

к некоторому уменьшению скорости ее распространения на нестационарном участке.

Авторы выражают благодарность С. А. Бекишеву за ценное замечание, полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа // ДАН СССР. 1976. Т. 226. № 6. С. 1299-1302.
2. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 360 с.
3. Гельфанд Б. Е., Губин С. А. и др. Исследование разрушения пузырьков газа в жидкости ударными волнами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 4. С. 574-578.
4. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Нигматулин Р. И. и др. Влияние плотности газа на дробление пузырьков ударными волнами // ДАН СССР. 1977. Т. 235. № 2. С. 292-294.
5. Донцов В. Е., Марков П. Г. Исследование дробления пузырьков газа и его влияния на структуру уединенных волн давления умеренной интенсивности в жидкости с пузырьками газа // ЖПМТФ. 1991. №1. С. 45-49.
6. Войнов О. В. Время жизни симметрично колеблющегося пузырька // ПМТФ. 1994. № 3. С. 411-415.
7. Voinov O. V. Breakdown of bubbles: non-linear mechanisms and effects // Proceedings of Third Intern. Conf. on Multiphase Flow. Lyon, France. 1998. 8 p.
8. Очеретяный С. А., Прокофьев В. В. Многоскоростные эффекты в разреженных пузырьковых средах при течении с большими градиентами давления // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 1. С. 87-100.

*Анвар Гумерович КУТУШЕВ —
профессор кафедры теплогазоснабжения
и вентиляции ТюмГАСА,
доктор физико-математических наук,
Дмитрий Алексеевич РУДАКОВ —
старший научный сотрудник
Тюменского филиала ИТПМ СО РАН*

УДК 532.529

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПИСАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА РАЗЛЕТА СЛОЯ ПОРОШКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СЖАТОГО ГАЗА МЕТОДАМИ ВОЛНОВОЙ И ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

АННОТАЦИЯ. Приводятся результаты аналитического и численного исследования начальной стадии процесса волнового разгона слоя порошка сжатым газом.

Results of analitical and numerical investigation of initial stage of process of wave powdery layer throwing by compressed gas are perfomed.

Вопросы взрывного направленного метания порошков представляют большой интерес во многих областях современной техники и технологии. В частности, в пожаротушении интерес к указанным вопросам обусловлен возможностью широкого практического применения мобильных ствольных установок по импульсной доставке огнетушащих порошков в очаги



горения с больших расстояний, обеспечивающих безопасность работ по ликвидации огня.

К настоящему времени разработка новых образцов импульсной пожаротушащей техники осуществляется преимущественно на основе дорогостоящих натуральных и полигонных испытаний. Представляется очевидным, что дальнейшее совершенствование такой техники требует проведения серьезных теоретических и экспериментальных исследований динамических процессов ударного и взрывного нагружения порошков. В связи с тем, что решение задачи о взрывном метании порошков в полной постановке представляет большие математические трудности, в данной работе предприняты некоторые попытки аналитического и численного описания динамики разгона частиц порошка в рамках ряда моделей сыпучих сред, позволяющие оценить такие параметры метаемых дисперсных материалов, как скорость вылета и концентрация частиц.

Аналитическое и численное исследование процесса ударного нагружения слоя порошка сжатым газом проводится на рассмотрении следующей модельной задачи. Имеется полубесконечная ударная труба, камера высокого давления (КВД) которой в области $0 \leq x < x_*$ заполнена сжатым газом с давлением P_{1*} , плотностью ρ_{1*} , температурой T_{1*} , скоростью $u_{1*} = 0$. Камера низкого давления (КНД) трубы в области $x_* \leq x \leq x_{**}$ заполнена пористой порошкообразной средой с насыпной плотностью ρ_{2n} , температурой $T_2 = T_0$, скоростью $u_2 = 0$, а в области $x_{**} < x < \infty$ — заполнена невозмущенным атмосферным газом со следующими параметрами ρ_{10} , m_{10} , T_0 , $u_{10} = 0$. В начальный момент времени $t = 0$ диафрагма, разделяющая КВД и КНД, разрывается. Ставится цель — изучить закономерности начального этапа процесса волнового разгона частиц слоя деформируемого порошка под действием сжатого газа.

Решение сформулированной физической задачи осуществим двумя методами. В рамках первого и простейшего метода порошкообразная среда моделируется баротропным «газом» с уравнением состояния Гофа-Шварца [1]:

$$P_f = P_f(\rho_2) = \begin{cases} \frac{k}{(\rho_2^0 - \rho_2)^{-n}}, & \rho_2 \geq \rho_{2n} \\ 0, & \rho_2 < \rho_{2n}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь P_f — эффективное межгранулярное давление в порошке; ρ_2 и ρ_2^0 — соответственно средняя и истинная плотности частиц порошка; параметры k и n выражаются через параметры насыпного состояния порошка следующим образом:

$$k = (\rho_2^0 a_{2n})^2 \left[1 - \frac{\rho_{2n}}{\rho_2^0} \right]^2, \quad n = \rho_2^0 a_{2n}^2 \left(1 - \frac{\rho_{2n}}{\rho_2^0} \right),$$

где a_{2n} — скорость звука в порошке в насыпном состоянии. Отметим, что межгранулярное давление $P_f(\rho_2)$ в порошке обусловлено деформацией пористого скелета и не связано со сжимаемостью твердых частиц

($\rho_2^0 = const$). Влияние газовой фазы в порошке на $P_f(\rho_2)$ осуществляется только через занимаемый ею объем в смеси. Вклад давления газовой фазы в пористой среде в суммарное давление порошка, описываемого баротропным «газом», не рассматривается. Динамическое поведение порошка, характеризуемое уравнением состояния (1), изучается аналитически в рамках схем «идеально-пластического газа» [2] ($P_f = P_f(\rho_2)$ — при нагрузке и $P_f = 0$, $\rho_2 = \rho_2^* = const$ — при разгрузке порошка (см. рис. 1а) и «нелинейно-упругого газа» ($P_f = P_f(\rho_2)$ — при нагрузке и разгрузке порошка (см. рис. 1б).

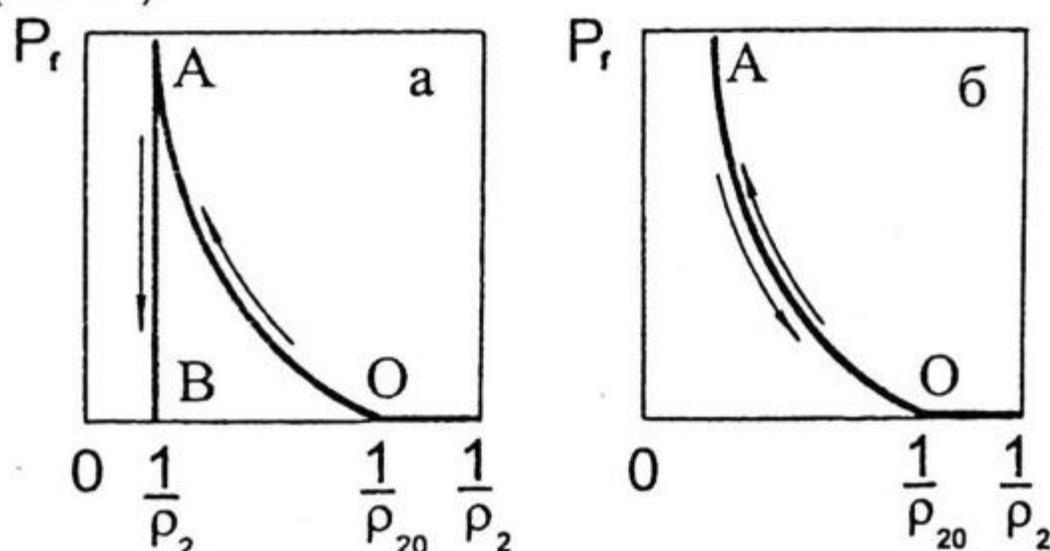


Рис. 1. Зависимости фиктивного давления в порошкообразной среде от ее удельного объема в рамках моделей идеально-пластического газа (а) и нелинейно-упругого тела (б). Кривые ОА — линии нагружения порошка, кривые АВ и АО — линии разгрузки порошка

В рамках другого метода пористая порошкообразная среда моделируется двухскоростным, двухтемпературным, двухдавленным континуумом газа и частиц [3] со средним давлением в смеси $P = P_1 + P_f = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$. Здесь α_1 — пористость порошкообразной среды, а α_2 — объемное содержание частиц в смеси; P_1 и P_2 давления в газовой и дисперсной конденсированной фазах. Соответствующая полная система уравнений плоского одномерного нестационарного движения двухфазной пористой порошкообразной среды имеет вид [4]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial x} = 0 \quad (i = 1; 2),$$

$$\frac{\partial \rho_i u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i^2}{\partial x} + \alpha_i \frac{\partial P_1}{\partial x} + (i-1) \frac{\partial P_f}{\partial x} = (-1)^i \alpha_i F_{12},$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_{2j}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_{2j} u_2}{\partial x} + \xi_{2j} P_f \frac{\partial u_2}{\partial x} = \begin{cases} Q_{12}, & j = T, \\ 0, & j = P, \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^2 \rho_i E_i + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^2 (\rho_i E_i u_i + P_1 \alpha_i u_i + (2-i) P_f u_2) = 0$$

$$\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad E_i = e_i + 0,5 u_i^2 \quad (i = 1; 2),$$

$$e_2 = e_{2T} + e_{2P}, \quad \xi_{2T} + \xi_{2P} = 1,$$



$$P_1 = (\gamma - 1)\rho_1^0 e_1, \quad e_1 = c_1 T_1 \quad (\gamma; c_1 \equiv \text{const}), \quad (2)$$

$$\rho_2^0 = \text{const}, \quad e_{2T} = c_2 T_2 \quad (c_2 = \text{const}),$$

$$F_{12} = 0,75 \frac{\alpha_2}{d} C_d \rho_1^0 |u_1 - u_2| (u_1 - u_2), \quad Q_{12} = 6 \frac{\alpha_2}{d^2} \lambda_1 Nu_{12} (T_1 - T_2),$$

$$C_d = \frac{4}{3\alpha_1} \left(1,75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 Re_{12}} \right),$$

$$Nu_{12} = \begin{cases} 2 + 0,106 Re_{12} Pr^{1/3}, & Re_{12} \leq 200, \\ 2,274 + 0,6 Re_{12}^{2/3} Pr^{1/3}, & Re_{12} > 200, \end{cases}$$

$$Re_{12} = \frac{\rho_1^0 |u_1 - u_2| d}{\mu_1}, \quad Re = \frac{\gamma c_1 \mu_1}{\lambda_1}.$$

Здесь индексы 1 и 2 внизу относятся соответственно к параметрам газовой и дисперсной фаз; $\rho_i, \rho_i^0, u_i, T_i, e_i, E_i$ соответственно приведенная и истинная плотности, массовая скорость, температура, удельные внутренняя и полная энергии i -ой составляющей смеси; P_f — межгранулярное давление, определяемое зависимостью (1); d — диаметр частиц; F_{12} и Q_{12} — сила межфазного трения и интенсивность теплообмена между поровым газом и частицами порошка; e_{2T} и e_{2P} — тепловая и упругая составляющие внутренней энергии частиц порошка; ξ_{2T} и ξ_{2P} — коэффициенты, определяющие, какая часть мощности работы межгранулярного напряжения идет на разогрев пористого скелета и какая часть этой работы переходит в упругую энергию скелета порошка; $\gamma, \lambda_1, \mu_1, c_1$ — соответственно показатель адиабаты, коэффициент теплопроводности, динамическая вязкость и удельная теплоемкость при постоянном объеме газовой фазы; c_2 — удельная теплоемкость фазы частиц; c_d — коэффициент сопротивления частиц насыпной среды; Re_{12} — число Рейнольдса относительного движения газовой и дисперсной фаз; Nu_{12} — число Нуссельта; Pr — число Прандтля газа. Система квазилинейных дифференциальных уравнений двухфазного движения решается численно методом крупных частиц [5] по алгоритму [6].

Кратко отметим, что после разрыва диафрагмы (распада разрыва) газ в КВД адиабатически расширяется в центрированной волне разрежения (ВР), порошок сжимается в ударной волне (УВ), контактная граница «сжатый газ—порошок» смещается в направлении распространения УВ. В момент времени t' , соответствующий моменту выхода УВ в порошок на свободную поверхность, осуществляется также распад разрыва на границе «сжатый порошок—невозмущенный газ». В результате этого распада в область невозмущенного газа распространяется УВ, а в область порошка — ВР, последующее взаимодействие которой с контактной поверхностью «сжатый газ—порошок» порождает в области газовой пробки ВР, а в области пористой среды — УВ и т. д. Процесс разгона частиц порошка под

действием волн сжатия (S) и разрежения (R) схематично представлен на рис. 2 в виде « $x-t$ » волновой диаграммы, где через K_1 и K_2 обозначены левая и правая границы слоя порошка, а цифрами I, II, III — соответственно области сжатой газовой пробки, порошка и газа впереди слоя порошка.

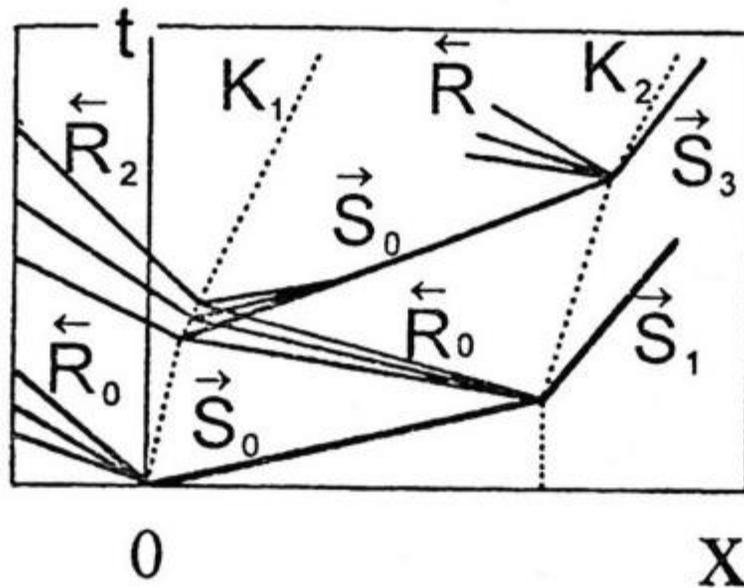


Рис. 2. Волновая « $x-t$ » диаграмма процесса нагружения и разгрузки слоя порошка. I, II, III — соответственно области сжатого газа, порошка и невозмущенного в начальный момент времени газа. K_1 и K_2 — траектории левой и правой границы слоя порошка. \bar{R}_0 и \bar{S}_0 — центрированная волна разрежения и ударная волна, образовавшиеся после разрыва диафрагмы. \bar{R} и \bar{S} — последующие волны разрежения и сжатия. Стрелками показаны направления распространения волн

Решение задачи в рамках моделирования порошка баротропным «газом» сводится к последовательному расчету взаимодействия волн сжатия (BC), волн разрежения (BP) с контактными поверхностями K_1 и K_2 . Решение проводится аналогично решению классических газодинамических задач о взаимодействии BC и BP с контактными поверхностями методом « $P-u$ » диаграмм. Кратко изложим полученное решение.

Для политропного газа запишем уравнения кривой G_I в плоскости « $P-u$ », описывающей состояния газа, которые могут быть получены из состояния «N» при действии УВ ($P > P_N$) или ВР ($P < P_N$)

$$G_I = \begin{cases} \bar{G}_{IN}^S : u = u_N + (P - P_N) \sqrt{\frac{2}{(\gamma - 1)\rho_N \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} P + P_N \right]}}, & P > P_N \\ \bar{G}_{IN}^R : u = u_N + \frac{2}{\gamma - 1} \sqrt{\frac{\gamma P_N}{\rho_N} \left[1 - \left(\frac{P}{P_N} \right)^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} \right]}, & P \leq P_N. \end{cases}$$

Здесь индексы « S » и « R » сверху обозначают состояния за УВ и ВР; стрелки указывают направления распространения волн; P — давление газа.

Аналогично для порошка, моделируемого «идеально-пластическим газом» (в УВ) или «нелинейно-упругим газом» (в УВ и ВР), имеем



$$G_2 = \begin{cases} \bar{G}_{2N}^S & : u = u_N + \sqrt{(P - P_N) \left[\frac{(P_N + n)}{\rho_2^0 (P_N + n) - k} - \frac{(P + n)}{\rho_2^0 (P + n) - k} \right]}, P > P_N \\ \bar{G}_{2N}^R & : u = u_N + \alpha_{2n} a_{2n} \ln \left[\frac{\alpha_{2N}}{\alpha_{1N}} \cdot \frac{k}{\rho_2^0 (P + n) - k} \right], P \leq P_N. \end{cases}$$

Здесь $\alpha_{1n} = 1 - \alpha_{2n}$ — пористость насыпного порошка; P — давление порошкообразной среды, рассчитываемое по уравнению (1). Используя условие непрерывности P и u на контактных границах K_1 и K_2 (см. рис. 2) и решая последовательно уравнения

$$\bar{G}_{2r}^S = \bar{G}_{1l}^R, \quad \bar{G}_{2l}^R = \bar{G}_{1r}^S, \quad (3)$$

можно найти параметры газа и порошка при распадах разрыва на K_1 и K_2 . Здесь индексы «г» и «л» внизу характеризуют начальные значения параметров до взаимодействия волн.

На рис. 3 в « $P - u$ » координатах демонстрируется пример аналитического решения уравнений (3) для первых распадов разрыва на контактных границах K_1 и K_2 . Расчеты выполнены для условий метания слоя порошка сжатым воздухом в ударной трубе с протяженной КВД, у которой $x_* \gg (x_* - x_{**})$ и $\rho_2^0 = 1300 \text{ кг/м}^3$; $\alpha_{2n} = 0,77$; $a_{2n} = 420 \text{ м/сек}$; $x_{**} - x_* = 0,28 \text{ м}$; $\gamma = 1,4$; $P_{1*} = 17,5 \text{ МПа}$; $\rho_{1*} = 11,39 \text{ кг/м}^3$. Как свидетельствуют вычисления в рамках моделей «нелинейно-упругого газа» и «идеально-пластического газа», значения параметров порошка за проходящей УВ (состояние I на рис. 3) составляют следующие величины: $P_I = 16,9 \text{ МПа}$, $u_I = 34 \text{ м/с}$, $\alpha_{2I} = 0,83$. При распаде разрыва в системе «сжатый газ — пористая среда» давление в УВ мало отличается от величины начального давления в области сжатого газа (соответственно 16,9 МПа и 17,5 МПа). Последнее связано с тем, что плотность пористой среды и ее акустическая жесткость существенно больше плотности и акустической жесткости газа. Для сравнения полезно отметить, что в случае, когда в КНД находится воздух, а отношение давлений в КВД и КНД такое же, как и в рассматриваемой задаче (17,5 МПа), то при распаде разрыва в системе «сжатый воздух — атмосферный воздух» реализуются УВ со следующими значениями параметров: $P_I = 3,5 \text{ МПа}$, $u_I = 1504,8 \text{ м/с}$.

Значения параметров порошка после взаимодействия УВ в пористой среде с правой границей слоя порошка (состояние II на рис. 3) составляют следующие величины: $P_{II} = 0,13 \text{ МПа}$, $u_{II} = 67,3 \text{ м/с}$. В случае пренебрежения противодействием газа в КНД ($P_0 \ll P_{1*}$) после взаимодействия УВ со свободной поверхностью K_2 реализуется максимальная скорость разлета частиц порошка в вакуум. Это значение скорости незначительно, на 0,5%, превышает значение скорости частиц $u_{II} = 67 \text{ м/с}$. По модели «идеально-пластического газа» скорость частиц порошка, после выхода УВ на свободную поверхность K_2 , не изменяется и равна 34 м/с.

Отметим, что приведенные аналитические решения справедливы в предположении достаточной протяженности области сжатого газа в КВД. Реально из-за конечности области сжатого газа волна разрежения в газе, отражаясь от торца трубы в виде волн разрежения, в последующем будет

взаимодействовать с ВР в «горячей пробке» и порошке, с УВ в порошке и газе, с контактными границами слоя порошка, существенно меняя при этом картину течения. Таким образом, полученное решение указанным выше методом справедливо лишь для первых распадов разрыва, точнее, до момента времени прихода отраженной от торца трубы ВР на левую контактную границу слоя порошка (K_1).

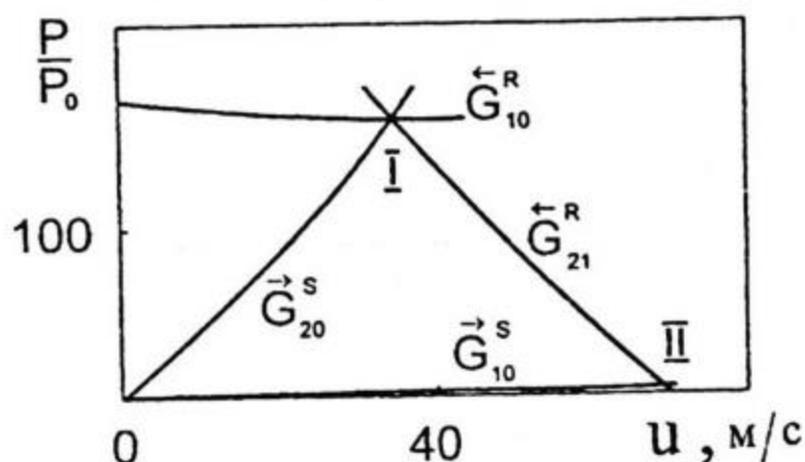


Рис. 3. Результаты аналитического решения задачи о начальном этапе разгона частиц порошка сжатым газом методом « $P-u$ » диаграмм.

\bar{G}_{10}^R и \bar{G}_{20}^S соответственно кривая — адиабата состояний газа, которые могут быть получены из начального сжатого состояния путем разгрузки, и ударная адиабата состояний порошка, которые могут быть получены из насыпного состояния ударным способом. I — состояния сжатого газа и порошка после начального распада разрыва. \bar{G}_{21}^R и \bar{G}_{10}^S — соответственно кривая (адиабата) состояний пористой среды, которые могут быть получены из состояния I волной разрежения и ударная адиабата состояний газа, которые могут быть получены из начального невозмущенного состояния. II — состояния порошка и газа впереди слоя порошка после взаимодействия ударной волны в порошке с правой границей слоя порошка

На рис. 4 приведено численное решение задачи, полученное в рамках системы уравнений динамики двухфазных сред (2), с рассмотренными выше начальными условиями для слоя порошка протяженностью 0,23 м, длиной КВД — 0,07 м и диаметром частиц — 600 мкм. Показаны профили давления газа (P_f) и эффективного межгранулярного давления частиц (P_f) на моменты времени 0,60, 180 и 560 мкс.

Из рис. 4 видно, что межгранулярное давление в порошке после первого распада давления существенно превышает давление газа в порах, что свидетельствует о правомочности предположения о пренебрежении давлением газа в порах по сравнению с межгранулярным давлением ($P_f = 0,07P_f$). Значение скорости частиц порошка в УВ после первого распада разрыва составляет ≈ 34 м/с, что хорошо согласуется с полученным аналитическим решением.

Анализ расчетных профилей скоростей и давлений фаз в последующий момент времени ≈ 1 мс, соответствующий состоянию пористой среды после взаимодействия УВ в порошке с правой границей слоя, показывает, что значение скорости частиц после разгона в ВР составляет ≈ 56 м/с. Это значение меньше рассчитанной выше аналитически скорости порошка ≈ 67 м/с. Имеющее место расхождение решений объясняется тем, что в результате отражения ВР от левой жесткой стенки КВД и последующего

взаимодействия ВР с волнами разгрузки, сжатия и левой контактной границей на правую контактную поверхность приходит более слабая УВ.

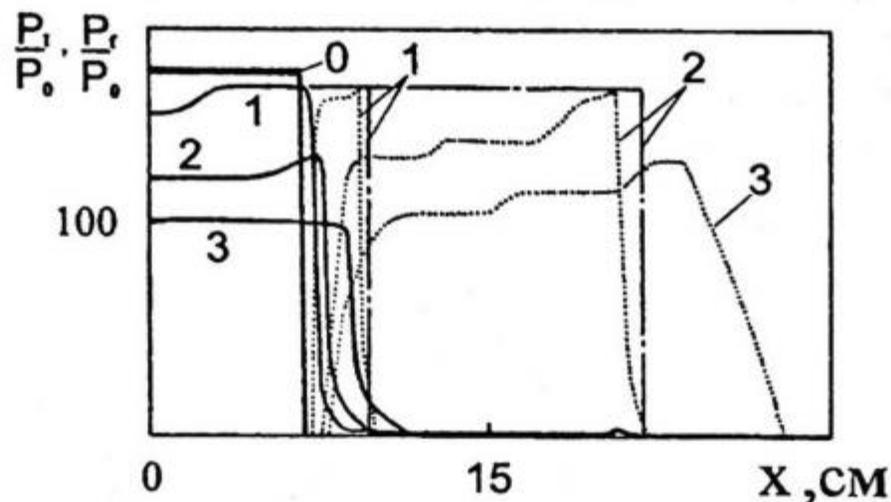


Рис. 4. Расчетные распределения давления газа (сплошные линии) и эффективного межгранулярного напряжения частиц порошка (пунктирные линии) на моменты времени 0, 60, 300, 560 мкс (кривые 0÷3), полученные в рамках двухскоростной модели порошкообразной среды. Штрихпунктирные линии — аналитическое решение задачи, полученное методом « $P-u$ » диаграмм, для случая весьма протяженной КВД (кривые 1 и 2 соответствуют моментам времени 60 и 300 мкс).

Данные рис. 4 имитируют разлет слоя порошка массой $M_p \approx 3$ кг в трубе диаметром $D = 0,13$ м зарядом взрывчатого вещества типа тротила массой $M_{ВВ} \approx 0,01$ кг. В этой связи представляется целесообразным провести сравнение найденных решений с приближенным аналитическим решением баллистической задачи о метании слоя порошка (как твердого недеформируемого тела) сжатым адиабатически расширяющимся газом.

Соответствующее дифференциальное уравнение движения порошкового «снаряда» имеет вид:

$$M_p \frac{du_p}{dt} = (P_1 - P_{10}) \frac{\pi D^2}{4}, \quad (4)$$

где u_p — скорость «снаряда». Пренебрегая противодавлением атмосферного газа ($P_1/P_{10} \gg 1$, $P_{10} = 0,1 \text{ МПа}$) а также используя уравнение траектории движения «снаряда»

$$u_p = \frac{d\tilde{x}}{dt} \quad (\tilde{x} = x - x_*),$$

перепишем (4) в виде:

$$M_p \frac{du_p^2}{d\tilde{x}} = 2P_1 \frac{\pi D^2}{4}. \quad (5)$$

Принимая закон адиабатического изменения давления газа, выпишем соотношение, описывающее изменение давления в газе за порошкообразным телом в зависимости от его пути (\tilde{x})

$$P_1 = P_{1*} \left(\frac{x_*}{x_* + \tilde{x}} \right)^{\gamma}. \quad (6)$$

После подстановки (6) в (5), получим обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{du_p^2}{d\bar{x}} = \frac{2P_{1*}}{M_p} \left(\frac{x_*}{x_* + \bar{x}} \right)^\gamma \frac{\pi D^2}{4}, \quad (7)$$

для которого начальное условие задается в виде:

$$\bar{x} = 0 : \quad u_p^2 = 0 \quad (u_p = 0) \quad (8)$$

Уравнение (7) с условием (8) представляет собой задачу Коши, решение которой приводит к следующему трансцендентному уравнению для скорости порошкового «снаряда» в зависимости от его смещения

$$u_p = \sqrt{\frac{2P_{1*}}{(\gamma-1)\rho_{2n}} \left(1 - \left(\frac{x_*}{x_* + \bar{x}} \right)^{\gamma-1} \right) \left(\frac{x_*}{x_* + \bar{x}} \right)}.$$

Устремляя \bar{x} к бесконечности, получим максимальную скорость вылета «снаряда» — порошка в вакуум. В рассматриваемом случае $u_{p,max} \approx 148$ м/с. Это значение скорости вылета частиц порошка существенно больше значений скоростей порошка, полученных с учетом идеально-пластического и нелинейно-упругого деформирования порошкообразной среды.

Таким образом, выполненное сравнение решений позволяет заключить, что учет процесса деформирования метаемой порошкообразной среды существенно завышает значение начальной скорости вылета частиц порошка. Последнее свидетельствует о неприемлемости баллистического расчета для оценки начальной скорости вылета частиц порошка из трубы. Проведенное сопоставление аналитического решения, полученного на основе описания дисперсной смеси баротропным «газом», и численного решения, полученного в рамках методов механики многофазных сред, подтверждает возможность расчета начального этапа разгона порошка, в предположении достаточно протяженной области сжатого газа, классическими методами волновой газовой динамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gough P. S., Zwarts F. J. Modeling heterogeneous two-phase reacting flow // AIAA Journal. 1979. Vol. 17, No. 1. P. 17-25.
2. Рахматулин Х. А., Сагомоян А. Я., Алексеев Н. А. Вопросы динамики грунтов. М.: Изд-во МГУ, 1964.
3. Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование процесса взрывного метания порошков // Итоги исследований ИММС № 2. Тюмень, 1991. С. 40-44.
4. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование процесса метания слоя порошка сжатым газом // ФГВ. 1995. Т. 31. № 4. С. 63-70.
5. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 391 с.
6. Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Математическое моделирование динамического нагружения слоя пористой порошкообразной среды сжатым газом // Математическое моделирование. 1991. Т. 3. № 11. С. 65-75.