ФИЗИКА

Анвар Гумерович КУТУШЕВ —
профессор кафедры механики
многофазных систем
Алексей Викторович ТАТОСОВ —
доцент кафедры математического
моделирования

УДК 622.692

ПРИНУДИТЕЛЬНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ИЗ ТРУБЫ В ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

АННОТАЦИЯ. Рассматриваются процессы истечения вязкой жидкости из круглой трубы в затопленное пространство, обусловленные различием плотностей. Изучаются особенности принудительного течения.

Leakage of viscous liquid from submarine pipeline is considered. The especially of forced of leak is studied.

Предлагается постановка, известная в литературе как задача об утечке нефти при гильотинном разрыве подводного трубопровода [1-2]. Полубесконечная горизонтальная труба заполнена одной жидкостью и полностью погружена в другую жидкость. Необходимо описать распространение волны вытеснения в трубе. В данной работе модель течения усложняется добавлением поступательного потока жидкостей (рис. 1). Основная цель исследования состояла в определении количественных оценок и качественных особенностей рассматриваемых процессов.

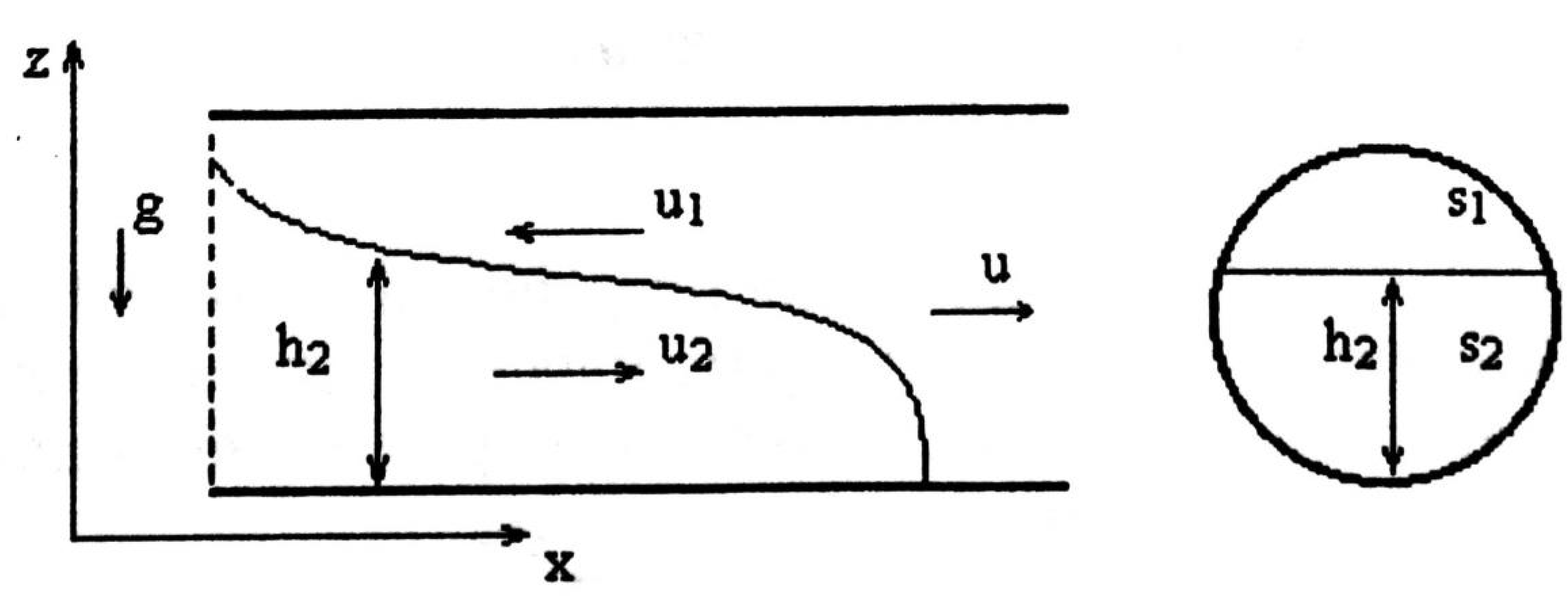

Рис. 1. Схематическое представление задачи. Пунктиром показано первоначальное положение границы раздела сред

1. Математическая постановка задачи

Обозначения. p, ρ, u, μ, ν — давление, плотность, скорость динамическая и кинематическая вязкости жидкости; s_1, s_2 и h_1, h_2 — площадь поперечных сечений и высота слоев жидкостей, индексы 1 и 2 относятся соответственно к легкой и тяжелой средам; s, D — площадь сечения и диаметр трубы; g — ускорение свободного падения.

Уравнения движения. В работах [2-3] получены одномерные модели свободного истечения вязкой жидкости из трубы в затопленное пространство: уравнение импульсов и неразрывности потоков

$$(\rho_2-\rho_1)g\frac{\partial h_2}{\partial x}+\tau_1-\tau_2=0,$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial t}+s_1\frac{\partial u_1}{\partial x}+u_1\frac{\partial s_1}{\partial x}=0, \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial s_2}{\partial t}+s_2\frac{\partial u_2}{\partial x}+u_2\frac{\partial s_2}{\partial x}=0;$$

связь геометрических параметров

$$d(s_1+s_2)=0,\ ds_2=2\sqrt{Dh_2-h_2^2}\,dh_2;$$

интегралы уравнений движения

$$s_1+s_2=s,\ s_1u_1+s_2u_2=0,\ s_2=s_2(h_2);$$

сила трения

$$\tau_1-\tau_2=\frac{s_2u_2}{s^2}\mu(\theta),$$

$$\mu(\theta)=3\frac{c_1\theta^4\mu_1^2+\theta(1-\theta)\{\theta[c_1(1+\theta)+2]+(1-\theta)[2+c_2(2-\theta)]\}\mu_1\mu_2+c_2(1-\theta)^4\mu_2^2}{\theta^3(1-\theta)^3[\theta\mu_1+(1-\theta)\mu_2]} \qquad (1.2)$$

Здесь: $\mu(\theta)$ — эффективная вязкость, $\theta=s_2/s$, $c_1=3-2\theta$, $c_2=1+2\theta$. Система уравнений движения дополняется заданием краевых условий. На срезе трубы: $h_2=h_0$ при $x=0$; на носике волны: $h_2=0$ при $x=L(t)$.

Сила сопротивления. Усложним модель течения, добавив поступательный поток жидкостей со средней скоростью u:

$$s_1u_1+s_2u_2=su.$$

Определим силы вязкого трения, действующие на жидкости со стороны ограничивающих поверхностей. Рассмотрим плоское вспомогательное течение между двумя параллельными плоскостями. Распределение скоростей считаем Пуазейлевым (параболическим):

$$v_1=\frac{1}{2\mu}a_1y^2+b_1y+c_1,\ h_2\le y\le h;$$

$$v_2 = \frac{1}{2\mu} a_2 y^2 + b_2 y + c_2, \; 0 \le y \le h_2.$$

Параметры течения подберем из следующих требований.

Граничные условия на стенках:

$$v_1 = 0 \text{ при } y = h, \; v_2 = 0 \text{ при } y = 0;$$

условия на линии раздела жидкостей:

$$v_1 = v_2, \; \mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} = \mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \text{ при } y = h_2;$$

средняя скорость первой жидкости:

$$\frac{1}{h_1} \int_{h_2}^{h} v_1 dy = u_1;$$

средняя скорость второй жидкости:

$$\frac{1}{h_2} \int_{0}^{h_2} v_2 dy = u_2;$$

причем $h_1 + h_2 = h$, $h_1 u_1 + h_2 u_2 = hu$.

Проекции на ось ox сил трения, действующих на первую жидкость

$$f_1 = -\mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y}(y = h_2), \; f_2 = -\mu_1 \frac{\partial v_1}{\partial y}(y = h);$$

на вторую

$$f_3 = -\mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial y}(y = 0), \; f_4 = -\mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial y}(y = h_2).$$

Результирующая плотность силы

$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{f_1 + f_2}{h_1} - \frac{f_3 + f_4}{h_2}.$$

Из последних соотношений находим:

$$\tau_1 - \tau_2 = -3 \frac{h_2^4 \mu_1^2 + h_2(1 - h_2)\{h_2[(h + h_2) + 2h]\}\mu_1\mu_2}{h_2^3 (h - h_2)^3 [h_2\mu_1 + (1 - h_2)\mu_2]} hu + \tag{1.3}$$

$$3 \frac{h_2^4 \mu_1^2 + h_2(1 - h_2)\{h_2[(h + h_2) + 2h] + h_1[(h + h_1) + 2h]\}\mu_1\mu_2 + h_1^4 \mu_2^2}{h_2^3 (h - h_2)^3 [h_2\mu_1 + (1 - h_2)\mu_2]} h_2 u_2.$$

Аппроксимируем выражение (1.3) на случай круглой трубы. При отсутствии полного расхода ($u = 0$) имеем указанную выше зависимость (1.2). Учитывая подобие обоих слагаемых в выражении (1.3), положим:

$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{s_2 u_2}{s^2} \mu(\theta) - \frac{u}{s} \eta(\theta), \tag{1.4}$$

$$\eta(\theta)=3\frac{c_1\theta^2\mu_1^2+(1-\theta)[c_1(1+\theta)+2]\mu_1\mu_2}{\theta(1-\theta)^3[\theta\mu_1+(1-\theta)\mu_2]}.$$

2. Безразмерная форма уравнений движения

Для общности результатов запишем уравнения движения жидкостей в безразмерных переменных:

$$\bar{x}=\frac{x}{l};\ \bar{t}=\frac{t}{\tau};\ \bar{h}=\frac{h_2}{D};\ \bar{s}=\frac{s_2}{s};\ \bar{q}=\frac{s_2u_2}{su}. \qquad (2.1)$$

Здесь l, τ — характерные параметры длины и времени, u — заданная средняя скорость жидкостей в трубе. Исходя из вида уравнений, положим

$$\frac{(\rho_2-\rho_1)gD}{l}=\frac{\mu_1 u}{s},\ \frac{1}{\tau}=\frac{u}{l}. \qquad (2.2)$$

Из (2.2) найдем

$$l=\frac{\pi}{4}\frac{(\rho_2-\rho_1)gD^3}{\mu_1 u},\ \tau=\frac{\pi}{4}\frac{(\rho_2-\rho_1)gD^3}{\mu_1 u^2}. \qquad (2.3)$$

Система уравнений движения принимает вид (черта над безразмерными величинами опущена):

$$\frac{\partial h}{\partial x}+\bar{\mu}q-\bar{\eta}=0,$$

$$\frac{\partial s}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=0, \qquad (1.7)$$

$$ds=\frac{8}{\pi}\sqrt{h-h^2}\,dh.$$

Безразмерные вязкости $\bar{\mu}$ и $\bar{\eta}$ определены соотношениями:

$$\bar{\mu}=3\frac{a_1 s\frac{\mu_1}{\mu_2}+(1-s)s\{s[a_1(1+s)+2]+(1-s)[a_2(1+(1-s))+2]\}+a_2(1-s)\frac{\mu_2}{\mu_1}}{(1-s)^3s^3\left[s\frac{\mu_1}{\mu_2}+(1-s)\right]}$$

$$\bar{\eta}=3\frac{a_1 s\frac{\mu_1}{\mu_2}+(1-s)[a_1(1+s)+2]}{(1-s)^3 s\left[s\frac{\mu_1}{\mu_2}+(1-s)\right]},\quad a_1=1+2(1-s),\ a_2=1+2s.$$

Анализ расчетов. При втягивающем потоке ($u>0$) первоначальная форма волны вытеснения близка к автомодельной. Впоследствии формируется устойчивая конфигурация с более резким скачком на переднем фронте. Скорость распространения волны приближается к значению u, но остается больше него.

Объем вытекшей жидкости в безразмерной форме

$$\bar{V} = -\bar{t} + \int_0^{\bar{L}} \bar{s} d\bar{x}, \quad \bar{V} = \frac{V}{sl}.$$

При $u > 0$ вытеснение жидкости ограничено по величине и времени. Как показывают расчеты $\bar{V}_m \approx 0.3$, $\bar{t}_m \approx 3$. В реальном масштабе:

$$V_m = sl\bar{V}_m \approx 0.3 \frac{(\rho_2 - \rho_1) g D s^2}{\mu_1 u}.$$

Таким образом, предложена модель принудительного истечения вязкой жидкости из трубы в затопленное пространство. Получена аппроксимация силы трения. Определен объем вытекшей жидкости при втягивающем потоке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kranenburg, C. Exchange flow of oil and sea-water in a ruptured submarine pipeline // Applied Ocean Research. 1984. Vol. 6, No. 1. P. 23-30.

2. Kranenburg, C., Vegt, E. Leakage from ruptured submarine oil pipeline // Journal of Transportation Engineering. 1985. Vol. 111, No. 5. P. 570-579.

3. Кутушев А. В., Татосов А. В. Свободное истечение вязкой жидкости из трубы в затопленное пространство // Вестник ТюмГУ. 2004. № 4. С. 84-89.

Елена Ивановна ЛОБОДЕНКО —
доцент кафедры строительной механики
Тюменского государственного
архитектурно-строительного университета

УДК 539.194

ОПЕРАТОР ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА ЛИНЕЙНЫХ МОЛЕКУЛ ТИПА XY_2 СИММЕТРИИ $D_{\infty h}$ С УЧЕТОМ ИЗОТОПИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

АННОТАЦИЯ. Рассмотрено влияние эффекта изотопического замещения атомов с учетом отклонения от приближения Борна-Оппенгеймера на дипольный момент линейных молекул типа XY_2 симметрии $D_{\infty h}$.

The effect of isotope substitution with Born-Oppenheimer-breakdown corrections on the dipole moment operator of XY_2-type molecule $D_{\infty h}$ is considered.

Введение

Обычно изотопический эффект в молекулах рассматривается на основе приближения Борна-Оппенгеймера (Б-О) [1]. Ряд молекулярных величин, например, таких, как равновесная конфигурация, дипольный момент молекулы, внутримолекулярная потенциальная функция и т. д., в этом приближении зависит только от свойств электронной оболочки и не зависит от масс атомов. Данный подход подробно освещен в работах [2-10] для колебательных и вращательных спектров молекул.