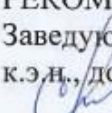


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК  
Кафедра алгебры и математической логики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК  
Заведующий кафедрой  
к.э.н., доцент  
 С.В. Вершинина  
19/01 2023 г.

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**  
магистерская диссертация

РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ В 7-9 КЛАССАХ

44.04.01 Педагогическое образование  
Магистерская программа «Современное математическое образование»

Выполнила работу  
студентка 3 курса  
заочной формы обучения



Карташова Наталья Александровна

Научный руководитель  
к.п.н., доцент кафедры алгебры  
и математической логики



Шармин Дмитрий Валентинович

Рецензент  
к.п.н., доцент кафедры физико-  
математических дисциплин и  
профессионально-технологического  
образования института  
им. П.П. Ершова (филиал) ТюмГУ



Мамонтова Татьяна Сергеевна

Тюмень

2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ.....	8
1.1. СУЩНОСТЬ И СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ» ШКОЛЬНИКОВ.....	8
1.2. СУЩНОСТЬ И СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ» ШКОЛЬНИКОВ.....	12
1.3. РЕЗУЛЬТАТЫ МЕЖДУНАРОДНОГО ИССЛЕДОВАНИЕ PISA В РОССИИ .....	16
1.4. АНАЛИЗ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКОВ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ 7-9 КЛАССОВ.....	25
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ В 7-9 КЛАССАХ .....	30
2.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 7-9 КЛАССОВ.....	30
2.2. КОМПЛЕКС ЗАДАЧ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ .....	35
2.3. ПРОВЕДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА .....	43
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	52
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	56
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ИТОГОВАЯ РАБОТА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 8 КЛАССА .....	64
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. КОМПЛЕКС ЗАДАЧ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССА.....	74

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. КОМПЛЕКС ЗАДАЧ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У УЧАЩИХСЯ 8 КЛАССА.....	93
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. КОМПЛЕКС ЗАДАЧ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У УЧАЩИХСЯ 9 КЛАССА.....	108

## ВВЕДЕНИЕ

Одними из приоритетных задач российского образования были и остаются задачи обеспечения конкурентоспособности и нахождения страны в десятке лучших стран по образованию. Показателями качества знаний и умений школьников выступают различные международные исследования, среди которых – исследование PISA, определяющее насколько школьники функционально развиты. Поэтому вопрос о развитии функциональной, в частности, математической грамотности школьников на уроках алгебры и геометрии в общеобразовательной школе определил тему для исследования.

Наша страна участвует в ряде нескольких международных исследований качества образования по математике, которые оценивают как теоретический уровень знаний, так и умения применять полученные знания на практике. В первом случае, по результатам исследования TIMSS, Россия входит в топ 10 стран с наивысшими результатами по математике [Основные результаты...]. Во втором случае, по программе оценки международного исследования PISA на 2018 год по оценке математических компетенций школьников установлено, что результаты российских учащихся по сравнению с 2015 годом снизились на 6 баллов, однако это снижение можно считать незначительным, потому что показатели в целом между собой не отличаются в значимой мере, и Россия по-прежнему занимает средний уровень по странам ОЭСР [Основные результаты...]. Данный факт говорит о том, что в настоящее время остается актуальным вопрос о развитии математической грамотности школьников. В целом, вопросам, ориентированным развитию компетентностей школьников, посвящали свои исследования такие ученые как С.Г. Воронщиков, Л.О. Денищева, Ю.А. Глазков, К.А. Краснянская, Д.А. Иванов и др. [Воронщиков], [Денищева, Глазков, Краснянская]. Современное образование имеет задачу не только научить школьников читать, писать и считать, но и в большей мере показать и научить применять полученные знания на практике при решении жизненных вопросов. Остаются открытыми следующие вопросы: Какого

содержание функциональной математической грамотности? Кого можно считать математически грамотным? Насколько учителя математики готовы учить применять полученные знания в жизни? Какие бывают задания, проверяющие уровень владения математической грамотностью? Как определить уровень ее владения? и многое другое. Всё это определяет актуальность исследования.

На основании анализа научных трудов и существующей ситуации в образовании удалось определить **ряд существующих противоречий:**

- между существующей системой подготовки учащихся и потребностью современного общества в математической грамотности людей;
- между потребностью общества в выпускнике с высоким уровнем функциональной грамотности и ее недостаточным уровнем у учащихся старшего звена;
- между требованиями к результатам образования и недостаточной разработанностью методики формирования математической грамотности.

На сегодняшний день остается актуальной проблема как развивать функциональную математическую грамотность у школьников, чтобы они смогли успешно реализоваться в жизни и при участии в разного рода исследованиях показывали хорошие результаты.

**Цель исследования:** теоретическое обоснование и разработка содержания обучения функциональной математической грамотности школьников на уроках алгебры и геометрии в 7-9 классах общеобразовательной школы.

**Задачи исследования:**

- 1) раскрыть сущность понятия «функциональная грамотность» и описать требования, предъявляемые к ней ФГОС;
- 2) изучить способы измерения функциональной грамотности в исследовании PISA;
- 3) проанализировать школьные учебники на наличие заданий, формирующих математическую грамотность;
- 4) выявить методические особенности работы по формированию функциональной математической грамотности обучающихся 7-9 классов;

5) разработать комплекс задач по алгебре и геометрии, направленных на формирование функциональной математической грамотности обучающихся 7-9 классов;

б) проверить эффективность применения разработанных учебно-методических материалов в ходе педагогического эксперимента.

**Объект исследования:** процесс обучения математике в 7-9 классах.

**Предмет исследования:** формирование функциональной математической грамотности учащихся на уроках математики.

**Гипотеза:** если на уроках алгебры и геометрии систематически использовать практико-ориентированные и контекстные задачи в соответствии с разработанными методическими рекомендациями, то повысится уровень развития функциональной математической грамотности, так как школьники будут иметь более точное представление, где математика нужна в жизни.

В соответствии с намеченной целью и задачами исследования были определены следующие **методы исследования:** теоретический анализ педагогической и методической литературы по теме исследования, анализ документов, сравнительный анализ, синтез, эксперимент.

**Научная новизна** заключается в выявлении возможностей развития функциональной математической грамотности школьников на уроках алгебры и геометрии.

**Практическая значимость** исследования состоит в том, что разработанные занятия могут быть использованы учителями математики в 7-9 классах общеобразовательной школы.

**Апробация результатов исследования.** Основные положения работы докладывались на районном методическом объединении учителей математики (с. Исетское, март 2022 г.).

По теме исследования опубликована статья: «Подготовка школьников к исследованию PISA-2022 на уроках математики» на сайте сообщество педагогов Pedsovet.ru (13 декабря 2022 г.).

**Экспериментальная база исследования:** в эксперименте участвовали 59 обучающихся 8-х классов МАОУ Исетской СОШ №1 Исетского района Тюменской области. Выбор места проведения эксперимента обусловлен работой в этих классах.

Логика исследования обусловила структуру дипломной работы, состоящей из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы (73 источника) и приложений.

В первой главе рассмотрены вопросы, связанные с функциональной математической грамотностью, описаны периоды проведения исследования PISA с указанием «ведущего» вида грамотности, проанализированы роль и место задач, формирующих математическую грамотность, в школьных курсах алгебры и геометрии.

Во второй главе описаны особенности формирования и развития математической грамотности в 7-9 классах, представлено описание комплекса задач, а также рассмотрены вопросы проведения педагогического эксперимента и его результаты.

В заключении представляются основные результаты проведенной работы, излагаются полученные теоретические и практические выводы.

В приложениях представлен вариант итоговой работы для обучающихся 8 класса и комплексы задач по алгебре и геометрии с 7 по 9 класс.

## ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

### 1.1. СУЩНОСТЬ И СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ» ШКОЛЬНИКОВ

Термин «функциональная грамотность» является достаточно новым в педагогической науке, так как был введен в оборот в 1965 году в Тегеране на Всемирном конгрессе министров просвещения [Фролова, с. 181]. До этого времени первое упоминание о грамотности встречается еще в X-XI века, где говорится, что князь Владимир велел учить детей грамоте. Отметим, что на протяжении многих столетий грамотным считался человек, умеющий писать и считать, при этом данные составляющие рассматривались отдельно. Например, умеющего читать, но не умеющего писать называли скудограмотным, малограмотным или полуграмотным. Такое положение сохранялось до середины XX века, пока ЮНЕСКО не ввело в оборот единый термин «грамотность». Теперь грамотным считался человек умеющий читать тексты с пониманием прочитанного материала, считать, писать краткое изложение о своей повседневной жизни. Однако постепенный переход от индустриального к постиндустриальному обществу способствовал разделению понятий «грамотность» и «функциональная грамотность».

В.А. Ермоленко, доктор педагогических наук, кандидат технических наук, профессор выделяет 4 основных этапа развития термина «функциональная грамотность».

1-й этап (конец 1960 – начало 1970 гг.): «функциональная грамотность рассматривается как дополнение к традиционной грамотности, т.е. помимо обеспечения овладения процессами письма и чтения у людей должна повыситься и производительность труда, а также улучшиться условия жизни работника и его семьи» [Ермоленко, с.21].



2-й этап (середина 1970 – начало 1980 гг.): «обособление термина «функциональная грамотность» от традиционной «грамотности», введение понятия «функционально неграмотный человек», расширение состава и содержания функционального знания с учетом всех сторон общественной жизни» [Ермоленко, с.21].

3-й этап (середина 1980 – конец 1990 гг.): «осознание роли функциональной грамотности как основы «пожизненного» образования, становления личности, включение в состав традиционной грамотности» [Ермоленко, с.21].

4-й этап (начало XXI века): «установление изменений в составе и содержании функциональной грамотности при переходе к постиндустриальному обществу, осознание функциональной грамотности как гаранта безопасности жизнедеятельности человека» [Ермоленко, с.21].

В отечественной науке были выделены следующие черты функциональной грамотности: направленность на решение жизненных, бытовых вопросов; использование в конкретных социальных обстоятельствах; связь с типичными, стандартными задачами; использование преимущественно для оценки взрослого населения; обладание базовым уровнем навыков чтения и письма; борьба с ликвидацией неграмотности населения.

Функциональная грамотность в школе представляет собой результат метапредметного обучения, отражает способность обучающихся применять полученные знания в школе для решения жизненных задач. Ее развитие способствует правильному выбору программы дальнейшего обучения в ВУЗе и СУЗе, решению бытовых вопросов, налаживанию контактов с людьми, ориентации в жизни и обществе. Функциональная грамотность помогает выполнять роль ученика, студента, гражданина страны, предпринимателя, бизнесмена, родителя, члена семьи, избирателя, потребителя и т.д.

Функциональная грамотность включает в себя читательскую, математическую, естественнонаучную, финансовую, глобальные компетенции, креативное и критическое мышление. Остановимся на каждой из них подробнее.

Грамотность в чтении – это способность ребенка использовать тексты для достижения своих целей, пополнения знаний, приобретения навыков. Как правило, задания на проверку читательской грамотности не имеют однозначного ответа и предполагают развернутый ответ с обоснованием своего мнения.

Грамотность в математике – это способность ребенка использовать математические знания в различных контекстах и на основе математических данных описывать, объяснять и предсказывать явления. Формирование математической грамотности предполагает формулирование объективного мнения, готовность принимать взвешенные решения, анализировать окружающую действительность. Грамотность в области естествознания – это способность ребенка заниматься изучением и решением проблем, связанных с естественными науками. Задания этого вида грамотности предполагают трактование научных данных, умение рассчитать и провести исследование, объяснить явление природы и привести доказательство.

Грамотность в области финансов – это способность ребенка понимать финансовые понятия, принимать решения для улучшения собственного финансового состояния и общественного благополучия. Как правило, задания на проверку финансовой грамотности включают работу с денежными операциями, банками, вкладами, дебетовыми и кредитными картами.

Грамотность в глобальных компетенциях – это способность ребенка заниматься решением глобальных проблем. Задания, проверяющие данный вид грамотности, могут быть связаны с правами человека, образованием, демографическими проблемами, изменениями климата и т. д.

Грамотность в креативном мышлении – это способность ребенка придумывать и улучшать идеи самостоятельно или работая в команде. При этом, совсем не обязательно совершить великое открытие для страны, хотя это тоже сюда относится, можно, например, удачно оформить стену над кроватью из имеющихся материалов с учетом маленького процента отходов.

Грамотность в критическом мышлении – это способность ребенка добывать знания, анализировать, оценивать, выносить обоснованное суждение, вырабатывать собственное мнение, применять знания в стандартной и нестандартной ситуации.

Оцениванием качества образования и в том числе диагностикой сформированности функциональной грамотности школьников занимаются различные международные исследования. Так, к примеру, развитию читательской грамотности в начальной школе посвящено исследование PIRLS, которое проходит раз в пять лет. Школьникам предлагается два типа текста: художественный и научно-популярный, и несколько вопросов к ним, по результатам которых строится рейтинг стран. Сравнением качества математического и естественнонаучного образования у школьников 4-8 классов занимается исследование TIMSS, проходящее раз в четыре года. Исследование PISA проверяет математическую, читательскую и естественнонаучную грамотность школьников 15-летнего возраста. Проводится исследование раз в три года. PISA не только определяет, могут ли школьники воспроизводить знания, но и в первую очередь, проверяет умение школьников применять полученные знания в незнакомых ситуациях, вне школы, в реальной жизни.

Так как функциональная грамотность определяется как «пожизненное» образование, то проблема ее развития носит глобальный характер. Изучение результатов опыта по развитию функциональной грамотности взрослого населения показало, что малограмотные россияне по сравнению с жителями других стран гораздо чаще успешно обучаются по программам высшего образования и в дальнейшем занимают престижные должности. Наверно, это можно объяснить тем, что низкограмотные россияне стремятся развиваться, повышать свою квалификацию, чтобы переходить на новый уровень жизни. Высокограмотные жители России по сравнению с высокограмотными жителями других стран наоборот, реже повышают уровень мастерства и менее мотивированы на учебу. Возможно, именно это и способствует меньшей востребованности в русских специалистах за границей.

Для развития страны, востребованности русских людей за границей, в развитых странах, современной школе необходимо заложить прочный фундамент основ функциональной грамотности школьников, формировать мотивацию на обучение в течение всей жизни, развивать амбиции и

поддерживать высокую образовательную активность. Только тогда можно будет увидеть динамику в развитии мышления населения, страны в целом. Тогда будут появляться новые Эйнштейны и Лобачевские, привносящие в жизнь новые открытия.

## 1.2. СУЩНОСТЬ И СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ» ШКОЛЬНИКОВ

В настоящее время остается востребовано умение школьников быстро реагировать на все происходящее, анализировать, обобщать, применять полученную информацию для решения возникающих задач. Описанное выше умение есть ни что иное, как функциональная грамотность – способность решать жизненные задачи на основе прикладных знаний. Одним из ее составляющих является математическая грамотность.

Термин «Mathematical literacy», что в переводе на русский означает «Математическая грамотность», впервые встречается в 1944 году в «Энциклопедии математического образования». Он был принят комиссией по послевоенным планам американского Национального совета учителей математики, которая выдвинула требование обеспечения математической грамотности всех, кто способен ей овладеть. В таком понимании термин использовался и в последующие годы, пока в 1995 году международное исследование TIMSS не перестроило структуру своих заданий. Теперь задания по математике проверяли насколько учащиеся могут применять полученные знания для решения жизненных задач за пределами школы [Особенности формирования...]. Более содержательная попытка определения понятия «математическая грамотность» появилась для первого исследования PISA. Она долго видоизменялась и теперь формулируется так: «Математическая грамотность – это способность человека рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира» [Особенности формирования...]. Модель

математической грамотности в настоящее время можно представить следующим образом (рисунок 1):

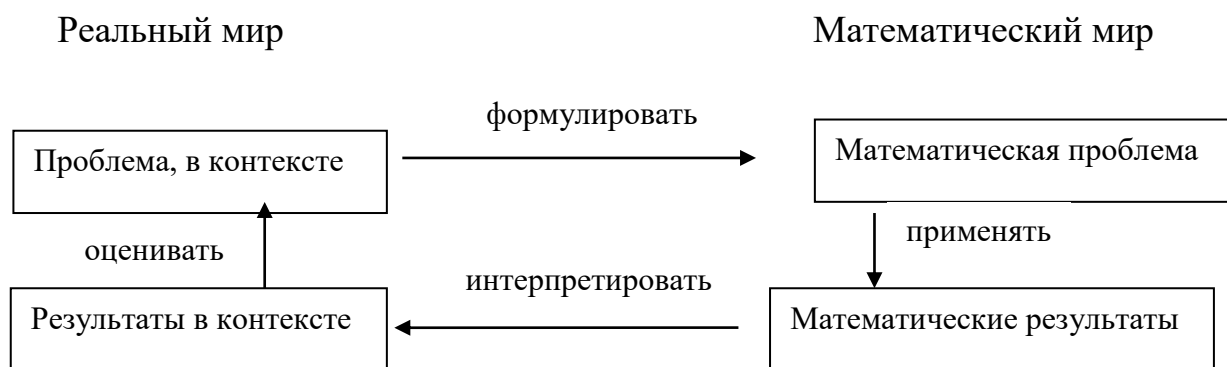


Рис. 1. Модель математической грамотности

Каждое задание, предложенное в исследовании PISA и проверяющее уровень сформированности математической грамотности, содержит: *контекст*, т.е. описание проблемной ситуации, *содержание математического образования*, которое используется в задании и *мыслительную деятельность*. В заданиях исследования PISA выделяется 4 категории контекстов: общественная жизнь, личная жизнь, образование / профессиональная деятельность, научная деятельность. Таким образом, любое задание связано с каким-либо типом окружающей обстановки. *Математическое содержание* включает в себя 4 категории: изменения и зависимости, пространство и форму, количество, неопределенность и данные. Первая категория предполагает задания, связанные с описанием зависимостей в различных процессах, вторая связана больше с геометрическим материалом, третья с числами и отношениями между ними, последняя с вероятностью и статистикой. *Мыслительная деятельность* описывается 3 глаголами: применять, формулировать, интерпретировать.

Перечислим общие черты предлагаемых школьникам заданий. Во-первых, в отличие от обычных школьных задач, задания исследования PISA всегда содержат практическую проблемную ситуацию, близкую обучающемуся. Во-вторых, погружаться в решение задачи нужно целостно, т.е. не просто решить уравнение известным способом, а прочитать задание, перевести его на математический язык, решить, а затем обратно перевести на язык задачи. В-

третьих, мыслительная деятельность подвержена как формулированию, применению, интерпретации, так и оценке. В-четвертых, каждое задание содержит небольшую вводную информацию мотивирующего характера, которая может быть представлена в различных формах: в виде текста, таблицы, схемы и прочее. В-пятых, в вводной информации иногда встречаются слова, которые в силу возраста могут быть не понятны учащимся, поэтому на них дается определенная ссылка, вставка об их значении. В-шестых, задания, формирующие математическую грамотность, никогда не содержат вопросов, на которые можно однозначно ответить да или нет, и не подразумевают в вопросе указаний на применение какого-либо алгоритма. И, наконец, в силу развития компьютерных технологий и успешного применения их учащимися, могут быть включены задания, решение которых подразумевает использование компьютера для сложных вычислений, построения модели и т. д. Таким образом, задания направленные на развитие математической грамотности, существенно отличаются от предлагаемых учебником школьных заданий.

Международное исследование PISA выделяет 6 уровней владения математической грамотностью. Рассмотрим каждый из них подробнее. *1 уровень.* Школьники могут отвечать на вопросы заданий в известных, знакомых контекстах. Ответы на такие задачи, как правило, очевидны и вытекают из внимательного прочтения математического условия. *2 уровень.* Школьники могут интерпретировать ситуации в контекстах, которые требуют не более чем прямого вывода. Здесь же подключается одно наглядное представление и использование одного источника информации. *3 уровень.* Школьники могут самостоятельно воспроизвести простую модель к задаче, и в результате работы с ней применить известные пути решения проблемы. На этом уровне хорошо прослеживается работа с несколькими источниками информации. Школьники способны показать хорошие результаты в задачах на проценты, разные виды дробей и пропорциональные отношения. *4 уровень.* Школьники могут применять построенную самостоятельно модель для сложной, но конкретной ситуации, которая может содержать какие-либо ограничения или требовать выдвижение

гипотез. Сюда же подключается умение аргументировать и объяснять свои решения. *5 уровень.* Школьники могут самостоятельно разрабатывать модель к задаче и работать с ней. Но в отличие от 4 уровня, здесь учащиеся способны мыслить стратегически, выявлять ограничение и допущения для предлагаемой ситуации. *6 уровень.* Школьники могут использовать свои знания для решения нестандартных ситуаций. Здесь хорошо проявляется их умение работать с различными источниками информации и способами их представления. Обучающиеся могут размышлять о своих действиях, комментировать их и обосновывать полученные выводы. Различие в результатах достигаемых уровней школьников можно объяснить сложностью рассуждения, способов и приводимых решений задачи, формой представления информации и сложностью математической аргументации.

На основании данных результатов исследования PISA и опроса учителей в разные годы можно выделить следующие существующие проблемы в области формирования и развития математической грамотности:

- недостаточное количество заданий в школьных учебниках, формирующих и проверяющих математическую грамотность;
- нехватка и отсутствие подходов к разработке заданий на математическую грамотность;
- отсутствие описания методических приемов по формированию математической грамотности школьников [Особенности формирования...].

Выделенные проблемы, на сегодняшний день, остаются актуальными, поскольку только в 2021 году Министерство просвещения задумалось о создании единой рабочей программы, разработке единых учебников, выделении дополнительного часа на изучение вероятности и статистики, выборе углубленного изучения предмета «математика», начиная с 5 класса. Вероятно, при создании нового учебника и просмотре тем, подлежащих изучению, будет пересмотрено и содержание задач. В настоящее время формирование и развитие математической грамотности ведется преимущественно во внеучебное время, со включением решения одной задачи на обычном уроке. Безусловно, сейчас уже

созданы курсы повышения квалификации, на которых педагоги проходят обучение по созданию собственных задач, однако нужно помнить, что с каждым годом меняется их наполнение. К примеру, задания ранних годов, предложенные на тестировании, носили более легкий характер, нежели задания в 2018 году. Объясняется это тем, что общество находится в постоянном развитии и на данный момент у школьников особое место в жизни занимает и компьютерная грамотность, которую постепенно включают в математическую. Использование компьютеров для выполнения сложных подсчетов – уже не «в новинку», поскольку это напрямую связано с новыми профессиями. Человеку становится важно не столько правильно выполнить вычисления самостоятельно, сколько увидеть к чему они могут привести. Ну и, конечно, наличие некоторого опыта у учителей-предметников позволяет решать и третью выделенную проблему. На форумах, конкурсах профессионального мастерства, во время круглых столов, при посещении методических объединений и прочее, педагоги делятся своими наработками и методическими приемами.

### 1.3. РЕЗУЛЬТАТЫ МЕЖДУНАРОДНОГО ИССЛЕДОВАНИЕ PISA В РОССИИ

В статье Карпенко О., Бершадской М., Вознесенской Ю. приводится следующее объяснение исследованию PISA: «Программа исследования PISA преследует цель оценки образовательных достижений учащихся 15-летнего возраста, завершающих обязательное обучение, в области функциональной грамотности» [Карпенко, Бершадская, Вознесенская]. Другими словами, проверяются знания и умения школьников применять полученную информацию для решения жизненных задач и в целом функционировать в обществе. На вопрос «Обладают ли этим школьники?» пытаются ответить специалисты 65 стран мира.

Объектом исследования является «функциональная грамотность», которая находит отражение в естественно-научной, математической и читательской



грамотности. Однако, постепенно исследуют и креативное мышление, и критическое мышление, и финансовую грамотность, и глобальные компетенции учащихся. В любом случае от школьников ждут решения интересных практико-ориентированных задач, заставляющих мыслить и применять изученную теорию.

Исследование проводится раз в три года. Кратко опишем ниже каждый период его проведения. Впервые исследование было реализовано в 2000 году, когда особый интерес был обращен к читательской грамотности. Однако разработка методологии к исследованию уже начиналась в 1997 году. В 2003 году прошло второе по счету исследование, которое уже обращало внимание на математическую грамотность. Третье исследование, посвященное естественнонаучной грамотности, состоялось в 2006 году. Главная цель, преследуемая исследованием 2009 году – определить, что изменилось в читательской грамотности школьников за 9 лет, предшествующих данному году. 2012 год был посвящен математической грамотности и выявлению уровня развития или снижения математического образования. Кроме этого, в этом году появилось новое направление для исследования – финансовая грамотность. С 2015 года в качестве дополнительного направления, которое страны-участники могли реализовать по желанию, добавилось решение проблем. Кроме этого, этот год ознаменован тем, что впервые появились задания для коллективного решения – коллаборативные. Однако, особого внимания заслужило естественнонаучное образование в мире в течение последних 9 лет. Исследование 2018 года полностью проводилось на компьютерной основе и снова особого внимания заслуживала читательская грамотность. Также этот год ознаменован выделением нового направления – глобальные компетенции. Восьмой цикл исследования, который должен был состояться в 2021 году, посвящен математической грамотности. С этого же года было введено дополнительное направление – исследование креативного мышления.

Остановимся на каждом цикле исследования подробнее. В *2000 году* в исследовании PISA было принято участие 46 регионов России [Сайт

федерального...]. Выборку обучающихся преимущественно (75%) составили учащиеся 9-10 классов образовательных учреждений, и около 25% - студенты профессиональных училищ, колледжей и техникумов. В исследование было включено 150 вопросов по чтению, 32 вопроса по математике и 35 по естествознанию [Результаты международного...]. Все задания были разделены на 9 вариантов, и каждый учащийся должен был письменно ответить на 50-60 вопросов по чтению, математике и естествознанию в течение 2 часов [Результаты международного...]. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 1.

Таблица 1

## Результаты исследования PISA в 2000 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 32)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	27-29	462
Математическая грамотность	21-25	478
Естественно-научная грамотность	26-29	460

Исследование, проводимое в 2003 году, также включало 46 регионов России [Сайт федерального...]. Участие принимали школьники основной и средней школы, а также студенты образовательных учреждений начального и среднего профессионального образования. В исследование было включено 28 вопросов по чтению, 85 вопросов по математике, 35 по естествознанию и 19 по решению проблем [Результаты международного...]. Каждый исследуемый письменно отвечал на вопросы по чтению, математике и естествознанию в течение 120 минут. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы [Результаты международного...]. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 2 ниже.

## Результаты исследования PISA в 2003 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 40)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	32-34	442 (на 20 меньше по сравнению с 2000 годом)
Математическая грамотность	29-31	468 (на 10 меньше по сравнению с 2000 годом)
Естественно-научная грамотность	20-30	489 (на 29 больше по сравнению с 2000 годом)

Компетентность в области решения проблем позволила занять 25-30 места. Таким образом, в 2003 году результаты по математической грамотности локализовались более четко, по читательской - изменились незначительно, наблюдался прогресс в естественнонаучной области.

В 2006 году в исследовании PISA было принято участие 45 регионов России [Сайт федерального...]. Выборку обучающихся преимущественно (50,5%) составили учащиеся 9-10 классов образовательных учреждений, 33,5% - учащиеся 7-9 классов, 9,9% - студенты колледжей и техникумов и 6,1% - студенты профессиональных училищ. В исследование было включено «28 вопросов по чтению, 48 вопроса по математике и 140 по естествознанию» [Основные результаты...]. Все задания были разделены на 13 вариантов, и каждый участник, работая в тетради, письменно отвечал на 50-60 вопросов по основным направлениям функциональной грамотности в течение 2 часов. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 3.

## Результаты исследования PISA в 2006 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 57)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	37-40	440 (ниже, чем в 2000 и 2003 года)

Математическая грамотность	32-36	476 (практически одинаково с 2000 годом)
Естественно-научная грамотность	33-38	479 (среднее между 2000 и 2003 годом)

Таким образом, в 2006 году не произошло существенных изменений в области математики и естествознания, но результаты по чтению понизились по сравнению с 2000 годом.

Исследование, проводимое в *2009 году*, также включало 45 регионов России [Сайт федерального...]. В качестве испытуемых принимали участие школьники 7-9 классов в количестве 71%, обучающиеся 10 классов, составившие 24% и студенты образовательных учреждений начального и среднего профессионального образования – 5%. В исследование был включен 101 вопрос на проверку сформированности уровня читательской грамотности, 35 вопросов по формированию математической и 53 вопроса по естественно-научной. Учащиеся по-прежнему письменно выполняли работу в течение 2 часов и отвечали на 50 порядка 60 вопросов. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 4 ниже.

Таблица 4

## Результаты исследования PISA в 2009 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 65)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	41-43	459 (на 19 больше по сравнению с 2006 годом)
Математическая грамотность	38-39	468 (на 10 меньше по сравнению с 2000 годом)
Естественно-научная грамотность	38-40	478 (на 1 меньше по сравнению с 2006 годом)

Так как 2009 год являлся приоритетным для оценки читательской грамотности школьников, то справедливо на основе анализа научной литературы сделать следующие выводы: в этом году увеличилось число заданий, оценивающих различные уровни читательской грамотности; появилось новое направление – оценка чтения электронных текстов; у российских школьников лидирующим остался 2 уровень читательской грамотности, который характеризуется умением решать элементарные жизненные ситуации, которые по минимуму требуют опоры на письменное сообщение; число учащихся, продемонстрировавших 4-6 уровень читательской грамотности снизилось на 2%. Отметим, что в 2009 году Тюменская область впервые приняла участие в данном исследовании.

В 2012 году в исследовании PISA было принято участие 42 региона России [Сайт федерального...]. Выборку обучающихся составили учащиеся 7-8 классов образовательных учреждений – 8,4%, 9 классов – 73,6%, 10-11 классов – 13,7% и 4,3% - студенты образовательных учреждений начального и среднего профессионального образования. Тестовый вариант состоял из 4 блоков заданий, включающий задания по математической, читательской или естественнонаучной грамотности. Учащийся должен был письменно ответить на 52-60 вопросов по чтению, математике и естествознанию в течение 2 часов с перерывом. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 5.

Таблица 5

#### Результаты исследования PISA в 2012 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 65)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	38-42	475 (на 16 больше, чем в 2009 году)
Математическая грамотность	31-39	482 (на 14 больше, чем в 2003 году)

Естественно-научная грамотность	34-38	486 (на 8 больше, чем в 2009 году)
---------------------------------	-------	------------------------------------

Так как 2012 год являлся приоритетным для оценки математической грамотности школьников, то справедливо на основе анализа научной литературы сделать следующие выводы: российские школьники преимущественно (26,6%) оцениваются 2 уровнем математической грамотности – когда нужно применять стандартные алгоритмы, формулы для решения проблем. На 0,6% учащихся меньше занимают 3 уровень – могут дать объяснение, истолковать информацию, работать с несколькими источниками и справедливо рассуждать на этой основе. Только 1,5% учащихся занимают 6 уровень владения математической грамотностью – свободно могут представлять информацию в различных формах, обладают продвинутым математическим мышлением и умеют обоснованно проводить верные рассуждения. В целом, в 2012 году по результатам исследования PISA у российских школьников наметилась положительная тенденция по всем направлениям функциональной грамотности. Стало меньше учащихся оцениваемых 1-2 уровнем и больше обладающих 5-6 уровнем математической, естественно-научной и читательской грамотности.

Исследование, проводимое в 2015 году, включало 42 региона России [Сайт федерального...]. Выборку обучающихся составили школьники 7-8 классов – 7%, 9 классов – 80%, обучающиеся 10-11 классов – 10% и студенты образовательных учреждений среднего профессионального образования – 3%. При проведении тестирования было составлено и распределено между учащимися 66 вариантов теста, каждый из которых состоял из 4 блоков. Первые два блока были посвящены проверке естественнонаучной грамотности, а оставшиеся два содержали задания, связанные с математической, читательской грамотностью или решением проблем. Тестирование длилось 2 часа с перерывом. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 6 ниже.

## Результаты исследования PISA в 2015 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 70)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	26	495 (на 20 больше по сравнению с 2012 годом)
Математическая грамотность	23-25	494 (на 12 больше по сравнению с 2012 годом)
Естественно-научная грамотность	32	487 (на 8 больше по сравнению с 2006 годом)

Отличительной особенностью этого года стало проведение исследования полностью в компьютерной форме с включением интерактивных задач по естественнонаучной грамотности. За последние 9 лет исследования в период с 2006 по 2015 год по естественнонаучной грамотности видится динамика в повышении среднего балла учащихся нашей страны с 479 до 487, число учащихся, достигших высокого (5-6) уровня составило 3,7% и практически не изменилось. Повышение на 26 баллов по сравнению с 2003 годом наблюдалось и в области математической грамотности, а на 33 балла по сравнению с 2000 годом – по читательской. Тюменская область в исследовании PISA в 2015 году не принимала участие.

В 2018 году в исследовании PISA было принято участие 43 региона России [Сайт федерального...]. Выборку обучающихся составили учащиеся 7-8 классов образовательных учреждений – 9%, 9 классов – 81%, 10-11 классов – 7% и 3% - студенты образовательных учреждений среднего профессионального образования. Каждый учащийся должен был с помощью компьютера ответить на 50-60 вопросов по чтению, математике и естествознанию в течение 2 часов с перерывом. За выполнение теста каждому участнику приписывались баллы по международной 1000 шкале, отдельно за выполнение заданий каждой группы. Обобщенные результаты российских школьников приведены в таблице 7.

## Результаты исследования PISA в 2018 году

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (из 79)	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
Читательская грамотность	26-36	479 (на 20 больше, чем в 2012 году)
Математическая грамотность	27-35	488 (на 6 меньше, чем в 2015 году)
Естественно-научная грамотность	30-37	478 (на 9 меньше, чем в 2015 году)

В целом средний балл по читательской грамотности повысился на 17 по сравнению с 2000 годом, практически не изменился по естественнонаучной и повысился на 20 по математической. Самых высоких уровней читательской грамотности (5 и 6) в 2018 году достигли 6% российских школьников, однако 22% обучающихся не достигли даже и порогового уровня читательской грамотности. Тюменская область также не принимала участие в исследовании этого года.

2021 год должен был проверить уровень сформированности математической грамотности, однако исследование было перенесено на осень 2022 года. В восьмом цикла проведения PISA планируется ввести новое направление – исследование креативного мышления, а уже в 2024 году предлагается исследовать уровень владения обучающимися иностранными языками.

Приведем сравнительную таблицу занимаемых мест и средних баллов российских школьников в таблице 8 за период с 2000 по 2018 год по математической грамотности и опишем соответствующие выводы.

Таблица 8

## Сравнительная характеристика результатов российских школьников по математической грамотности в период с 2000 по 2018 год

Год	Место РФ среди других стран-участниц	Среднее количество баллов РФ по 1000-бальной шкале
2000	21-25 из 32	478



2003	29-31 из 40	468
2006	32-36 из 57	476
2009	38-39 из 65	468
2012	31-39 из 65	482
2015	23-25 из 70	494
2018	27-35 из 79	488

По результатам таблицы можно сделать вывод, что несмотря на снижение среднего балла, в целом Россия сохраняет свою позицию. За всё время наблюдений общее отклонение в среднем значении результата не превысило 26 баллов, что говорит о стабильности результатов. Что касается уровней математической грамотности, то по итогам 2018 года 21,6% российских школьников не достигли минимального 2 уровня развития, а 8,1% достигли высокого уровня. В 2003 году этот показатель равнялся 30,3% учащихся и 7% детей соответственно. Таким образом, наблюдается положительная динамика в уменьшении количества ребят не справляющихся с заданиями и увеличивается количество обучающихся с высоким уровнем развития. В странах-лидерах процент детей, не добравших порогового уровня, не превышает 10, а процент учащихся с высоким уровнем в среднем составляет 44,3.

#### 1.4. АНАЛИЗ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКОВ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ 7-9 КЛАССОВ

Образовательная система школы в последнее время претерпевает ряд изменений в своей структуре: на первый план выходят новые требования общества к выпускникам школы и заказ на всесторонне развитую личность, которая могла бы действовать в нестандартных условиях, принимать соответствующие решения, делать выводы и творчески использовать имеющиеся знания. Очевидно, что изменения в образовательной структуре отражаются и на преподавании школьных предметов, в том числе и математики. Учителя должны пересмотреть процесс формирования знаний, креативного и

критического мышления, в чем им могут помочь включение заданий по функциональной грамотности в школьный курс. Далее будут рассмотрены школьные учебники математики 5-9 классов разных авторов на наличие заданий по формированию и развитию функциональной грамотности. При их отборе учитываются основные темы, находящие отражение в исследовании: числа, элементы теории чисел, оценка, статистика, измерения, алгебра, геометрия, масштаб, функции, графики, вероятность. Задания выбирались с учетом контекста: личный, профессиональный, научный, общественный и мыслительной деятельности: формулировать, применять, рассуждать, интерпретировать.

Для анализа учебников 5-6 классов были выбраны авторы Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов; Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон; И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович; А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский. Сравнительный анализ с указанием номеров задач, которые можно отнести к задачам, формирующим и развивающим математическую грамотность, представлен ниже в таблице 9.

Таблица 9

Сравнительная характеристика учебников математики 5-6 класса на наличие заданий, формирующих и развивающих математическую грамотность

Класс	Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов	Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон	И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович	А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский
5	ч.1 - № 584, 764, 796, 797, ч.2 -№ 217, 313, 559, 883, 926 Похожие задачи, которые можно доработать: ч.1 - №71, 357, 702, 759, ч.2 - №20, 68, 114, 185, 283, 673, 787, 904,	ч.1 - №267, 284, 356, 388, 395, 559, ч.2 - №328(а), 411	№278, 363, 635, 906, 949, 951	№137, 165, 336, 581, 583, 690, 882, 1077

6	ч.1 - № 678, 712, ч.2 - № 604, 691 Похожие задачи, которые можно доработать: ч.1 - № 861	ч.1 - № 358, 442, 458, ч.2 - № 35, 113, ч.3 - № 278	№ 255, 362, 609, 1092	№ 503, 539, 645, 750, 751, 893
---	---	---	--------------------------	-----------------------------------

Отметим, что каждая задача, представленная в учебниках 5-6 классов, содержит по одному, максимум два вопроса. Среди выбранных заданий редко встречаются те, в которых нужно объяснить свой ответ или порассуждать «а что будет, если...». В основном, задания предлагаются из личного контекста, реже встречается профессиональный, а научный и общественный вообще отсутствуют. Наверно это можно объяснить тем, что для учащихся 5-6 классов сложно будут даваться задания, связанные с наукой и какими-то общественными действиями. Выделим основные темы, в которых были найдены задачи на формирование и развитие математической грамотности: площадь, периметр, объем, проценты, окружность и круг, вероятность, схемы и диаграммы, вычисления. Стоит заметить, что в учебниках полностью отсутствуют задания с лишними данными, противоречивыми данными, задания, в которых недостаточно данных для решения. Возможно, это также связано с возрастными особенностями учащихся или годами издательства учебников.

Для анализа учебников алгебры 7-9 классов были выбраны авторы Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк; Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова; А.Г. Мордкович; А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский. Сравнительный анализ с указанием номеров задач, которые можно отнести к задачам, формирующим и развивающим математическую грамотность, представлен ниже в таблице 10.

Сравнительная характеристика учебников алгебры 7-9 классов на наличие заданий, формирующих и развивающих математическую грамотность

Класс	Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк	Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова	А.Г. Мордкович	А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский
7	№ 1116, 1120	№ 81(а), 653, 765	№ 4.27, 14.16	задания отсутствуют
8	№ 530, 574, 667	задания отсутствуют	задания отсутствуют	задания отсутствуют
9	задания отсутствуют	№ 194	№ 192	№ 18.63, 22.14

Как видно из таблицы выше, чем старше учебник или задачник по годам обучения, тем меньше в нем можно найти задач на развитие и формирование математической грамотности. Получается так, что в 5-6 классах авторы стараются формировать математическую грамотность, в 7-8 более-менее ее поддерживают, а к концу 9 класса не включают такие задания в учебник вообще. В основном представляемые задачи связаны с повседневными делами – покупками, здоровьем, приготовлением еды, оплатой счетов и т.д., трудовой деятельностью – подсчетов материалов, измерений, и общественной жизнью – вопросами демографии, прогнозами и прочее.

Для анализа учебников геометрии 7-9 классов были выбраны авторы Л.С. Атанасян, И.М. Смирнова, А.Г. Мерзляк, И.Ф. Шарыгин. Сравнительный анализ с указанием номеров задач, которые можно отнести к задачам, формирующим и развивающим математическую грамотность, представлен ниже в таблице 11.

Учебником с самым большим количеством заданий, направленных на формирование математической грамотности, среди исследованных, оказался учебник автора Л.С. Атанасяна. Здесь можно встретить от одного до пяти заданий на каждый учебный год. Тем не менее, такого количества задач, на наш взгляд, очень мало. Учебники остальных авторов насчитывают по одной задаче, что говорит о категорической недостаточности включения жизненных задач в курс школьной геометрии. Учащиеся, изучая теорию и решая задачки, не в полной мере понимают, где они найдут применение изученного в жизни. Если

ещё рассмотрение геометрических фигур дает представление, что, например, форму шара имеют теннисные, баскетбольный и т.п. шары, форму прямоугольника – дом, книга, и т.д., то применение теоремы Пифагора, признаков равенства треугольников оставляет пустой след в голове. Таким образом, геометрическая линия со стороны развития математической грамотности представлена скудно независимо от авторов учебника.

Таблица 11

Сравнительная характеристика учебников геометрии 7-9 классов на наличие заданий, формирующих и развивающих математическую грамотность

Класс	Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина	И.М. Смирнова, В.А. Смирнов	А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир	И.Ф. Шарыгин
7	№35	Глава IV, §22 №17	Задания отсутствуют	№364
8	№455,456,458,580,581	Задания отсутствуют	Задания отсутствуют	Задания отсутствуют
9	№1106, 1122	Задания отсутствуют	№7.14	Задания отсутствуют

Общий анализ учебников показал, что заявленная в школьной программе ориентация на прикладное и практическое применение знаний в жизни не реализуется в полной мере из-за нехватки заданий их реализующих. Так, в 5-6 классе учителям следует уделять больше времени наглядной геометрии и вопросам прикладного характера, а в 7-9 классах продолжить дальнейшее их развитие.

## ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ В 7-9 КЛАССАХ

### 2.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 7-9 КЛАССОВ

В настоящее время в обучении школьников необходимо учитывать ориентацию на новые результаты образования, в том числе математическую грамотность, изменять целевые установки: уходить от традиционного контроля и оценки результатов образования, формировать ключевые навыки и компетенции. Несмотря на то, что математика используется при изучении большинства школьных предметов, ее применение для решения жизненных проблем является большой проблемой для школьников. Это объясняется тем, что обучение предмету имеет цель формирования предметных навыков, а развитию метапредметных и личностных уделяется недостаточно внимания. Так, например, основной проблемой учащихся 5-6 классов является перенос арифметических навыков на решение контекстных задач, поскольку в этом возрасте трудно провести интеграцию на жизнь. В 7-8 классах школьники уже готовы к решению функционально-значимых задач, но возникает разрыв между содержанием обучения и знаниями, необходимыми для их решения. В 9-11 классах лишь некоторое содержание программ общеобразовательной школы может быть использовано для развития математической грамотности. Таким образом, отсутствие специальных заданий и контекстных задач из года в год обучения существенно затрудняет формирование функциональной математической грамотности, поэтому перед каждым учителем стоит проблема: как научить ребенка смотреть на мир сквозь «математические очки», как научить раскладывать жизненную проблему на математические составляющие. Чтобы ответить на эти вопросы необходимо, на наш взгляд, обновить содержание учебных и методических материалов, вести комплексный мониторинг

образовательных достижений учащихся и широко информировать профессиональные сообщества учителей о результатах своего обучения. Повлиять на обновление учебников обычные учителя не могут, однако объединяясь с другими коллегами или самостоятельно можно разрабатывать практико-ориентированные задания, кейсы или проект-задания с учетом уровня развития своих обучающихся. Здесь акцент нужно делать на развитии умения рассуждать, видеть связь между ходом мысли и конечным результатом решения практической задачи.

В 7-9 классах школьники уже готовы к решению функционально-значимых задач и могут осознанно подходить к ним, поэтому учителю следует тщательно подбирать задачи с учетом возраста обучающихся и их интереса. Выделим некоторые методические особенности работы по формированию и развитию функциональной математической грамотности.

1. Необходимо предлагать учащимся к решению задачи жизненного, а не надуманного содержания. Ситуации должны быть характерными для повседневной и внеучебной жизни школьников.

Задачи, в которых стоимость коммунальных услуг составляет 500000 рублей в месяц или длиной кузнечика 1 метр путают сознание учащихся, вызывают у них недоверие к применению математики в реальной жизни. Поставленная задача должна быть интересной и актуальной для того возраста, на который она рассчитана.

2. Желательно постоянно менять формат предлагаемых заданий и формы ответа с целью исключения «натаскивания».

На уроках геометрии можно предлагать задания на различного рода подсчеты, установление соответствия (например, фигура и ее свойства), ответа и его обоснования на вопрос (например, определите сможет ли фигура поместиться в заданного размера емкость), а при обобщении темы можно использовать задания типа «Определи фигуру по ее описанию». Задания по алгебре могут быть на выбор верного утверждения, подсчетов, выбор рационального варианта, работы с таблицей и т.д. Вопросы к заданиям могут быть тоже разного уровня

сложности, начиная от простых, где требуется применение школьной математики в привычных условиях до высокого уровня, где математика требует ее применения в незнакомой проблемной ситуации, которую нужно всецело исследовать.

3. Предлагаемые задачи должны предусматривать целостное применение математики из ее разных разделов.

Это означает, что работать над проблемой нужно начиная от понимания, и заканчивая оценкой результата, включая все промежуточные этапы: формулирование проблемы на языке математики, поиск и осуществление ее решения. Например, решая геометрическую задачу, связанную с расчетом площади фигуры и определении какое количество процентов она занимает от общей части, школьнику могут понадобиться знания о переводе единиц измерения, умении выполнять действия с рациональными числами, работать с процентами.

4. Наличие недостающих или избыточных данных – возможная особенность разработанной задачи.

Умение работать с информацией, выделять главную, нужную часть – одно из ключевых умений школьников, над формированием которого работают учителя. Составляя или подбирая задачу с наличием избыточных или недостающих данных, у школьника развивается и читательская грамотность. Ведь при невнимательном прочтении задачи зачастую можно допустить глупые ошибки, записать, например, ответ к задаче словами, а не числом. Анализируя условия, раскладывая их по «полочкам», развивается и внимательность. Наличие недостающих данных стимулирует учащихся привлекать знания из других областей и логически мыслить. Избыточные данные проверяют умение школьника фильтровать условия предлагаемой к решению задачи.

5. Задачи могут содержать проблемную ситуацию (ее описание) с текстом мотивирующего характера и несколько связанных с ней вопросов.

Текст мотивирующего характера необходим для побуждения к действиям. Обычно он не содержит информации, которая каким-либо образом влияет на



ответ задачи и не отвлекает школьника от сосредоточения на главной части задания. Отсутствие текста мотивирующего характера должно компенсироваться самим замыслом задачи и быть максимально приближено к реальной жизни. Помогать погрузиться в сюжет задания должны фото и рисунки. Графические средства визуализации будут служить опорой для работы с моделью и проведения рассуждений. Количество предлагаемых вопросов может варьироваться от двух до пяти. Отвечая на каждый из них, ситуация раскрывается с определенной стороны.

6. Задачи не должны подразумевать громоздкие вычисления и могут быть решены с помощью калькулятора.

Такой принцип имеет цель оградить школьников от вычислительной ошибки и показать понимание изучаемых понятий и применение способов действий для решения поставленных задач. В пятом-шестом классе калькулятор может использоваться для вычисления единичных заданий, старше – для выполнения практически всех. Применение калькулятора на уроках алгебры, например, будет актуально при работе с отрицательными степенями, поскольку в этой теме возникают трудности при вычислении. На уроках геометрии, где необходимо вычислить расстояние, посчитать квадратный или кубический корень, использовать при вычислении плотность вещества, рассчитать угол калькулятор будет в помощь.

7. В заданиях нужно исключить прямое указание на способ, правило или алгоритм его выполнения.

Это необходимо для того, чтобы проверить насколько осознанно и обдуманно школьники применяют полученные знания. Сталкиваясь в жизни с решением бытовых вопросов, никто нам не говорит каким способом будет правильно принять решение, так и здесь. Задача учителя на уроке - развить логическое мышление, чтобы школьники научились думать. Прямое указание на способ решения задачи, алгоритм, формулу, правило не даст объективно выявить уровень готовности применять полученные знания для решения практических задач.

8. Если при ответе на вопрос требуется другая дополнительная информация, то она сообщается отдельно.

Как правило, после текста задания может приводиться расшифровка аббревиатур или необходимые для решения задач формулы. Наличие такого справочного материала облегчает понимание текста и в какой-то мере может натолкнуть учащихся на метод решения задачи. Однако стоит помнить, что прямое указание всех формул, необходимых для решения задачи, недопустимо.

9. При разработке заданий нужно учитывать, что школьники при участии в исследованиях выполняют их на компьютере, поэтому важно, чтобы построение математических объектов было возможно провести с учетом имеющихся возможностей компьютера.

Очевидно, что использование громоздких формул, построение сложного сечения, и тому подобное затруднит получение правильного ответа и отнимет много времени. Построение заданных математических объектов обязательно должно иметь возможность переноса на плоскость и работу с компьютером. Обучая применению полученных знаний для решения задач на уроках алгебры и геометрии, учитель не должен включать задания повышенной сложности.

10. После преобразования предлагаемой ситуации в учебную задачу необходимо строить схему/чертеж к этому заданию.

Данное умение необходимо развивать в силу того, что после получения привычной фабулы теряется суть решаемого задания, получается механическое решение задачи, уже не той, которая была предложена изначально. В силу этого учителям стоит проработать серию вопросов, подталкивающих учащихся к верному ответу на поставленный вопрос задания.

11. На уроках алгебры и геометрии необходимо формировать и развивать умения универсального характера, такие как понимание сути задания, работа с информацией, представленной в разных формах, объяснение ответа с использованием изученной терминологии, владение навыками самоконтроля, умение переформулировать задачу для своего удобства, переходить от одной формы представления задачи к другой, использовать информацию из других

источников, доказывать правильность полученного ответа и т.д. Всё это должно происходить от урока к уроку. Только системная работа по формированию универсальных навыков будет способствовать развитию математической грамотности в целом.

12. Для понимания уровня владения математической грамотностью школьников полезно будет учителю выстроить структуру практико-ориентированных задач аналогичную заданиям исследования PISA, а именно: приводить описание задания, определять ее контекст, содержательную область, выделить ведущий вид деятельности.

## 2.2. КОМПЛЕКС ЗАДАЧ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ

Представленные ниже задачи были разработаны самостоятельно и подобраны в соответствии с содержанием линии «Алгебра 7-9 класс» авторов Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др., и «Геометрия 7-9 класс» авторов Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. Эти линии учебников имеют положительные экспертные заключения и соответствуют федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования. Развитие функциональной математической грамотности происходит в урочное время во время решения и обсуждения подобранных задач. Конечно, развивать данный вид грамотности невозможно на каждом уроке в силу разнообразия существующих типов урока, но нам удалось подобрать некоторые темы, которые хорошо подходят для ее развития. Некоторые задания к ним подобраны аналогичные по структуре предлагаемых заданий международного исследования PISA: содержат контекст и несколько вопросов разного уровня сложности.

Изучение *алгебры седьмого класса* начинается с главы «Дроби и проценты», и, уже с самых первых уроков можно начинать работу по развитию

математической грамотности. Все задачи, о которых будет упомянуто в данном и следующем абзаце представлены в приложении 2. Задача по теме «Сравнение дробей» несет в себе познавательные данные о редких видах кошачьих и подразумевает перевод упомянутых в тексте чисел в единые единицы измерения, а также их сравнение. Поскольку в задаче не указано в какой вид дробей нужно переводить числа, школьники сами выбирают: будут это обыкновенные или десятичные дроби. Постепенно подготавливая школьников к основному государственному экзамену, уже в 7 классе можно предлагать к решению задачи похожие на первые пять заданий из контрольно-измерительных материалов 9 класса. Разработанная нами задача по теме «Действия с рациональными числами» предполагает работу с рисунком, вычислением периметра и расстояний между объектами. В рамках этой же темы можно посвятить целый урок на решение задач, связанных с коммунальными услугами. В линии Г.В. Дорофеева школьники знакомятся с процентами ещё в 6 классе, а в 7 – закрепляют полученные навыки и работают с более сложными заданиями. В работе представлены задачи о семейном бюджете и индексе стоимости жизни. Если первая ситуация более-менее понятная школьникам, то ко второй приводится дополнительно определение, благодаря которому можно успешно справиться с заданием. Тема «Статистические характеристики» является новой для обучающихся, однако понятие среднего арифметического и нахождения разности между наибольшим и наименьшим числом интуитивно понятно, поэтому разработанную задачу о месячной и годовой температуре в городе Тюмень и Тобольск можно решать уже в конце первого урока по данной теме после актуализации знаний. При решении школьных задач по теме «Зависимости и формулы» второе дается школьникам немного легче: бери и подставляй значения, просчитывай неизвестные переменные. Работа же с зависимостями предполагает самостоятельное определение зависимых и независимых величин, осознания к какому виду они относятся. Подобранные задания предполагают работу по переводу температуры тела в разные единицы измерения и просчет пеней за несвоевременную уплату коммунальных услуг. Особенностью данных

заданий является то, что все формулы и используемые дроби являются реальными, поэтому задачи показывают практическое применение знаний в жизни. Построение урока, интегрированного с биологией, о пользе витамин и подсчете БЖУ – удачное решение для отработки навыков решения задач с помощью пропорций. В силу того, что практически у каждого школьника родственники живут в ближайших городах, задача о подсчете расстояния и времени, затраченного на движение между ними, может быть предложена к решению на уроке «Решение задач с помощью уравнений». Задача на процентное соотношение домашнего задания по разным предметам может стать интересной учащимся, однако следует обратить их внимание, что в ней представлено рекомендованное количество процентов, а сам учитель может вносить коррективы во времени выделяемым на домашнее задание. Задача о подсчете количества паролей для компьютера будет интересной и актуальной школьникам, поскольку в век цифровых технологий пароли постоянно теряются, в памяти остаются лишь некоторые его фрагменты.

Первая глава по *геометрии в седьмом классе* является ее вводной частью в науку. Здесь ребята вспоминают что такое луч, угол, как измеряются отрезки и углы, узнают, что такое прямая, точка, знакомятся с понятиями смежных, вертикальных и перпендикулярных углов. Умение сравнивать отрезки на местности можно развивать путем решения задач из жизни. В работе, например, присутствует задача на сравнение длин двух маршрутов дорог. Измерение длины отрезка по прямой и нахождение ее промежуточных длин – хорошее умение, которое обязательно пригодится в жизни. В работе представлены задачи личного контекста на нахождение длины пути от дома до школы и расстояния между скверами Тюмени. Умение описывать происходящее на математическом языке – одна из формируемых компетенций математической грамотности школьников, поэтому в тексте приведен пример на описание картины путем только измерения ее углов. Знакомство школьников с условиями подрезания дерева до плодоношения закладывает фундамент в будущее каждого ребенка. Признаки равенства треугольников можно увидеть и на географической карте, и во время

приготовления ткани к упаковыванию подарков. Решение разработанных задач покажет это. При изучении темы «Параллельные прямые» можно предложить школьникам задачу на практическое применение параллельности со сказочным уклоном. Находя углы в предложенных кувшинах и определяя параллельность основания и верхней части, ребята понимают, что у посуды может быть прямой низ и скошенный верх. Познакомить школьников с «Неравенством треугольника» на уроке можно путем решения практической задачи, например, построить треугольник со сторонами 5, 8 и 14 сантиметров. Как бы не старались учащиеся, сделать им это не удастся. Из опыта работы стало ясно, что изучение данной темы ограничивается ее применением к исследованию треугольников в задачах только школьного учебника. Ребята не понимают, где дальше в жизни им это пригодится. Разработанная задача по построению каркаса крыши и выбора балок наглядно отражает этот вопрос и показывает практическое применение знаний при решении жизненных задач.

Таким образом, общая таблица тем по развитию математической грамотности в 7 классе может выглядеть следующим образом (таблица 12):

Таблица 12

Список тем по формированию и развитию функциональной математической грамотности в 7 классе

Алгебра	Геометрия
Сравнение дробей	Сравнение отрезков
Вычисления с рациональными числами	Измерение отрезков
Задачи на проценты	Измерение углов
Статистические характеристики	Признаки равенства треугольников
Зависимости и формулы	Параллельные прямые
Решение задач с помощью пропорций	Неравенство треугольника
Решение задач с помощью уравнений	-
Графики вокруг нас	-
Решение комбинаторных задач	-

В восьмом классе уроки алгебры снова начинаются с темы дроби, однако теперь уже рассматриваются не обыкновенные и десятичные, а алгебраические:

появляются буквы. В целях более детального знакомства с новой темой решено было не включать задания по развитию и формированию математической грамотности этой темы в урочное время. Все задачи, о которых будет упомянуто в данном и следующем абзаце представлены в приложении 3. Так, например, в теме «Решение задач с помощью уравнений» предлагается не стандартная формулировка задачи, все ее данные выражены в процентах. Следует приложить немало усилий, для ее решения, однако она не является сложной. Задачи про узлы и упражнения курсантов – пример практического применения знаний по решению задач с помощью систем уравнений. Урок «Степень с целым показателем» можно построить в форме решения небольших задач на вычисление и знакомства с некоторыми рекордами России. Вторая часть урока может быть посвящена решению задач практической направленности: нахождение пути прохождения света, длины линейки и других. В теме «Задача о нахождении стороны квадрата» в качестве домашнего задания может выступать задача о выращивании редкого вида растений на полях и построение графика зависимости. Определение скорости автобуса и такси во время пробок – важный критерий, который играет особую роль, когда ты опаздываешь. А знание размеров своего участка позволяет правильно рассчитать материал для стройки. Решая предложенные задания, школьники отрабатывают умение применять квадратные уравнения к жизненным задачам. Работа с графиками по процессам нагревания, кипения, газообразования, кристаллизации воды напоминает школьникам известные температурные точки. В теме «Что такое функция. График функции» в качестве закрепления знаний можно предложить к решению небольшой кейс про мобильный телефон, который купили Игорю на пятнадцатилетие. Задание содержит две формулы, которые являются функциями изменения цен телефона. Ответив на первый вопрос задачи, ребятам предлагается построить график изменения стоимости при сдаче телефона и объяснить, что влияет на это изменение. При изучении темы «Линейная функция» можно предлагать задачи как на самостоятельное выведение формулы и построение графика, так и на готовое ее применение. Функция – это своего

рода зависимость, и обучающиеся должны это четко понимать. Решая предложенную задачу про волосы человека, можно узнать среднюю скорость роста волос у мальчиков, а отвечая на вопрос про численность сине-зеленых водорослей можно сделать вывод, что чем больше таких водорослей в воде, тем хуже ее качество. Статистическая задача про зависимость роста от возраста школьников знакомит их с нормами, разработанными ВОЗ. Работа с задачей про двух фигуристок нацелена на отработку стандартных умений.

В геометрии восьмого класса тема «Осевая и центральная симметрия» является простой и сложной одновременно. Подобранные практические задачи по распилу досок и составлению круглого стола из получившихся кусков подразумевает нахождение осей симметрии фигуры, а задание про заполнение круглого стола монетами дополнительно еще и просчет возможных вариантов. При нахождении площади многоугольника стандартными задачами являются нахождение площади комнаты и дома. Представленная в приложении задача проверяет не только умение школьников посчитать площади объемной фигуры, но и определить верный расчет нужного количества обоев и потолочных плиток для рассматриваемой комнаты. «Теорема Пифагора» богата на ее практическое применение в жизни: посчитать высоту крыши, антенны мобильного оператора, шкафа-купе, окна, лестницы, угол наклона скамейки, длину стропил, ската крыши и многое другое. В работе представлена задача на выбор оптимальной покупки стремянки разных высот, а также определения размеров лестницы для нового дома. По теме «Практические приложения подобия треугольников» разработана задача на определение падения дерева на забор участка. Знание основных значений тригонометрических функций, а также умение работать с таблицей помогают решать задачи, связанные со строительством крыши дома.

Таким образом, общая таблица тем по развитию математической грамотности в 8 классе может выглядеть следующим образом (таблица 13):



Список тем по формированию и развитию функциональной математической грамотности в 8 классе

Алгебра	Геометрия
Решение задач с помощью уравнений	Осевая и центральная симметрия
Решение задач с помощью систем уравнений	Площадь многоугольника
Степень с целым показателем	Теорема Пифагора
Задача о нахождении стороны квадрата	Практические приложения подобия треугольников
Решение задач с помощью квадратных уравнений	Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника
Чтение графиков	-
Что такое функция. График функции	-
Линейная функция	-
Статистические характеристики	-

*Алгебра девятого класса* начинается с решения линейных неравенств. Все задачи, о которых будет упомянуто в данном и следующем абзаце представлены в приложении 4. Здесь на уроке обобщения можно предложить решать кейс по нахождению денежных средств, которые необходимы при отдельном проживании человека и обучении в университете. Такая практико-ориентированная задача знакомит школьников с возможными обязательными платежами и правилами расчета денег для жизни. Отвечая на вопросы второй задачи, школьники учатся решать «строительные» задачи. В рамках темы «Арифметическая прогрессия», решая предложенную задачу, можно научиться определять расстояние, которое мы проходим на огороде при поливке грядок. Задача про COVID-19 помогает школьникам ориентироваться в таблицах, проверять истинность написанного и уровень доверия к разным источникам информации. Задача про курение и расчет табачного дегтя, губительного количества сигарет связана с темой «Геометрическая прогрессия». Применять статистику и уметь прогнозировать – необходимый навык при работе на предприятиях. Чтобы наглядно показать это применение, решено было

разработать задачу о Исетском хлебокомбинате. Данные к задаче были взяты из открытого источника.

*Геометрия в девятом классе* заканчивается изучением сведений из стереометрии, где первой темой после определения стереометрии является тема «Многогранники». Поскольку в девятом классе не подразумевается глубокое знакомство с фигурами и их свойствами, были разработаны задачи на нахождение площадей многогранников и отношений между числами. При знакомстве с телами и поверхностями вращений важно показать предметы цилиндра, конуса, сферы и шара в жизни. Так, в предлагаемых задачах рассматривается бочка воды цилиндрической формы и профильные трубы квадратной. При решении обеих задач требуется дополнительное знание формулы площади боковой поверхности цилиндра, которая приводится в тексте.

Таким образом, общая таблица тем по развитию математической грамотности в 9 классе может выглядеть следующим образом (таблица 14):

Таблица 14

Список тем по формированию и развитию функциональной математической грамотности в 9 классе

Алгебра	Геометрия
Решение линейных неравенств	Многогранники
Арифметическая прогрессия	Тела и поверхности вращения
Геометрическая прогрессия	-
Статистическое оценивание и прогноз	-

Подводя итоги, отметим, что формировать функциональную математическую грамотность необходимо, безусловно, раньше 7 класса. Включать в урочное время практико-ориентированные и контекстные задачи – хорошее решение как для учителя, так и для ученика. Решение таких задач помогает осознать важность и нужность математики в жизни. Представленные в приложениях 1-3 задачи могут быть использованы не только для линейки учебников автора Г.В. Дорофеев и Л.С. Атанасян.

### 2.3. ПРОВЕДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Местом проведения эксперимента была выбрана МАОУ Исетская СОШ №1 Тюменской области. В педагогическом эксперименте приняли участие 59 школьников 8-х классов (31 обучающийся 8 «А» класса и 28 обучающихся 8 «Б»), все ребята успешно прошли аттестацию за 7 класс. Время проведения эксперимента – январь 2022г – декабрь 2022г.

В экспериментальной работе использовались следующие материалы: текстовые задания схожие по структуре заданиям, которые используются в исследовании PISA, бумага для записей, ручки, карандаши, линейки, ластик как инструменты работы с заданиями, ноутбук для обработки результатов, МФУ для распечатки и копирования заданий.

Эксперимент начался с решения теоретических вопросов: с точного определения темы исследования, постановки проблемы, изучения необходимой литературы, выбора объекта и предмета исследования, формулированию гипотезы. Далее последовал подготовительный этап, предусматривающий составление программы эксперимента, ее инструментария и критериев оценки эффективности предлагаемых решений, определения последовательности экспериментальных действий, подготовку необходимых материалов, оборудования. Сам эксперимент проводился в 4 этапа. На констатирующем этапе проводилась первичная диагностика оценки математической грамотности. Задания были подготовлены специалистами, проводящими исследование PISA и высланы отделом образования Исетского муниципального района. На поисковом этапе были описаны методические особенности обучения математической грамотности на уроках алгебры и геометрии 7-9 классов и составлен сборник заданий с учетом области содержания, контекста, главной мыслительной деятельности, объекта оценки, уровня сложности, формы и критериями ответа. В течение обучающего этапа школьники учились решать задания, которые могут им могут встретиться в жизни. Контролирующий этап эксперимента

подразумевал итоговую оценку сформированности уровня математической грамотности. По результатам проведения эксперимента возможно повышение квалификации учителя, обсуждение результатов с коллегами, доработка системы в целом для учащихся других классов. Опишем более детально каждый этап.

*Констатирующий этап* проводился 28.01.2022 года. Целью этапа явилось первичное определение уровня сформированности математической грамотности. Для этого была проведена диагностическая работа, присланная экспертами, по оценке функциональной грамотности учащихся 8 классов. Работа была составлена в 2 вариантах и включала в себя 5 заданий по математической, финансовой, читательской, естественно-научной грамотности и креативности мышления. Из этой работы мы взяли результаты только математической грамотности. В первом варианте дана была таблица пассажиропотока аэропортов за 2015-2019 года. Необходимо было по таблице определить объем пассажиропотока московских аэропортов от общего количества перевозок пассажиров за 2019 год. Во втором варианте была дана таблица зависимости стоимости поездок в зависимости от их количества. Необходимо было определить какое наименьшее число поездок надо совершить, чтобы стоимость билета на 30 поездок не превысила стоимости одноразовых билетов. Решение данных заданий оценивалось от 0 до 1 балла. 0 баллов – задание решено не верно или ответ не записан, 1 балл – получен верный ответ. Ниже приведены тексты к заданиям обоих вариантов.

#### *Вариант 1.*

Пассажиропоток – это движение пассажиров в одном направлении маршрута. Пассажиропоток показывает объем перевозимых пассажиров за определенный промежуток времени. В таблице 15 представлен пассажиропоток десяти крупнейших аэропортов России в 2015 – 2019 годах.

## Пассажиропоток аэропортов России в 2015-2019 годах

Аэропорт		Пассажиропоток по годам, млн. чел				
Город	Название	2015г.	2016г	2017г.	2018г.	2019г.
Москва	Шереметьево	31,280	33,656	40,093	45,836	49,933
Москва	Домодедово	30,505	28,500	30,700	29,400	28,300
Москва	Внуково	15,815	13,947	18,139	21,478	24,000
Санкт-Петербург	Пулково	13,501	13,265	16,125	18,120	19,600
Сочи	Сочи	4,077	5,249	5,692	6,434	6,772
Новосибирск	Толмачево	3,600	3,933	5,007	6,103	6,747
Екатеринбург	Кольцово	4,171	4,207	5,404	5,909	6,363
Симферополь	Симферополь	5,018	5,202	5,129	5,146	5,140
Краснодар	Пашковский	3,112	2,993	3,498	4,160	4,600
Уфа	Уфа	2,292	2,295	2,814	3,241	3,570

За 2019 год все российские авиакомпании перевезли в общей сложности 220,9 млн пассажиров. Какой процент общего числа объема перевозок за 2019 год составляет пассажиропоток московских аэропортов? Результат округлите до целого. Запишите ответ в виде числа: \_\_\_\_\_ %

*Вариант 2.*

Владимир Петрович каждый месяц покупает билеты на поездку в метро. Он может выбрать необходимое ему число поездок (см. таблицу 16):

Таблица 16

## Зависимость стоимости билета от числа поездок

Число поездок	1	4	20	30	60
Стоимость билета, руб.	45	200	854	1260	2460

Каждый вид билетов имеет свой срок действия: если количество поездок меньше 10, то билет действует 5 дней с момента продажи (включая день продажи). Билеты на большее количество поездок действуют 3 месяца с момента продажи.

Какое наименьшее число поездок надо совершить, чтобы стоимость билета на 30 поездок не превысила стоимости одноразовых билетов?

В эксперименте принимали участие 59 человек. 31 учащийся 8 «А» класса, 28 учащихся – 8 «Б» класса. Были получены следующие результаты, отраженные в таблице 17:

Таблица 17

Результаты констатирующего этапа эксперимента

Класс	Число ответивших верно	Число ответивших не верно	Число не приступивших к работе	Общее число учащихся
8 А	18	8	5	31
8 Б	13	5	10	28

Анализ констатирующего эксперимента показал следующие результаты: учащиеся 8 «А» класса в большей степени умеют решать жизненные вопросы, нежели учащиеся 8 «Б» класса. Даже количество не приступивших к работе человек составляют 16% и 36% от общего количества учащихся в классах соответственно. На данном этапе эксперимента можно было сделать вывод о неготовности 8-классников применять полученные в школе знания для решения жизненных задач. Следовательно, необходимо в урок чаще включать задания, формирующие математическую грамотность.

На *поисковом этапе* эксперимента необходимо было выявить возможности формирования математической грамотности на уроках алгебры и геометрии. Для этого были проанализированы обозначенные источники литературы, школьные учебники, формы, методы, средства обучения, подготовлены методические особенности по формированию и развитию математической грамотности учащихся.

*Пример выявленных возможностей:*

- учащиеся 5-6 классов могут достигать 1-2 уровня функциональной грамотности (из 7), учащиеся 8 классов - 3-5 уровня (из 7), учащиеся 9-10 классов совершенствуют свои навыки функциональной грамотности и соответствуют 6,7 уровням;

- основное место на уроке должно отводиться решению «учебных задач», в которых либо имеются лишние данные, либо есть противоречия в условии,

либо данных для решения задачи недостаточно, либо задание подразумевает многовариантность решения;

- в своей работе учителя могут использовать предметные, межпредметные, практико-ориентированные, ситуационные задачи;

- в 5-6 классах целесообразно на уроках использовать следующие примеры приемов и методов обучения: «Банк идей», «Верные или не верные утверждения», «Верите ли Вы?», в 7-8 классах добавить приемы «Кластер», «Инсерт», «Синквейн», в 9-10 классах – «План или конспект прочитанного», «Дерево знаний», «ЗХУ».

На *обучающем этапе* эксперимента проводилось обучение с учетом разработанных методических особенностей и сформированного комплекса задач. В процессе обучения была проведена промежуточная диагностическая работа в начале октября, для выявления возможности корректировки в обучении. Корректировки не проводилось.

На *контролирующем этапе* эксперимента определялся уровень сформированности и развития математической грамотности учащихся. Школьники выполняли итоговую работу в течение 40 минут (приложение 4). Всего было представлено 2 варианта с 4 заданиями одинаковыми по уровням сложности: одно задание легкое (1 балл), два – среднего уровня сложности (по 2 балла), одно – сложное (3 балла). Уровни достижений учащихся по отдельности и в целом были оценены в процентной интерпретации:

**Низкий уровень.** Учащимися выполнено менее 25% всех заданий.

**Пониженный уровень.** Учащимися выполнено менее 50% всех заданий.

**Базовый уровень.** Учащимися выполнено от 50% до 75% всех заданий.

**Повышенный уровень.** Учащимися выполнено более 75% всех заданий.

Полученные результаты школьников представлены в таблице 18.

## Анализ контролирующего этапа

Класс	Низкий уровень, чел	Пониженный уровень, чел	Базовый уровень, чел	Повышенный уровень, чел
8 «а»	6	1	21	3
8 «б»	11	2	13	2

Как видно из таблицы, 6 человек 8 «а» класса и 11 человек 8 «б» имеют низкий уровень. Среди них 2 и 7 человек соответственно вообще не приступили к выполнению заданий, и по 4 человека допустили ошибки, не выполнив тем самым ни одного задания правильно. Выполнили верно одно задание – 1 человек из 8 «а» и 2 человека из 8 «б» класса. Базовому уровню сформированности математической грамотности овладели 21 человек из 8 «а» и 13 человек из 8 «б» класса, решив верно 2 или 3 задания из 4 предложенных. Повышенный уровень развития математической грамотности имеют по 3 и 2 человека соответственно. Ниже представим сравнительную таблицу 19 с количеством человек и процентным соотношением до и после обучения.

Таблица 19

Результаты до и после обучения с указанием количества человек и процентным соотношением

Класс	Решили верно, чел	Решили верно, %	Решили НЕ верно, чел	Решили НЕ верно, %	Не приступили к работе, чел	Не приступили к работе, %
8 «А» (ДО)	18	58,06%	8	25,81%	5	16,13%
8 «А» (ПОСЛЕ)	25	80,65%	4	12,90%	2	6,45%
8 «Б» (ДО)	13	46,43%	5	17,86%	10	35,71%
8 «Б» (ПОСЛЕ)	17	60,71%	4	14,29%	7	25,00%

В результате обучения функциональной математической грамотности в обоих классах увеличилось количество человек верно выполнивших задания и уменьшилось число обучающихся не приступивших к работе или допустивших



ошибку. Проверим с помощью критерия G-знаков является ли такой положительный сдвиг случайным. Занумеруем учащихся обоих классов и в таблице 20 представим результаты каждого школьника до и после обучения с указанием сдвига.

Таблица 20

## Информация об учащихся 8 «А» и 8 «Б» класса

8 «А»	ДО	ПОСЛЕ		8 «Б»	ДО	ПОСЛЕ	
Номер ребенка	Результат (1-верно, 0-не верно, -1 не приступал)	Результат (1-верно, 0-не верно, -1 не приступал)	Сдвиг	Номер ребенка	Результат (1-верно, 0-не верно, -1 не приступал)	Результат (1-верно, 0-не верно, -1 не приступал)	Сдвиг
1	0	1	1	1	-1	-1	0
2	1	1	0	2	-1	-1	0
3	0	1	1	3	1	1	0
4	-1	0	1	4	-1	1	2
5	0	1	1	5	-1	-1	0
6	1	1	0	6	-1	-1	0
7	1	1	0	7	0	1	1
8	1	1	0	8	0	1	1
9	1	1	0	9	1	0	-1
10	1	1	0	10	0	1	1
11	-1	0	1	11	-1	1	2
12	1	1	0	12	-1	1	2
13	1	1	0	13	1	1	0
14	0	1	1	14	1	0	-1
15	1	1	0	15	1	1	0
16	1	1	0	16	1	1	0
17	0	-1	-1	17	1	1	0
18	1	1	0	18	-1	1	2
19	-1	-1	0	19	1	1	0

20	1	0	-1	20	-1	0	1
21	0	1	1	21	0	0	0
22	0	1	1	22	-1	1	2
23	1	1	0	23	1	1	0
24	1	1	0	24	1	1	0
25	1	1	0	25	1	-1	-2
26	1	1	0	26	1	1	0
27	0	1	1	27	0	1	1
28	-1	0	1	28	1	1	0
29	1	1	0				
30	-1	1	2				
31	1	1	0				

Посчитаем количество положительных, отрицательных и нулевых сдвигов в таблице 21 и сформулируем на основании этого гипотезы.

Таблица 21

Расчет количества положительных, отрицательных и нулевых сдвигов

Количество сдвигов	8 «А» класс	8 «Б» класс	суммы
Положительных	11	10	21
Отрицательных	2	3	5
Нулевых	18	15	33
$n_i$	13	13	26

$H_0$ : положительный сдвиг после обучения является случайным,

$H_1$ : положительный сдвиг после обучения не является случайным.

Проверим гипотезы для учащихся 8 «А» класса. Отбросив нулевые сдвиги, получили количество положительных и отрицательных сдвигов – 13. Типичным среди них является положительный, отрицательных – 2, поэтому  $G_{эмп}=2$ . По таблице критических значений критерия знаков  $G$  для уровня статистической значимости  $p \leq 0,05$  определили  $G_{кр}=3$ . Так как  $G_{эмп} < G_{кр}$ , то  $H_0$  отвергается, принимается  $H_1$ .

Проверим гипотезы для учащихся 8 «Б» класса. Отбросив нулевые сдвиги, получили количество положительных и отрицательных сдвигов – 13. Типичным

среди них является положительный, отрицательных – 3, поэтому  $G_{\text{эмп}}=3$ . По таблице критических значений критерия знаков  $G$  для уровня статистической значимости  $p \leq 0,05$  определили  $G_{\text{кр}}=3$ . Так как  $G_{\text{эмп}}=G_{\text{кр}}$ , то  $H_0$  отвергается, принимается  $H_1$ .

Анализ обоих результатов показал, что преобладание типичного положительного сдвига в обучении не является случайным ни для одного сдвига при уровне значимости  $p=0,05$ , а, значит, предлагаемые решения в дипломной работе являются эффективными.

Судить об эффективности и целесообразности разработанных материалов можно и по наличию базового и приоритетного уровня у более чем половины класса после включения практико-ориентированных и контекстных задач в урочное время. Также критериями эффективности проделанной работы стало размещение материалов в сети интернет и публикация в научном журнале.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был исследован вопрос развития функциональной математической грамотности школьников на уроках алгебры и геометрии в 7-9 классах общеобразовательной школы. В результате анализа педагогической и методической литературы были определены и представлены этапы развития понятий «функциональная грамотность» и «математическая грамотность», выделены характерные особенности функциональной грамотности, ее виды, описаны исследования, занимающиеся вопросами проверки уровня сформированности разного вида грамотностей, периоды проведения исследования PISA, структура предлагаемых заданий, уровни владения математической грамотностью и существующие проблемы по ее развитию. Сама идея формирования функциональной математической грамотности в образовательном процессе не является новой, ее изучению посвящены работы исследователей Е.Е. Алексеевой, П.А. Батчаевой, И.И. Валеева, Е.Ю. Лукичевой, А.К. Мамоновой, Л.О. Рословой, О.А. Рыдзе, Г.А. Симоновской и др. Они придерживались мнения, что одних предметных знаний по математике ещё недостаточно для их применения, и следует рассматривать математическую грамотность в рамках функциональной.

Математическая грамотность, согласно определению принятому в исследовании PISA, определяется как способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику для решения жизненных задач в различных контекстах. Формулировать ситуации математически – значит увидеть возможность применения математики, трансформировать имеющуюся задачу в форму для создания математической модели. Применять математику – выполнять математические процедуры, необходимые для решения задачи, работать с моделью, приводить аргументы, обосновывать полученные выводы, находить связи. Интерпретировать математику – преобразовывать полученный результат в контекст реальной проблемы. Математическая грамотность имеет цель формирования правильного математического языка, терминологической

грамотности, вычислительной и графической культуры. Формировать и развивать ее нужно на протяжении всего школьного обучения. Это можно делать как в урочное, так и во внеурочное время, однако первый вариант является перспективнее, поскольку не требует дополнительного времени после уроков и сразу же показывает связь изучаемой темы и возможные решения бытовых вопросов.

Для развития функциональной математической грамотности во время уроков целесообразно в изучение темы включать контекстные и практико-ориентированные задачи. Личностная, профессиональная, общественная и научная – сферы, с которыми стоит знакомить учащихся. Эффективнее и понятнее для школьников становится первая, так как в силу возрастных особенностей 14-16 летние школьники активно пытаются включиться во взрослую жизнь, решая возникающие задачи. Вопросам профессиональной сферы стоит уделять большее внимание в 9 классе, потому что в этот период ребята определяют с будущей профессией, и решение такого рода задач помогает показать, чем занимается человек ее изучающий. Вопросы общественного характера знакомят школьников со статистиками, опросами и диаграммами, а научная сфера показывает применение математики к науке или технологиям.

Организация обучения по развитию функциональной математической грамотности на уроках алгебры и геометрии средней школы имеет ряд особенностей. Во-первых, предлагаемые задачи должны соответствовать возрасту обучающихся. Во-вторых, для более точного представления условия задачи необходимо предлагать учащимся строить схемы/чертежи, если это возможно. В-третьих, для более яркого показа применения математики в жизни педагоги могут применять разные приемы: выход с ребятами в магазины, на электростанцию, в ЖКХ, и т.д. В-четвертых, предлагаемые задачи могут стать частью урока, их решению можно посвятить урок целиком, либо работу можно распланировать на несколько дней: решить одно-два задания на первом уроке, третье включить в домашнюю работу, а четвертое – в проверочную. В-пятых,

обучение должно сопровождаться дискуссией и приводить учеников к самостоятельным выводам.

Анализ школьных учебников алгебры и геометрии 7-9 классов показал, что заявленная в школьной программе ориентация на практическое применение знаний в жизни реализуется достаточно плохо, поскольку насчитывается малое количество таких заданий, откуда школьники не могут понять, как применять изученный материал при решении жизненных вопросов. Авторы книг могут включить одну-две задачи на весь учебный год, а то и вообще их исключить. Тем не менее, упомянутые задачи, как правило, связаны с покупками, выбором продуктов для приготовления пищи, расчетами электроэнергии, воды, коммунальных услуг, здоровьем, прогнозами, анализом таблиц и т.д. Несомненно, вопрос о создании единого учебного материала для всех школ в этом плане будет весьма хорош тем, что каждый обучающийся сможет решить одинаковое количество задач, а, значит, увидит перспективы применения математики в жизни.

В рамках данной работы были созданы и подобраны задачи по развитию функциональной математической грамотности на уроках алгебры и геометрии для линии «Алгебра 7-9» авторов Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др., и «Геометрия 7-9 класс» авторов Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. В 7 классе были выбраны следующие темы по развитию математической грамотности: «Сравнение дробей», «Вычисления с рациональными числами», «Задачи на проценты», «Статистические характеристики», «Зависимости и формулы», «Решение задач с помощью пропорций», «Решение задач с помощью уравнений», «Графики вокруг нас», «Решение комбинаторных задач», «Сравнение отрезков», «Измерение отрезков», «Измерение углов», «Признаки равенства треугольников», «Параллельные прямые», «Неравенство треугольника». В 8 классе – «Решение задач с помощью уравнений», «Решение задач с помощью систем уравнений», «Степень с целым показателем», «Задача о нахождении стороны квадрата», «Решение задач с помощью квадратных уравнений», «Чтение графиков», «Что

такое функция. График функции», «Линейная функция», «Статистические характеристики», «Осевая и центральная симметрия», «Площадь многоугольника», «Теорема Пифагора», «Практические приложения подобия треугольников», «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника». В 9 классе – «Решение линейных неравенств», «Арифметическая прогрессия», «Геометрическая прогрессия», «Статистическое оценивание и прогноз», «Многогранники», «Тела и поверхности вращения».

Обучение школьников 8 класса по разработанным материалам показало, что улучшение результатов по решению предложенных задач не является случайным, а наличие базового и повышенного уровня у большинства ребят еще раз это подтверждает.

Таким образом, цель работы достигнута, поставленные задачи решены. В перспективе целесообразным может стать дальнейшая работа по созданию серии задач к урокам математики, алгебры и геометрии в 5-6 и 10-11 классах.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. 18-е изд. М.: Просвещение, 2009. 240 с.
2. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.]. 2-е изд. М.: Просвещение, 2014. 287 с.
3. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М.: Просвещение, 2013. 287 с.
4. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.]. 3-е изд. М.: Просвещение, 2016. 320 с.
5. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. 4-е изд. М.: Просвещение, 2017. 287 с.
6. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.]. 5-е изд. М.: Просвещение, 2010. 304 с.
7. Алексашина И.А., Абдулаева О.А., Киселев Ю.П. Формирование и оценка функциональной грамотности учащихся: учебно-методическое пособие. СПб.: КАРО, 2019. 160 с.
8. Алексеева Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности // Мир науки, культуры, образования. 2020. №4 (83). С. 2014-2018.
9. Воронщиков С.Г. Учебно-познавательная компетентность школьников: опыт системного конструирования // Управление современной школой. 2007. №6. С. 81-97.



10. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. М.: Просвещение, 2014. 390 с.
11. Денищева Л. О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А. Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике // Математика в школе. 2008. №6. С. 19- 30.
12. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 5 класс: Часть 1. 2-е изд. М.: «Ювента», 2011. 179 с.
13. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 5 класс: Часть 2. 2-е изд. М.: «Ювента», 2011. 240 с.
14. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 6 класс: Часть 1. 2-е изд. М.: «Ювента», 2010. 112 с.
15. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 6 класс: Часть 2. 2-е изд. М.: «Ювента», 2010. 128 с.
16. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 6 класс: Часть 3. 2-е изд. М.: «Ювента», 2010. 176 с.
17. Ермоленко В.А. Развитие функциональной грамотности обучающегося: теоретический аспект // Электронное научное издание Альманах Пространство и Время. 2015. № 1. Т.8 С. 20-30.
18. Зубарева И.И. Мордкович А.Г. Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений. 8-е изд. М.: Мнемозина, 2009. 264 с.
19. Зубарева И.И. Мордкович А.Г. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений. М.: Мнемозина, 2013. 270 с.
20. Иванова Т.А., Симонова О.В. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности // Вестник Вятского государственного университета. 2009. №1. С. 25-29.
21. Какоткина С.В. Развитие функциональной математической грамотности школьников // Урок.рф: [сайт]. 2021. 10 март. URL:

[https://урок.пф/library/formirovanie\\_funktcionalnoj\\_matematicheskoj\\_gramotn\\_180\\_230.html](https://урок.пф/library/formirovanie_funktcionalnoj_matematicheskoj_gramotn_180_230.html) (дата обращения 28.12.2021).

22. Карпенко О., Бершадская М., Вознесенская Ю. Международное исследование PISA и проблемы развития высшего образования // Вестник общественного мнения. Данные. Анализ. Дискуссии. 2007. № 5 С. 38-47.

23. Карташова Н.А. Подготовка школьников к исследованию PISA-2022 на уроках математики // URL: <https://pedsovet.su/load/43-1-0-58466> (дата обращения 13.12.2022)

24. Ковалева Г.С. Что необходимо знать учителю о функциональной грамотности // Вестник образования России. 2019. №16. С. 32-36.

25. Косенко В.А. Формирование функциональной грамотности у школьников на уроках математики // Мультиурок: [сайт]. 2021. 02 янв. URL: <https://multiurok.ru/files/formirovaniie-funktsional-noi-ghramotnosti-u-shkol.html> (дата обращения 02.01.2022).

26. Кошкина О.В. Функциональная грамотность на уроках математики // Инфоурок: [сайт]. 2016. 21 февр. URL: <https://infourok.ru/statuya-funkcionalnaya-gramotnost-na-urokah-matematiki-899896.html> (дата обращения 28.12.2021).

27. Математика №2. Москва, 2020. URL: <https://raum.math.ru/node/427> (дата обращения 04.01.2022).

28. Математика №6. Москва, 2021. URL: <https://raum.math.ru/node/179> (дата обращения 04.01.2022).

29. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2ч. Ч.1 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 37-е изд. М.: Мнемозина, 2019. 167 с.

30. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2ч. Ч.2 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 37-е изд. М.: Мнемозина, 2019. 199 с.

31. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2ч. Ч.1 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 37-е изд. М.: Мнемозина, 2019. 168 с.

32. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций: в 2ч. Ч.1 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 37-е изд. М.: Мнемозина, 2019. 160 с.

33. Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1. В 2-х частях. Часть 1. / Рослова Л.О., Ковалева Г.С., Краснянская К.А. [и др.]. М.: Просвещение, 2021. 79 с.

34. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций. М.: Вентана-Граф, 2015. 272 с.

35. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций. М.: Вентана-Граф, 2019. 252 с.

36. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра: 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.

37. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия: учебник для 7-го класса. Х.: Гимназия, 2008. 208 с.

38. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия: учебник для 8-го класса. Х.: Гимназия, 2016. 224 с.

39. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия: учебник для 9-го класса. Х.: Гимназия, 2017. 240 с.

40. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М.: Вентана-Граф, 2013. 304 с.

41. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.

42. Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений. 17-е изд. М.: Мнемозина, 2013. 271с.

43. Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений. 12-е изд. М.: Мнемозина, 2010. 271с.

44. Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е. Алгебра. 9 кл.: В двух частях. Ч.2: Задачник для общеобразоват. учреждений. М.: Мнемозина, 2005. 155с.

45. О внесении изменений в приказ от 04.12.2020 № 773-1 «Об утверждении титульных листов выпускных квалификационных работ бакалавра, специалиста, магистра, специалиста среднего звена в Тюменском государственном университете»: приказ Тюменского Государственного университета №346-1 от 28.05.2021 // Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Тюменский государственный университет». 2021. 12 с.

46. Об утверждении общих требований к выпускным квалификационным работам бакалавра, специалиста, магистра в Тюменском государственном университете: приказ Тюменского Государственного университета №12-1 от 20.01.2020 // Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Тюменский государственный университет». 2020. 26 с.

47. Об утверждении Положения о государственной итоговой аттестации (итоговой аттестации) по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет: приказ Тюменского Государственного университета №7-1 от 10.01.2017 // Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Тюменский государственный университет». 2017. 61 с.

48. Об утверждении Положения о проверке на объем заимствования и размещении в электронной библиотеке выпускных квалификационных работ и научных докладов об основных результатах подготовленных научно-квалификационных работ (диссертаций) в ФГАОУ ВО «Тюменский

государственный университет»: приказ Тюменского Государственного университета №97-1 от 26.02.2018 // Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Тюменский государственный университет». 2018. 24 с.

49. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA-2006 / В.Ю. Баранова, Г.С. Ковалева, Н.Г. Кошаленко [и др.]. М.: Центр оценки качества образования ИСМО РАО, 2007. 98 с.

50. Основные результаты международной программы PISA-2012: Новости ОЭСР. Образование, наука, новая экономика. Москва, 2014. URL: <https://www.hse.ru/data/2014/02/10/1327755976/Выпуск%202020Новости%20ОЭСР.pdf> (дата обращения 28.04.2022).

51. Основные результаты российских учащихся в международном исследовании читательской, математической и естественнонаучной грамотности PISA–2018 и их интерпретация / К. А. Адамович, А. В. Капуза, А. Б. Захаров, И. Д. Фрумин. М.: НИУ ВШЭ, 2019. 28 с.

52. Особенности формирования и оценки математической грамотности школьников / Л.О. Денищева, Н.В. Савинцева, И.С. Сафуанов [и др.] // Science for Education Today. 2021. №4. Т. 11 С.113-135.

53. Пожидаева Л.В. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики // Обучение и воспитание: методики и практика. 2013. №8 С.116-121.

54. Пустовалова Е. В., Шалимова О.А. Приёмы развития познавательных интересов на уроках математики // Актуальные вопросы современной педагогики: материалы IV Междунар. науч. конф. (г. Уфа, ноябрь 2013 г.). 2013. №97. С. 94-97.

55. Развитие функциональной грамотности обучающихся основной школы: методическое пособие для педагогов / Л.Ю. Панарина, И.В. Сорокина, О.А. Смагина, Е.А. Зайцева. Самара: СИПКРО, 2019. 114 с.

56. Региональное сетевое методическое объединение: [сайт]. Кострома, 2020. URL:<http://www.eduportal44.ru/sites/RSMO-test/DocLib315/> (дата обращения 03.01.2022).

57. Результаты международного сравнительного исследования PISA в России / Г.С. Ковалева, Э.А. Красновский, Л.П. Краснокутская [и др.] // Вопросы образования. 2004. №1. С. 114-156.

58. Российская школа: от PISA-2000 к PISA-2003 / А.Л. Венгер, Г.Р. Калимуллина, А.Г. Каспржак [и др.]. М.: Логос, 2006. 200 с.

59. Сайт института стратегии и развития образования Российской Академии [сайт]. Москва, 2022. URL: <http://skiv.instrao.ru/> (дата обращения 03.01.2022).

60. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2000> (дата обращения 23.04.2022).

61. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2003> (дата обращения 23.04.2022).

62. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2006> (дата обращения 23.04.2022).

63. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2009> (дата обращения 23.04.2022).

64. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2012> (дата обращения 23.04.2022).

65. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2015> (дата обращения 23.04.2022).

66. Сайт федерального института оценки качества образования [сайт]. Москва, 2022. URL: <https://fioco.ru/pisa-2018> (дата обращения 23.04.2022).

67. Симоновская, Г. А. Математическая грамотность школьника как компонент функциональной грамотности // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. № 4(20). С. 40-45.

68. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений. М.: Мнемозина, 2007. 381 с.

69. Сунцова С.В. Развитие познавательной активности учащихся на уроках математики в основной и старшей школе // Российский ученик Lesta: [сайт]. 2020. 14 сен. URL: <https://rosuchebnik.ru/material/razvitie-poznavatelnoy-aktivnosti-uchashchikhsya-na-urokakh-matematiki/> (дата обращения 21.06.2021).

70. Фролова П.И. К вопросу об историческом развитии понятия «Функциональная грамотность» в педагогической теории и практике // Наука о человеке: гуманитарные исследования. 2016. №1 (23). С. 179-185.

71. Холева, О. В. Развитие познавательного интереса на уроках математики // Проблемы и перспективы развития образования: материалы IV Междунар. науч. конф. (г. Пермь, июль 2013 г.). 2013. №72. С. 106-109.

72. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений. М.: Дрофа, 2012. 462 с.

73. Шумайлова Е.О Развитие функциональной математической грамотности учащихся в рамках проведения международного исследования PISA // Инфоурок: [сайт]. 2020. 28 май. URL: <https://infourok.ru/razvitie-funkcionalnoj-matematicheskoy-gramotnosti-uchashihsya-v-ramkah-provedeniya-mezhdunarodnogo-issledovaniya-pisa-4329756.html> (дата обращения 21.12.2021).

## Итоговая работа для учащихся 8 класса

## Вариант 1.

**1. Корм для собаки**

Алексей Петрович купил загородный дом, находящийся в 20 километрах от города. Летом он регулярно уезжает туда отдыхать на десять дней. В очередной раз он взял с собой взрослую породистую собаку высокой активности, весом 48 килограмм. Алексей Петрович знал, что отлучиться в город у него не получится, поэтому заранее приобрел для нее корм на 10 дней.

В таблицах 22,23 показаны рекомендации к кормлению взрослых собак и цены на различные виды корма. Если удастся выбрать из нескольких видов, то мужчина выбирает наиболее дешевый вариант.

Таблица 22

## Рекомендации к кормлению собак

Вес собаки, кг	Рекомендованная норма кормления, г/сутки	
	Низкая активность	Высокая активность
1	20-35	30-40
3	45-55	50-70
5	75-90	80-120
10	175-200	190-240
20	220-260	250-300
30	280-350	330-400
40	380-440	430-500
50	450-525	520-590
60	520-605	600-670

Таблица 23

## Виды кормов

Параметры	Вид корма			
	1	2	3	4
Возраст собаки	пожилой	взрослый	щенок	взрослый



Активность	низкая	высокая	высокая	высокая
Масса корма в 1 упаковке	15кг	16 кг	13 кг	15 кг
Цена за 1 упаковку	4300 руб.	2456руб.	1360 руб.	1500 руб.
Упаковка				

Определите корм под каким номером приобрел Алексей Петрович и укажите стоимость за 1 упаковку.

### КОРМ ДЛЯ СОБАКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

Сложность: легкое.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 24.

Таблица 24

#### Ответы на вопрос про корм для собак

1 балл	0 баллов
4, 1500 руб.	Другие ответы/ответы отсутствуют

### 2. Такси.

Такси – это средство передвижения пассажиров в указанную ими точку с оплатой проезда по таксометру.

В такси «Максим» действует несколько тарифов: эконом, комфорт и почасовая оплата. Стоимость поездки (в рублях) рассчитывается по следующей формуле:  $\text{Стоимость} = \text{минимальная стоимость} + (\text{стоимость за минуту} * \text{время в пути}) + (\text{стоимость за км} * \text{расстояние поездки})$ . Минимальная стоимость по тарифу «Эконом» составляет 70 руб., по тарифу «Комфорт» - 80 руб. Стоимость 1 минуты в данных тарифах равна 5 руб., а 1 километра – 2 руб. Почасовая оплата предполагает стоимость 240 руб. и рассчитана на 10 км. пути. Далее поездка оплачивается из расчета 4 руб./мин. и 1 руб./км.

Иван собирается воспользоваться услугами такси «Максим». Ему необходимо совершить поездку длиной 8 км. В среднем таксист проезжает

данное расстояние за 10 минут. Выберите наиболее выгодный тариф поездки с учетом имеющихся данных. В ответ укажите название тарифа и покажите расчеты, обосновывающие Ваш ответ.

### ТАКСИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

Сложность: среднее.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 25.

Таблица 25

#### Ответы на вопрос про такси

2 балла	1 балл	0 баллов
<p>Эконом: <math>70 + (5 * 10) + (2 * 8) = 136</math> рублей</p> <p>Комфорт: <math>80 + (5 * 10) + (2 * 8) = 146</math> рублей</p> <p>Почасовая оплата: 240 рублей</p> <p>Ответ: тариф «Эконом»</p>	<p>Тариф «Эконом» указан верно, но не приведен пример или приведен не верно</p>	<p>Другие ответы/ответы отсутствуют</p>

### 3. Сессия студента

Юрий поступил в университет и по прошествии 2 месяцев ему объявили, что с 1 ноября (пятница) он выходит на сессию, которая продлится ровно 1 месяц. Институт работает по шестидневной рабочей неделе: с понедельника по субботу. В этом году в ноябре есть дополнительно 2 праздничных дня: 4 и 5.

Юрий живет дома, и каждый день добирается до университета разными способами: на автобусе, трамвае, с другом на машине. Поездка на автобусе от дома до места учебы составляет 138 рублей, на трамвае – 52 рубля. Юрий может ездить на учебу с другом, оплачивая ему половину стоимости бензина и покупая кофе на заправке стоимостью 110 рублей. Расстояние от их места встречи до университета равно 18 километров, а на каждые 100 километров дороги автомобиль расходует 6,2 литра. Юрий знает, что друг заправляет автомобиль 95-м бензином по цене 50,30 рублей за литр.

Какой вариант передвижения будет наиболее выгодным для Юрия, если он будет добираться туда и обратно одинаковым транспортом весь месяц? В ответ укажите название транспорта и сумму, затраченную на дорогу.

**СЕССИЯ СТУДЕНТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС**

Сложность: среднее.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 26.

Таблица 26

**Ответы на вопрос про сессию студента**

2 балла	1 балл	0 баллов
<p>В ноябре Юрий совершит 24 поездки.  <math>24 * 138 * 2 = 6624(p)</math> - на автобусе  <math>24 * 52 * 2 = 2496(p)</math> - на трамвае  <math>18 * (6,2 : 100) * 50,30 * 24 : 2 \approx 673,62(p)</math> - на машине  <math>110 * 24 = 2640(p)</math> – за кофе  <math>673,62 + 2640 = 3313,62(p)</math>- общая сумма за движение на машине            Ответ: выгоднее передвигаться на трамвае, 2496 рублей</p>	<p>Средство передвижения указано верно, но не приведена сумма затрат.</p>	<p>Другие ответы/ответы отсутствуют</p>

**4. Ремонт комнаты**

Дом или квартира – это место, где можно отдохнуть или расслабиться после учебы или работы. Очень важно, чтобы это место не раздражало и не напрягало Вас, поэтому изредка необходимо делать ремонт с целью освежения комнат.

Семья Л. имеет двухкомнатную квартиру и решила сделать ремонт в большой жилой комнате: переклеить обои на 3 стенах, а во всю длину и высоту стены, которая граничит с прихожей и другой жилой комнатой поставить шкаф. Высота от пола до потолка составляет 2,8 метра. Супруги приобрели 8 рулонов обоев шириной 53 сантиметра и длиной 10 метров и купили наиболее подходящий дешевый клей.



Рис. 2 Иллюстрация к задаче о ремонте квартиры

Приехав домой и прочитав инструкцию, семья Л. узнала, что клей нужно наносить и на стену, и на обои, а также учесть 10% на потери. Хватит ли купленного количества пачек клея? Если нет, укажите сколько пачек необходимо докупить.

### РЕМОНТ КВАРТИРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

Сложность: сложное.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 27.

Таблица 27

#### Ответы на вопрос про ремонт квартиры

2 балла	1 балл	0 баллов
<p>Площадь оклеиваемого места: <math>(3,49 + 5,54 + 3,47) * 2,8 = 35(\text{м}^2)</math></p> <p>Самый дешевый вариант выбора клея: 2 пачки клея №3</p> <p>Новая площадь нанесения клея: <math>35 * 2 = 70 (\text{м}^2)</math></p> <p>10 % от <math>70 \text{ м}^2 = 7 (\text{м}^2)</math></p> <p>Общая площадь на оклеивание: <math>70 + 7 = 77 (\text{м}^2)</math></p> <p>Количество необходимых пачек: <math>77 : 20 \approx 4</math></p> <p>Так как семья купила 2 пачки клея под № 3, то нужно докупить ещё 2 пачки</p> <p>Выполнены без ошибок все вычисления и дан правильный ответ.</p>	<p>Вычисления выполнены верно, но отсутствует ответ на вопрос задачи ИЛИ ответ на вопрос присутствует, но не приведены вычисления</p>	<p>Другие ответы/ответы отсутствуют</p>

Вариант 2.

1. Такси.

Такси – это средство передвижения пассажиров в указанную ими точку с оплатой проезда по таксометру.

В такси «Максим» действует несколько тарифов: эконом, комфорт и почасовая оплата. Стоимость поездки (в рублях) рассчитывается по следующей формуле: Стоимость = минимальная стоимость + (стоимость за минуту \* время в пути) + (стоимость за км \* расстояние поездки). Минимальная стоимость по тарифу «Эконом» составляет 70 руб., по тарифу «Комфорт» - 80 руб. Стоимость 1 минуты в данных тарифах равна 5 руб., а 1 километра – 2 руб. Почасовая оплата предполагает стоимость 240 руб. и рассчитана на 10 км. пути. Далее поездка оплачивается из расчета 4 руб./мин. и 1 руб./км.

Рассчитайте стоимость 15 минутной и 10 км. поездки на тарифе «Комфорт»?

### **ТАКСИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС**

Сложность: легкое.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 28.

Таблица 28

#### Ответы на вопрос про такси

1 балл	0 баллов
175 рублей	Другие ответы/ответы отсутствуют

### **2. Корм для собаки**

Алексей Петрович купил загородный дом, находящийся в 20 километрах от города. Летом он регулярно уезжает туда отдыхать на десять дней. В очередной раз он взял с собой взрослую породистую собаку высокой активности, весом 48 килограмм. Алексей Петрович знал, что отлучиться в город у него не получится, поэтому заранее приобрел для нее корм на 10 дней.

В таблицах 29,30 показаны рекомендации к кормлению взрослых собак и цены на различные виды корма.

## Рекомендации к кормлению собак

Вес собаки, кг	Рекомендованная норма кормления, г/сутки	
	Низкая активность	Высокая активность
1	20-35	30-40
3	45-55	50-70
5	75-90	80-120
10	175-200	190-240
20	220-260	250-300
30	280-350	330-400
40	380-440	430-500
50	450-525	520-590
60	520-605	600-670

Таблица 30

## Виды кормов

Параметры	Вид корма			
	1	2	3	4
				
Возраст собаки	пожилой	взрослый	щенок	взрослый
Активность	низкая	высокая	высокая	высокая
Масса корма в 1 упаковке	15кг	16 кг	13 кг	15 кг
Цена за 1 упаковку	4300 руб.	2456руб.	1360 руб.	1500 руб.

Алексей Петрович купил корм своему другу на 10 дней, выбрав среди представленных подходящих самый дешевый. Рассчитайте на сколько дней его хватит, ответ объясните.

**КОРМ ДЛЯ СОБАКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС**

Сложность: среднее.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 31.

Таблица 31

Ответы на вопрос про корм для собак

2 балла	1 балл	0 баллов
<p>Так как на 10 дней собаке нужно 5200-5900 грамм, то подходит 2 и 4 вид корма, но 4 дешевле, поэтому его купит Алексей Петрович.</p> <p><math>15 \text{ кг} = 15000 \text{ гр.}</math></p> <p><math>15000 : 520 \approx 28,8 \approx 28 \text{ дней}</math></p> <p><math>15000 : 590 \approx 25,4 \approx 25 \text{ дней}</math></p> <p>Ответ: от 25 до 28 дней.</p>	<p>Приведено верно количество дней (в том числе любое значение из промежутка), но отсутствуют вычисления ИЛИ в вычислениях допущена ошибка, но ответ дан верно (в том числе любое значение из промежутка)</p>	<p>Другие ответы/ответы отсутствуют</p>

### 3. Ремонт комнаты

Дом или квартира – это место, где можно отдохнуть или расслабиться после учебы или работы. Очень важно, чтобы это место не раздражало и не напрягало Вас, поэтому изредка необходимо делать ремонт с целью освежения комнат.

Семья Л. имеет двухкомнатную квартиру и решила сделать ремонт в большой жилой комнате: переклеить обои на 3 стенах, а во всю длину и высоту стены, которая граничит с прихожей и другой жилой комнатой поставить шкаф. Высота от пола до потолка составляет 2,8 метра. Супруги приобрели 7 рулонов обоев шириной 53 сантиметра и длиной 10 метров. Они рассчитали, что такого количества хватит, если клеить листы обоев целыми кусками от пола до потолка. Не ошиблись ли супруги? Приведите обоснование и числовые вычисления.



Рис. 3 Иллюстрация к задаче о ремонте двухкомнатной квартиры

**РЕМОНТ КВАРТИРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС**

Сложность: среднее.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 32.

Таблица 32

**Ответы на вопрос про ремонт квартиры**

2 балла	1 балл	0 баллов
Периметр оклеиваемого места: $3,49 + 5,54 + 3,47 = 12,5(\text{м})$ Количество необходимых кусков обоев: $12,5 : 0,53 \approx 24$ (округляем в большую сторону) Количество кусков из одного рулона: $10 : 2,8 \approx 3$ (округляем в меньшую сторону) Количество всех необходимых рулонов: $24 : 3 = 8$ Так как было куплено 7 рулонов, то нужно докупить еще один Ответ: ошиблись на 1 рулон.	Вычисления выполнены верно, но отсутствует ответ на вопрос задачи	Другие ответы/ответы отсутствуют

**4. Сессия студента**

Юрий поступил в университет и по прошествии 2 месяцев ему объявили, что с 1 ноября (пятница) он выходит на сессию, которая продлится ровно 1 месяц. Институт работает по шестидневной рабочей неделе: с понедельника по субботу. В этом году в ноябре есть дополнительно 2 праздничных дня: 4 и 5.

Юрий живет дома, и каждый день добирается до университета разными способами: на автобусе, трамвае, с другом на машине. Поездка на автобусе от дома до места учебы составляет 138 рублей, на трамвае – 52 рубля. Юрий может ездить на учебу с другом, оплачивая ему половину стоимости бензина и покупая кофе на заправке стоимостью 110 рублей. Расстояние от их места встречи до университета равно 18 километров, а на каждые 100 километров дороги автомобиль расходует 6,2 литра. Юрий знает, что друг заправляет автомобиль 95-м бензином по цене 50,30 рублей за литр.



Какой вариант передвижения туда и обратно выбрали бы Вы? Свой ответ обоснуйте расчетами. Какие обстоятельства нужно еще учитывать при выборе способа поездки? Укажите не менее двух обстоятельств.

### СЕССИЯ СТУДЕНТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

Сложность: сложное.

Возможные варианты ответов и количество баллов приведены в таблице 33.

Таблица 33

#### Ответы на вопрос про сессию студента

2 балла	1 балл	0 баллов
<p>В ноябре Юрий совершит 24 поездки.</p> <p><math>24 * 138 * 2 = 6624(p)</math> - на автобусе</p> <p><math>24 * 52 * 2 = 2496(p)</math> - на трамвае</p> <p><math>18 * (6,2 : 100) * 50,30 * 24 : 2 \approx 673,62(p)</math></p> <p>- на машине</p> <p><math>110 * 24 = 2640(p)</math> – за кофе</p> <p><math>673,62 + 2640 = 3313,62(p)</math>- общая сумма за движение на машине</p> <p>Нужно учитывать время поездки, компанию, зависимость/независимость от расписания движения транспорта и др.</p> <p>Приведены расчеты стоимости проезда и обоснован ответ.</p>	<p>Стоимость проезда на транспорте указана верно, но не обоснован ответ.</p>	<p>Другие ответы/ответы отсутствуют</p>

Комплекс задач по формированию функциональной математической грамотности у учащихся 7 класса

**Тема: «Сравнение дробей»**

Русское географическое общество занимается сохранением и изучением редких видов кошачьих: амурского тигра, дальневосточного леопарда, ирбиса, манула и рыси.

Амурский тигр – один из самых крупных наземных животных нашей планеты: длина туловища самцов достигает 2,2 метра, вес – 185 килограмм. Тигр всеяден, он может съесть как лягушку, так и медведя. А за один прием общее количество съеденной пищи может достигать до 35 килограмм. Тигр может совершить прыжок вверх на 5 метров и в длину на 10 метров.

Дальневосточный леопард – самый редкий подвид семейства кошачьих на Земле. На данный момент насчитывается порядка 80 особей. Длина самцов достигает 136 сантиметров, вес доходит до 0,6 центнеров. Питается леопард в основном копытными, а также енотовидными собаками, барсуками, зайцами. Он не нападает на домашний скот, но может охотиться на собак.

Снежный барс, или ирбис – единственный вид рода ирбисов и единственный крупный представитель семейства кошачьих, обитающий в высокогорьях Центральной Азии. Самец снежного барса достигает в длину 49,21 дюйма и весит до 0,045 тонны. Основу питания ирбисов составляют горные козлы, бараны, косули, кабаны, сурки, зайцы и улары. Когда до добычи остается несколько метров, снежный барс выскакивает из укрытия и в прыжке 700 сантиметров ее настигает. Растительную пищу ирбис употребляет только летом.

Манул – хищное млекопитающее семейства кошачьих, одна из наименее изученных диких кошек мира. Она выглядит как типичная мелкая кошка. Длина тела достигает 650 миллиметров, а вес может достигать до 6000 грамм.

Рысь – род хищных млекопитающих семейства кошачьих, наиболее близкий к роду кошки. Обитает в России, Скандинавии, Финляндии, Испании и

некоторых областях Польши и Чехии. Длина тела самца достигает 106 сантиметров, вес – 0,37 пудов. Рысь не только прекрасно лазит по скалам и деревьям, но и совершает большие прыжки длиной до 40 дециметров.



Рис. 4. Иллюстрация к задаче по теме «Сравнение дробей»

\* 1 пуд – 16,38 кг, 1 дюйм – 2,54 см.

1. Переведите числа, которые упомянуты в тексте в единые единицы измерения: сантиметры, дециметры и дюймы в метры, килограммы, центнеры, пуды, граммы – в тонны. Сравните получившиеся числа.

2. Кто из перечисленных животных самый длинный, а кто самый тяжелый?

3. Амурский тигр, снежный барс или рысь совершают самый длинный прыжок?

**Тема: «Вычисления с рациональными числами»**

I. Перед вами план участка семьи Н. Цифрами занумерованы следующие объекты: 1 – баня, 2 – огород, 3 – дом, 4 – гараж. Известно, что длина участка составляет 19,4 м, а ширина на 2,8 м. меньше.

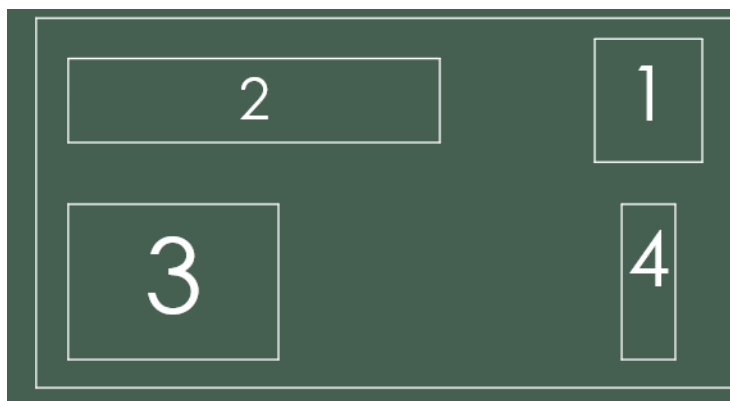


Рис. 5. Иллюстрация к задаче по теме «Вычисления с рациональными числами»

1. Глава семьи решил поставить забор по периметру всего участка. Сколько метров железа ему понадобится купить?

2. Хватит ли 5м. расстояния для постройки беседки между домом и огородом, если ширина огорода 2,2 м., ширина дома 9м., а расстояние от забора до дома и до огорода составляет по 1м?

3. На сколько метров отличается периметр бани и гаража, если баня имеет размеры 4,1 м и 3,8м, а размеры гаража – 2 м и 1,4м?

II. Всякий человек ведет свою экономику в домашнем хозяйстве – зарабатывает на жизнь и удовлетворяет потребности себя и своей семьи. Каждый месяц он получает счет-квитанцию за коммунальные услуги, к которым относится наем, плата за стационарный телефон, кабельное телевидение - по необходимости, холодная и горячая вода, канализация, отопление, вывоз мусора, электроэнергия – вне зависимости от места проживания, уборка подъезда, содержание двора, текущий ремонт здания, капитальный ремонт здания, освещение мест общего пользования – проживающим в квартирах. Ниже представлена таблица 34 с указанием тарифов для перечисленных выше услуг.

Таблица 34

Таблица коммунальных услуг

№ п/п	Вид услуги	Единица услуги	Тариф
1	Наем	с кв. м	1, 60 руб.
2	Холодная вода	с чел. в месяц/м <sup>3</sup>	48 руб.
3	Горячая вода	с чел. в месяц/м <sup>3</sup>	92 руб.
4	Канализация	с чел. в месяц	240 руб.
5	Отопление	с кв. м	17,8 руб.
6	Вывоз твердых бытовых отходов (ТБО)	с чел. в месяц	154,06 руб.
7	Уборка подъезда	с кв. м	1,07 руб.
8	Содержание двора	с кв. м	7,8 руб.
9	Тек. ремонт ж/здания	с кв. м	18,2 руб.
10	Капитальный ремонт ж/зданий	с кв. м	12,5 руб.
11	Электроэнергия	за 1 кВт·ч	1,32 руб.
12	За телефон	в месяц	320 руб.

13	Кабельное телевидение	в месяц	86 руб.
14	За освещение мест общего пользования (МОП)	С каждой квартиры	7 кВт·ч.

Задание 1. Вычислите, сколько нужно заплатить семье за электроэнергию по показаниям счетчика из таблицы 35:

Таблица 35

## Показания счетчика

№ п/п	Показания счетчика		Оплата по счетчику
	предыдущее	последующее	
1	5646	5987	
2	5697	5785	
3	1234	1453	
4	6582	6743	
5	2481	3201	

Примечание: при оплате за электроэнергию с каждой семьи дополнительно взимается плата за освещение мест общего пользования.

Задание 2. В семье 3 человека. Рассчитайте плату за вывоз мусора за 1 месяц? 2 месяца? 3 месяца? Полгода? Год?

Задание 3. Рассчитайте сколько денег уходит на оплату телефона и кабельного телевидения в месяц? 2 месяца? 3 месяца? Полгода? Год?

Задание 4. Минута разговора Казахстан – Исетское стоит 8,50 руб. Сколько будет стоить разговор продолжительностью 3,5,10,15,30 минут?

Если человек не передает показания за воду своевременно, то жилищно-коммунальное хозяйство вправе насчитать плату за месяц по нормативам: 4,41 куб.м. на одного человека в месяц за холодную воду и 3,19 куб.м. – за горячую.

Задание 5. В семье 2 человека. Сколько стоит оплата за холодную и горячую воду в месяц, если у семьи отсутствует счетчик воды? Какая будет оплата за семью в 3,4,5 человек?

Задание 6. Семья состоит из 3 человек. В их квартире установлены счетчики холодной и горячей воды. В текущем месяце при снятии показаний

были получены следующие данные: показания холодной воды – 5, 670, горячей – 7,120. В прошлом месяце показания были следующими: 3, 980 – холодная вода, 3,110 – горячая. Рассчитайте оплату за месяц по счетчикам и сделайте вывод: зависит ли количество прописанных в доме человек при плате?

Задание 7. Семья из 4 человек снимает квартиру общей площадью 40 кв. м. Сколько стоит оплата за отопление, уборку подъезда, содержание двора, текущего и капитального ремонта зданий в месяц? Если в семье станет на 1 человека больше, изменится ли эта плата? Почему?

Задание 8. Сколько рублей платит семья из 2 человек за наем квартиры площадью 25 кв.м? Если площадь квартиры станет 35 кв.м., 40 кв.м, как изменится их оплата? Зависит ли она от количества человек в семье?

Задание 9. Семья из 5 человек снимает квартиру площадью 80 кв.м. В этой квартире имеется кабельное телевидение, стационарного телефона нет. Рассчитайте оплату всех коммунальных услуг за месяц, если показания счетчика за электроэнергию, следующие: предыдущие – 4529, текущие – 4901. Счетчики холодной и горячей воды отсутствуют.

### ***Тема: «Задачи на проценты»***

I. Большинство людей мечтают о создании семьи, путешествиях, получении хорошего образования, детях, машине, квартире или частном доме. Для кого-то эти мечты смогут стать явью, не прилагая дополнительных усилий, кто-то вынужден брать кредит, а для кого-то не хватает денег и покрыть ежедневные потребности.

Никита Игоревич и Надежда Александровна женаты два года и мечтают на следующий год в июле съездить отдохнуть в горы. Чтобы не тратить приличную сумму сразу в один месяц, они решили грамотно спланировать свой бюджет и откладывать каждый месяц 10% своего дохода. Зайдя в сбербанк онлайн, они увидели свою общую семейную статистику расходов. Проанализировав несколько месяцев, семья пришла к выводу, что большую часть денег они тратят на перевод денежных средств родителям, онлайн-маркеты, погашение кредитов и супермаркеты (на скриншоте оставшаяся часть денег – перевод родителям).

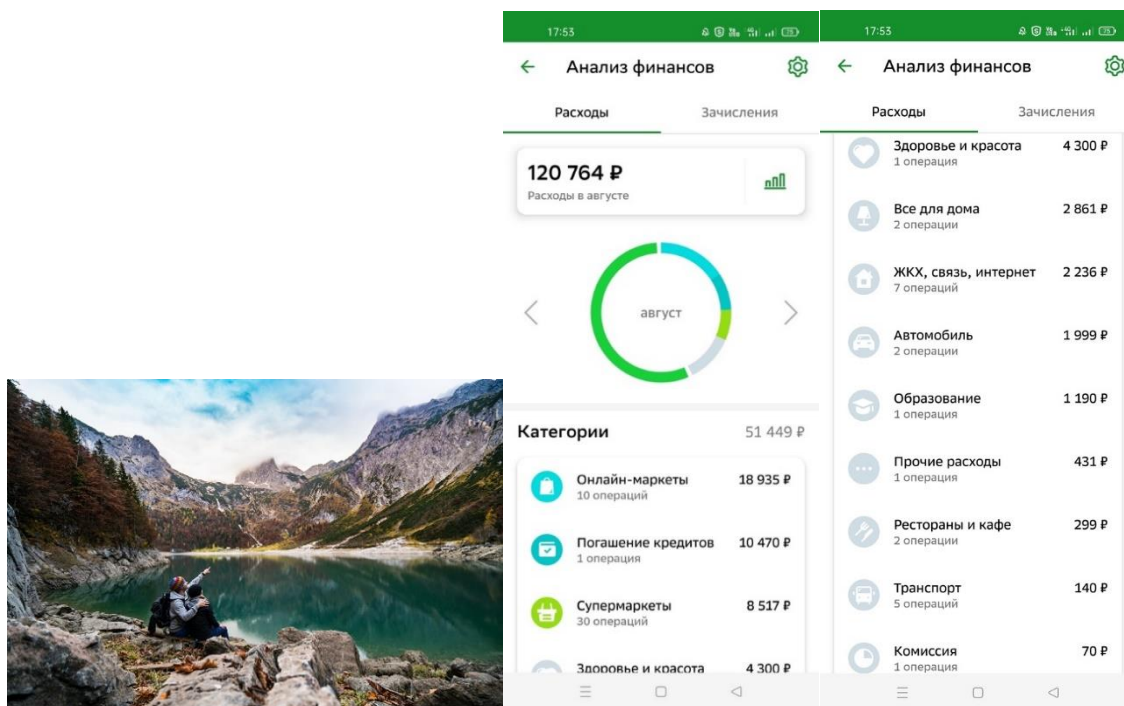


Рис. 6. Иллюстрации к задаче про финансы по теме «Задачи на проценты»

1. Какие пункты расходов можно уменьшить, на сколько, и почему, чтобы можно было откладывать на отдых?

2. Зарплата Надежды Александровны 65 тысяч рублей, а Никиты Игоревича – 57 тысяч. Супруги выбрали путевку стоимостью 240 тысяч рублей и начали откладывать на нее с сентября месяца. В феврале у семьи планируется третья годовщина свадьбы, на которую друзья хотят подарить 50 тысяч. Придется ли Никите Игоревичу и Надежде Александровне брать кредит на отдых? Если да, то сколько?

3. Какой максимальный процент дохода следует откладывать молодой семье, чтобы купить путевку без посторонней помощи?

II. Величина прожиточного минимума в 2021г. в Тюменской области в базисном периоде составляет 12376 руб., из них жители в среднем тратят 60% на приобретение продуктов питания, 8% — на оплату услуг, 6% — на оплату налогов, остальное на другие нужды. В отчетном периоде цены на продовольственные товары возросли на 12%, на непродовольственные товары — на 15%, на услуги – на 10%. Величина налогов и сборов осталась на уровне базисного периода.

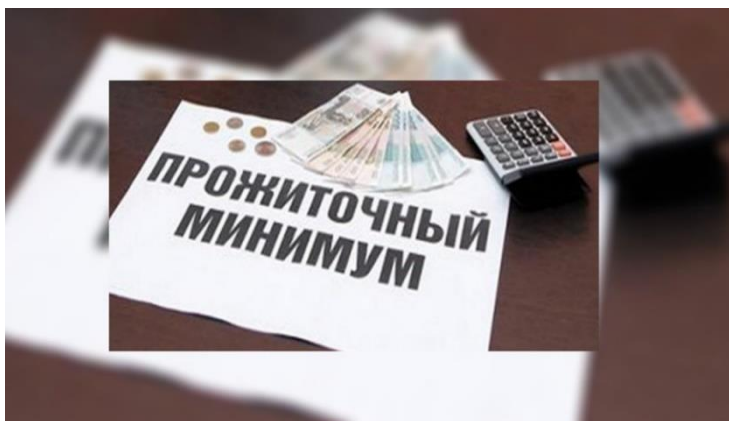


Рис. 7 Иллюстрация к задаче о прожиточном минимуме по теме «Задачи на проценты»

- 1) Рассчитайте стоимость каждого элемента прожиточного минимума в базисном периоде и определите остаток денежных средств на другие нужды.
- 2) Определите индекс стоимости жизни и сделайте вывод об его уменьшении или увеличении.

\* Индекс стоимости жизни – отношение величины нового прожиточного минимума к старому.

***Тема: «Статистические характеристики»***

Ознакомьтесь с данными таблицы 36 о средней месячной и годовой температурой воздуха за 2020 год в городе Тюмень и Тобольск. По результатам анализа выявлено, что среднегодовая температура воздуха в Тюменской области составляла  $+0,9^{\circ}\text{C}$ , среднемесячная температура января:  $-17,4^{\circ}\text{C}$ , июля:  $+18,2^{\circ}\text{C}$ .

Таблица 36

Температура воздуха в 2020 году

Месяцы											
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Тюмень											
-9,9	-5,9	0,6	6,8	14,9	14,6	21,5	18,3	10,2	4,0	-6,1	-13,2
Тобольск											
-12,3	-7,1	-0,5	6,4	15,4	14,5	20,3	17,7	9,9	3,2	-6,2	-14,8





Рис. 8. Иллюстрация к задаче по теме «Статистические характеристики»

1. Найдите отклонение от среднегодовой температуры воздуха в городах.
2. В каком городе было наибольшее и наименьшее отклонение от среднемесячной температуры в январе и июле?

**Тема: «Зависимости и формулы»**

I. Слово «температура» возникло в те времена, когда люди считали, что в более нагретых телах содержится большее количество особого вещества — теплорода, чем в менее нагретых. Поэтому температура воспринималась как крепость смеси вещества тела и теплорода. По этой причине единицы измерения крепости спиртных напитков и температуры называются одинаково — градусами. В настоящее время известно о существовании нескольких шкал измерения температуры. В России, например, это шкала Цельсия, в термодинамике – шкала Кельвина, в Англии – шкала Фаренгейта и другие.

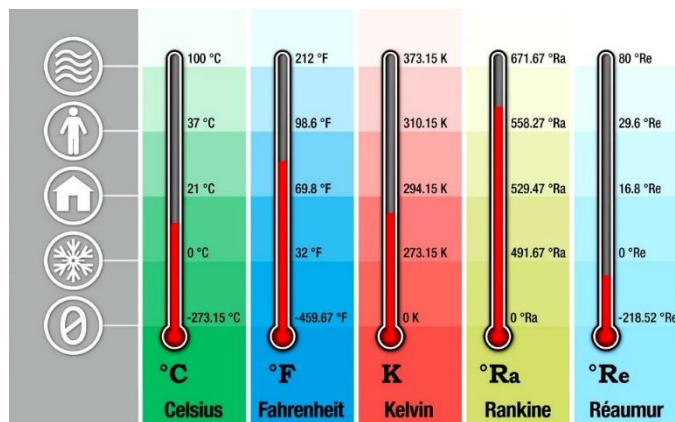


Рис. 9. Иллюстрация к задаче о связи градусов Цельсия и Фаренгейта по теме «Зависимости и формулы»

Для пересчета температурных значений по градусам Цельсия и Фаренгейта пользуются следующими формулами:  $^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) : 1,8$  – из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия,  $^{\circ}\text{F} = 1,8 * ^{\circ}\text{C} + 32$  – из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта. Школьник из России, обучаясь в Осине в один из учебных дней почувствовал себя плохо и вызвал скорую помощь. На вызов приехал врач, который сообщил ему, что температура его тела составляет  $102^{\circ}\text{F}$ . Стоит ли школьнику оставаться дома? Объясните почему. Ответить на вопрос Вам поможет следующая таблица 37:

Таблица 37

## Нормы температуры тела

Температура тела, $^{\circ}\text{C}$	Оценка температуры
От 35 до 36,4	Пониженная
От 36,5 до 37	Нормальная
От 37,1 до 39	Повышенная
Больше 39	высокая

I. Обязанность каждого гражданина – своевременно вносить плату за коммунальные услуги: газоснабжение, электричество, свет, водоснабжение, твердые бытовые отходы, капитальный ремонт (для проживающих в квартире) и другие блага. В случае если оплата будет внесена не в срок, в квитанции можно увидеть строку со словом «пени». Пени – сумма денежных средств, начисляемая на задолженность за каждый календарный день просрочки основного платежа. В соответствии со статьей 14 ЖК РФ с 01.01.2016 года пени с 1 по 30 день просрочки не начисляются, с 31 по 90 день – начисляются в размере  $\frac{1}{300}$  ставки рефинансирования, а с 91 дня – в размере  $\frac{1}{130}$  ставки рефинансирования. Таким образом, при сумме долга 2100 рублей, 32 днях просрочки и 7,5% ставки Центрального Банка пени составят 16 рублей 80 копеек.

РАСЧЕТ РАЗМЕРА ПЛАТЫ ЗА ЖИЛОЕ ПОМЕЩЕНИЕ, КОММУНАЛЬНЫЕ И ИНЫЕ УСЛУГИ ЗА ИЮНЬ 2017г.									
Виды услуг	Объем услуг	Единица измерения	Тариф, руб.	Начислено по тарифу, руб.	Перерасчеты всего, руб.	Задолженности Переплата (+) на начало периода, руб.	Оплачено в ИЮНЬ 2017г., руб.	ИТОГО К ОПЛАТЕ ЗА ИЮНЬ 2017г.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Начисления за содержание жилого помещения, взнос на капитальный ремонт									
ВЗНОС НА КАПИТАЛЬНЫЙ РЕМОНТ	109,9	М2	8,65	950,64	912,17	3 725,82	2 277,06	3 311,37	
ГОРЯЧЕЕ ВОДОСНАБЖЕНИЕ ОДН	4,882	М3	0	327,41	0,00	166,06	110,77	382,70	
СОДЕРЖАНИЕ ЖИЛОГО ПОМЕЩЕНИЯ	109,9	М2	37,8	4 154,22	0,00	18 982,11	7 451,06	15 884,87	
ХОЛОДНОЕ ВОДОСНАБЖЕНИЕ ОДН	2,36	М3	0	45,85	0,00	42,66	12,25	76,26	
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЕ ОДН	22,704	кВт.ч	3,37	76,51	0,00	219,36	109,12	186,75	
Начисления за коммунальные услуги									
ГОРЯЧЕЕ ВОДОСНАБЖЕНИЕ	12	М3	19,43	233,16	0,00	1 045,63	348,80	1 029,89	
ГОРЯЧЕЕ ВОДОСНАБЖЕНИЕ	12	М3	114,7	1 376,40	0,00	5 172,61	1 489,34	9 079,67	
ОТВЕДЕНИЕ СТОЧНЫХ ВОД	27	М3	23,85	643,95	0,00	3 451,16	1 205,59	2 880,52	
ОТОПЛЕНИЕ	0	Гкал	0	0,00	0,00	18 115,29	6 032,02	12 983,27	
ХОЛОДНОЕ ВОДОСНАБЖЕНИЕ	15	М3	19,43	291,45	0,00	1 653,30	585,91	1 358,84	
Начисления за иные услуги									
НАКОПИТЕЛЬНЫЙ ФОНД	109,9	М2	2	219,80	0,00	1 004,34	394,26	829,88	
ОБСЛУЖИВАНИЕ ДОМОВОДА	1	ед.	54,92	54,92	0,00	237,76	103,12	199,26	
				Всего за июнь 2017г.:	8 384,01	912,17	54 815,90	20 000,00	44 112,98
*Сумма задолженности по пени на начало расчетного периода									
								0,00	
Начислено пени за:								415,63	
Всего пени								415,63	
Итого к оплате за июнь 2017г.:								44 527,71	

Рис. 10. Иллюстрация к задаче о пенях по теме «Зависимости и формулы»

- 1) Рассчитайте пени, которые заплатит человек, просрочивший оплату ЖКХ за 93 дня при сумме долга 3500 и ставке рефинансирования 6,5%.
- 2) Ставка Центрального Банка увеличилась до 9,1%. Можно ли уменьшить количество дней просрочки, чтобы сумма пеней не изменилась? Если можно, то укажите на сколько.

**Тема: «Решение задач с помощью пропорций»**

I. Витамин С защищает организм от инфекций и вирусов, и никто не спорит о его пользе. Он содержится в продуктах растительного происхождения, зеленых грецких орехах, лимонах, апельсинах, облепихе, плодах шиповника и других продуктах. Так, например, в 100 граммах яблок содержится примерно 20 миллиграмм этого витамина.

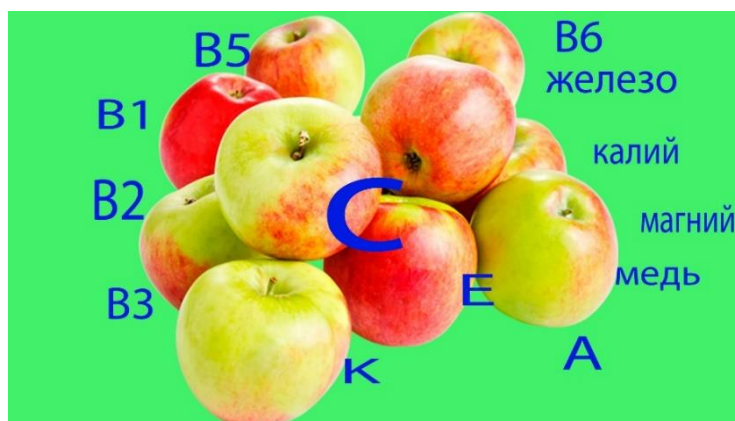


Рис. 11. Иллюстрация к задаче о витамине С по теме «Решение задач с помощью пропорций»

1. Рассчитайте сколько витамина С содержится в 1 килограмме яблок?

2. Учитывая, что суточная доза витамина для взрослого человека составляет 90 миллиграмм определите, сколько таких доз заменяет килограмм яблок?

II. Банан является одним из наиболее питательных и полезных фруктов. Он содержит много витаминов и различных полезных веществ. Его употребляют в свежем, вареном, вяленом и сушеном виде. Изучите данные таблицы 38 и ответьте на вопросы.

Таблица 38

## Информация о бананах

	Спелый банан	Зеленый банан	Сушеный банан
Калорийность, Ккал/100г	96	108	298
Белки, г	1,6	1,1	3,2
Жиры, г	0,2	0,3	1,0
Углеводы, г	23,6	25,3	69,9
Клетчатка, г	0,88	1	2,6



Рис. 12. Иллюстрация к задаче о бананах по теме «Решение задач с помощью пропорций»

1. Сколько грамм белков содержится в 120 г спелого банана?
2. Сколько углеводов содержится в 80г сушеного банана?
3. Какой вид банана содержит больше всего клетчатки? Определите сколько грамм клетчатки будет содержаться в 150г этого банана?

**Тема: «Решение задач с помощью уравнений»**

Петя в период с 15 июня по 15 августа находился в гостях у бабушки с дедушкой в Екатеринбурге. Отец Пети позвонил дедушке и попросил выехать с сыном 16 августа в 8:00 ему на встречу, договорившись встретиться на трассе Исетское-Шадринск-Екатеринбург, протяженность которой составляет 349 километров. У дедушки Пети автомобиль отечественного происхождения – ВАЗ 2107, а у папы Пети японский автомобиль – Toyota. 16 августа утром машина дедушки сломалась, и он выехал из города только спустя 4 часа, в то время как папа Пети выехал вовремя, однако попал на огромный ремонт дороги, где стояло ограничение 80 км/ч.



Рис. 13. Иллюстрация к задаче по теме «Решение задач с помощью уравнений»

1. Сколько времени Петя провел в дороге, если скорость дедушкиной машины в среднем 65 км/ч?
2. Считая, что скорость автомобилей не менялась, и после встречи родственники остановились на перекус в кафе на 40 минут, определите, в какое время вернулся папа и дедушки Пети?
3. Выгоднее ли быстро папе Пети самому забрать сына, чем встречаться с дедушкой? Считайте, что тогда остановок на перекус не было.

***Тема: «Графики вокруг нас»***

Одной из причин перегрузки школьников является объем домашнего задания. Просидев весь вечер за его выполнением обучающиеся приходят к выводу: либо задают слишком много, либо предлагают очень сложные задания. Однако объем домашнего задания строго регламентирован. На рисунке ниже

изображено как должно распределяться количество процентов на изучаемые предметы с 7 по 9 класс.



Рис. 14. Иллюстрация к задаче по теме «Графики вокруг нас»

1. Рассмотрите график, прочитайте и отметьте утверждения, которые на ваш взгляд являются верными:

- а) Норма домашнего задания по каждому предмету не должна превышать 30%;
- б) Самое большое по объему домашнее задание в 8 классе – история;
- в) Разница между объемом заданий по литературе и английскому языку в 7 классе составляет 10%;
- г) Объем заданий по предмету биология остается неизменным с 7 по 9 класс.

2. Ответьте на следующие вопросы: в каком классе по предмету «география» наибольший объем домашнего задания? По предмету «обществознание»?

**Тема: «Решение комбинаторных задач»**

На Новый год Кириллу купили новый компьютер, и он поспешил перенести туда данные со своего старого ПК. Когда практически половина файлов была перенесена, Кириллу позвонил друг и позвал его гулять на улицу. Мальчик согласился и отменил оставшуюся часть передачи данных. После прогулки Кирилл вернулся домой, обнаружил, что на новый компьютер

передались все его игры, сел играть и забыл об остальных файлах. Спустя некоторое время мальчик вспомнил об этом, но забыл пароль от старого компьютера. Он запомнил, что в пароле содержатся три заглавные английские буквы – K, R, L, а также четыре цифры из его даты рождения – 1,5,0,2 (12 мая). Также Кирилл помнил, что цифры 1,2 и 0,5 должны идти друг за другом, а буквы K, R, L по порядку следования этих букв в его имени. Сколько существует вариантов перебора пароля?

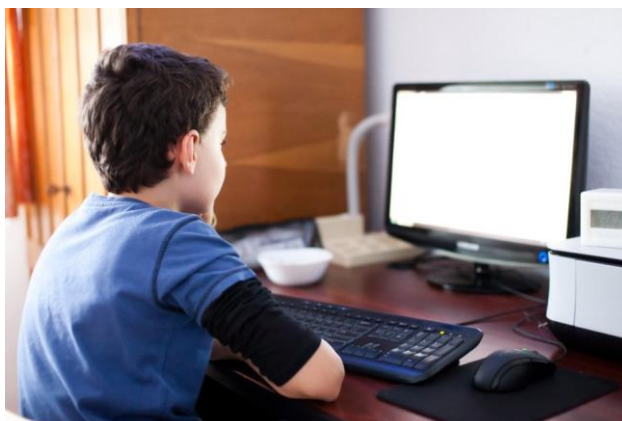


Рис. 15. Иллюстрация к задаче по теме «Решение комбинаторных задач»

***Тема: «Сравнение отрезков»***

Каждый год летом семья К. ездит в гости к родственникам в разные города: Ялуторовск, Тюмень, Тобольск, Курган, Шадринск, выезжая из села Исетского. Известно, что в 2022 году глава семьи построил следующий маршрут: Исетское-Ялуторовск-Тюмень-Тобольск-Шадринск-Курган-Исетское. В 2021 году семья следовала по маршруту Исетское-Шадринск-Курган-Ялуторовск-Тюмень-Тобольск-Исетское. Расстояние от Исетского до Ялуторовска на машине равно 68 км, от Ялуторовска до Тюмени – 72 км, от Тюмени до Тобольска – 199 км, от Тобольска до Шадринска – 364 км, от Шадринска до Кургана – 147 км, от Кургана до Исетского – 115 км, от Исетского до Шадринска – 155 км, от Шадринска до Кургана – 147 км, от Кургана до Ялуторовска – 192 км, от Тобольска до Исетского – 322 км. В каком году семья К. преодолела наименьшее количество километров? Укажите в ответ год и количество километров.

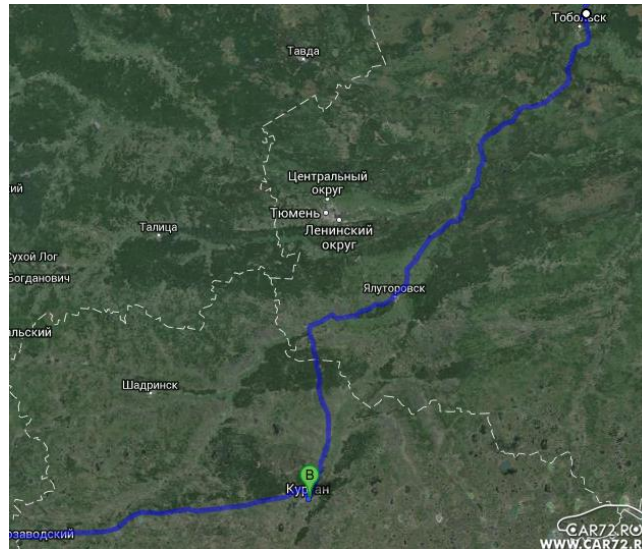


Рис. 16. Иллюстрация к задаче по теме «Сравнение отрезков»

**Тема: «Измерение отрезков»**

I. Каждый день по будням Соня ходит из дома в школу. Однако путь следования туда и обратно не совпадают. Утром девочка выходит из дома, идет 0,7 километра до библиотеки, затем шагает еще 1,1 километра прямо до школы. После уроков девочка выходит из школы, идет 0,85 километра до супермаркета, затем проходит еще 0,75 километра до дома. Одинаковое ли расстояние она при этом проходит? Если нет, то укажите каким путем ей выгоднее ходить туда-обратно и объясните почему.



Рис. 17. Иллюстрация к задаче о расстоянии от дома до школы по теме «Измерение отрезков»

II. Каждый вечер летом Алексей катается на велосипеде и проезжает мимо нескольких скверов, примыкающих к одной улице: сквер Юннатов, сквер Тенистый, сквер Славянский, сквер Льва Корнеева, сквер Изыскателей (скверы



записаны в порядке следования). Он знает, что расстояние от сквера Юннатов до сквера Славянского составляет 2,5 километра, от сквера Тенистый до сквера Славянский 450 метров, от сквера Льва Корнеева до сквера Изыскателей 2,5 километра.

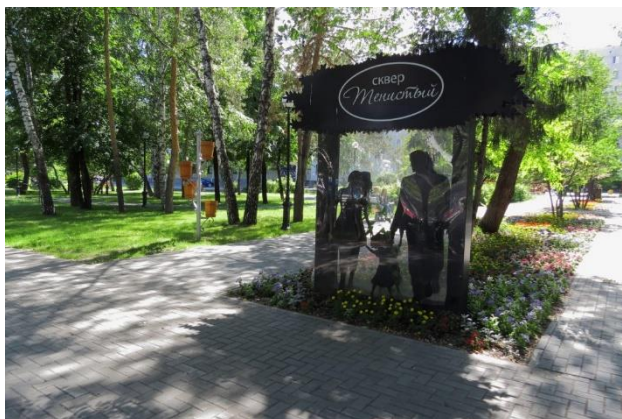


Рис. 18. Иллюстрация к задаче о скверах по теме «Измерение отрезков»

1. Определите расстояние от сквера Юннатов до сквера Тенистый?
2. Какое расстояние проезжает Алексей туда обратно каждый день?

***Тема: «Измерение углов»***

I. Перед Вами картина Пабло Пикассо. Опишите ее с точки зрения измерения углов.



Рис. 19. Иллюстрация к задаче о картине Пабло Пикассо по теме «Измерение углов»

II. Молодые яблони (ни разу не плодоносившие) весной подлежат обрезки, потому как особое внимание уделяется формированию кроны. Она должна быть прочная и весьма разреженная, чтобы выдерживать высокие нагрузки и не ломаться под тяжестью урожая и снега. Побеги, отходящие от

штамба под углом менее  $45^\circ$  – это места потенциальных разломов, поэтому их необходимо обрезать. Отметьте на рисунке ветки, подлежащие удалению.

\* Штамб – это проводник между корневой системой и кроной.

\* Крона – это совокупность веток и листьев в верхней части растения, продолжающая ствол от первого разветвления до верхушки дерева.

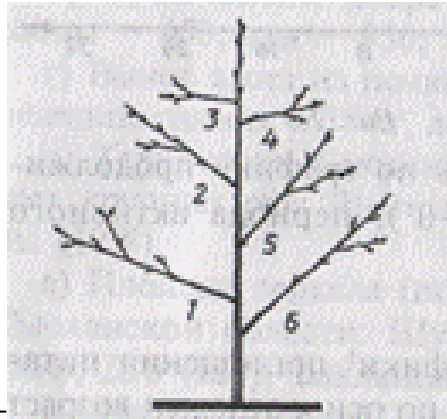


Рис. 20. Иллюстрация к задаче о яблонях по теме «Измерение углов»

### Тема: «Признаки равенства треугольников»

I. Города Тюмень, Курган, село Мокроусово и поселок Каргаполье расположены таким образом, что Курган находится в двухсот километрах от Тюмени, а Каргаполье и Мокроусово – на одинаковых расстояниях к западу и востоку от Тюмени, образуя равные углы поворота на дороге. Верно ли, что расстояние от Каргаполье до Кургана и от Мокроусово до Кургана одинаковое? Ответ объясните.

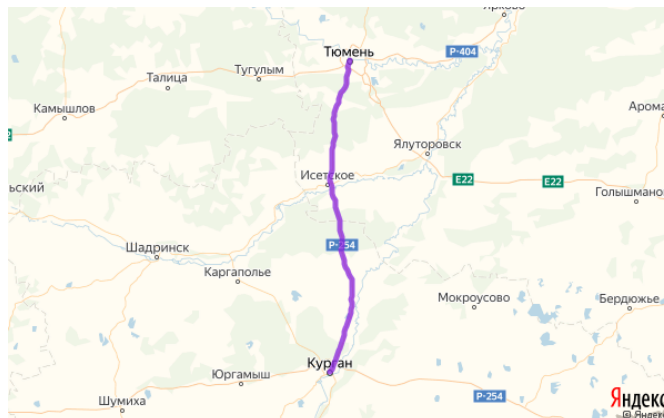


Рис. 21. Иллюстрация к задаче о расстояниях по теме «Признаки равенства треугольников»

II. У мамы есть две дочери-рукодельницы, которые собираются к новому году сшить мешочки для подарков своим друзьям. Они попросили маму купить им красную ткань. Придя в магазин, продавец сообщил женщине, что ткань продается только квадратной формой размером 2 метра. Маму это устроило, потому что дочери собирались шить мешочки как раз квадратной формы, поэтому она, не раздумывая, ее купила. Как следует разделить кусок ткани дома, чтобы каждой дочери досталась равная часть? Докажите правильность своих действий.



Рис. 22. Иллюстрация к задаче о мешочках для подарков по теме «Признаки равенства треугольников»

***Тема: «Параллельные прямые»***

Жили были два брата, и был у них отец мудрец. Отправил отец сыновей на базар купить кувшины мудрости, да сказал: «Кто успеет из вас купить такой кувшин, тот будет счастлив всю жизнь и беды того обойдут стороной. А чтобы узнать такой кувшин, необходимо определить на одинаковом ли расстоянии находятся все точки, образующие доньшко до верхней части». Помогите братьям определить какой(ие) кувшин(ы) им нужно купить.

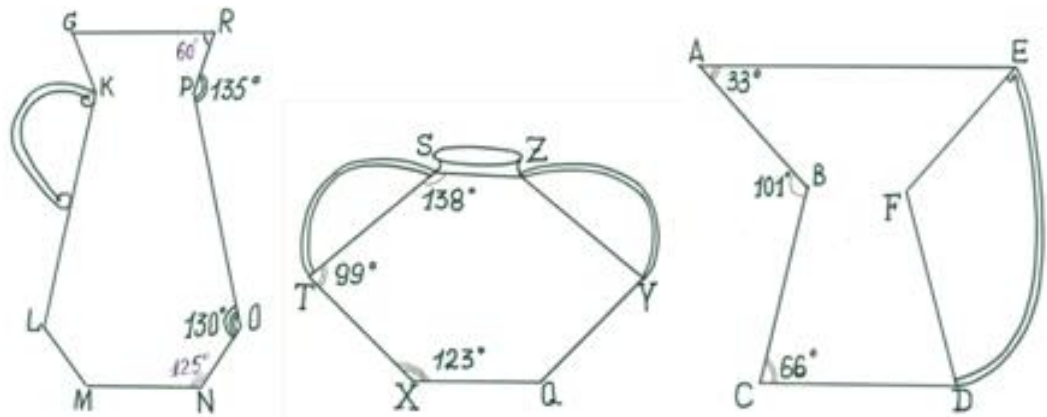


Рис. 23. Иллюстрация к задаче по теме «Параллельные прямые»

**Тема: «Неравенство треугольника»**

Григорий решил заменить крышу дома и построить новый каркас в виде треугольника. Для этого у него имеются балки длиной 7 метров, 13 метров, 19 метров, 15 метров. Он решил выбрать 7-ми метровые балки в качестве боковых.

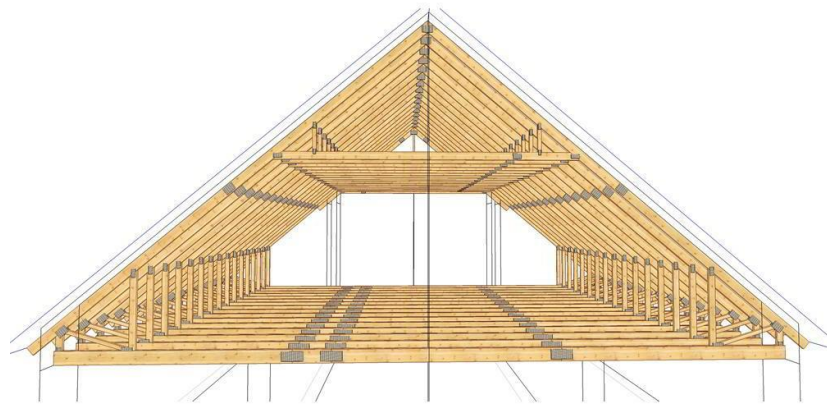


Рис. 24. Иллюстрация к задаче по теме «Неравенство треугольника»

1. Помогите Григорию выбрать длину балок в основании из имеющихся.
2. Можно ли распились 7-ми метровые балки пополам и соединять ими середины боковых сторон?

Комплекс задач по формированию функциональной математической грамотности у учащихся 8 класса

**Тема: «Решение задач с помощью уравнений»**

Максим отправился в поездку на поезде Москва-Санкт-Петербург. Поскольку заняться в пути было нечем, он отправился по вагону и посчитал количество всех пассажиров, нашел число мужчин, а также число русских людей. Оказалось, что вместе с ним едут 80% русских пассажиров и 70% мужчин. Верно ли он рассчитал, что большинство людей в вагоне – русые мужчины?



Рис. 25. Иллюстрация к задаче по теме «Решение задач с помощью уравнений»

**Тема: «Решение задач с помощью систем уравнений»**

I. Двое юнг на корабле получили задание связать в сумме 21 узел двух видов: рифовые и сваечные. Первый юнга начал вязать рифовые, а второй – сваечные. Поскольку первый юнга работал быстрее, то связал на 5 узлов больше, чем его товарищ. Сколько рифовых и сваечных узлов было связано каждым юнгой?



Рис. 26. Иллюстрация к задаче об узлах по теме «Решение задач с помощью систем уравнений»

II. Курсанту второго курса ТВИККУ в зимнюю сессию осталось сдать два упражнения: подтягивания на перекладине и отжимание из упора лежа. Он был не плохо развит физически, поэтому выполнил оба упражнения за 66 раз. Результаты второго испытания на 12 лучше, чем первого. Определите сколько раз курсант подтянулся и сколько отжался?

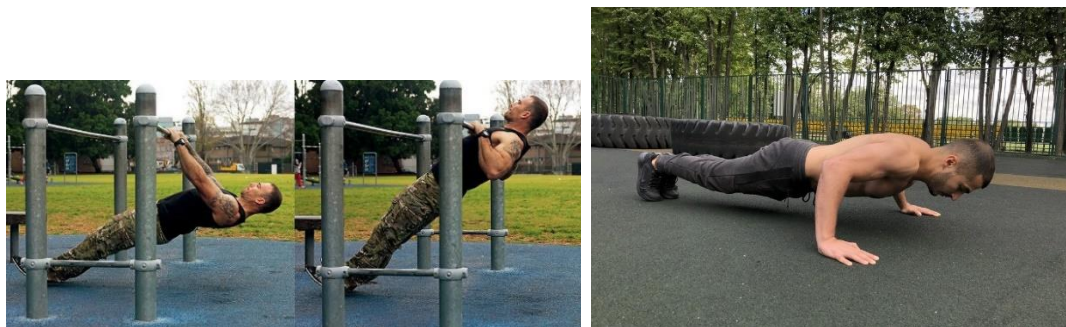


Рис. 27. Иллюстрация к задаче о курсанте по теме «Решение задач с помощью систем уравнений»

**Тема: «Степень с целым показателем»**

I. 1. По данным на 2020 год самая низкая температура в России была зафиксирована в Верхоянске в 1885, 1892, 1933 годах. Чтобы ее определить, вычислите пример:  $10^{-4} : 10^{-5} + 5 * 5^{-2} + 4,6^0 - 3 : 3^{-3} + 2$ .

2. Экстремально высокое давление на земле было зарегистрировано 31 декабря 1968 года на метеорологической станции Агата и составляло оно  $10^{-5} * 10^8 - 2 * 10^0 * 10^2 + 2^5 : 2^2 + 4^{-1} : 4^{-2} + 0,4$  мм ртутного столба.

3. В самом засушливом месте планеты – пустыне Деште-Лут в 2004 и 2005 годах был зафиксирован абсолютный температурный рекорд:  $+(7^1 : 7^{-1} + 8^{-3} * 8^5 - 2 * 3^2 - 4^2 + 152^0 - 3^2)$  градусов.



Рис. 28. Иллюстрация к задаче о температурах по теме «Степень с целым показателем»

II. 1. В 1950 году Э. Бергшtrand вычислил скорость света, которая при округлении до целого числа оказалась равна  $3 \cdot 10^5$  км/с. Определите какой путь пройдет свет за  $2,8 \cdot 10^7$  с?



Рис. 29. Иллюстрация к задаче о скорости света по теме «Степень с целым показателем»

2. Одна сторона линейки, образующая прямой угол равна  $0,8 \cdot 10^2$  мм, а другая  $0,6 \cdot 10^2$  мм. Найдите длину третьей стороны.

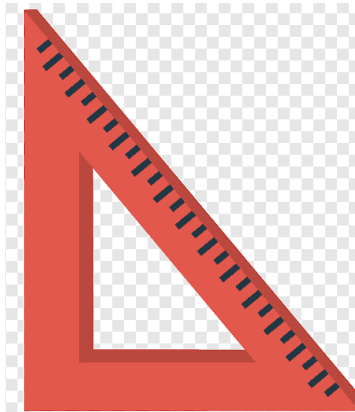


Рис. 30. Иллюстрация к задаче о линейке с прямым углом по теме «Степень с целым показателем»

***Тема: «Задача о нахождении стороны квадрата»***

Представьте, что Вы – директор хозяйства, который занимается выращиванием редких растений. Вам необходимо засеять поля площадью  $36 \text{ м}^2$ ,  $9 \text{ м}^2$ ,  $1 \text{ м}^2$ ,  $4 \text{ м}^2$ ,  $25 \text{ м}^2$ ,  $16 \text{ м}^2$ . Найдите линейные размеры участков и постройте зависимость стороны участка от его площади, считая, что ее значение меняется непрерывно.



Рис. 31. Иллюстрация к задаче по теме «Задача о нахождении стороны квадрата»

***Тема: «Решение задач с помощью квадратных уравнений»***

I. Летом в свой отпуск Павел Николаевич собрался съездить на отдых. Утром он хотел поехать в аэропорт на автобусе, но опоздал на 5 минут, из-за чего пришлось вызвать такси. Из-за пробок мужчина ехал на такси со скоростью на 10 км/ч больше, чем скорость автобуса. Оказалось, что автобус и такси приехали в аэропорт одновременно. Определите скорость обоих транспортных средств?



Рис. 32. Иллюстрация к задаче об автобусе и такси по теме «Решение задач с помощью квадратных уравнений»

II. Семья Р. недавно приобрела участок прямоугольной формы и решила поставить по всему периметру забор. Главе семьи необходимо рассчитать количество материала и сделать закупку железа. Измерив размеры участка, он обнаружил, что одна из его сторон на 10 метров больше, чем другая. В договоре купли-продажи также указана и площадь участка:  $1200 \text{ м}^2$ . Какие оказались размеры участка семьи Р.?





Рис. 33. Иллюстрация к задаче о размерах участка по теме «Решение задач с помощью квадратных уравнений»

**Тема: «Чтение графиков»**

I. На графике показана зависимость температуры воды от времени. Цифрой I обозначен процесс нагревания, цифрой II процесс кипения, цифрой III – процесс газообразования.

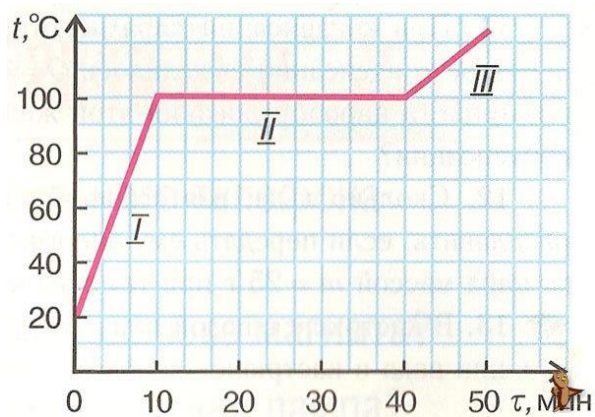


Рис. 34. Иллюстрация к задаче о зависимости температуры воды от времени по теме «Чтение графиков»

1. Какова начальная температура воды?
  2. Через сколько минут началось кипение?
  3. Сколько минут оно продолжалось?
  4. При какой температуре начинается процесс газообразования?
- II. На рисунке изображен процесс плавления льда и кристаллизации.

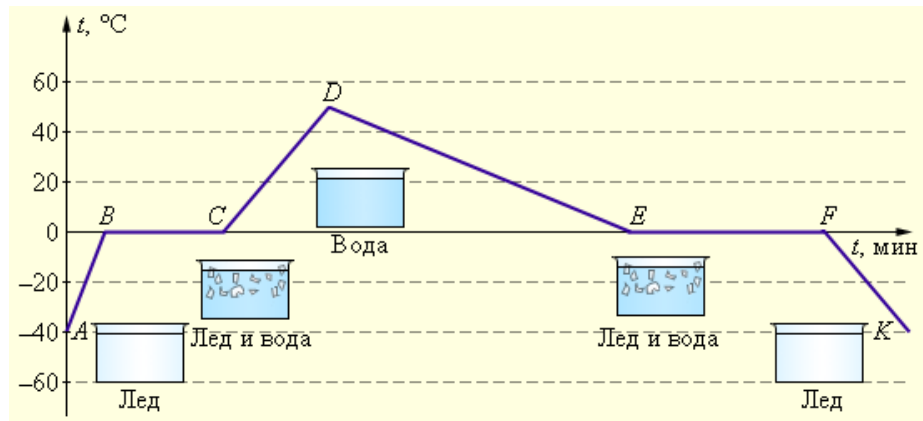


Рис. 35. Иллюстрация к задаче о процессе плавления льда и кристаллизации по теме «Чтение графиков»

1. При какой температуре начинает плавиться лед?
2. Что можно сказать про температуру плавления?
3. Какой участок на графике соответствует процессу кристаллизации?

**Тема: «Что такое функция. График функции»**

Игорю на пятнадцатилетие 30.04.2014 года подарили айфон 4S. На дне рождения друга 21.03.2016 года он случайно уронил телефон и сломал экран. На семейном совете возник вопрос: «Заменить сломанный экран или сдать старый телефон по программе Trade-In и купить новый?». Решающим моментом стал финансовый вопрос. Родители Игоря позвонили в сервисный центр, где узнали, что замена экрана обойдется в 3240 рублей. Придя в магазин узнать стоимость другого телефона, продавец сообщил им, что по программе Trade-In для расчета суммы, которую выплатит магазин за сданный телефон используются две формулы:  $S = 0,8k * (1 - 0,2m)$  для рабочего телефона,  $S = 0,5k * (1 - 0,3m)$  для сломанного, где  $S$  – стоимость выплаты магазином,  $k$  – цена по чеку за покупку телефона,  $m$  – количество лет в эксплуатации. Чек на покупку телефона сохранился в коробке.



Рис. 36. Иллюстрация к задаче по теме «Что такое функция. График функции»

1. Что выберут родители Игоря (ремонт или покупку нового телефона)? Приведите расчеты и аргумент.

2. Постройте график зависимости стоимости рабочего телефона при сдаче в магазин в период с мая 2014 по июль 2016 года. На основании Вашего графика объясните, что влияет на изменение стоимости при сдаче телефона.

**Тема: «Линейная функция»**

I. Волосы – это роговые образования кожного покрова, состоящие из кератина и покрывающие практически все тело человека, кроме ладоней, подошв ног и кожи губ. Скорость роста волос зависит от многих факторов, например, от пола человека, его возраста, наследственности, времени года. Однако в среднем, волосы на голове у мальчиков растут со скоростью 0,3 миллиметра в сутки. Определите, как часто Федору нужно ходить на стрижку, если он всегда стрижется не короче 4 и не длиннее 5 сантиметров.



Рис. 37. Иллюстрация к задаче о росте волос по теме «Линейная функция»

II. На качество воды в водоеме влияет численность сине-зеленых водорослей. По-другому их называют «цветение». Данные водоросли выделяют биологически активные экзогенные метаболиты и токсины, которые оказывают пагубное действие на качество воды, рыб и другие виды водорослей. На численность сине-зеленых водорослей также влияет и концентрация фосфорного удобрения, и такую зависимость можно выразить формулой  $a=0,983p+50,6$ , где  $a$  – численность «цветения»,  $p$  – концентрация общего фосфора. Рассчитайте на сколько процентов ухудшится качество воды в водоеме, округлив число до целого, если в 1990 году количество сине-зеленых водорослей составляло 1000, а к 2000 году стало 2100.



Рис. 38. Иллюстрация к задаче о сине-зеленых водорослях по теме «Линейная функция»

**Тема: «Статистические характеристики»**

I. Изучите таблицу 39 по средним показателям роста в зависимости от возраста, разработанную Всемирной Организацией Здравоохранения и ответьте на вопросы.

Таблица 39

Зависимость роста от возраста

Количество полных лет и месяцев	14: 0	14: 1	14: 2	14: 3	14: 4	14: 5	14: 6	14: 7	14: 8	14: 9	14: 10	14: 11	14: 12
---------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------	--------	--------

Девочки, рост, см	159,8	160,0	160,2	160,4	160,6	160,7	160,9	161,0	161,2	161,3	161,4	161,6	161,7
Мальчики, рост, см	163,2	163,7	164,3	164,8	165,3	165,8	166,3	166,8	167,2	167,7	168,1	168,5	169,0



Рис. 39. Иллюстрация к задаче о показателях роста в зависимости от возраста по теме «Статистические характеристики»

1. Что говорит число 161,0 у девочек?
2. Значит ли, что все мальчики, достигшие возраста 15 лет, должны иметь рост 169 сантиметров? Обоснуйте почему
3. Найдите размах в сантиметрах за 1 год (от 14 до 15 лет) у мальчиков и девочек. Сравните их и сделайте выводы.

II. На соревнованиях по фигурному катанию две фигуристки получили следующие оценки по шести бальной шкале, представленные в таблице 40.

Таблица 40

Оценки судей за фигурное катание

Номер фигуристки	Номер судьи								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5,2	5,6	4,8	4,9	4,7	4,8	4,9	4,9	4,7
2	4,9	4,2	5,1	5,0	5,0	5,0	5,1	5,1	5,0



Рис. 40. Иллюстрация к задаче о фигуристках по теме «Статистические характеристики»

1. Найдите средние баллы каждой фигуристки.
2. Какой балл чаще ставили 1 фигуристке? 2 фигуристке? Можно ли утверждать, что та девушка, которой чаще ставили больший балл выступила в целом лучше? Объясните почему и приведите числовое решение.

***Тема: «Осевая и центральная симметрия»***

I. Ш.А. был истинным коллекционером редких видов деревьев. Для поддержания своей мечты он даже купил отдельный земельный участок, где занимался их выращиванием. В его коллекции насчитывалось порядка 50 различных стволов. Но однажды ночью в его владения пробрался вор, который успел отпилить часть ценного дерева. Чтобы вора не успели поймать, он дома распилит часть дерева на две продолговатые овальные доски высотой 10 сантиметров, сделал в них отверстия внутри и унес их столяру, заказав сделать из них круглый стол. Столяр – профессиональный рабочий, работающий с деревом. Мастер увидел ценность принесенных досок и решил использовать все дерево до последнего кусочка. Долго он думал, как это можно осуществить, и, наконец, догадался. Покажите на рисунке как столяр распилит принесенные доски?

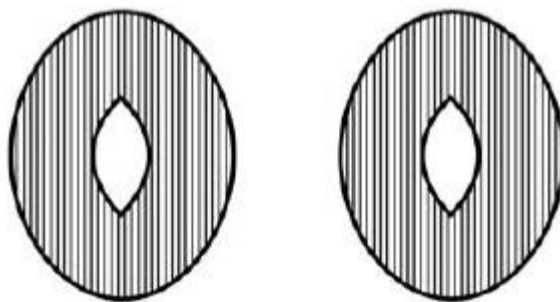


Рис. 41. Иллюстрация к задаче об изготовлении столика по теме «Осевая и центральная симметрия»

II. Саша с Пашей начали игру по заполнению круглого стола двух рублевыми монетами. Они договорились, что Саша начинает первым, и выкладывать монеты они будут по очереди таким образом, чтобы они не выступали за край стола и не накладывались друг на друга. Проиграет тот, кто не сможет сделать ход.



Рис. 42. Иллюстрация к задаче о заполнении стола монетами по теме «Осевая и центральная симметрия»

1. Кто выиграет при таком раскладе? Объясните почему.
2. Если Саша и Паша будут заполнять не круглый, а прямоугольный стол, при том же условии, кто одержит победу? Объясните почему.
3. Выявите закономерность и опишите выигрышную стратегию.

***Тема: «Площадь многоугольника»***

Представьте, что Вам необходимо в своей комнате сделать косметический ремонт. Косметический ремонт – это замена поврежденной или устаревшей отделки в квартире или доме. Вы решили переклеить обои и потолок. Придя в магазин, консультант посоветовал Вам выбрать флизелиновые обои бежевого

цвета и плитку в ромбик. Чтобы рассчитать необходимое количество рулонов обоев, продавец спросил размеры комнаты и наличие окон и дверей. Вы знаете, что Ваша комната длиной 5 метров, шириной 4 метра и высотой 3 метра, а площадь дверей и окна вместе составляют  $\frac{1}{5}$  всей площади стен. Сообщив эти данные продавцу, он предложил Вам 4 рулона обоев, каждый из которых длиной 12 метров, а шириной 100 сантиметров, и 12 упаковок потолочных плиток, в каждой из которых 12 плиток размером 40\*40 сантиметров. Не ошибся ли продавец? Ответ обоснуйте.



Рис. 43. Иллюстрация к задаче по теме «Площадь многоугольника»

***Тема: «Теорема Пифагора»***

I. Михаил Петрович решил купить стремянку, на которой он мог бы стоять во весь рост в комнате. Придя в магазин, он увидел, что все стремянки находятся в сложенном виде. Выбирая между двумя вариантами: длиной в сложенном виде равной 1,11 метров и 145 сантиметров и расстоянием между ее основаниями в разложенном виде 0,72 метра и 34 сантиметров соответственно, он выбрал первый вариант, потому что посчитал, что при его росте 180 сантиметров и высоте потолка 3 метра именно первая стремянка ему подойдет. Объясните, почему Михаил Петрович сделал такой выбор, с учетом того, что расстояние от самой верхней ступени до конца стремянки равно 30 сантиметров.





Рис. 44. Иллюстрация к задаче о стремянках по теме «Теорема Пифагора»

II. Лев Тигранович решил установить в своем большом доме дополнительную лестницу, однако это будет возможно, если ее ширина не будет превышать 10 метров, при этом он отвел место высотой 15 метров. Он сделал макет рисунок и отдал его на согласование прорабу. Прораб сделал расчеты и выяснил, что если расстояние по диагонали от нижней до верхней ступени будет действительно 15 метров, а высота каждой ступени 80 см, ее длина 60 см., то это будет возможно. Не ошибся ли прораб? Приведите числовое решение.

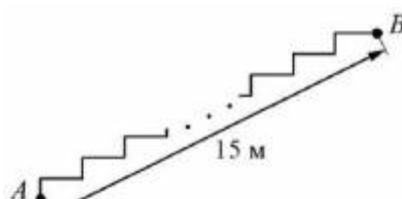


Рис. 45. Иллюстрация к задаче о лестнице по теме «Теорема Пифагора»

***Тема: «Практические приложения подобия треугольников»***

Георгий Иванович решил спилить в огороде старые засохшие деревья. Вчера вечером на улице шел дождь, и образовались лужи. Мужчина знает, что пилить сырые деревья лучше, чем сухие, потому что так меньше тупится пила, а влага выступает своего рода смазкой. Спилит практически все сухие деревья, у Георгия Ивановича остался тополь, который растет в 10 метрах от забора. Мужчина опасается, что во время спиливания дерево может упасть на забор. Георгий Иванович прочитал в интернете, что в сырую погоду ответить на интересующий его вопрос поможет лужа. Он измерил расстояние от дерева до лужи, оно оказалось равно 8 метров, и отошел от нее на 1,5 метра так, чтобы мог

видеть верхушку тополя в отражении лужи. Рост мужчины 170 сантиметров. Помогите Георгию Ивановичу ответить на его вопрос.



Рис. 46. Иллюстрация к задаче о тополе по теме «Практические приложения подобия треугольников»

***Тема «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника»***

I. Андрей Васильевич занялся обшивкой дома. После обшивания стен ему необходимо вычислить высоту конька ( $H$ ) крыши, чтобы обрезать железо по размеру. Он знает, что половина длины пролета ( $L$ ) равна 4,5 метра, а угол ската крыши ( $A$ ) равен  $45^\circ$ . Сколько метров по длине должен быть кусок железа под коньком крыши?

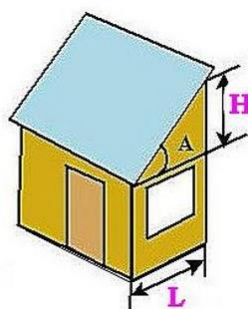
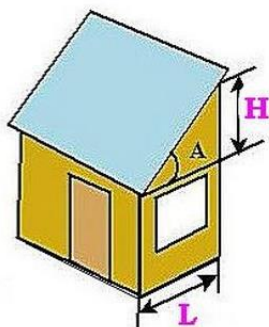


Рис. 47. Иллюстрация к задаче о вычислении высоты конька крыши по теме «Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника»

II. Дмитрий выбирает покрытие для своей крыши: черепичное глиняное (1), асбестоцементные листы усиленного профиля (2), кровельная листовая сталь (3) или обычный шифер (4). Обратившись к другу за советом, тот ему поведал, что кровельный материал имеет ограничение на применение с разными уклонами скатов: (1) -  $12^\circ$ , (2) -  $15^\circ$ , (3) -  $17^\circ$ , (4) -  $20^\circ$ . Дмитрий уверен, высота конька его дома составляет 6 м, а половина длины пролета 16,484 метра. Помогите Дмитрию определить угла ската крыши и выбрать покрытие?



Угол	Значение тангенса
$12^\circ$	0,21256
$15^\circ$	0,26795
$17^\circ$	0,30573
$20^\circ$	0,63697

Рис. 48. Иллюстрация к задаче об угле ската крыши по теме «Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника»

Комплекс задач по формированию функциональной математической грамотности у учащихся 9 класса

***Тема: «Решение линейных неравенств»***

I. Наташа, окончив школу, поступила в университет, который находится в 10 км от ее дома. Доехать до него можно как на автобусе, так и на трамвае. Стоимость билета в один конец на автобусе составляет 28 рублей, на трамвае – 12 рублей. С сентября по январь ее занятия проходят 6 раз в неделю. Поразмыслив, Наташа вместе с подругой решила подработать официантом с понедельника по пятницу недалеко от университета в вечернее время. Компания ежемесячно стала переводить девушке аванс 7 числа в размере 5000 рублей и заработную плату 20 числа в размере 12670 рублей. Помимо этого, первого числа каждого месяца за успешную учебу Наташа получает стипендию в размере 4200 рублей. Подруга уговорила девушку вместе с ней снять квартиру недалеко от университета и жить отдельно от родителей. Договорившись с собственниками девушки заключили договор об оплате 15000 рублей каждый месяц 17 числа. Каждую субботу после окончания пар Наташа уезжает домой и приезжает в квартиру в воскресенье вечером.



Рис. 49. Иллюстрация к задаче о поступлении в университет по теме «Решение линейных неравенств»

1. Может ли Наташа жить отдельно от родителей? Аргументируйте свой ответ.

2. Останется ли некоторая сумма у Наташи сверх обязательных расходов? Если да, то укажите какая.

3. В силу того, что свободного времени у Наташи остается мало, она иногда питается в кафе, где подрабатывает официантом. Стоимость обеда составляет 199 рублей, а ужина – 149 рублей. Позволит ли бюджет Наташи в течение всего месяца питаться в кафе?

II. Дима решил огородить свой участок профнастилом. Профнастил – это рельефный металлический лист. Его делают из плоского оцинкованного листа, а для придания рельефа пропускают через прокатные станы. Профнастил легко поддается монтажу, имеет небольшой вес и хорошую прочность. Он монтируется внахлест на 50 мм. На материалы для забора Дима планирует потратить не более 32000 рублей. В эту сумму включается стоимость профнастила, столбов и саморезов. Его участок имеет форму прямоугольника. Дима решил установить столбы на расстоянии 2,5 метра друг от друга. Известно, что Диме друзья строители подсказали, что на саморезы он потратит не более 2000 рублей, а стоимость одного столба составляет 1375 рублей.

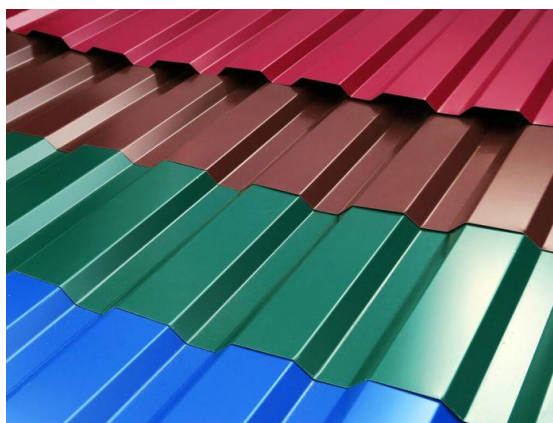


Рис. 50. Иллюстрация к задаче о профнастиле по теме «Решение линейных неравенств»

1. Вычислите стоимость необходимого количества профлистов, если они продаются длиной 1 погонный метр

2. Поскольку опыта монтажа забора у Димы мало, он покупает 2 листа профнастила «прозапас». Какое количество листов он купит?

3. Хватит ли 26 листов профнастила для ограждения участка, если Дима оставит пустым одно место для входа длиной 2 метра?

***Тема: «Арифметическая прогрессия»***

I. Каждое лето Алексей Петрович уезжает на дачу и садит на огороде овощи. Размеры его огорода составляют 32 метра в длину и 150 метров в ширину. В этом году он сделал 30 грядок с межей 2,5 метра и расстоянием 2 метра до забора в длину и 1,25 метра в ширину. Известно, что в 14 метрах от края огорода Алексей Петрович сделал колодец, чтобы поливать грядки. За один проход он приносит воды для полива только одной грядки. Вычислите расстояние в километрах, которое проходит Алексей Петрович, обходя грядки по меже, если его путь начинается и заканчивается у колодца.



Рис. 51 Иллюстрация к задаче о нахождении расстояния в огороде по теме «Арифметическая прогрессия»

Межа – это участок необработанной земли между соседними сельскохозяйственными наделами.

II. Во время пандемии коронавируса все люди стремились выполнять предписания врачей: носить маски, оставаться дома, мыть руки, не посещать общественные места без острой надобности, не контактировать с больными. И благодаря следованию указаниям количество заболевших постепенно уменьшалось. В сети интернет размещены официальные данные по заболеваемости на 25 мая 2022 года в разных регионах России (таблица 41).

## Данные о заболевших COVID-19

Число выявленных случаев COVID-19 на 25.05.2022											
Регионы России	3	7	11	15	...	...	...	...	...	...	151
	Магаданская область	Еврейская автономная область	Республика Дагестан	Брянская область	Удмуртская Республика	Забайкальский край	Калужская область	Тамбовская область	Псковская область	...	Краснодарский край
Численность населения регионов России в тысячах											
Регионы России	144	162	3063	1211	1513	1073	1012	1033	636	...	5603
	Магаданская область	Еврейская автономная область	Республика Дагестан	Брянская область	Удмуртская Республика	Забайкальский край	Калужская область	Тамбовская область	Псковская область	...	Краснодарский край

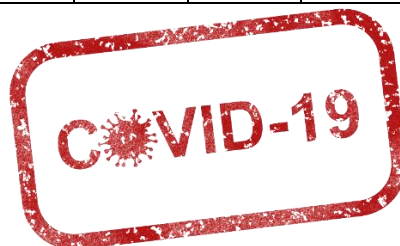


Рис. 52 Иллюстрация к задаче о COVID-19 по теме «Арифметическая прогрессия»

1. Верно ли, что в таблицах выше представлены данные 38 регионов России?
2. Сколько человек заболели всего в упомянутых регионах?
3. Найдите процент, и округлите до целого, заболевших в первых девяти регионах?

**Тема: «Геометрическая прогрессия»**

Курение – это вдыхание дыма, исходящего из тлеющего табака или других препаратов, чаще всего растительной природы, с целью насыщения организма никотином или прочими веществами, обладающими психоактивными свойствами. Многочисленные исследования показывают, что курильщики чаще,

чем обычные люди подвержены тяжелым болезням и смертям. Однако бросить курить никогда не поздно. Полное восстановление организма возможно после 10 лет воздержания от курева. После выкуривания одной сигареты в легких человека оседает 0,0002 грамма табачного дегтя, и с каждым следующим разом это количество увеличивается вдвое. В среднем каждый человек выкуривает в день по 8 сигарет, в каждой из которых содержится 1 мг. никотина.



Рис. 53 Иллюстрация к задаче по теме «Геометрическая прогрессия»

- 1) Какое количество табачного дегтя в среднем оседает в организме человека в сутки?
- 2) Рассчитайте максимально опасное количество сигарет для человека весом 70 килограмм, если смертельная доза для него составляет 70 мг.

***Тема: «Статистическое оценивание и прогноз»***

На диаграмме представлена финансовая отчетность ООО «Исетский КоопХлеб» согласно данным ФНС и Росстата за 2012-2021 годы. Средняя численность работников в 2019 году составляла 54 человека, в 2021 – 50 человек. В 2019 году на заработную плату было выделено 1 085 400 рублей, а в 2021 – 1 035 000 рублей.



Рис. 54 Иллюстрация к задаче по теме «Статистическое оценивание и прогноз»



1. На сколько миллионов рублей выросла выручка за представленный период?
2. Можно ли утверждать, что в 2022 году выручка превысит 44 миллиона?
3. Найдите среднюю заработную плату за 2019, 2021. Можно ли утверждать, что к 2023 году она повысится? Понизится?

**Тема: «Многогранники»**

В малонаселенной деревне К. все дома сделаны из дерева и имеют крышу из шифера. Спустя 30 лет после эксплуатации дома (средний срок службы шифера) Иван Владимирович обнаружил подтеки на потолке и решил заменить покрытие крыши. Выбирая между металлочерепицей и шифером, он выбрал второе, дабы не выделяться на фоне других домов. Его крыша является правильной четырехскатной, выполненной в форме пирамиды, со стороной основания 10 метров и длиной уклона 5 метров. Один лист шифера имеет размеры  $2 \times 1$  м<sup>2</sup> и стоит 560 рублей.



Рис. 55 Иллюстрация к задаче по теме «Многогранники»

- 1) Определите сколько рублей нужно потратить на приобретение листов шифера?
- 2) Хватит ли Ивану Владимировичу 70000 рублей, если заменить шифер и сколотить новую обрешетку, при условии, что нужно купить прямоугольные доски размером 6 метров длина, 15 сантиметров ширина, 2,5 сантиметра толщина, которые продаются по стоимости 13000 рублей за куб (в одном кубе 44 доски), и расположить их на расстоянии 30 сантиметров друг от друга, а также приобрести гвозди на сумму 1000 рублей?

**Тема: «Тела и поверхности вращения»**

I. Роман Викторович решил установить на огороде 2 бака цилиндрической формы объемом 500 литров каждый для полива деревьев и грядок. Мужчина выбирает наиболее выгодный вариант покупки: купить баки из-под масла, вымыть их и покрасить в синий цвет или купить готовые емкости. Известно, что в обоих случаях можно приобрести баки 1,4 метра в диаметре и 2,5 метра в высоте. Стоимость бака из-под масла составляет 500 рублей за штуку, а на один квадратный метр расходуется 300 грамм краски. Готовая емкость стоит 1500 рублей.



Рис. 56 Иллюстрация к задаче о баках по теме «Тела и поверхности вращения»

\* Площадь боковой поверхности цилиндра находится путем умножения радиуса основания, высоты, числа  $\pi$  и 2.

1. Рассчитайте необходимое количество краски в килограммах.
2. Определите, что выгоднее приобрести: емкости из-под масла или готовые баки, если 1 килограмм краски стоит 1000 рублей.

II. Для строительства забора по периметру дома зачастую используют металлические трубы в качестве опорных конструкций. Существует несколько видов труб: профильные, квадратные электросварные и круглые. Они различаются весом, толщиной стенок, сечением и стоимостью. В.Р. выбирает в магазине для столбов обычную овальную трубу длиной 10 метров и внутренним диаметром 7 сантиметров, а для прожилин профильную трубу длиной 6 метров и диаметром 40 миллиметров. Участок В.Р. имеет квадратную форму – ширина и длина 40 метров.



Рис. 57 Иллюстрация к задаче об ограждении участка по теме «Тела и поверхности вращения»

\* Площадь боковой поверхности цилиндра находится путем умножения радиуса основания, высоты, числа  $\pi$  и 2.

1. Найдите количество металлических труб для забора, которое нужно купить В.Р. если он планирует сделать забор высотой 2 метра и расставить столбы через каждые 3 метра?

2. Определите стоимость металлических и профильных труб, необходимых для строительства, если 1 погонный метр овальной трубы стоит 350 рублей, а профильной – 100 рублей.