

Математическое моделирование теплового воздействия на замкнутый гидратонасыщенный пласт

Наиль Габсалямич Мусакаев^{1,2}, Станислав Леонидович Бородин¹,
Шерзодбек Шавкатжон угли Хожимирзаев²✉

¹ Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия

² Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: hojimirzaevsherzod@gmail.com✉

Аннотация. В 2014 г. на Ямале недалеко от Бованенковского нефтегазоконденсатного месторождения обнаружен кратер. Рядом исследователей среди возможных причин его возникновения указывается лавинообразный выход газа, образовавшегося при диссоциации газогидратов. Для проведения численных экспериментов по анализу подобных явлений построена математическая модель газожидкостного течения в насыщенной пористой среде с учетом фазового перехода «газ + вода \leftrightarrow газовый гидрат». Выполнена двумерная осесимметричная постановка задачи о нагреве сверху через толщу непроницаемых для вещества пород замкнутой гидратонасыщенной залежи, изначально содержащей газовый гидрат и газ; для учета внешнего теплообмена принимается, что залежь окружена непроницаемыми для вещества породами. Приведен алгоритм численного решения уравнений математической модели. Проведена серия расчетов, на основе которых осуществлен анализ происходящих в замкнутой гидратонасыщенной залежи процессов, а именно изменения в ней температуры, насыщенностей фаз и давления. Расчетами показано, что при диссоциации газогидратов в замкнутой залежи для некоторого набора параметров может происходить существенное повышение давления с 2,7 до 17,4 МПа. Выявлено, что чем меньше глубина залегания гидратонасыщенной залежи, меньше ее размер и больше начальная гидратонасыщенность, тем большее повышение давления может в ней наблюдаться, а соответственно, больше риск нарушения целостности замкнутой непроницаемой пористой среды и последующего лавинообразного выхода газа из подобного объекта.

Ключевые слова: тепловое воздействие, теплопередача, фильтрация, газовые гидраты, математическое моделирование, алгоритм решения, численные эксперименты

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (№ 124021500017-5).

Цитирование: Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л., Хожимирзаев Ш. Ш. 2024. Математическое моделирование теплового воздействия на замкнутый гидратонасыщенный пласт // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 1 (37). С. 104–120. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-1-104-120>

Поступила 13.02.2024; одобрена 19.02.2024; принята 22.03.2024

Mathematical modeling of thermal impact on a closed hydrate-saturated reservoir

Nail G. Musakaev^{1,2}, Stanislav L. Borodin¹, Sherzodbek Sh. Khojimirzaev²✉

¹ Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

² University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: xojimirzaevsherzod@gmail.com✉

Abstract. In 2014, a crater was discovered in Yamal near the Bovanenkovo oil and gas condensate field. A number of researchers indicate among the possible causes of its occurrence an avalanche-like release of gas formed during the dissociation of gas hydrates. To carry out numerical experiments for analyzing such phenomena, a mathematical model of gas-liquid flow in a saturated porous medium was constructed taking into account the phase transition “gas + water \leftrightarrow gas hydrate”. A two-dimensional axisymmetric formulation of the problem of heating from above through impermeable rocks of a closed hydrate-saturated reservoir, initially containing gas hydrate and gas, was carried out; to take into account external heat exchange, it is assumed that the reservoir is surrounded by rocks impermeable to matter. An algorithm for numerically solving the equations of the mathematical model is presented. A series of calculations was carried out, on the basis of which an analysis was made of the processes occurring in a closed hydrate-saturated reservoir, namely, changes in temperature, phase saturations and pressure. Calculations have shown that during the dissociation of gas hydrate in a closed reservoir, for a certain set of parameters, a significant increase in pressure can occur from 2.7 to 17.4 MPa. It has been revealed that the shallower the depth of a hydrate-saturated reservoir, the smaller its size and the greater the initial hydrate

saturation, the greater increase in pressure can be observed, and, accordingly, the greater risk of violating the integrity of a closed impermeable porous medium and the subsequent avalanche-like release of gas from such object.

Keywords: thermal action, heat transfer, filtration, gas hydrates, mathematical modeling, solution algorithm, numerical experiments

Acknowledgements: the research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 124021500017-5).

Citation: Musakaev, N. G., Borodin, S. L., & Khojimirzaev, Sh. Sh. (2024). Mathematical modeling of thermal impact on a closed hydrate-saturated reservoir. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 10(1), 104–120. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-1-104-120>

Received Feb. 13, 2024; Reviewed Feb. 19, 2024; Accepted Mar. 22, 2024

Введение

В 2014 г. на Ямале недалеко от Бованенковского нефтегазоконденсатного месторождения обнаружен кратер (рис. 1). По результатам проведенных геофизических исследований, опубликованных в 2015 г. [Оленченко и др., 2015], установлено, что в участке данного кратера на глубине 60–80 м имеется горизонт газогидратов и что возможной причиной формирования кратера является лавинообразный выход газа, образовавшегося при диссоциации газогидратов.



Рис. 1. Воронка Ямальского кратера [Колесова, 2015]

Fig. 1. The Yamal crater [Kolesova, 2015]

В связи с вышеизложенным актуальной задачей является теоретическое исследование разложения газового гидрата в замкнутой полости при ее нагреве для оценки повышения в ней давления. Будем рассматривать задачу о разложении газового гидрата в замкнутой гидратосодержащей полости, находящейся в толще непроницаемых для вещества пород, при нагреве верхней границы. Отличием данной статьи от опубликованной ранее [Му-сакаев и др., 2022] является учет влияния на замкнутую гидратонасыщенную залежь окружающих ее непроницаемых для вещества пород.

Математическая модель

При математическом моделировании фильтрации газа и воды с учетом образования/разложения газового гидрата примем следующие основные допущения:

- газ в воде не растворяется, а вода не испаряется;
- газовый гидрат и скелет пористой среды несжимаемы и неподвижны;
- капиллярное давление не учитывается, т. е. в некотором бесконечно малом объеме давление всех фаз одинаково;
- плотность, теплоемкость и теплопроводность воды, газового гидрата и скелета пористой среды постоянны;
- вязкость воды постоянна;
- процесс однотемпературный, т. е. в некотором бесконечно малом объеме температуры всех веществ совпадают;
- удельная теплота фазового перехода «вода + газ ↔ газогидрат» постоянна;
- массовые содержания газа и воды в газогидрате постоянны.

Запишем в общем виде (без учета постоянства некоторых величин) уравнения сохранения масс газа (g), воды (w), газового гидрата (h) и скелета пористой среды (sk) [Баренблатт и др., 1972; Басниев и др., 1993; Нигматулин, 1987]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi S_g \rho_g) + \operatorname{div}(\phi S_g \rho_g \vec{v}_g) = -J_{g \rightarrow h}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi S_w \rho_w) + \operatorname{div}(\phi S_w \rho_w \vec{v}_w) = -J_{w \rightarrow h}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi S_h \rho_h) = J_{g \rightarrow h} + J_{w \rightarrow h} = \frac{\partial}{\partial t}(\omega_{gh} \phi S_h \rho_h) + \frac{\partial}{\partial t}(\omega_{wh} \phi S_h \rho_h), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}((1 - \phi) \rho_{sk}) = 0, \quad (4)$$

где t — время, с; ϕ — пористость; S_j ($j = g, w, h$) — насыщенность пористой среды j -й фазой; ρ_j ($j = g, w, h, sk$) — плотность j -й фазы, кг/м³; \vec{v}_g и \vec{v}_w — векторы скорости газа и воды соответственно, м/с; ω_{gh} и ω_{wh} — массовое содержание газа и воды в гидрате соответственно; $J_{g \rightarrow h}$ и $J_{w \rightarrow h}$ — интенсивность перехода газа и воды в гидрат соответственно, кг/(м³ · с).

Запишем дополнительные соотношения:

$$S_g + S_w + S_h = 1, \quad (5)$$

$$\omega_{gh} + \omega_{wh} = 1, \quad (6)$$

$$-J_{g \rightarrow h} = J_{h \rightarrow g}, \quad (7)$$

$$-J_{w \rightarrow h} = J_{h \rightarrow w}. \quad (8)$$

В качестве закона движения газа и воды в пористой среде примем закон Дарси [Басниев и др., 1993]:

$$\phi S_g \vec{v}_g = \vec{w}_g = -\frac{k_{rg}}{\mu_g} k (\text{grad } p - \rho_g \vec{g}), \quad (9)$$

$$\phi S_w \vec{v}_w = \vec{w}_w = -\frac{k_{rw}}{\mu_w} k (\text{grad } p - \rho_w \vec{g}), \quad (10)$$

где \vec{w}_g и \vec{w}_w — скорости фильтрации газа и воды, м/с; k_{rg} и k_{rw} — относительные фазовые проницаемости для газа и воды; k — абсолютная проницаемость пористой среды, м²; μ_g и μ_w — динамическая вязкость газа и воды, Па · с; p — давление, Па; $\vec{g} = (0; 0; -g)$ — вектор ускорения свободного падения (с учетом, что вертикальная ось направлена вверх), м/с².

Относительные фазовые проницаемости определяются следующим образом [Басниев и др., 1993; Bondarev и др., 2018; Попов, 2019]:

$$k_{rg} = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_g \leq 0,1; \\ \left(\frac{S_g - 0,1}{1 - 0,1}\right)^{3,5} (4 - 3S_g), & 0,1 < S_g \leq 1. \end{cases} \quad (11)$$

$$k_{rw} = \begin{cases} 0, & 0 \leq S_w \leq 0,2; \\ \left(\frac{S_w - 0,2}{1 - 0,2}\right)^{3,5}, & 0,2 < S_w \leq 1. \end{cases} \quad (12)$$

Для расчета абсолютной проницаемости пористой среды, содержащей газовый гидрат, можно использовать следующее уравнение [Konno и др., 2010; Sakamoto и др., 2010; Попов, 2019; Liang и др., 2022; Zhang и др., 2022]:

$$k = k_0 (1 - S_h)^N, \quad N \geq 0, \quad (13)$$

где k_0 — абсолютная проницаемость пористой среды при отсутствии газогидрата. Показатель степени N зависит от типа заполнения гидратом пористой среды; в расчетах будем принимать $N = 8$, т. к. при таком значении проницаемость наиболее близка к экспериментальным точкам [Zhang и др., 2022].

Для газа используется следующее уравнение состояния:

$$p = z_g \rho_g R_g T, \quad (14)$$

где p — давление, Па; z_g — коэффициент сжимаемости газа; ρ_g — плотность газа, кг/м³; $R_g = R/M_g$ — удельная газовая постоянная, Дж/(кг · К); R — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль · К); M_g — молярная масса газа, кг/моль.

Для определения коэффициента сжимаемости газа используется уравнение Латонова — Гуревича [Латонов, Гуревич, 1969]:

$$z_g = (0,4 \cdot \lg(T/T_{cr}) + 0,73)^{p/p_{cr}} + 0,1 p/p_{cr}, \quad (15)$$

где T_{cr} и p_{cr} — критические температура (К) и давление (Па) для газа.

Преобразуя уравнения (1)–(10), (14) и принимая во внимание принятые допущения, получим следующее уравнение для расчета давления:

$$\begin{aligned} \frac{S_g}{z_g \rho_g R_g T} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{S_g}{z_g} \frac{\partial z_g}{\partial t} + \frac{S_g}{T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\Phi \rho_g} \operatorname{div} \left(\rho_g \frac{k_{rg} k}{\mu_g} (\operatorname{grad} p - \rho_g \vec{g}) \right) + \\ + \frac{1}{\Phi \mu_w} \operatorname{div} (k_{rw} k (\operatorname{grad} p - \rho_w \vec{g})) + \frac{\partial S_h}{\partial t} \left(1 - \omega_{gh} \frac{\rho_h}{\rho_g} - \omega_{wh} \frac{\rho_h}{\rho_w} \right). \quad (16) \end{aligned}$$

Преобразуя уравнения (2), (3), (10) и принимая во внимание принятые допущения, получим следующее уравнение для расчета водонасыщенности:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{1}{\Phi \mu_w} \operatorname{div} (k_{rw} k (\operatorname{grad} p - \rho_w \vec{g})) - \omega_{wh} \frac{\rho_h}{\rho_w} \frac{\partial S_h}{\partial t}. \quad (17)$$

Получим уравнение для расчета температуры. Для этого используем первое начало термодинамики и дополнительные соотношения:

$$d(U + E) = \delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} d(U + E) = \frac{\partial}{\partial t} (\Phi S_g \rho_g u_g + \Phi S_w \rho_w u_w + \Phi S_h \rho_h u_h + (1 - \Phi) \rho_{sk} u_{sk} + \\ + \Phi S_g \rho_g gz + \Phi S_w \rho_w gz + \Phi S_h \rho_h gz + (1 - \Phi) \rho_{sk} gz) dx dy dz dt, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta A^{(e)} = -\operatorname{div} (\Phi S_g \vec{v}_g p + \Phi S_w \vec{v}_w p + \Phi S_g \vec{v}_g \rho_g gz + \Phi S_w \vec{v}_w \rho_w gz) \times \\ \times dx dy dz dt, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\delta Q^{(e)} = -\operatorname{div} (-\lambda \operatorname{grad} T + \Phi S_g \vec{v}_g \rho_g u_g + \Phi S_w \vec{v}_w \rho_w u_w) dx dy dz dt, \quad (21)$$

где U — внутренняя энергия насыщенной пористой среды, Дж; E — энергия в поле потенциальных сил (в рассматриваемом случае — в поле силы тяжести), Дж; $\delta A^{(e)}$ — элементарная работа внешних сил, совершаемая над рассматриваемым объемом, Дж; $\delta Q^{(e)}$ — элементарное количество теплоты, получаемое рассматриваемым объемом, Дж; $\lambda = (1 - \Phi) \lambda_{sk} + \Phi (S_g \lambda_g + S_w \lambda_w + S_h \lambda_h)$ — коэффициент теплопроводности насыщенной пористой среды, Вт/(м · К); λ_j ($j = g, w, h, sk$) — коэффициент теплопроводности j -го вещества, Вт/(м · К); u_j ($j = g, w, h, sk$) — внутренняя энергия единицы массы j -го вещества, Дж/кг; x, y, z — декартовы координаты, м.

В результате преобразований уравнений (18)–(21), учитывая уравнения сохранения масс (1)–(4), закон Дарси (9), (10) и сделанные допущения, можно получить следующее итоговое уравнение для расчета температуры:

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = & \phi S_g \rho_g c_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t} + \\ & + \rho_g c_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k(\text{grad } p - \rho_g \vec{g}) \times \\ & \times \left(\text{grad } T + \varepsilon_g \text{grad } p - \frac{\vec{g}}{c_g} \right) + \\ & + \rho_w c_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} k(\text{grad } p - \rho_w \vec{g}) \times \\ & \times \left(\text{grad } T + \frac{\text{grad } p}{\rho_w c_w} - \frac{\vec{g}}{c_w} \right) + \text{div}(\lambda \text{grad } T). \end{aligned} \quad (22)$$

Данное уравнение показывает, что изменение энергии термодинамической системы «скелет пористой среды — насыщающие вещества (газ, вода и гидрат)» $\rho c(\partial T/\partial t)$ определяется несколькими факторами [Басниев и др., 1993]:

- 1) адиабатическим охлаждением газа ($\phi S_g \rho_g c_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t}$, где η_g — коэффициент адиабатического охлаждения для газа, К/Па);
- 2) фазовым переходом «газ + вода ↔ гидрат» ($\phi \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t}$, где L_h — удельная теплота фазового перехода, Дж/кг);
- 3) теплопроводностью ($\text{div}(\lambda \text{grad } T)$);
- 4) конвективным переносом теплоты:
 - газом ($\rho_g c_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k(\text{grad } p - \rho_g \vec{g}) \cdot \text{grad } T$),
 - водой ($\rho_w c_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} k(\text{grad } p - \rho_w \vec{g}) \cdot \text{grad } T$);
- 5) эффектом Джоуля — Томсона при фильтрации:
 - газа ($\rho_g c_g \varepsilon_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k(\text{grad } p - \rho_g \vec{g}) \cdot \text{grad } p$, где ε_g — коэффициент Джоуля — Томсона для газа, К/Па),
 - воды ($\frac{k_{rw}}{\mu_w} k(\text{grad } p - \rho_w \vec{g}) \cdot \text{grad } p$);
- 6) превращением потенциальной энергии поля силы тяжести в тепловую энергию при фильтрации:
 - газа ($-\rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k(\text{grad } p - \rho_g \vec{g}) \cdot \vec{g}$),
 - воды ($-\rho_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} k(\text{grad } p - \rho_w \vec{g}) \cdot \vec{g}$).

Постановка задачи

Рассмотрим замкнутый гидратонасыщенный пласт цилиндрической формы, окруженный непроницаемыми для вещества породами (рис. 2). Задачу будем решать в двумерной (радиальная ось r и вертикальная ось z) осесимметричной (вокруг оси z) постановке. В общем случае этот пласт может быть насыщен газом, водой и газовым гидратом.

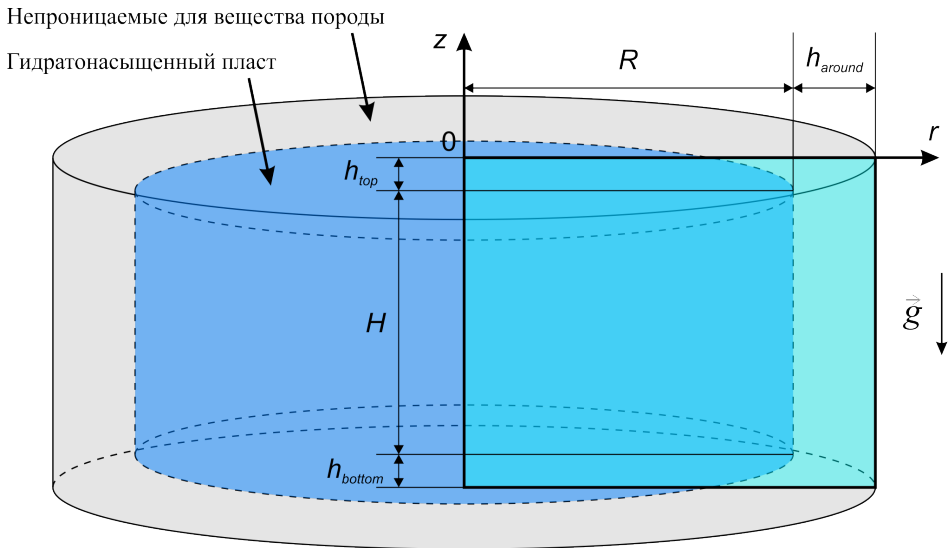


Рис. 2. Схематичное представление постановки задачи для гидратонасыщенного пласта: R — радиус; h_{around} — толщина непроницаемых пород вокруг пласта; H — высота; h_{top} — толщина непроницаемых пород сверху пласта; h_{bottom} — толщина непроницаемых пород снизу пласта

Fig. 2. Schematic representation of the problem statement for a hydrate-saturated reservoir: R is the radius; h_{around} is the thickness of impermeable rocks around a reservoir; H is the height; h_{top} is the thickness of impermeable rocks on top a reservoir; h_{bottom} is the thickness of impermeable rocks below a reservoir

В начальный момент времени температура во всей рассматриваемой области равна T_0 , давление равно p_0 . Пористый пласт заполнен газогидратом с насыщенностью $S_h = S_{h0}$ и газом с насыщенностью $S_g = S_{g0} = 1 - S_{h0}$; пористость этого пласта равна ϕ ; его проницаемость при отсутствии газогидрата равна k_0 . Гидратонасыщенный пласт окружен непроницаемыми для вещества породами. Таким образом, между гидратонасыщенным пластом и окружающими породами нет обмена веществом, но есть обмен теплом за счет теплопроводности. Фильтрация возможна только в гидратосодержащем пласте. При $t > 0$ на верхней границе зададим постоянную температуру $T_h > T_0$ и $T_h > T_{eq}(p_0)$, где $T_{eq}(p_0)$ — равновесная температура гидратообразования, соответствующая начальному пластовому давлению. При этом тепло будет сначала распространяться в непроницаемых для вещества породах за счет теплопроводности, затем поступит в гидратонасыщенный пласт и вызовет в нем разложение газового гидрата.

Принимаются следующие граничные условия:

$$z = 0, r \in [0; R + h_{around}]: T = T_h, \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \frac{\partial S_j}{\partial z} = 0;$$

$$z = -(h_{top} + H + h_{bottom}), r \in [0; R + h_{around}]: T = T_0, p = p_0, \frac{\partial S_j}{\partial z} = 0;$$

$$z \in [0; -(h_{top} + H + h_{bottom})], r = 0: \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial S_j}{\partial r} = 0;$$

$$z \in [0; -(h_{top} + H + h_{bottom})], r = R + h_{around}: \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial S_j}{\partial r} = 0.$$

Уравнение для расчета давления (16) в заданной двумерной постановке примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{S_g}{z_g \rho_g R_g T} \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{S_g}{z_g} \frac{\partial z_g}{\partial t} + \frac{S_g}{T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial S_h}{\partial t} \left(1 - \omega_{gh} \frac{\rho_h}{\rho_g} - \omega_{wh} \frac{\rho_h}{\rho_w} \right) + \\ &+ \frac{1}{r \phi \rho_g} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho_g \frac{k_{rg} k}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{\phi \rho_g} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_g \frac{k_{rg} k}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_g g \right) \right) + \\ &+ \frac{1}{r \phi \mu_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_{rw} k \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{\phi \mu_w} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{rw} k \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Уравнение для расчета водонасыщенности (17) в заданной постановке:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_w}{\partial t} &= \frac{1}{r \phi \mu_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_{rw} k \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{1}{\phi \mu_w} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{rw} k \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \right) - \omega_{wh} \frac{\rho_h}{\rho_w} \frac{\partial S_h}{\partial t}. \end{aligned} \quad (24)$$

Уравнение для расчета температуры (22) в заданной постановке:

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= \phi S_g \rho_g c_g \eta_g \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\ &+ \rho_g c_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \\ &+ \rho_g c_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_g g \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{g}{c_g} \right) + \\ &+ \rho_w c_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} k \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{\rho_w c_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \\ &+ \rho_w c_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} k \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_w g \right) \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{\rho_w c_w} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{g}{c_w} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Численная реализация

Для решения дифференциальных уравнений (23) и (25) будем использовать метод покоординатного расщепления, неявную схему и метод прогонки. Водонасыщенность из уравнения (24) рассчитывается явно (IMPES-метод). Для решения системы уравнений используется итерационный алгоритм, представленный на рис. 3. Расчет гидратонасыщенности проводился по методике, представленной Н. Г. Мусакаевым с соавторами [Musakaev и др., 2020].

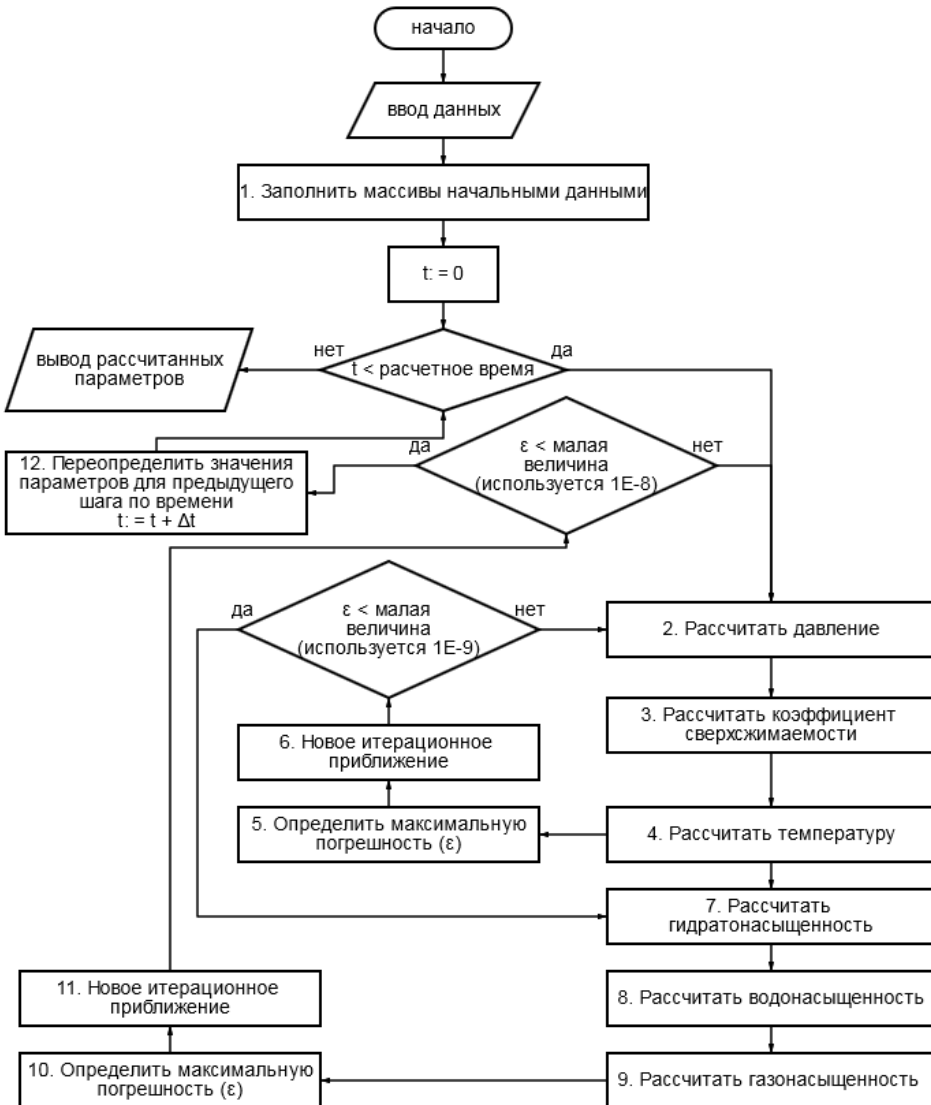


Рис. 3. Блок-схема алгоритма численной реализации

Fig. 3. Block diagram of the numerical implementation algorithm

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $\phi = 0,2$; $k_0 = 10^{-15} \text{ м}^2$; $\rho_{sk} = 2000 \text{ кг/м}^3$; $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$; $\rho_h = 900 \text{ кг/м}^3$; $c_{sk} = 1000 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $c_w = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $c_h = 2000 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $\lambda_{sk} = 1,5 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; $\lambda_w = 0,6 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; $\lambda_h = 0,5 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; $L_h = 4,5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$; $\omega_{gh} = 0,12$; $\mu_w = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$; c_g , λ_g и μ_g определялись путем интерполяции табличных данных [Варгафтик, 1972; Варгафтик и др., 1990].

Рассмотрим замкнутую гидратонасыщенную залежь размером $R = 10 \text{ м}$ и $H = 10 \text{ м}$, расположенную на глубине $h_{top} = 1 \text{ м}$, она окружена непроницаемыми для вещества породами толщиной $h_{around} = 10 \text{ м}$, снизу располжены непроницаемые породы высотой $h_{bottom} = 10 \text{ м}$. Начальная гидратонасыщенность равна $S_{h0} = 0,2$, остальной объем пор заполнен газом $S_{g0} = 0,8$. Начальные температура и давление равны $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ и $p_0 = 2,7 \text{ МПа}$ соответственно. На верхней границе производится нагрев с постоянной температурой $T_h = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. На рис. 4 представлена динамика изменения температуры, гидратонасыщенности и давления в рассматриваемой области.

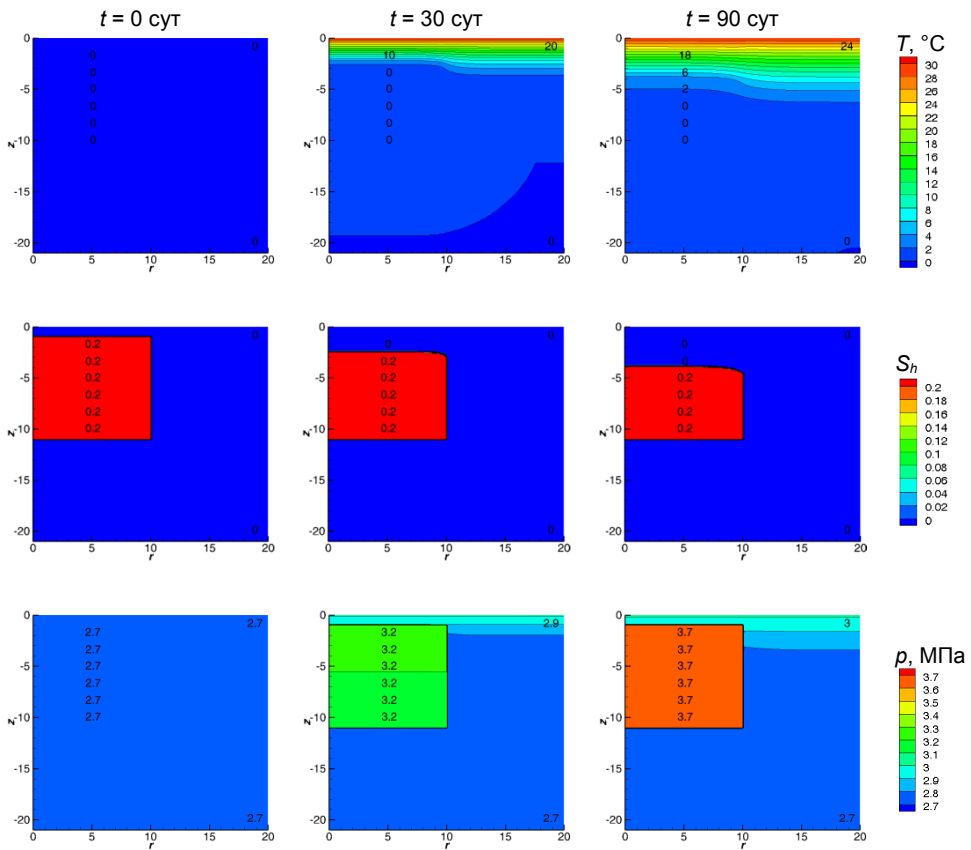


Рис. 4. Распределения температуры (T), гидратонасыщенности (S_h) и давления (p) в рассматриваемой области в различные моменты времени (t)

Fig. 4. Distributions of temperature (T), hydrate saturation (S_h) and pressure (p) in the considered region at different times (t)

Из рис. 4 видно, что от верхней границы происходит прогрев рассматриваемой области. Когда тепло поступает в гидратонасыщенный пласт, происходит разложение газогидрата, что приводит к выделению свободного газа и, соответственно, увеличению давления. Из-за небольшого размера гидратонасыщенной области давление в ней достаточно быстро выравнивается и остается примерно одинаковым во всей области. Изменение давления в непроницаемых породах обусловлено наличием в ней незначительного количества газа ($S_g = 1$, $\phi = 10^{-5}$), давление которого повышается при увеличении температуры в соответствии с уравнением состояния (14). Разложение газогидрата — это эндотермический процесс, поэтому увеличение температуры в гидратонасыщенной области меньше, чем в окружающих непроницаемых породах, что приводит к их большему прогреву и теплопередаче от них в гидратосодержащий пласт в горизонтальном направлении. Из данных, представленных на рис. 4, видно, что даже за 90 сут непрерывного нагрева не произошло полного разложения газогидрата в рассматриваемом гидратонасыщенном пласте. Это можно объяснить невысокой скоростью теплопередачи за счет теплопроводности через горные породы и потерями тепла на разложение газогидрата. Чтобы оценить возможное максимальное повышение давления при разложении всего газогидрата, рассмотрим гидратонасыщенный пласт меньших размеров и проведем расчет на более длительный период (рис. 5).

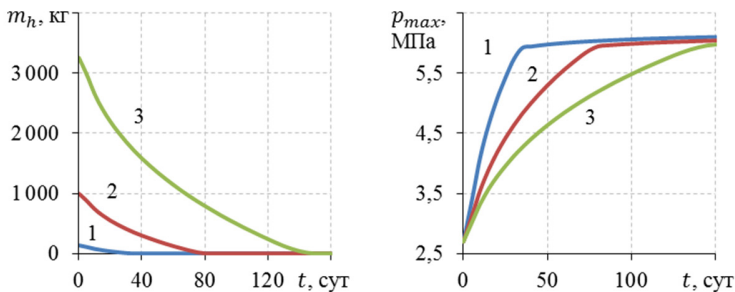


Рис. 5. Изменение со временем (t) массы газогидрата в пласте (m_h) и максимального давления (p_{max}). Размер гидратонасыщенного пласта: линия 1 — $R = 1$ м, $H = 1$ м; линия 2 — $R = 2$ м, $H = 2$ м; линия 3 — $R = 3$ м, $H = 3$ м. Размер непроницаемых пород вокруг пористого пласта такой же, как и для рис. 4 ($h_{around} = 10$ м)

Fig. 5. Change in time (t) in the hydrate mass in the reservoir (m_h) and the maximum pressure (p_{max}). Size of a hydrate-saturated reservoir: line 1 — $R = 1$ m, $H = 1$ m; line 2 — $R = 2$ m, $H = 2$ m; line 3 — $R = 3$ m, $H = 3$ m. The size of impermeable rocks around the hydrate-saturated reservoir is the same as for fig. 4 ($h_{around} = 10$ m)

Из рис. 5 видно, что для полного разложения газового гидрата в замкнутой непроницаемой гидратосодержащей залежи больших размеров требуется больший промежуток времени, что связано с большим количеством энергии, которая тратится на диссоциацию большого количества газогидрата. Однако независимо от размера гидратонасыщенной области значение максимального давления в пористом пласте, фиксируемое в конце рассматриваемого интервала времени (150 сут), практически одинаково для изучаемых

случаев, и это можно объяснить тем, что при полном разложении газогидрата на единицу объема пористой среды выделяется одинаковое количество газа. Также стоит отметить, что меньшим размерам замкнутой гидратосодержащей залежи соответствуют большие темпы повышения p_{max} , т. к. полная диссоциация газогидрата в пласте происходит за более короткие интервалы времени (рис. 5).

Рассмотрим далее эволюцию во времени массы газогидрата (m_h) и максимального давления (p_{max}) в пористом пласте с $R = 1$ м и $H = 1$ м при различных значениях начальной гидратонасыщенности (S_{h0}) (рис. 6). Видно, что с ростом исходной гидратонасыщенности увеличивается время, которое требуется для полной диссоциации газогидрата в пласте. Данное обстоятельство обусловлено увеличением энергетических затрат, необходимых для разложения большего количества газогидрата. Также из данных, представленных на рис. 6, видно, что с ростом величины S_{h0} возрастает величина p_{max} . Это объясняется тем, что большим значениям гидратонасыщенности соответствуют большие величины выделившегося из гидрата газа, а это, в свою очередь, приводит к достаточно существенному росту максимального значения давления.

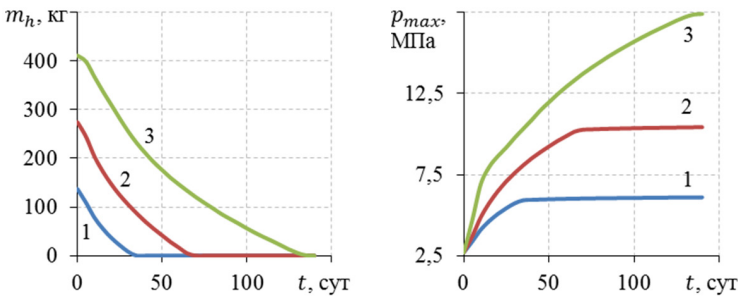


Рис. 6. Изменение со временем (t) массы гидрата в пласте (m_h) и максимального давления (p_{max}). Начальная гидратонасыщенность (S_{h0}): линия 1 — 0,2, линия 2 — 0,4, линия 3 — 0,6

Fig. 6. Change in time (t) in the hydrate mass in the reservoir (m_h) and the maximum pressure (p_{max}). The initial hydrate saturation (S_{h0}): line — 0.2, line — 0.4, line — 0.6

Для оценки влияния глубины залегания гидратонасыщенного пласта рассмотрим распределения температуры, гидратонасыщенности и давления в рассматриваемой области для различных ее значений (рис. 7). Из рис. 7 видно, что при большей глубине расположения гидратонасыщенного пласта требуется более значительный интервал времени для поступления в него тепла от верхней границы нагрева. Так, при глубине расположения гидратонасыщенного пласта в 10 м тепловой фронт не достигает его даже при постоянном нагреве с температурой 30 °С в течение 3 месяцев. Учитывая, что годовой ход температуры почв распространяется на глубину до 3–4 м, можно сделать вывод о том, что гидратонасыщенные пласты, расположенные ниже этого значения, находятся в стабильном состоянии, т. к. сезонные колебания температуры на них уже не влияют. Однако, помимо поступления тепла от верхней границы почвы, возможно влияние других факторов, рассмотрение которых — тема отдельных исследований.

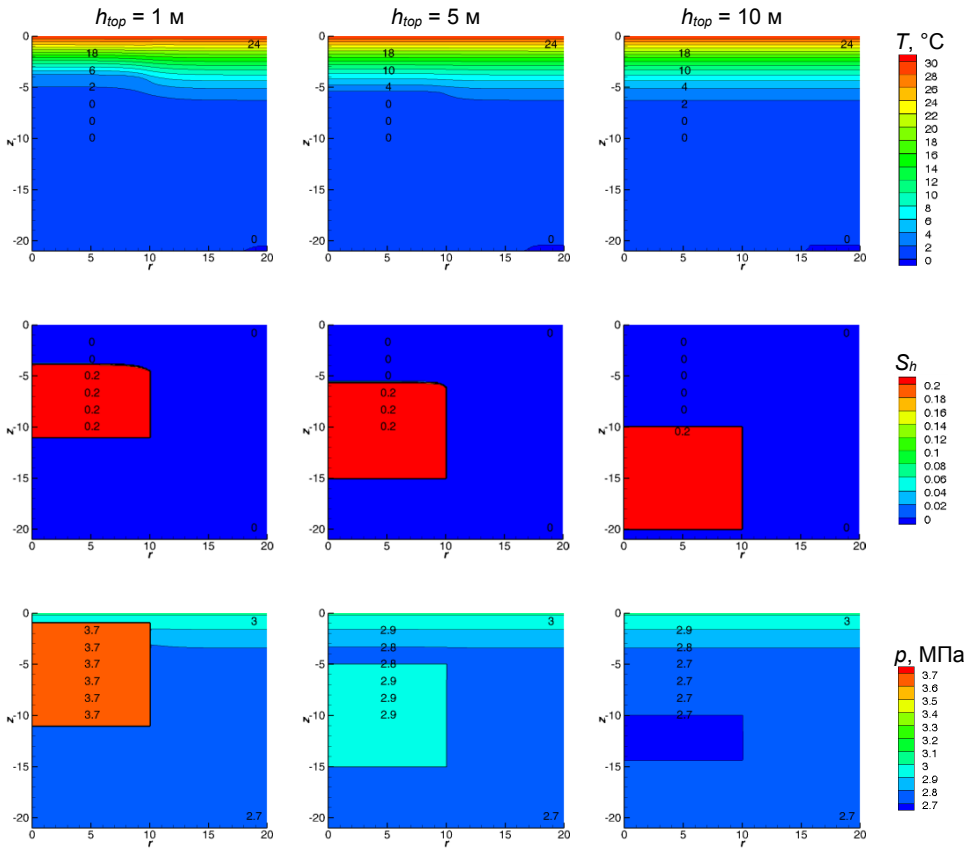


Рис. 7. Распределения температуры (T), гидратонасыщенности (S_h) и давления (p) для различной толщины непроницаемых пород сверху гидратонасыщенного пласта (h_{top}). Распределения представлены на 90 сут

Fig. 7. Distributions of temperature (T), hydrate saturation (S_h) and pressure (p) for different thickness of impermeable rocks on top the hydrate-saturated reservoir (h_{top}). Distributions are presented for 90 days

Заключение

Выполнена в двумерном осесимметричном приближении постановка задачи о нагреве сверху с постоянной температурой замкнутой насыщенной пористой среды, изначально содержащей газовый гидрат и газ, которая окружена непроницаемыми для вещества породами. Для рассматриваемой постановки задачи записаны основные уравнения и разработан алгоритм их численного решения. Представлены результаты вычислительных экспериментов для различных размеров гидратонасыщенного пласта, разной глубины его залегания и различной начальной гидратонасыщенности. Расчетным путем показано, что диссоциация всего газового гидрата в замкнутой с непроницаемыми границами гидратосодержащей залежи больших размеров происходит за более значительный интервал времени, что обусловлено необходимостью затрат большего количества энергии,

которая тратится на разложение большего количества газогидрата. Фиксируемое в расчетах значение максимального давления, обусловленное разложением всего имеющегося в залежи газогидрата, зависит от начальной гидратонасыщенности: чем она больше, тем больше значение максимального давления. Также расчеты показали, что тепловой фронт, даже при непрерывном нагреве в течение 90 сут с температурой 30 °С, доходит до глубины порядка 5 м, поэтому на гидратонасыщенные пласты, которые расположены ниже этого значения, поверхностный нагрев не оказывает влияния.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. 1972. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра. 288 с.
- Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. 1993. Подземная гидромеханика: учеб. для вузов. М.: Недра. 416 с.
- Варгафтик Н. Б. 1972. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука. 720 с.
- Варгафтик Н. Б., Филиппов Л. П., Тарзиманов А. А., Тоцкий Е. Е. 1990. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат. 352 с.
- Колесова О. 2015. Тундра в дырах. Деградация вечной мерзлоты угрожает газовым промыслам // Поиск. № 40. <https://poisknews.ru/magazine/15936/> (дата обращения: 13.02.2024).
- Латонов В. В., Гуревич Г. Р. 1969. Расчет коэффициента сжимаемости природных газов // Газовая промышленность. № 2. С. 7–9.
- Мусакаев Н. Г., Бородин С. А., Бельских Д. С. 2022. Алгоритм решения задачи о разложении гидрата метана в замкнутой гидратосодержащей области пористой среды // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 8. № 1 (29). С. 40–57. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57>
- Нигматулин Р. И. 1987. Динамика многофазных сред: в 2 ч. Часть 1. М.: Наука. 464 с.
- Оленченко В. В., Синицкий А. И., Антонов Е. Ю., Ельцов И. Н., Кушнарченко О. Н., Плотников А. Е., Потапов В. В., Эпов М. И. 2015. Результаты геофизических исследований территории геологического новообразования «Ямальский кратер» // Криосфера Земли. Том 19. № 4. С. 94–106.
- Попов В. В. 2019. Численное исследование разложения гидратов идеального газа в пласте при понижении давления и одновременном нагревании // Математические заметки СВФУ. Том 26. № 4. С. 83–97. <https://doi.org/10.25587/SVFU.2019.39.76.008>
- Bondarev E. A., Rozhin I. I., Popov V. V., Argunova K. K. 2018. Underground storage of natural gas in hydrate state: Primary injection stage // Journal of Engineering Thermophysics. Vol. 27. No. 2. Pp. 221–231. <https://doi.org/10.1134/S181023281802008X>
- Konno Yo, Masuda Yo., Hariguchi Yo., Kurihara M., Ouchi H. 2010. Key factors for depressurization-induced gas production from oceanic methane hydrates // Energy Fuels. Vol. 24. No. 3. Pp. 1736–1744. <https://doi.org/10.1021/ef901115h>
- Liang W., Wang J., Li P. 2022. Gas production analysis for hydrate sediment with compound morphology by a new dynamic permeability model // Applied Energy. Vol. 322. Article 119434. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.119434>

- Musakaev N. G., Borodin S. L., Gubaidullin A. A. 2020. Methodology for the numerical study of the methane hydrate formation during gas injection into a porous medium // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. Vol. 41. No. 7. Pp. 1272–1277. <https://doi.org/10.1134/S199508022007032X>
- Sakamoto Ya., Komai T., Miyazaki K., Tenma N., Yamaguchi T., Zyvoloski G. 2010. Laboratory-scale experiments of the methane hydrate dissociation process in a porous media and numerical study for the estimation of permeability in methane hydrate reservoir // *Journal of Thermodynamics*. Vol. 2010. Article 452326. <https://doi.org/10.1155/2010/452326>
- Zhang P., Liu B., Hu L., Meegoda J. N. 2022. Coupled multiphase flow and pore compression computational model for extraction of offshore gas hydrates // *Computers and Geotechnics*. Vol. 145. Article 104671. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104671>

References

- Barenblatt, G. I., Entov, V. M., & Ryzhik, V. M. (1972). *Theory of fluid flows through natural rocks*. Nedra. [In Russian]
- Basniyev, K. S., Kochina, I. N., & Maksimov, V. M. (1993). *Underground hydromechanics*. Nedra. [In Russian]
- Vargrafitik, N. B. (1972). *Handbook of physical properties of liquids and gases*. Nauka. [In Russian]
- Vargrafitik, N. B., Filippov, L. P., Tarzimanov, A. A., & Totskii, E. E. (1990). *Handbook of thermal conductivity of liquids and gases*. Energoatomizdat. [In Russian]
- Kolesova, O. (2015). Tundra in holes. Permafrost degradation threatens gas fields. *Poisk*, (40). Retrieved Feb. 13, 2024, from <https://poisknews.ru/magazine/15936/> [In Russian]
- Latonov, V. V., Gurevich, G. R. (1969). Calculation of natural gas compressibility coefficient. *Gazovaya promyshlennost*, (2), 7–9. [In Russian]
- Musakaev, N. G., Borodin, S. L., & Belskikh, D. S. (2022). Algorithm for solving the problem of methane hydrate decomposition in a closed hydrate-containing region of a porous medium. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 8(1), 40–57. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-1-40-57> [In Russian]
- Nigmatulin, R. I. (1987). *Dynamics of multiphase media: in 2 parts. Part 1*. Nauka. [In Russian]
- Olenchenko, V. V., Sinitsky, A. I., Antonov, E. Yu., Eltsov, I. N., Kushnarenko, O. N., Plotnikov, A. E., Potapov, V. V., & Epov, M. I. (2015). Results of geophysical surveys of the area of “Yamal crater”, the new geological structure. *Earth's Cryosphere*, 19(4), 94–106. [In Russian]
- Popov, V. V. (2020). A mathematical model of ideal gas hydrate decomposition in a reservoir through decreasing pressure and simultaneous heating. *Mathematical notes of NEFU*, 26(4), 83–97. <https://doi.org/10.25587/SVFU.2019.39.76.008> [In Russian]
- Bondarev, E. A., Rozhin, I. I., Popov, V. V., & Argunova, K. K. (2018). Underground storage of natural gas in hydrate state: Primary injection stage. *Journal of Engineering Thermophysics*, 27(2), 221–231. <https://doi.org/10.1134/S181023281802008X>
- Konno, Yo., Masuda, Yo., Hariguchi, Yo., Kurihara, M., & Ouchi, H. (2010). Key factors for depressurization-induced gas production from oceanic methane hydrates. *Energy Fuels*, 24(3), 1736–1744. <https://doi.org/10.1021/ef901115h>
- Liang, W., Wang, J., & Li, P. (2022). Gas production analysis for hydrate sediment with compound morphology by a new dynamic permeability model. *Applied Energy*, 322, Article 119434. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.119434>

- Musakaev, N. G., Borodin, S. L., & Gubaidullin, A. A. (2020). Methodology for the numerical study of the methane hydrate formation during gas injection into a porous medium. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 41(7), 1272–1277. <https://doi.org/10.1134/S199508022007032X>
- Sakamoto, Ya., Komai, T., Miyazaki, K., Tenma, N., Yamaguchi, T., & Zyvoloski, G. (2010). Laboratory-scale experiments of the methane hydrate dissociation process in a porous media and numerical study for the estimation of permeability in methane hydrate reservoir. *Journal of Thermodynamics*, 2010, Article 452326. <https://doi.org/10.1155/2010/452326>
- Zhang, P., Liu, B., Hu, L., & Meegoda, J. N. (2022). Coupled multiphase flow and pore compression computational model for extraction of offshore gas hydrates. *Computers and Geotechnics*, 145, Article 104671. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104671>

Информация об авторах

Наиль Габсалямвич Мусакаев, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия; профессор кафедры прикладной и технической физики, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
musakaev68@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8589-9793>

Станислав Леонидович Бородин, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия
s.l.borodin@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2850-5989>

Шерзодбек Шавкатжон угли Хожимирзаев, студент магистратуры, кафедра прикладной и технической физики, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; инженер, кафедра прикладной и технической физики, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
hojimirzaevsherzod@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-7560-1335>

Information about the authors

Nail G. Musakaev, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Chief Researcher, Tyumen Branch of the Christianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia; Professor, Department of Applied and Technical Physics, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
musakaev68@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8589-9793>

Stanislav L. Borodin, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Tyumen Branch of the Christianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia
s.l.borodin@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2850-5989>

Sherzodbek Sh. Khojimirzaev, Master Student, Department of Applied and Technical Physics, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Engineer, Department of Applied and Technical Physics, Institute of Physics and Technology, University of Tyumen, Tyumen, Russia
hojimirzaevsherzod@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-7560-1335>