ность множества $f^{-1}(z)\bigcap F$ в F, такие, что $V(f^{-1}(z)\bigcap F)\times$ $\times O(y)\subset W(f^{-1}(z)\bigcap F)$. Так как $y_n \to y$, то $y_{n_k} \in O(y)$ при $k\geq k_1$. Тогда

$$(x_{n_k}, y_{n_k}) \in V(f^{-1}(z)\bigcap F)\times O(y)\subset W(f^{-1}(z)\bigcap F)\subset O(f^{-1}(z))$$

при $k\geq max\{k_0, k_1\}$. Следовательно, $f(x_{n_k}, y_{n_k})\to z$, по $f(x_{n_k}, y_{n_k})\in A, z\notin A$. Это противоречит секвенциальной замкнутости A. Пусть $\{f(S_n)\}_{n=1}^{\infty} = f(\zeta)$. Тогда либо $f(\zeta)$ конечно и тогда найдется стационарная последовательность $f(S_{n_k})\to z, z\in f(\zeta)$, либо $f(\zeta)$ — бесконечный счетный, следовательно, метризуемый бикомпакт, и тогда найдется $f(S_{n_k})\to z, z\in f(\zeta)$. Дальнейшие рассуждения такие, как и в первом случае, приходим к противоречию. Предложение доказано.

ЛИТЕРАТУРА

1. Энделькинг Р. В. Общая топология (перевод с английского). М.: Мир, 1986. 750 с.
2. Архангельский А. В. Топологические пространства функций. М.: Мир 1986. 223 с.

Амир Анварович ГУБАЙДУЛЛИН —
директор филиала ИТПМ СО РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор,
Иван Николаевич САННИКОВ —
студент 5 курса

УДК 532.529

Влияние дробления пузырьков на структуру нестационарной ударной волны в пузырьковой жидкости

АННОТАЦИЯ. В рамках односкоростной двухтемпературной с двумя давлениями модели пузырьковой жидкости исследуется распространение нестационарной ударной волны при наличии процесса дробления пузырьков. Показано, что этот процесс может оказывать значительное влияние на эволюцию и структуру ударной волны.

Propagation of non-stationary shock wave with bubble breakdown has been investigated on the basis of a one-velocity two-temperature with two pressures model of bubbly liquid. It is shown that this process can effect essentially the evolution and structure of a shock wave.

Введение

К настоящему времени поведение нестационарных ударных волн в пузырьковых жидкостях достаточно хорошо изучено [1, 2]. Однако распространение ударных волн с дроблением пузырьков исследовано недостаточно. В работе [3, 4] экспериментально показано, что в сильных ударных волнах дробление пузырьков происходит в соответствии с механизмом Кельвина—Гельмгольца. В уединенных волнах умеренной интенсивности дробление может происходить вследствие образования кольцевой кумулятивной струи [5]. Теоретические работы, в которых описывается эволюция ударных волн с дроблением пузырьков, в настоящее время отсутствуют. В ряде работ [2, 6, 7, 8] обсуждаются возможные механизмы дробления пузырьков в ударных волнах. В [2] на основе анализа имеющихся экспериментальных данных отмечается, что в результате дробления уменьшается толщина релаксационной зоны волны, период пульсаций и время охлаждения пузырьков.

Цель данной работы заключается в численном моделировании процесса распространения нестационарной ударной волны при наличии дробления пузырьков.

Основные уравнения

При численном моделировании примем за основу односкоростную двухтемпературную с двумя давлениями модель пузырьковой жидкости [1], в соответствии с которой уравнения сохранения масс фаз и импульса смеси запишем в виде:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x},$$

где ρ_1, ρ_2 — приведенные плотности жидкости и газа, ρ, p и v — соответственно плотность, давление и скорость смеси, индексы 1 и 2 будут относиться к параметрам несущей и дисперсной фаз соответственно.

Уравнение притока тепла к дисперсной фазе имеет вид:

$$\rho_2 c_{v2} \frac{dT_2}{dt} = \frac{\alpha_2 p_2}{\rho_2^\circ} \frac{d\rho_2^\circ}{dt} + nq_2,$$

где интенсивность межфазного теплообмена q_2 задается следующим образом:

$$q_2 = 4\pi a^2 \frac{\lambda_2 Nu_2}{2a}(T_1 - T_2), \quad Nu_2 = \begin{cases} 10, & Pe_2 < 100 \\ \sqrt{Pe_2}, & Pe_2 \geq 100, \end{cases}$$

$$Pe_2 = 12(\gamma_2 - 1)\frac{T_1}{|T_1 - T_2|}\frac{a|w|}{\nu_2^{(T)}}, \quad \nu_2^{(T)} = \frac{\lambda_2}{\rho_2^\circ c_{p2}}.$$

Здесь α_2 и ρ_2° — объемное содержание и истинная плотность газовой фазы, a — радиус пузырька, n — число пузырьков в единице объема, T_1, T_2, p_1, p_2 — температуры и давления несущей и дисперсной фаз, λ_2, $\nu_2^{(T)}$ и γ_2 — коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и показатель адиабаты газа; c_{v2} и c_{p2} — удельные изохорная и изобарная теплоемкости газа; Nu_2 и Pe_2 — числа Нуссельта и Пекле.

Газ будем считать идеальным и калорически совершенным, а жидкость — несжимаемой и термостатической:

$$p_2 = \rho_2^\circ(\gamma_2 - 1)c_{v2}T_2, \quad u_2 = c_{v2}T_2, \quad \rho_1^\circ = const, \quad T_1 = const.$$

Давление смеси связано с давлениями фаз соотношением:

$$p = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 \left(p_2 - \frac{2\Sigma}{a} \right).$$

По определению:

$$\rho_1 = \alpha_1 \rho_1^\circ,\ \rho_2 = \alpha_2 \rho_2^\circ,\ \rho = \rho_1 + \rho_2,\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1.$$

В качестве условия совместного деформирования фаз возьмем уравнение Рэлея—Ламба, описывающее радиальные колебания пузырьков в несжимаемой жидкости:

$$\left(1-\varphi^{(1)}\right)a\frac{dw}{dt} = \frac{p_2 - p_1 - \dfrac{2\Sigma}{a}}{\rho_1^\circ} - \frac{4\mu_1 w}{a\rho_1^\circ} - \left(1-\varphi^{(2)}\right)\frac{3w^2}{2},$$

$$\varphi^{(1)} \approx 1.1(\alpha_2)^{1/3},\ \varphi^{(2)} \approx 1.47(\alpha_2)^{1/3}.$$

Здесь w — радиальная скорость жидкости на поверхности пузырька, μ_1 — вязкость жидкости, Σ — коэффициент поверхностного натяжения, $\varphi^{(1)}$, $\varphi^{(2)}$ — поправочные коэффициенты, учитывающие неодиночность пузырьков.

Будем считать, что полная радиальная скорость стенки пузырька складывается из скорости радиальных пульсаций w и некоторой составляющей w_ψ, характеризующей непрерывное уменьшение радиуса пузырьков за счет дробления в течение времени t^*. Тогда

$$\frac{da}{dt} = w + w_\psi.$$

Уравнение сохранения числа пузырьков запишем в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial x} = \psi,\ n = \frac{3\alpha_2}{4\pi a^3},\ \psi = \begin{cases} \dfrac{\kappa\tilde{n}}{t^*}, & \text{при дроблении} \\ 0, & \text{при отсутствии дробления} \end{cases}$$

Здесь $\tilde{n}$ предполагается равным числу пузырьков n в момент начала дробления. Параметр κ связан с числом фрагментов k, образующихся после разрушения пузырька следующей формулой:

$$\kappa = 3\left[1 - \frac{1}{\sqrt[3]{k}}\right].$$

Из уравнений сохранения числа пузырьков и массы газовой фазы при условии «замороженности» радиальных колебаний (постоянства плотности газа) легко получить выражение для w_ψ:

$$w_\psi = -\frac{\tilde{a}}{3\tilde{n}}\psi,$$

где $\tilde{a}$ — радиус пузырька в момент начала дробления.

Выписанная система уравнений замкнута. Для ее численного интегрирования воспользуемся методикой [1].

Некоторые результаты расчетов

Как показано в экспериментах [5], в волнах умеренной интенсивности разрушение пузырьков может происходить вследствие образования кумулятивной струйки в фронтальной области пузырька. Кроме того, наблюдалось дробление пузырьков кольцевой струей жидкости, пережимающей пузырек в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны. При этом пузырьки дробились на две — три части, а характерное время дробления t^* было порядка периода пульсации пузырька. Процесс дробления наблюдался вблизи максимума давления во фронте волны.

Примем указанную схему дробления в расчете, полагая, что дробление начинается в момент первого наибольшего сжатия пузырьков во фронте волны и заканчивается через время t^*, близкое к периоду пульсации пузырьков в волне, при этом образуется небольшое число фрагментов k.

В качестве иллюстрации результатов расчетов на рисунке на момент времени 4 мс приведены профили безразмерных давления, радиуса, числа пузырьков в единице лагранжевого объема и объемного содержания газа в волне типа «ступенька» интенсивности $p_e/p_0 = 4$ в водно-воздушной смеси с параметрами: $p_0 = 0.09$ МПа, $\rho_1^\circ = 1000$ кг/м^3, $a_0 = 3$ мм, $\alpha_{20} = 0.025$, $\mu_1 = 1.75 \cdot 10^{-3}$ м^2/с, $\Sigma = 7.55 \cdot 10^{-2}$ Н/м, $c_{p2} = 1007$ Дж/(кг·К), $\gamma_2 = 1.4$, $\lambda_2 = 0.0258$ Дж/(м·с·К). Сплошная линия соответствует расчету с дроблением пузырьков пополам ($k=2$) за характерное время $t^* = 0.2$ мс, пунктирной линией показан расчет без дробления.

Видно, что процесс дробления изменяет структуру ударной волны. Период и амплитуда пульсаций давления уменьшаются, что объясняется уменьшением примерно в 1.26 раза радиуса пузырьков вследствие дробления. Скорость распространения волны становится несколько меньше, что также объясняется уменьшением радиуса.

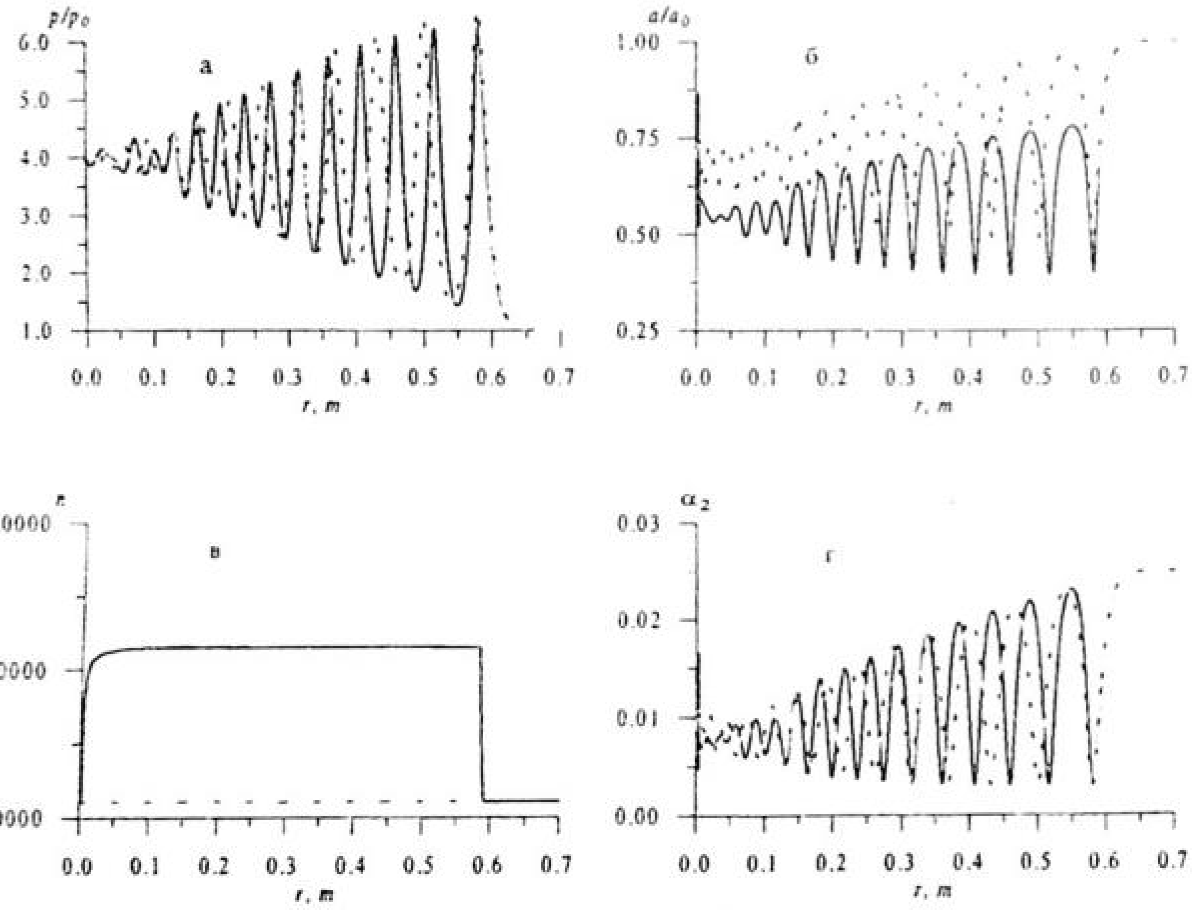

Рис. Профили давления (а), радиуса пузырьков (б), числа пузырьков в единице объема (в) и объемного содержания газа (г) в нестационарной ударной волне. Сплошная линия — расчет с дроблением пузырьков, пунктир — без учета дробления

Заключение

В результате численного моделирования распространения ударной волны в пузырьковой жидкости установлено, что дробление пузырьков в волне типа «ступенька» умеренной интенсивности приводит к уменьшению периода и амплитуды пульсаций давления во фронте волны, а также к некоторому уменьшению скорости ее распространения на нестационарном участке.

Авторы выражают благодарность С. А. Бекишеву за ценное замечание, полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа // ДАН СССР. 1976. Т. 226. № 6. С. 1299-1302.

2. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 360 с.

3. Гельфанд Б. Е., Губин С. А. и др. Исследование разрушения пузырьков газа в жидкости ударными волнами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 4. С. 574-578.

4. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Нигматулин Р. И. и др. Влияние плотности газа на дробление пузырьков ударными волнами // ДАН СССР. 1977. Т. 235. № 2. С. 292-294.

5. Донцов В. Е., Марков П. Г. Исследование дробления пузырьков газа и его влияния на структуру уединенных волн давления умеренной интенсивности в жидкости с пузырьками газа // ЖПМТФ. 1991. №1. С. 45–49.

6. Войнов О. В. Время жизни симметрично колеблющегося пузырька // ПМТФ. 1994. № 3. С. 411–415.

7. Voinov O. V. Breakdown of bubbles: non-linear mechanisms and effects // Proceedings of Third Intern. Conf. on Multiphase Flow. Lyon, France. 1998. 8 p.

8. Очеретяный С. А., Прокофьев В. В. Многоскоростные эффекты в разреженных пузырьковых средах при течении с большими градиентами давления // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 1. С. 87-100.

Анвар Гумерович КУТУШЕВ —
профессор кафедры теплогазоснабжения
и вентиляции ТюмГАСА,
доктор физико-математических наук,
Дмитрий Алексеевич РУДАКОВ —
старший научный сотрудник
Тюменского филиала ИТПМ СО РАН

УДК 532.529

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПИСАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА РАЗЛЕТА СЛОЯ ПОРОШКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СЖАТОГО ГАЗА МЕТОДАМИ ВОЛНОВОЙ И ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

АННОТАЦИЯ. Приводятся результаты аналитического и численного исследования начальной стадии процесса волнового разгона слоя порошка сжатым газом.

Results of analitical and numerical investigation of initial stage of process of wave powdery layer throwing by compressed gas are perfomed.

Вопросы взрывного направленного метания порошков представляют большой интерес во многих областях современной техники и технологии. В частности, в пожаротушении интерес к указанным вопросам обусловлен возможностью широкого практического применения мобильных ствольных установок по импульсной доставке огнетушащих порошков в очаги