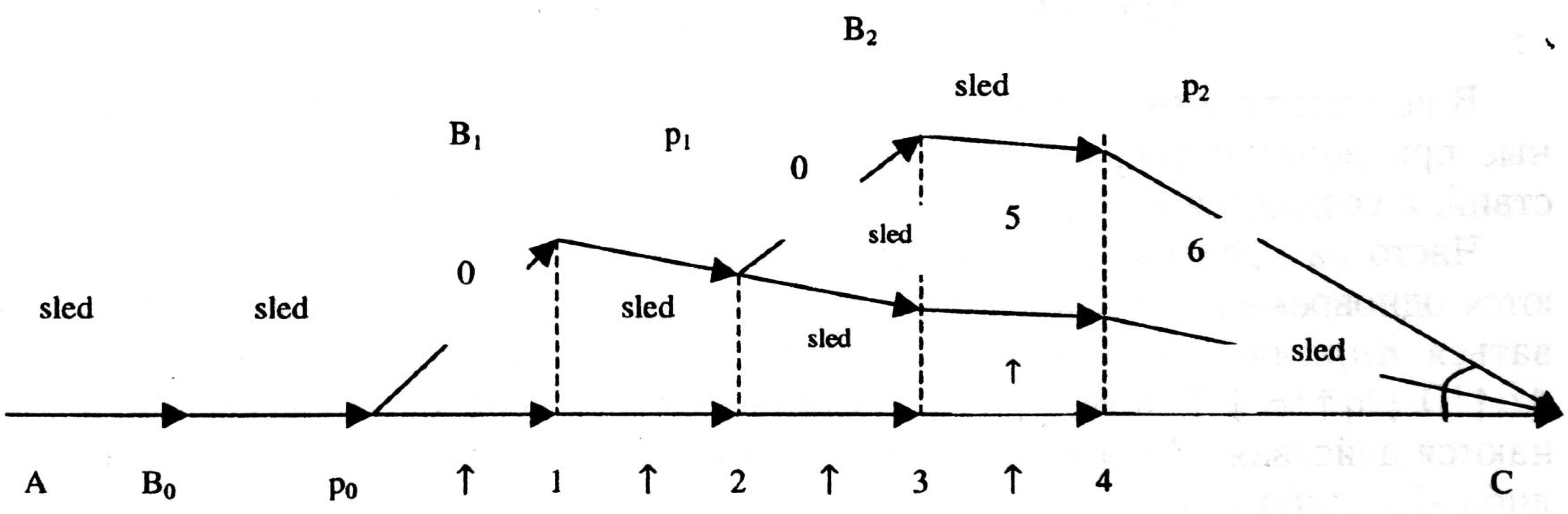

Рис. 2. Ассоциированный орграф компоненты циклической деятельности

Далее выполним фреймовое дифференцирование модернизированной ИС циклической деятельности и получим одну фреймовую компоненту (ФК) F(C):

$$\frac{\partial}{\partial F} < \{A, B_k, C, p_k\}, sled, \oplus > \mapsto$$

$$< \{A_B, B_p, C, p_B, B_{1p_1}, p_{1,5}, B_{2p_2}, p_{2C}, 1_2, 2_3, 3_4, 4_C, 5_6, 6_C\}, sled, \uparrow, \oplus, G, H >$$

Ассоциированный орграф ИФ F(C) изображен на рис. 2. Фрагмент деятельности имеет единственное начальное действие «A» и единственное конечное действие — «C». Далее выпишем матрицу заданий терминалов фрагмента ИС $IS_{цд}$, вычислим производные по парам терминалов и определим производную информационной структуры $IS_{цд}$.

$$X(IS_{ЦД}) = \begin{bmatrix} A & B_k & C & p_k & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A \\ A & 0 & 0 & p_k & B_k \\ 0 & 0 & 0 & p_k & C \\ 0 & B_k & 0 & 0 & p_k \end{bmatrix} \text{ и } \delta X(IS_{ЦД}) = \begin{bmatrix} A & B_k & C & p_k & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A \\ 1 & 0 & 0 & 1 & B_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 & C \\ 0 & 1 & 0 & 0 & p_k \end{bmatrix}$$

Определим частотную матрицу ИС $IS_{цд}$:

$$F(IS_{ЦД}) = \begin{bmatrix} A & B_k & C & p_k & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & A \\ 0 & 1 & 0 & 0 & B_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C \\ 1 & 0 & 0 & 2 & p_k \end{bmatrix}.$$

Производные по парам терминалов будут равны:

$\frac{\partial IS_{ЦД}}{\partial S}(A, p_k) = \frac{1+2-2\cdot 1}{1} = 1$, $\frac{\partial IS_{ЦД}}{\partial S}(A, B_k) = \frac{1+1-2\cdot 0}{0} = \infty$, и т. д. Остальные производные также равны ∞. Следовательно, действия «A» и «p_k» принимают совместное участие в непосредственном формировании действия «B_k». Остальные действия несовместимые. $\mathrm{Dim}(IS_{цд}) = 1$.

Фреймовое интегрирование дает:

$$\int F(C)\partial F \mapsto IS_{ЦД} \bigcup < \{1_2, 2_3, 3_4, 4_C, 5_6, 6_C\}, \uparrow, \oplus >.$$

В константу интегрирования вошли все терминалы, вновь сконструированные при помощи операции $\uparrow$ [2]. Эти терминалы не определяют новых действий, а создаются в ходе ранжирования терминалов ИС $IS_{цд}$.

Часто на практике встречается деятельность, в процессе которой выполняются одновременно несколько действий. Такая деятельность нами будет называться *параллельной*. Рассмотрим фрагмент параллельной деятельности: $Ap\uparrow^1D.\downarrow^1q\uparrow^2E.\downarrow^2F.$ и $BCq\uparrow^1E.\downarrow^1F.$ Согласно схеме (рис. 3) одновременно начинаются действия «A» и «B». Заканчивается деятельность действиями либо «D», либо «E», либо «F».

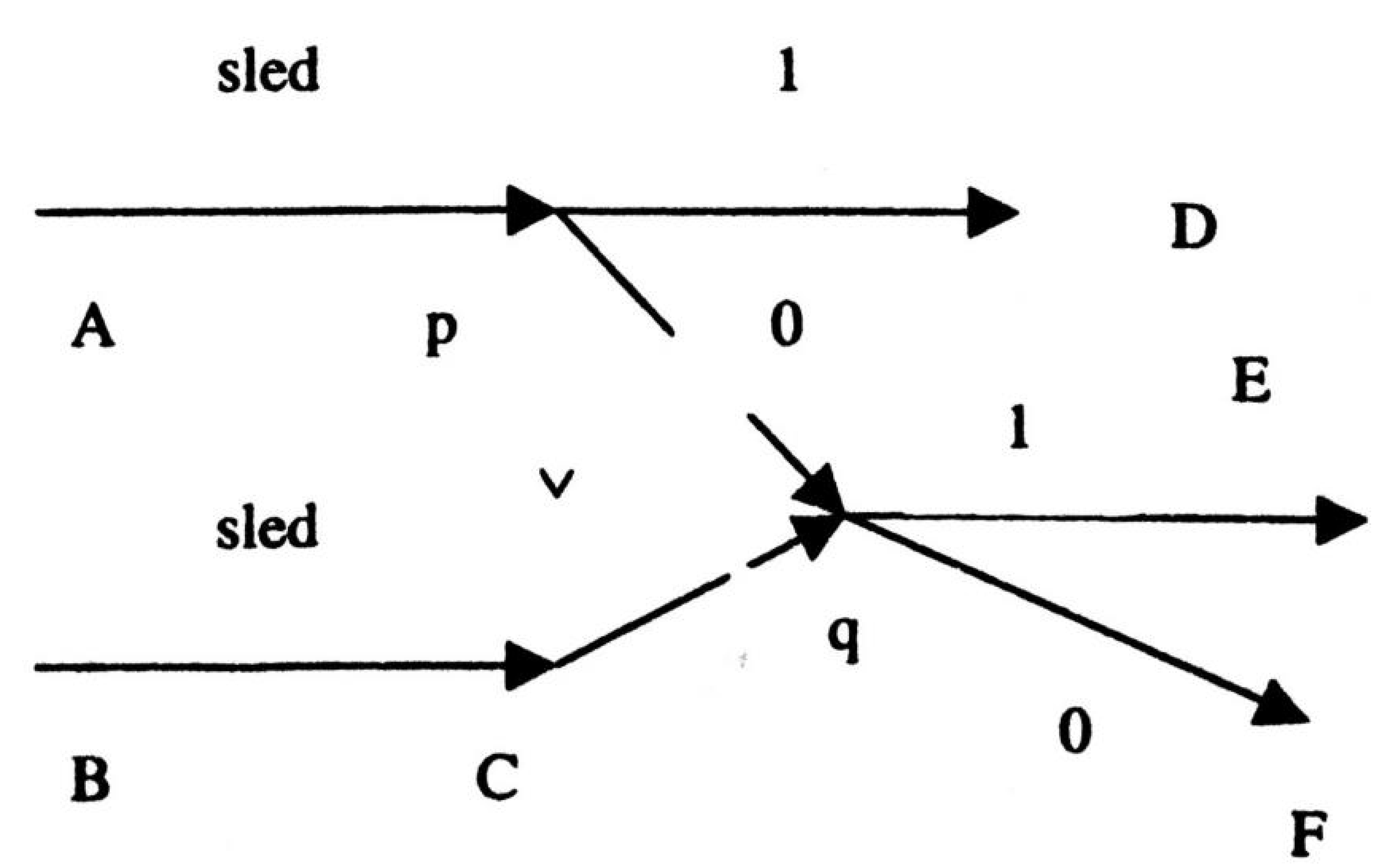

Рис. 3. Орфограф ИС параллельной деятельности

Заменим операторы и логические условия одноименными терминалами. В результате получим ИС $IS_{пард} = <\{A, B, C, D, E, F, p, q\}, \vee, , sled, \oplus>$.

В процессе фреймового дифференцирования $\frac{\partial}{\partial F} IS_{ПАРД} \mapsto F_1(D) \bigcup F_2(E) \bigcup F_3(F)$ выделим три фреймовые компоненты:

$F_1(D)|D(1)|1_D(1)sled|p_1(1)\uparrow|A_p(1)sled|$,
$F_2(E)|E(1)|q_E(2)sled|p_q(1)\vee C_q(1)|A_p(1)sled|B_C(1)sled|$,
$F_3(F)|F(1)|q_F(2)sled|p_q(1)\vee C_q(1)|A_p(1)sled|B_C(1)sled|$.

Следовательно, $\dim(IS_{пард}) = 3$. Ассоциированные орграфы фреймовых компонент ИС параллельной деятельности изображены на рис. 4. Произвольная деятельность может рассматриваться как композиция последовательной, циклической или параллельной деятельностей. На основе полученных выше результатов можно убедиться в истинности следующих теорем:

Теорема 1. Наибольшая метронная сложность фреймовых компонент информационной структуры равна числу начальных действий деятельности.

Теорема 2. Размерность информационной структуры деятельности равна числу конечных действий этой деятельности.

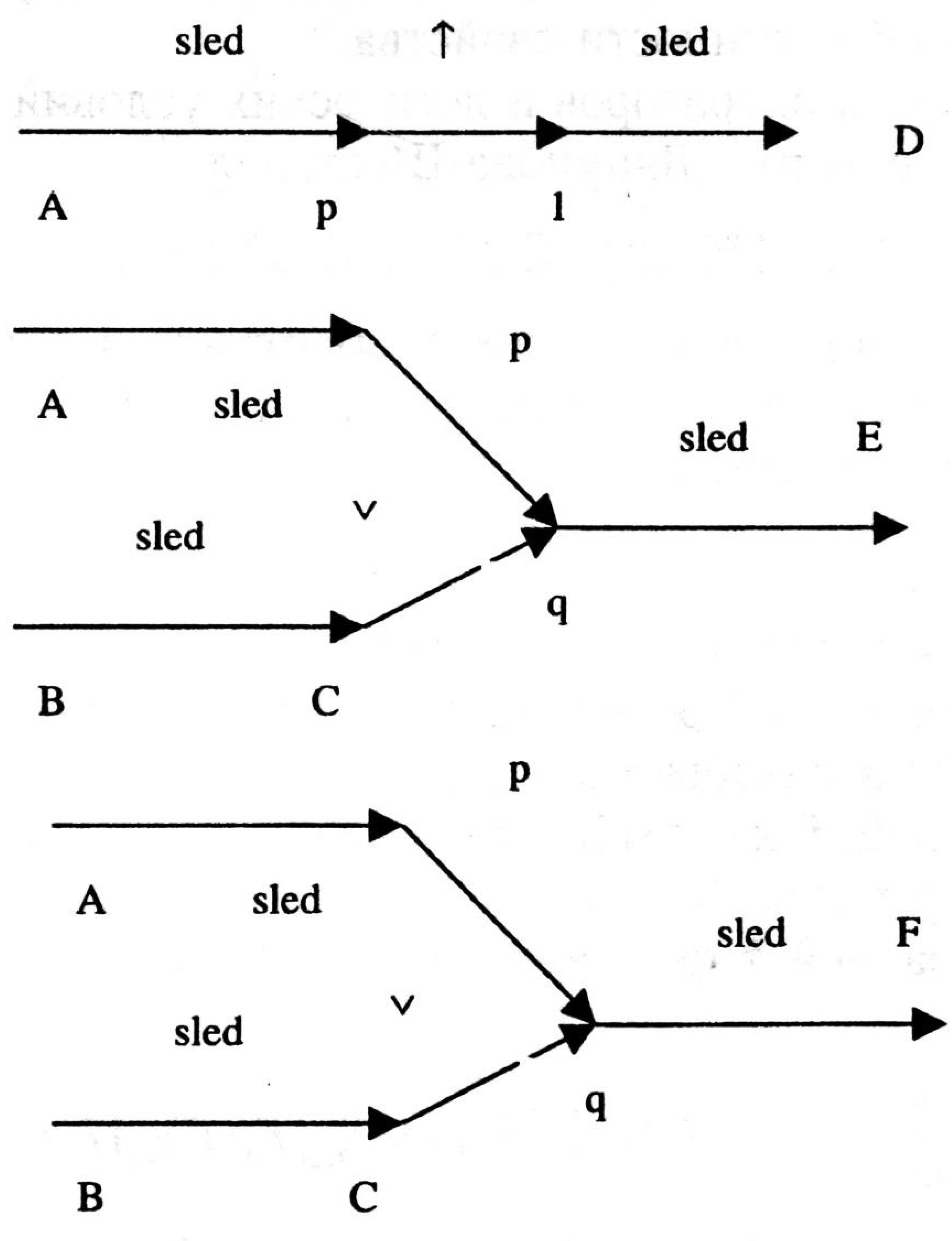

Рис. 4. Орграфы ФК ИС параллельной деятельности

В качестве примера выполним фреймовый анализ ИС деятельности, проведения преподавателем доказательства истинности утверждения A(n) методом математической индукции. На первом этапе проверяется истинность предложения при n = 1. Если предложение A(1) истинно, то допускается истинность предложения A(k) для любого натурального k. Затем доказывается, что из истинности A(k) следует истинность этого предложения при следующем натуральном значении переменной A(k+1). На этом считается, что истинность A(n) доказана при любом натуральном значении n. На языке логики предикатов это можно записать следующим образом:

$$\{A(1) \mathbin{\&} \forall k\, [T(k) \rightarrow T(k+1)]\} \rightarrow \forall n\, A(n),\ n \in N.$$

Составим алгоритмическое предписание на ситуацию $S_{док}$: «Доказательство свойства A(n) методом математической индукции». Для каждого шага алгоритмического предписания поставим в соответствие оператор или логическое условие. Алгоритмическое предписание для ситуации $S_{док}$:

A: Проверка, задано ли свойство на множестве натуральных чисел.

p = 1, если свойство задано на множестве натуральных чисел, p = 0 в противном случае.

B: Проверка выполнения свойства при n = 1.

q = 1, если при n = 1 свойство справедливо, q = 0 в противном случае.

C: Допускаем справедливость свойства при n = k.

D: Проверка справедливости свойства при n = k+1.

r = 0, если справедливость свойства при n = k+1 не установлена; r = 1, если справедливость свойства при n = k+1 установлена; r = 2, если справедливость свойства при n = k+1 проверить не удалось.

Не E: Утверждение о ложности свойства.

F: Утверждение о неприменимости метода математической индукции.

G: Утверждение об истинности свойства остается открытым.

E: Утверждение об истинности свойства.

С учетом введенных операторов и логических условий запишем алгоритмическое предписание в форме Ляпунова-Шестопал

$$Ap\uparrow^{1}Bq\uparrow^{2}CDr\uparrow_{1}^{2}E.\downarrow^{1}F.\downarrow_{1}G.\downarrow^{2}\text{Не } E.$$

Поставим во взаимно однозначное соответствие операторам и логическим условиям алгоритмического предписания одноименные абсолютно φ-истинные терминалы. В итоге получится ИС:

$$IS_{док} = <\{A, B, C, D, E, F, \text{не } E, G, p, q, r\}, \vee, sled, \oplus>,$$

где sled — операция следования, $\oplus$ — оператор суперпозиции. Далее, в целях выполнения фреймового дифференцирования ИС $IS_{док}$ составим матрицу смежности орпсевдографа и разобьем множество вершин на уровни V_i. Терминалы нулевого уровня E, неE, F и G выбираем в качестве ядер ФК ИС $IS_{док}$ и выделим ассоциированные орграфы ФК ИС $IS_{док}$. Далее, в результате разбиения дуг (p, F) и (q, неE) операцией $\uparrow$ формируются новые терминалы, обозначенные как 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

$$\frac{\partial}{\partial F} IS_{док} \mapsto F_1(E)\bigcup F_2(неE)\bigcup F_3(F)\bigcup F_4(G), \text{ или}$$

$$\int[F_1(E)\bigcup F_2(неE)\bigcup F_3(F)\bigcup F_4(G)]\partial F \mapsto IS_{док}\bigcup <\{1,2,3,4,5,6,7,8\},\uparrow,\oplus>.$$

Таким образом, в результате фреймового дифференцирования ИС $IS_{док}$ выделяются четыре фреймовые компоненты:

$F_1(E)|r_E(1)\&|D_r(1)\&|C_D(1)\&|q_C(1)\&|B_q(1)\&|p_B(1)\&|A_p(1)\&|.$
$F_2(\text{Не } E)|3_{\text{Не } E}(1)\vee r_{\text{Не } E}(1)|2_3(1)\uparrow|D_r(1)\&|1_2(1)\uparrow|C_D(1)\&|q_1(1)\uparrow|q_C(1)\&|$
$|B_q(1)\&|B_q(1)\&|p_B(1)\&|p_B(1)\&|A_p(1)\&|Ap(1)\&|.$
$F_3(F)|8_F(1)\&|7_8(1)\uparrow|6_7(1)\uparrow|5_6(1)\uparrow|4_5(1)\uparrow|p_4(1)\uparrow|A_p(1)\&|.$
$F_4(G)|r_G(1)\&|D_r(1)\&|C_D(1)\&|q_C(1)\&|B_q(1)\&|p_B(1)\&|A_p(1)\&|.$

Итак, исходная ИС «Доказательство методом математической индукции» является четырехмерной.

$$A(IS_{док}) = \begin{array}{ccccccccccc|c}
A & B & C & D & E & неE & F & G & p & q & r & \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & A \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & B \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & D \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & неE \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & p \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & r \\
 & & & & & & & & & & & \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 3 & V_0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & \times & \times & \times & \times & 1 & 1 & 0 & V_1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & \times & \times & \times & \times & 1 & 1 & \times & V_2 \\
1 & 1 & 0 & \times & \times & \times & \times & \times & 1 & 1 & \times & V_3 \\
1 & 1 & \times & \times & \times & \times & \times & \times & 1 & 0 & \times & V_4 \\
1 & 0 & \times & \times & \times & \times & \times & \times & 1 & \times & \times & V_5 \\
1 & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & 0 & \times & \times & V_6 \\
0 & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times & V_7
\end{array}$$

Для вычисления G-H сложности оболочек ФК и структурной сложности ИС необходимо выписать матрицы объемов терминалов $N_T(F_1(E)) = N_T(F_3(F)) = N_T(F_4(4))$, $N_T(F_2(неE))$. На основе данных этих матриц исполняется алгоритм вычисления G-H сложности оболочки и структурной сложности ФК. В итоге получаем: $C_{gh}^{об}(F(E)) = 7$, $C(F(E)) = 0{,}258$ логон; $C_{gh}^{об}(F(Не\ E)) = 7/2$, $C(F(Не\ E)) = 0{,}350$ логон; $C_{gh}^{об}(F(F)) = 7$, $C(F(F)) = 0{,}258$ логон; $C_{gh}^{об}(F(G)) = 7$, $C(F(G)) = 0{,}258$ логон. Структурная сложность ИС «Доказательство методом математической индукции» $C(IS_{док}) = 1{,}126$ логон [3].

Выполним исследование взаимодействия действий деятельности «Доказательство методом математической индукции» при помощи производной орпсевдографа ИС $IS_{док}$. Для этого построим частотную матрицу терминалов ИС $IS_{док}$ $F(IS_{док}) = \delta X(IS_{док})^T \times \delta X(IS_{док})$:

$$\delta X(IS_{док}) = \begin{array}{ccccccccccc|c}
A & B & C & D & E & неE & F & G & p & q & r & \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & B \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & C \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & E \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & неE \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & F \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & G \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r
\end{array},$$

$$F(IS_{док}) = \begin{array}{cc} \begin{matrix} A & B & C & D & E & неE & F & G & p & q & r \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} & \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ неE \\ F \\ G \\ p \\ q \\ r \end{matrix} \end{array}.$$

Вычислим производные ИС $IS_{док}$ по парам терминалов:

$$\frac{\partial}{\partial S}(q,r) = \frac{2+3-2\cdot 1}{1} = 3,\ \frac{\partial}{\partial S}(A,p) = \frac{1+2-2\cdot 0}{0} = \infty,\ \frac{\partial}{\partial S}(A,B) = \frac{1+2-2\cdot 0}{0} = \infty$$

и т. д. В итоге получается структура, граф которой состоит из одной дуги (q, r) и изолированных вершин A, B, C, D, E, неE, F, G, p. Анализ производной $\partial(IS_{док})/\partial S$ показывает, что только действия q и r могут принимать совместное участие в формировании действия E, причем роль q и r при этом различная. Все остальные действия $S_{док}$ в одинаковой степени в одиночку участвуют в формировании других действий, т. е. изолированы друг от друга.

Таким образом, для измерения структурной сложности произвольной деятельности необходимо сконструировать ИС этой деятельности в форме Ляпунова-Шестопал. Затем выполнить фреймовый анализ полученной ИС, выделив фреймовые компоненты. Наконец, вычислить структурную сложность системы фреймовых компонент.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галкин А. Л. Информационные процессы усвоения знаний. Ижевск: ИД «Удмуртский университет», 2005. 325 с.

2. Минский М. Фреймы для представления знаний. М.: Энергия, 1979. 180 с.

3. Уилсон А., Уилсон М. Информация, вычислительные машины и проектирование систем. М.: Мир, 1968. 415 с.