

**РАНЖИРОВАНИЕ МАРШРУТОВ АВИАКОМПАНИИ
С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ И МЕТОДА
МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ**

Аннотация. В статье представлен программный комплекс, основанный на нечетких множествах и методе TOPSIS, по ранжированию набора маршрутов согласно ряду критериев

Ключевые слова: нечеткие множества, TOPSIS, авиация, метод многокритериального принятия решения.

Введение. Среднесрочный анализ существующих маршрутов на предмет увеличения провозных емкостей в авиакомпаниях проводится отделами сетевого планирования. Для проведения этого анализа берутся коммерческие показатели за прошедший период (коэффициент загрузки, доходы, расходы и т. д.), таким образом, текущее экономическое положение действующих маршрутов сравниваются с предыдущим периодом. Также анализируются тренды и изменения на рынке авиаперевозок. Такие исследования проводятся не только для наращивания дополнительных рейсов на существующих направлениях, но и для запуска новых маршрутов. В процессе исследования по выбору новых маршрутов часто оказывается, что набор анализируемых данных неполный и несопоставим между собой. Для устранения неполноты данных и приведения их к сопоставимой форме используются нечеткие множества.

Предметом данного исследования является технология ранжирования набора маршрутов по ряду критериев, которая реализована с использованием нечетких множеств второго типа и метода многокритериального принятия решения TOPSIS.

Метод многокритериального принятия решения

Метод TOPSIS является методом многокритериального принятия решения и основан на идее, согласно которой для выбранного маршрута, характеризующегося числовым вектором критериев, сначала вычисляются кратчайшее геометрическое расстояние от лучшего идеального маршрута и самое длинное геометрическое расстояние от худшего идеального маршрута. Затем, по этим двум числам находится коэффициент, характеризующий степень оптимальности рассматриваемого маршрута. В соответствии с этими коэффициентами, метод ранжирует маршруты по степени их оптимальности. [1]

Математический аппарат нечетких множеств

Понятие «нечёткое множество» введёно Лотфи Заде в 1965 году, в котором он расширил классическое понятие множества. [2] Определим несколько понятий из этой теории, которые будут использованы в статье.

Определение 1. Нечётким множеством \bar{A} в некотором универсуме X называется множество пар

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) \mid \forall x \in X\}, \quad (1.1)$$

где

$$0 \leq \mu_{\bar{A}}(x) \leq 1 \quad (1.2)$$

— функция принадлежности нечеткого множества \bar{A} .

Определение 2. По аналогии с (1.1) нечеткое множество второго типа $\bar{\bar{A}}$ в некотором непустом пространстве X может быть представлено функцией принадлежности второго типа $\mu_{\bar{\bar{A}}}$ следующим образом:

$$\bar{\bar{A}} = \{((x, u), \mu_{\bar{\bar{A}}}(x, u)) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0, 1]\}, \quad (1.3)$$

где

$$0 \leq \mu_{\bar{\bar{A}}}(x, u) \leq 1 \quad (1.4)$$

— функция принадлежности нечеткого множества второго типа $\bar{\bar{A}}$.

Основное отличие нечеткого множества 1-го типа от нечеткого множества 2-го типа заключается в том, что 1-м функция принадлежности – число, а во 2-м – это интервал.

Определение 3. Классификация функций принадлежности

Выделяют несколько типов функций принадлежности: кусочно-линейные, z-образные и s-образные. В работе используются кусочно-линейные функции принадлежности, т.к. это наиболее простая форма представления нечетких чисел и интервалов. Наиболее характерным примером таких функций является «трапецевидная» функция принадлежности, которая описана уравнением:

$$\mu_A(x; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & a_4 \leq x \end{cases}, \quad (1.5)$$

где a_1, a_2, a_3, a_4 — некоторые опорные числовые точки, принимающие произвольные действительные значения и упорядоченные отношением: $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$. [3] Рисунок 1 показывает трапецевидный интервал нечеткого множества второго типа.

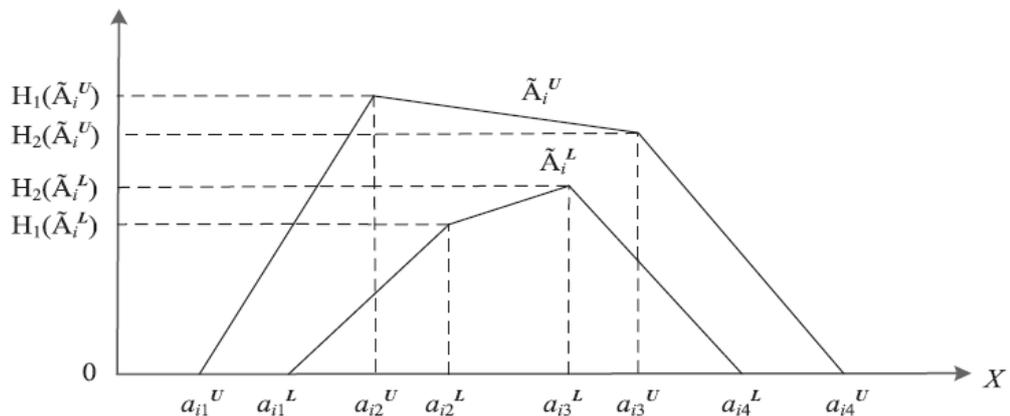


Рис. 1. Верхняя трапецевидная функция принадлежности $\overline{A_i^U}$ и нижняя трапецевидная функция принадлежности $\overline{A_i^L}$ интервала нечеткого множества второго типа $\overline{A_i}$.

Интервал нечеткого множества второго типа $\overline{\overline{A}}_i$ описан уравнением:

$$\overline{\overline{A}}_i = (\overline{A}_i^U, \overline{A}_i^L) \quad (1.6)$$

$$\overline{A}_i = (a_{i1}^U, a_{i2}^U, a_{i3}^U, a_{i4}^U; H_1(\overline{A}_i^U), H_2(\overline{A}_i^U)), (a_{i1}^L, a_{i2}^L, a_{i3}^L, a_{i4}^L; H_1(\overline{A}_i^L), H_2(\overline{A}_i^L)), \quad (1.7)$$

где $\overline{A}_i^U, \overline{A}_i^L$ – нечеткие множества 1-го типа с опорными точками $a_{i1}^U, a_{i2}^U, a_{i3}^U, a_{i4}^U$ и $a_{i1}^L, a_{i2}^L, a_{i3}^L, a_{i4}^L$ соответственно, $H_p(\overline{A}_i^j)$ обозначает значение функции принадлежности элемента $a_{i(p+1)}^j$ в трапецевидной функции принадлежности \overline{A}_i^j , $1 \leq p \leq 2, j \in \{U, L\}$ и $1 \leq i \leq n$. [4]

Определение 4. Операция сложения может выполняться между трапецевидными интервалами нечетких множеств второго типа

$$\begin{aligned} \overline{A}_1 \oplus \overline{A}_2 = (\overline{A}_1^U, \overline{A}_1^L) \oplus (\overline{A}_2^U, \overline{A}_2^L) = (a_{11}^U + a_{21}^U, a_{12}^U + a_{22}^U, a_{13}^U + a_{23}^U, a_{14}^U + a_{24}^U; \\ \min(H_1(\overline{A}_1^U), H_1(\overline{A}_2^U)), \min(H_2(\overline{A}_1^U), H_2(\overline{A}_2^U)), (a_{11}^L + a_{21}^L, a_{12}^L + a_{22}^L, a_{13}^L + a_{23}^L, a_{14}^L + a_{24}^L; \\ \min(H_1(\overline{A}_1^L), H_1(\overline{A}_2^L)), \min(H_2(\overline{A}_1^L), H_2(\overline{A}_2^L))) \quad (1.8) \end{aligned}$$

Операции вычитания и умножения аналогичны операции сложения (1.8), в зависимости от операции знак «+» заменяется на «-» или «*».

Определение 5. Операция умножения/деления трапецевидного интервала нечеткого множества второго типа $\overline{\overline{A}}_1$ на четкое число k определяется как:

$$\begin{aligned} k * \overline{\overline{A}}_1 = (k \cdot a_{11}^U, k \cdot a_{12}^U, k \cdot a_{13}^U, k \cdot a_{14}^U; H_1(\overline{A}_1^U), H_2(\overline{A}_1^U)), \\ (k \cdot a_{11}^L, k \cdot a_{12}^L, k \cdot a_{13}^L, k \cdot a_{14}^L; H_1(\overline{A}_1^L), H_2(\overline{A}_1^L)), \quad (1.9) \end{aligned}$$

где $k > 0$. [5]

Определение 6. Метод ранга значений трапецевидных интервалов нечетких множеств второго типа

Пусть $\overline{\overline{A}}_i$ – интервал нечеткого множества второго типа, описанный уравнением (1.12) и изображенный на рисунке 1.1. Значение ранга $\text{Rank}(\overline{\overline{A}}_i)$ трапецевидного интервала нечеткого множества второго типа $\overline{\overline{A}}_i$ представлено уравнением:

$$\begin{aligned} \text{Rank}(\bar{A}_i) = & M_1(\bar{A}_i^U) + M_1(\bar{A}_i^L) + M_2(\bar{A}_i^U) + M_2(\bar{A}_i^L) + M_3(\bar{A}_i^U) + M_3(\bar{A}_i^L) - \frac{1}{4}(S_1(\bar{A}_i^U) + \\ & S_1(\bar{A}_i^L) + S_2(\bar{A}_i^U) + S_2(\bar{A}_i^L) + S_3(\bar{A}_i^U) + S_3(\bar{A}_i^L) + S_4(\bar{A}_i^U) + S_4(\bar{A}_i^L)) + \\ & + H_1(\bar{A}_i^U) + H_1(\bar{A}_i^L) + H_2(\bar{A}_i^U) + H_2(\bar{A}_i^L), \quad (1.10) \end{aligned}$$

где $M_p(\bar{A}_i^j)$ обозначает среднее элементов a_{ip}^j и $a_{i(p+1)}^j$

$$M_p(\bar{A}_i^j) = \frac{a_{ip}^j + a_{i(p+1)}^j}{2}, \quad 1 \leq p \leq 3, \quad (1.11)$$

$$S_q(\bar{A}_i^j) = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=q}^{q+1} (a_{ik}^j - \frac{1}{2} \sum_{k=q}^{q+1} a_{ik}^j)^2}, \quad (1.12)$$

$1 \leq p \leq 3$, $S_4(\bar{A}_i^j)$ обозначает стандартное отклонение элементов $a_{i(p+1)}^j$,

$$s_4(\bar{A}_i^j) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 (a_{ik}^j - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 a_{ik}^j)^2} \quad (1.13) \quad [6]$$

Реализация программного комплекса

По вышеприведенному алгоритму TOPSIS с применением нечетких множеств был реализован масштабируемый программный комплекс. Рассмотрим его пошагово.

Шаг 1. Определение списка городов, подходящих для полётов из Москвы.

Авиакомпания планирует открыть маршрут из Москвы в город России, удовлетворяющий следующим условиям:

- в данный момент авиакомпания не выполняет полёты из Москвы в планируемый город;
- население города, в который планируется открыть маршрут более одного миллиона человек;
- расстояние от города до Москвы менее 3000 км (ограничение по расстоянию требуется согласно характеристикам ВС, на котором планируется выполнять полёты).

В результате, подобрано 5 городов для построения маршрутов из Москвы – Екатеринбург(SVX), Новосибирск(OVB), Пермь(PEE),

Челябинск(СЕК), Омск(ОМС), удовлетворяющих условиям, изложенным выше.

Шаг 2. Определение критериев для оценки маршрутов

При планировании новых маршрутов учитываются различные критерии. Следует выделить 2 типа критериев: положительно (В) и отрицательно (С) влияющих на принятие решения по выбору маршрута. [7]

Таблица 1. Критерии для оценки маршрутов и их описание

Критерий	Описание	Тип
К ₁ : Население города	Численность населения города напрямую связано с перспективностью открытия нового маршрута	В
К ₂ : Размер ёмкости маршрута	Количество пассажирских кресел, продающихся в обозначенный промежуток времени	С
К ₃ : Частота выполнения рейсов	Количество вылётов, выполняемых в обозначенный промежуток времени	С
К ₄ : Пассажиропоток	Количество прибывших/убывших пассажиров на маршруте	В
К ₅ : Трансферный пассажиропоток	Отображает количество прибывших/убывших пассажиров из планируемого направления с пересадкой через Москву в другой город	В
К ₆ : Индекс процветания города	Состоит из измерений, характеризующих качество жизни и устойчивость развития города: производительность, инфраструктура, качество жизни	В
К ₇ : Расстояние и расходы	Отображает расходную часть: аэропортовые, топливо, расходы на лётный час	С
К ₈ : Yield	Обозначает среднюю цену одного пассажирокилометра	В

Шаг 3. Формирование двух экспертных групп: первой группы для оценки значимости критериев, второй – для оценки всех маршрутов по критериям, перечисленным ниже. Так как первая группа оценивает все критерии, то они должны обладать широкой компетенцией в рамках этих критериев, поэтому в первую группу включено 5 руководителей. Для полноты оценки и непредвзятости мнений во 2 группу выбрано по 5 специалистов от каждого подразделения авиакомпании, компетентных в области критериев, описанных в Шаге 2:

- Департамент по управлению маршрутной сетью и парком ВС – К₂, К₃
- Департамент тарифов и загрузки – К₄, К₅
- Департамент экономики – К₇, К₈
- Департамент маркетинга – К₁, К₆.

Шаг 4. Выбор лингвистических переменных для оценки каждого критерия 1-ой группой и последующей оценки предполагаемых маршрутов по каждому критерию 2-ой группой.

Для оценки приоритета критериев выступает множество лингвистических переменных – {«Очень низкий», «Низкий», «Ниже среднего», «Средний», «Выше среднего», «Высокий», «Очень высокий»}.

Множество лингвистических переменных для оценки маршрута, насколько он удовлетворяет критерию – {«Очень плохо», «Плохо», «Удовлетворительно», «В среднем», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично»}. Множества оценок и их переводы в интервалы нечетких множеств второго типа взяты у Ли и Чен. [8]

Шаг 5. Составление матрицы приоритетности критериев.

После преобразования оценок приоритета каждого критерия, происходит расчёт средней оценки критериев с помощью уравнения (2.1) и арифметических операций (1.8) (1.9):

$$\bar{w}_i = \frac{1}{k} \left[\sum_{y=1}^k \bar{w}_i^y \right], i = 1, 2, \dots, m, (2.1)$$

где \bar{w}_i – оценка приоритета i -го критерия.

Таким образом, получим веса критериев, описанных уравнением

$$W_z = (\overline{w}_i^y)_{1 \times m} = [\overline{w}_1^y, \overline{w}_2^y, \dots, \overline{w}_m^y] \quad (2.2),$$

где m – число критериев, y – обозначение нечеткого множества первого типа (верхнего или нижнего), i – номер критерия.

Шаг 6. Составление матрицы нечеткого решения.

Матрица нечеткого решения содержит рейтинг каждого аэропорта по каждому критерию и строится путём нахождения «усредненного» мнения экспертов:

$$\overline{x}_{ij} = \frac{1}{k} \left[\sum_{y=1}^k \overline{x}_{ij}^y \right], j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3)$$

где \overline{x}_{ij} – это оценка j -го маршрута по i -му критерию.

Шаг 7. Нормализация матрицы нечеткого решения

После получения матрицы нечеткого решения ее нужно нормализовать, в предложенной методологии есть два типа критериев: положительные (B) и отрицательные (C). Для каждого положительного критерия выбирается максимальное значение среди всех маршрутов, затем нормализуется согласно уравнению (2.4), для каждого отрицательного критерия – минимальное значение, затем нормализуется согласно уравнению (2.5), в итоге, получается матрица, описанная уравнением (2.6).

$$\overline{r}_{ij} = \left(\left(\frac{a_{i1}^U}{a_i^U}, \frac{a_{i2}^U}{a_i^U}, \frac{a_{i3}^U}{a_i^U}, \frac{a_{i4}^U}{a_i^U}; H_1(\overline{A}_i^U), H_2(\overline{A}_i^U) \right), \left(\frac{a_{i1}^L}{a_i^L}, \frac{a_{i2}^L}{a_i^L}, \frac{a_{i3}^L}{a_i^L}, \frac{a_{i4}^L}{a_i^L}; H_1(\overline{A}_i^L), H_2(\overline{A}_i^L) \right) \right) \quad (2.4)$$

$$\overline{r}_{ij} = \left(\left(\frac{a_{i4}^U}{a_i^U}, \frac{a_{i3}^U}{a_i^U}, \frac{a_{i2}^U}{a_i^U}, \frac{a_{i1}^U}{a_i^U}; H_1(\overline{A}_i^U), H_2(\overline{A}_i^U) \right), \left(\frac{a_{i4}^L}{a_i^L}, \frac{a_{i3}^L}{a_i^L}, \frac{a_{i2}^L}{a_i^L}, \frac{a_{i1}^L}{a_i^L}; H_1(\overline{A}_i^L), H_2(\overline{A}_i^L) \right) \right) \quad (2.5)$$

$$\overline{R} = [\overline{r}_{ij}]_{m \times n} \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Шаг 8. Получение взвешенной нормализованной матрицы

$$\overline{v} = [\overline{v}_{ij}]_{m \times n} \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.7)$$

$$\overline{v}_{ij} = \overline{r}_{ij} (*) \overline{w}_i \quad (2.8),$$

где \overline{v}_{ij} – это взвешенный интервал нечетких чисел второго типа.

Шаг 9. Основан на выражениях (1.10-1.13), по которым вычисляется ранг $\text{Rank}(\overline{v_{ij}})$ интервала нечеткого множества второго типа $\overline{v_{ij}}$, где $1 \leq j \leq n$.

Шаг 10. Вычисление расстояния каждого маршрута от лучшего идеального варианта (PIS, A^*) $A^* = (v_1^*, v_1^*, \dots, v_m^*)$, где берется минимальный Rank в случае отрицательного и максимальный Rank в случае положительного критерия. Вычисление от худшего идеального варианта (NIS, A^-) $A^- = (v_1^-, v_1^-, \dots, v_m^-)$ – минимальный Rank для любого типа критерия.

Расстояние (d_j^*, d_j^-) для каждого маршрута $j = 1, 2, \dots, n$ от PIS, A^* и NIS, A^- вычисляется как:

$$d_j^*(x_j) = d(\overline{v_{0j}^*}, \overline{v_{ij}}) = \sqrt{(\text{Rank}(\overline{v_{ij}}) - v_i^*)^2} \quad (2.9)$$

$$d_j^-(x_j) = d(\overline{v_{0j}^-}, \overline{v_{ij}}) = \sqrt{(\text{Rank}(\overline{v_{ij}}) - v_i^-)^2} \quad (2.10)$$

Шаг 11. Вычисление коэффициента близости $CC(x_j)$ каждого маршрута

$$CC(x_j) = \frac{d_j^-(x_j)}{d_j^-(x_j) + d_j^*(x_j)} \quad (2.11)$$

Шаг 12. Последний шаг – ранжирование маршрутов, согласно их коэффициентов близости между 0 и 1, и выбор маршрута, коэффициент которого ближе к 1.

Таблица 2. Коэффициент близости каждого маршрута

Маршрут	D*	D-	CCj	Ранжирование
SVX	10.541	35.965	0.227	4
OVB	8.084	38.422	0.174	5
PEE	33.826	12.68	0.727	3
CEK	34.746	11.76	0.747	2
OMS	37.097	9.409	0.798	1

Заключение

В результате работы алгоритма, основанного на выработанных критериях и полученных оценках экспертов список маршрутов отсортирован от лучшего к худшему, в частности, маршрут OMS оказался лучшим вариантом, а OVB – худшим. Реализованный алгоритм тестируется в авиакомпании на текущих маршрутах, в дальнейшем его планируется применять для выбора новых маршрутов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Podviezko A., Podvezko V. Absolute and Relative Evaluation of Socio-Economic Objects Based on Multiple Criteria Decision Making Methods // *Inzinerine Ekonomika* □ *Engineering Economics*. 2014. № 25 (5). С. 522–529.
2. Bezdek J. C., Pal S. K. Fuzzy models for pattern recognition. – IEEE press, new York, 1992. – С. 56.
3. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – 2013. – С. 46-48.
4. Deveci M., Demirel N. Ç., Ahmetoğlu E. Airline new route selection based on interval type-2 fuzzy MCDM: A case study of new route between Turkey-North American region destinations // *Journal of Air Transport Management*. – 2017. – Т. 59. – С. 83-99.
5. Mendel J. M., John R. I., Liu F. Interval type-2 fuzzy logic systems made simple // *IEEE transactions on fuzzy systems*. – 2006. – Т. 14. – №. 6. – С. 808-821.
6. Chen C. T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment // *Fuzzy sets and systems*. – 2000. – Т. 114. – №. 1. – С. 1-9.
7. Manual on Air Traffic Forecasting – ICAO. –2006. – I-24-26.
8. Lee L. W., Chen S. M. Fuzzy multiple attributes group decision-making based on the extension of TOPSIS method and interval type-2 fuzzy sets // *Machine Learning and Cybernetics, 2008 International Conference on*. – IEEE, 2008. – С. 326.