

Численное моделирование охлаждения микрорадиоэлемента естественной конвекцией воздуха

Павел Иванович Томчик✉, Анатолий Александрович Кислицын

Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
Контакт для переписки: p.i.tomchik@utmn.ru✉

Аннотация. В статье выполнен цикл численных экспериментов с целью расширения области применения популярного метода математического моделирования естественной конвекции, так называемой «задачи Буссинеска». Исследуемая область представляет собой куб с непроницаемыми гранями, заполненный воздухом. На нижней грани куба расположен микрорадиоэлемент, представляющий собой прямоугольный параллелепипед с квадратным основанием. Вертикальные грани куба теплоизолированные, верхняя и нижняя грани поддерживаются при постоянной температуре. Внутри микрорадиоэлемента присутствует постоянный источник тепла заданной мощности. Трехмерное численное моделирование выполнялось с учетом диссипативной функции при изменении чисел Грасгофа от 36989 до 262051, чисел Эккерта от $7,79 \cdot 10^{-12}$ до $5,67 \cdot 10^{-11}$, чисел Рэлея от 51937 до 190974 и мощностях источника тепла от 0,7 мВт/мм³ до 10 мВт/мм³. При таких параметрах температура корпуса микрорадиоэлемента менялась от 20 °С до 32,66 °С. При условии малой разницы температур теплофизические свойства воздуха приняты равными его свойствам при температуре 20 °С. Дискретные аналоги системы уравнений математической модели получены методом контрольных объемов, поиск решения осуществлен программной реализацией модифицированного алгоритма SIMPLER. Проведено сопоставление полученного поля течения в центральном вертикальном сечении исследуемого объема с результатами экспериментальных исследований других авторов и отмечено качественное соответствие результатов. При разных мощностях внутреннего источника тепла показано влияние естественной конвекции на спад (после первоначального подъема) и последующую стабилизацию температуры корпуса микро-

радиоэлемента. На примере полей температуры продемонстрирован эффект переориентации крупномасштабной циркуляции.

Ключевые слова: естественная конвекция, численное моделирование, математическая модель, охлаждение микрорадиоэлемента, приближение Буссинеска, кубическая область, динамика движения воздуха

Благодарности: авторы выражают благодарность доценту кафедры фундаментальной математики и механики Школы компьютерных наук Тюменского государственного университета, научному сотруднику Тюменского филиала Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, кандидату физико-математических наук, Анне Владимировне Пятковой за ценные обсуждения материалов данной статьи.

Цитирование: Томчик П. И., Кислицын А. А. 2025. Численное моделирование охлаждения микрорадиоэлемента естественной конвекцией воздуха // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 11. № 2 (42). С. 53–70. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2025-11-2-53-70>

Поступила 03.06.2025; одобрена 09.06.2025; принята 11.06.2025

Numerical simulation of microradioelectric element cooling by natural air convection

Pavel I. Tomchik✉, Anatoliy A. Kislitsyn

University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: p.i.tomchik@utmn.ru✉

Abstract. The article presents a series of numerical experiments aimed at expanding the scope of application of a popular method of mathematical modeling of natural convection, the so-called “Boussinesq problem”. The studied area is a cube with impenetrable faces filled with air. On the lower face of the cube there is a microradioelement, which is a rectangular parallelepiped with a square base. The vertical faces of the cube are heat-insulated, the upper and lower faces are maintained at a constant temperature. Inside the microradioelement there is a constant heat source of a given power. Three-dimensional numerical modeling was performed taking into account the dissipative function with a change in the Grashof numbers from 36989 to 262051, Eckert numbers from $7,79 \cdot 10^{-12}$ to $5,67 \cdot 10^{-11}$, Rayleigh numbers from 51937 to 190974 and heat source powers

from 0.7 mW/mm³ to 10 mW/mm³. With such parameters, the temperature of the microradioelement case changed from 20 °C to 32.66 °C. Under the condition of a small temperature difference, the thermophysical properties of air are taken equal to its properties at a temperature of 20 °C. Discrete analogs of the system of equations of the mathematical model are obtained by the control volume method, the solution is searched for by the software implementation of the modified SIMPLER algorithm. The obtained flow field in the central vertical section of the studied volume is compared with the results of experimental studies by other authors, and a qualitative agreement of the results is noted. At different powers of the internal heat source, the effect of natural convection on the decline (after the initial rise) and subsequent stabilization of the temperature of the microradioelement case is shown. The effect of reorientation of large-scale circulation is demonstrated using temperature fields as an example.

Keywords: natural convection, numerical modeling, mathematical model, micro-radio-element cooling, Boussinesq approximation, cubic domain, air movement dynamics

Acknowledgement: the authors would like to thank A. V. Pyatkova, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics and Mechanics at School of Computer Sciences of the University of Tyumen; researcher at the Tyumen Branch of the Institute of Theoretic and Applied Mechanics named after S. A. Khristianovich of the Siberian Branch of the Academy of Sciences.

Citation: Tomchik, P. I., & Kislitsyn, A. A. (2025). Numerical simulation of micro-radioelectric element cooling by natural air convection. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 11(2), 53–70. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2025-11-2-53-70>

Received Jun. 3, 2025; Reviewed Jun. 9, 2025; Accepted Jun. 11, 2025

Введение

Диапазон исследований в области использования естественной конвекции широчайший: материаловедение [Lyubimova, 2020], [Melnikov, 2007], [Santamaria, 2020], [Seta, 2023], [Bontoux, 1986], [Gelfgat, 1999], [El Ganaoui, 2002], [Bennacer, 2006], [Lappa, 2005, 2007], биология [Benoit, 2008], геофизика [Delgado-Buscalioni, 1999], [Yanagisawa, 2005], [Glatzmaier, 1997], метеорология [Rotunno, 2013], океанография, астрофизика [Heng, 2015] и т. д. Большое значение имеет экспериментальное изучение естественной конвекции в различных постановках краевых задач. Следует отметить, что исследования течений в кубической полости являются основной базой для моделирования различных конвективных процессов в инженерных задачах, при этом конфигурация с вертикальным градиентом температур является значительно более сложной по сравнению с горизонтальным [De Vahl Davis, 1983], [Hortmann, 1990], [Christon, 2002], [Tian, 2000a], [Tian, 2000].

В частности, Гермес Феральди и Марчелло Лаппа [Ferialdi, Lappa, 2024] экспериментально изучили влияние теплообмена через боковые стенки кубического объема на рэлеевскую конвекцию, акцентируя внимание на ее пространственном поведении и иерархии бифуркаций. Специальная установка для изучения течений жидкости в различных контейнерах с возможностью их произвольного расположения в поле действия силы тяжести, использованная в ходе эксперимента, представлена на рис. 1.

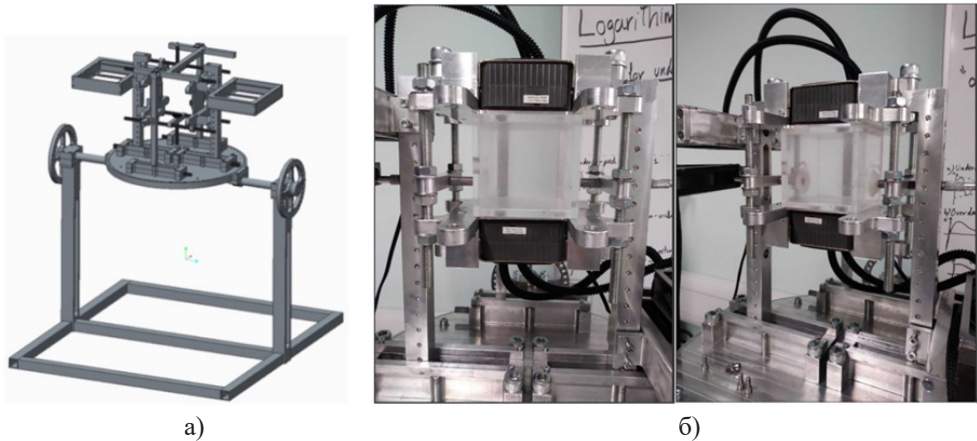


Рис. 1. Экспериментальная установка по изучению естественной конвекции [Ferialdi, Lappa, 2024]: а) штатив оригинальной конструкции; б) фотография экспериментальной установки с плексигласовым кубическим контейнером с жидкостью

Fig. 1. Experimental setup for studying natural convection [Ferialdi, Lappa, 2024]: а) support stand of the original design; б) photograph of the experimental setup with perspex cubic fluid container

Температурный градиент, необходимый для каждого эксперимента, создается двумя противостоящими модулями Пельтье, каждый из которых управляется отдельным регулятором температуры. Таким образом достигается высокая точность нагрева на поверхности термоэлементов ($\pm 0,3$ °C и менее). В ходе эксперимента цифровым микроскопом снимается экспериментальное видео движения частиц-трассеров (размера 50 мкм). Высокое разрешение съемки достигается с помощью светового разреза лучом лазера по методу PIV (Particle Image Velocimetry).

Существенный недостаток экспериментальных методов изучения конвекции заключается в макроскопических масштабах исследуемых объемов (десятки сантиметров) в силу габаритных размеров имеющихся аппаратных средств видеофиксации и лазерной подсветки. Данный недостаток делает практически невозможным проведение экспериментов в микроскопических масштабах, в масштабе пористых сред или микроэлементов радиоэлектронной аппаратуры. В этих случаях изучение конвекции проводится с помощью численного моделирования тепломассопереноса в соответствии с определенными эмпирическими закономерностями конвективных течений с использованием критериев подобия.

Целью нашего исследования является расширение области применения приближения Буссинеска на задачи моделирования течений газов в малых объемах при малых изменениях температуры. В качестве практической задачи такого исследования рассмотрен теплообмен при воздушном охлаждении корпусированного микроэлемента радиоаппаратуры.

Постановка задачи и математическая модель

Микроэлемент радиоаппаратуры представлен в виде прямоугольного параллелепипеда высотой $h = 2$ мм с квадратным основанием со стороной $b = 5$ мм. Микроэлемент находится на нижней грани куба $10 \times 10 \times 10$ см, заполненного воздухом (рис. 2). Сила тяжести направлена вертикально вниз. Боковые стенки куба теплоизолированы, а на верхней и нижней гранях поддерживается постоянная температура $T_c = 20$ °С. Внутри микроэлемента расположен постоянный источник тепла заданной мощности. Все грани куба непроницаемы для воздуха.

Схема расположения микроэлемента представлена на рис. 2, где буквой А обозначено центральное вертикальное сечение кубического объема, в котором строился график конвективного течения для сопоставления с результатами эксперимента.

Для учета возможного влияния вязкой диссипации [Тананаев, 1979], [Коротев и др., 2011], [Зубков, 2018] базовую систему уравнений в приближении Буссинеска следует дополнить диссипативной функцией $\Phi(x, y, z)$ [Ландау, 1988], [Шлихтинг, 1974]:

$$\Phi(x, y, z) = \mu \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (1)$$

В этом случае к безразмерным критериям подобия

— числу Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (2)$$

— и числу Грасгофа

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)l^3}{\nu^2}, \quad (3)$$

надо добавить число Эккерта

$$Ec = \frac{\mu^2}{\rho_0^2 l^2 c_p (T_h - T_c)}. \quad (4)$$

Здесь x, y, z — пространственные координаты, u, v, w — составляющие скорости, μ — динамическая вязкость, ν — кинематическая вязкость, a — коэффициент температуропроводности, β — коэффициент объемного теплового расширения, $T_h - T_c$ —

характерный перепад температур, l — сторона кубического объема, окружающего микроэлемент, ρ_0 — плотность, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

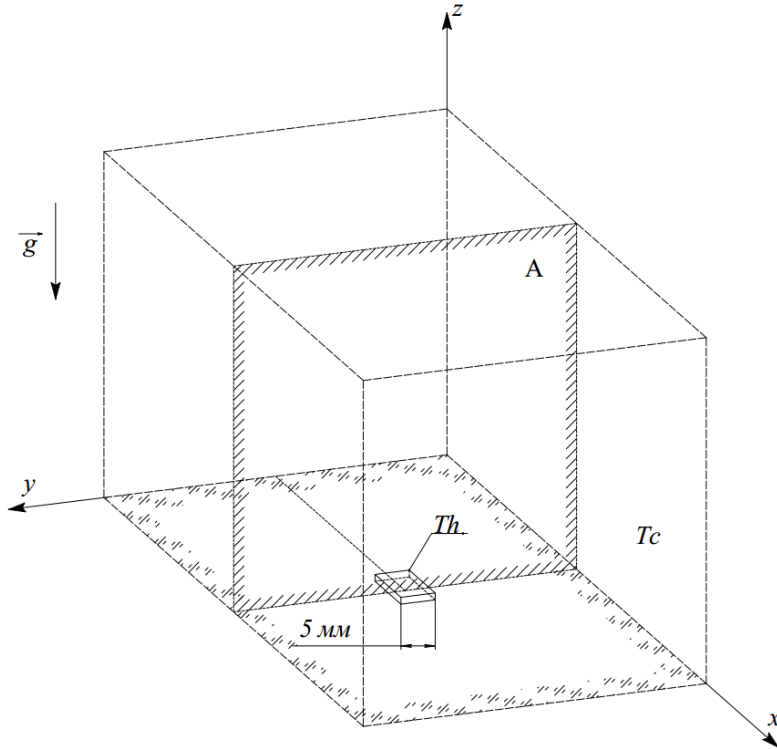


Рис. 2. Схема модели охлаждения корпусированного микроэлемента радиоаппаратуры

Fig. 2. Schematic diagram of the cooling model for a packaged microelement of radio equipment

Максимальное допустимое значение температуры граней микрорадиоэлемента ограничено особенностями конструкции корпусированных радиоэлементов порядка $200 \div 250$ °C, однако с учетом ранее определенной границы применимости приближения Буссинеска [Томчик, 2024] верхний порог ограничен более низким значением температуры 33 °C ($Ra = 190974.45$). В силу малого перепада температур в качестве теплофизических свойств газа выбраны свойства воздуха при температуре $T_0 = T_c$, таким образом, задача сводится к приближению Буссинеска [Черкасов и др., 2018]. При расчетах использовались числа Грасгофа 72865, 107628, 171222 и 262051, которые соответствуют перепадам температур $T_h - T_c$ равным 2, 3, 5 и 13 °C. В этом случае числа Рэлея ($Ra = Gr \cdot Pr$) будут равны 51937, 76963, 123635 и 190974, а числа Эккерта будут равны $2,87 \cdot 10^{-11}$, $1,93 \cdot 10^{-11}$, и $7,79 \cdot 10^{-12}$ соответственно. Мощности источника тепла S задавались равными 0,7 мВт/мм³,

2,2 мВт/мм³, 3,5 мВт/мм³ и 10 мВт/мм³ соответственно. Значения источника тепла S выбирались таким образом, чтобы максимальная температура корпуса микроэлемента была близка к заданным значениям T_h для данного случая.

В декартовой системе координат система уравнений математической модели имеет следующий вид:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_0 u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho_0 w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (5)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_0 u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho_0 w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \rho_0 u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho_0 v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho_0 w \frac{\partial w}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho_0 g[1 - \beta(T - T_0)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k}{\rho_0 c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \\ + \frac{1}{\rho_0 c_p} \Phi(x, y, z) + \frac{1}{\rho_0 c_p} S, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

где источниковый член S вне микроэлемента равен 0.

Соответствие твердому материалу корпуса микроэлемента обеспечено заданием на границе расчетной области скорости равной нулю и заданием параметра обобщенной диффузии программного комплекса «Двумерные эллиптические течения» в данных контрольных объемах равным большому числу (10^{30}). Таким образом скорость во всей области корпуса будет постоянной и равной нулевой скорости на границе [Патанкар, 2003].

Система уравнений (5)–(9) приведена к безразмерному виду [Зубков, 2018], [Томчик, 2024]:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial Y} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = \quad (12)$$

$$= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial Z} + \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} + Gr \cdot (\Theta - 0.5),$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right) + \quad (13)$$

$$+ Ec \cdot \left[2 \left(\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial Z} \right)^2 \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)^2 \right] + \tilde{S},$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0. \quad (14)$$

Безразмерные переменные:

$$X = x/l, \quad Y = y/l, \quad Z = z/l; \quad U = u/\tilde{v}, \quad V = v/\tilde{v}, \quad W = w/\tilde{v},$$

где $\tilde{v} = v/l$ — характерная скорость; $\tau = t/\tilde{\tau}$, где t — время, $\tilde{\tau} = l^2/\nu$ — характерное время; $\Theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$; $\tilde{p} = (p + \rho_0 g z)/(\rho_0 \tilde{v}^2)$, где p — давление, $\rho_0 \tilde{v}^2$ — характерное давление [Томчик, 2024].

Безразмерный источник тепла имеет вид:

$$\tilde{S} = \frac{S \cdot l^2}{\rho_0 c_p (T_h - T_c) \nu}. \quad (15)$$

В цикле численных экспериментов использованы следующие начальные (16) и граничные (17) условия:

$$\tau = 0: \quad \Theta = 0, \quad U = V = W = 0, \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} X = 0: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0, & U = V = W = 0, \\ X = 1: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0, & U = V = W = 0, \\ Y = 0: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0, & U = V = W = 0, \\ Y = 1: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0, & U = V = W = 0, \\ Z = 0: \quad \Theta = 0, & U = V = W = 0, \\ Z = 1: \quad \Theta = 0, & U = V = W = 0. \end{array} \right. \quad (17)$$

Поиск численного решения безразмерной системы уравнений выполнен с применением лабораторного программного комплекса «Двумерные эллиптические течения», который был адаптирован для решения задач в трехмерных системах координат. Комплекс реализует модифицированный алгоритм SIMPLER. Расчеты выполнены с применением неравномерной расчетной сетки $25 \times 25 \times 25$, в которой размеры контрольных объемов увеличиваются по направлению от граней микроэлемента к границам расчетной области. Вид неравномерной расчетной сетки представлен на рис. 3.

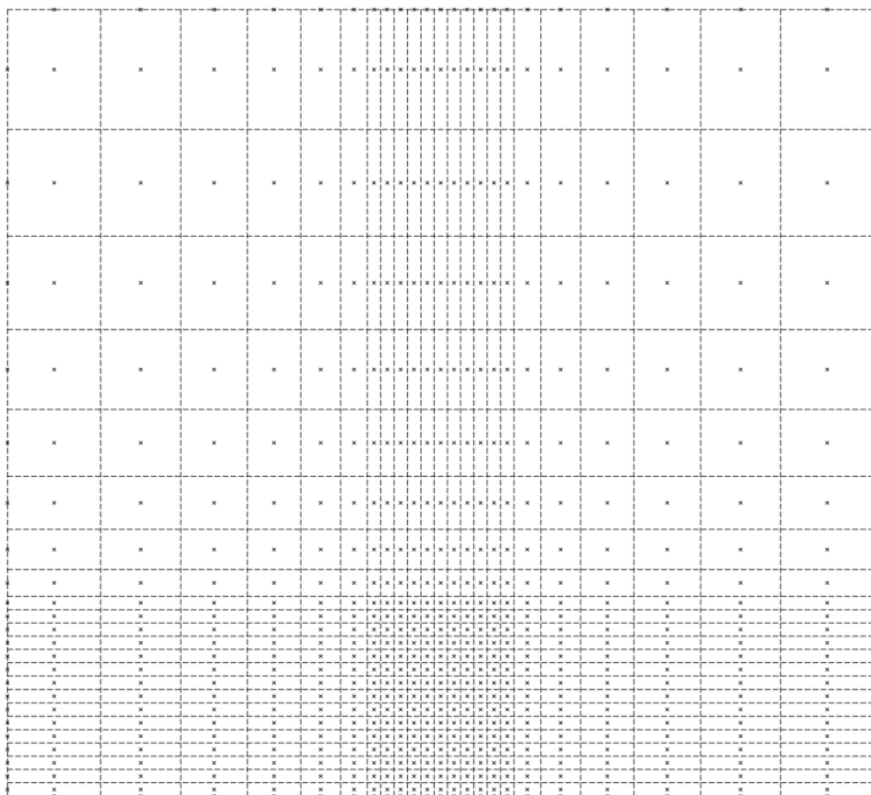


Рис. 3. Неравномерная расчетная сетка 25×25 в сечении А

Fig. 3. Non-uniform computational grid 25×25 in slice A

Результаты моделирования

В начальный момент времени воздух вокруг корпуса микроэлемента неподвижен. С течением времени по мере распространения тепла появляется восходящий поток воздуха, переходящий в вихрь. Снимок движения трассеров экспериментального видео одновихревого конвективного течения (а), полученный Ферияльди и Лаппой [Ferialdi, Larra, 2024], и векторный график вихря в сечении А (б), полученный в результате численного эксперимента, представлены на рис. 4.

Следует отметить качественное соответствие между рис. 4а и 4б.

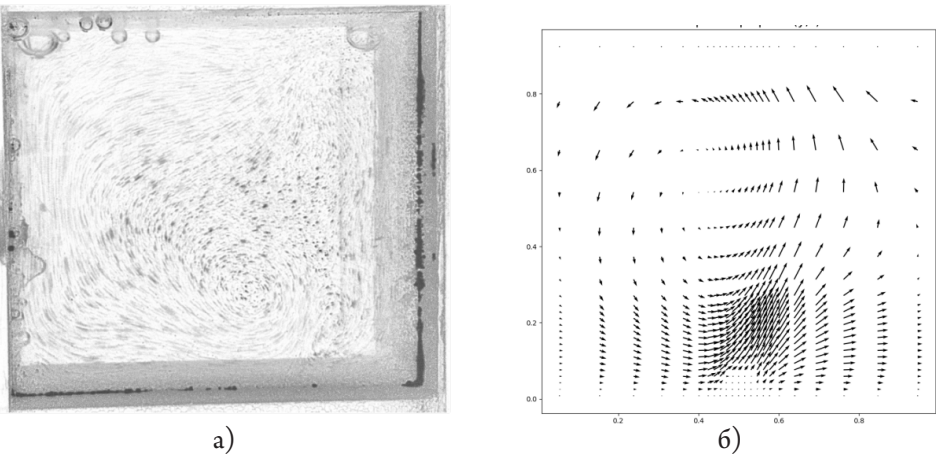


Рис. 4. Одновихревое конвективное течение: а) снимок экспериментального видео [Ferialdi, Lappa, 2024]; б) векторный график по результатам моделирования ($Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7,79 \cdot 10^{-12}$, $S = 10 \text{ мВт/мм}^3$)

Fig. 4. Single-vortex convective flow: а) snapshot of the experimental video [Ferialdi, Lappa, 2024]; б) vector graph based on simulation results ($Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7.79 \cdot 10^{-12}$, $S = 10 \text{ mW/mm}^3$)

На рис. 5–8 представлены графики изменения температуры в центре корпуса микроэлемента (в максимальной точке нагрева), соответствующие различным мощностям внутреннего источника энергии и различным безразмерным параметрам. Возникновение и развитие вихревого течения естественной конвекции, как видно из графиков, приводит к снижению температуры корпуса после первоначального нагрева. С течением времени температура корпуса стабилизируется. Можно отметить, что при увеличении мощности внутреннего источника тепла охлаждение корпуса микроэлемента наступает быстрее и происходит на большую величину.

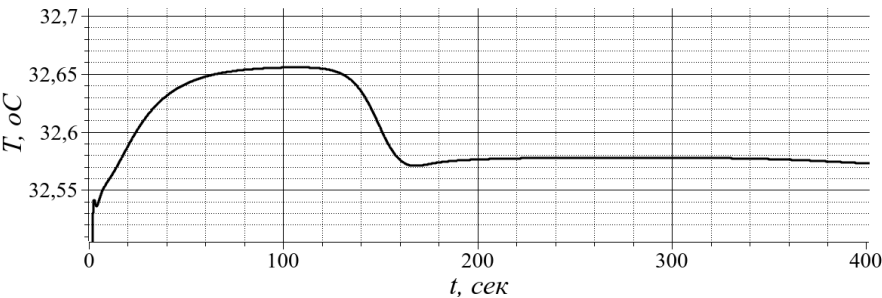


Рис. 5. Изменение температуры корпуса микроэлемента при мощности внутреннего источника 10 мВт/мм^3 ($Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7,79 \cdot 10^{-12}$, $S = 10 \text{ мВт/мм}^3$)

Fig. 5. Change in the temperature of the microelement housing at an internal power source of 10 mW/mm^3 ($Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7.79 \cdot 10^{-12}$, $S = 10 \text{ mW/mm}^3$)

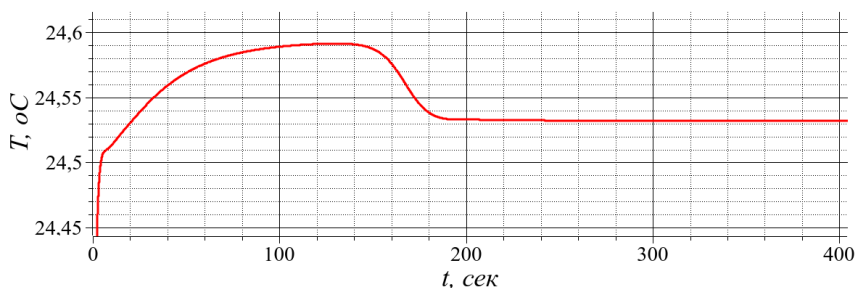


Рис. 6. Изменение температуры корпуса микроэлемента при мощности внутреннего источника 3,5 мВт/мм³ ($Gr = 171222$, $Ra = 123635$, $Ec = 1,2 \cdot 10^{-11}$)

Fig. 6. Change in the temperature of the microelement housing at an internal power source of 3.5 mW/mm³ ($Gr = 171222$, $Ra = 123635$, $Ec = 1.2 \cdot 10^{-11}$)

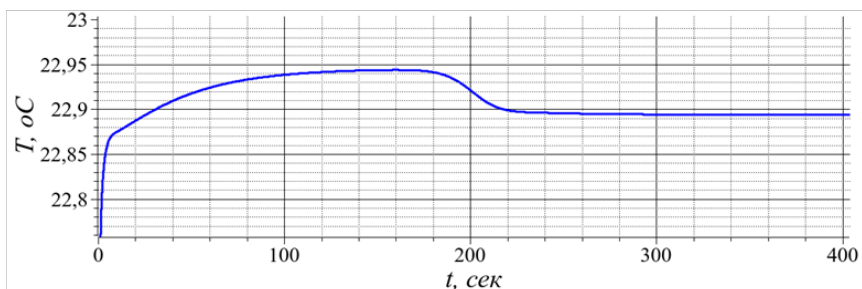


Рис. 7. Изменение температуры корпуса микроэлемента при мощности внутреннего источника 2,2 мВт/мм³ ($Gr = 107628$, $Ra = 76963$, $Ec = 1,93 \cdot 10^{-11}$)

Fig. 7. Change in the temperature of the microelement housing at an internal power source of 2.2 mW/mm³ ($Gr = 107628$, $Ra = 76963$, $Ec = 1.93 \cdot 10^{-11}$)

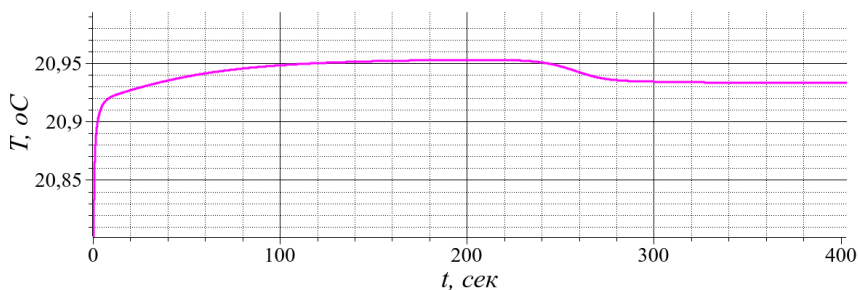


Рис. 8. Изменение температуры корпуса микроэлемента при мощности внутреннего источника 0,7 мВт/мм³ ($Gr = 72865$, $Ra = 51937$, $Ec = 2,87 \cdot 10^{-11}$)

Fig. 8. Change in the temperature of the microelement housing at an internal power source of 0.7 mW/mm³ ($Gr = 72865$, $Ra = 51937$, $Ec = 2.87 \cdot 10^{-11}$)

На рис. 9 приведены поля безразмерной температуры в горизонтальных сечениях на разном удалении от корпуса микроэлемента после выхода на стабилизированный режим для случая $S = 10$ мВт/мм³, $Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7,79 \cdot 10^{-12}$.

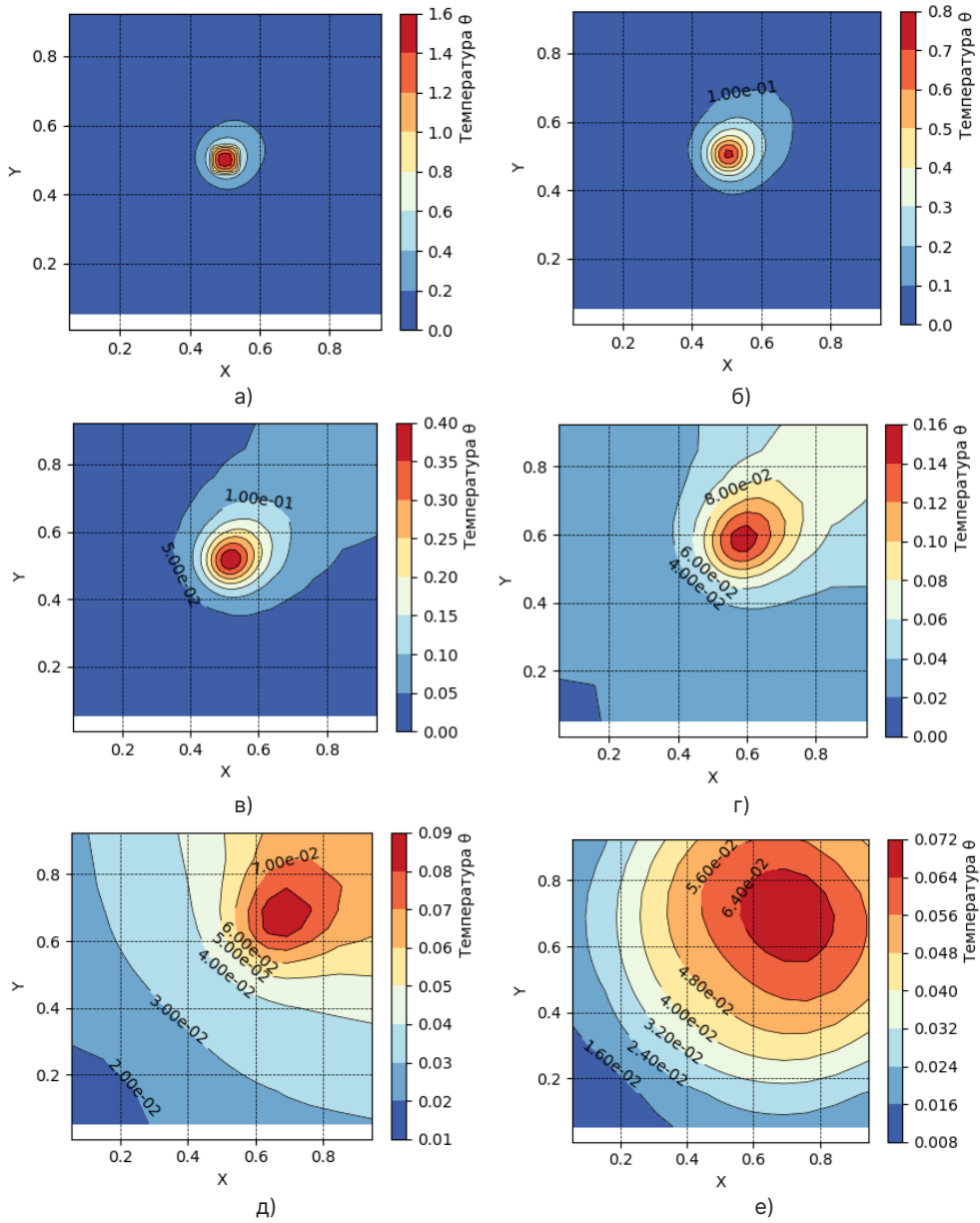


Рис. 9. Поля безразмерной температуры в горизонтальных сечениях кубического объема (10 мВт/мм^3 , $Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7,79 \cdot 10^{-12}$) а) в прилегающем к микроэлементу слое; при удалении от микроэлемента на б) 2 мм, в) 4 мм, г) 12 мм, д) 22 мм, е) 63 мм

Fig. 9. Fields of dimensionless temperature in sections of a cubic volume parallel to the upper face of the microelement case (10 mW/mm^3 , $Gr = 262051$, $Ra = 190974$, $Ec = 7.79 \cdot 10^{-12}$), at a distance from the case: а) in the adjacent layer; б) 2 mm; в) 4 mm; г) 12 mm; д) 22 mm; е) 63 mm

Анализ динамики восходящего течения, возникновения и развития вихря позволяет сделать заключение о стремлении течения занять всю окружающую корпус микроэлемента область. На этапе зарождения одновихревого течения плоскость вращения вихря расположена параллельно одной из вертикальных граней куба. В процессе развития течения плоскость вращения вихря меняется и после стабилизации течения становится параллельной плоскости, проходящей через диагональное вертикальное сечение куба, что также видно из рис. 9 (смещение области высокой температуры к углу сечения). Данный эффект носит название переориентации крупномасштабной циркуляции (*large-scale flow reorientation*) в кубической области [Сухановский, 2021].

Заключение

Численно исследован теплообмен при воздушном охлаждении корпусированного микроэлемента радиоаппаратуры за счет влияния естественной конвекции в кубической области, заполненной воздухом. Внутри микроэлемента задан постоянный источник тепла, при этом нижняя и верхняя грани кубической области поддерживаются при постоянной температуре, а вертикальные грани теплоизолированные.

При разных значениях мощности источника тепла ($0,7\text{--}10\text{ мВт/мм}^3$) и безразмерных параметрах ($Gr = 36989\text{--}262051$, $Ec = 7,79 \cdot 10^{-12}\text{--}5,67 \cdot 10^{-11}$ и $Ra = 51937\text{--}190974$) получены зависимости максимальной температуры корпуса микроэлемента от времени. Установлено, что после первоначального нагрева корпус микроэлемента охлаждается, и в дальнейшем его температура стабилизируется. При увеличении мощности внутреннего источника тепла охлаждение корпуса микроэлемента наступает быстрее и происходит на большую величину. На примере поля температуры показан эффект переориентации крупномасштабной циркуляции.

Таким образом, в задачах моделирования течений газов в малых объемах при малых изменениях температуры может использоваться приближение Буссинеска, что следует из общей физической непротиворечивости полученных результатов и их сопоставления с результатами других авторов. Однако для более точного определения границ применимости приближения Буссинеска для сжимаемых сред требуются дополнительные исследования.

Список источников

- Зубков П. Т., Нарыгин Э. И. 2018. Труды седьмой Российской национальной конференции по теплообмену: в 3-х томах (22–26 октября, Москва, Россия). Том 1. М.: Издательский дом МЭИ. С. 323–326.
- Коротаев Б. А., Гамалич В. Я., Буров А. А. 2011. Диссипативная функция замкнутого потока несжимаемой вязкой жидкости // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. № 2 (7). С. 119–121.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. 1988. Теоретическая физика: в 10 т. Том 6: Гидродинамика / отв. ред. Л. П. Питаевский. М.: Наука. 736 с.

- Патанкар С. В. 2003. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах / Пер. с англ. Е. В. Калабина; под ред. Г. Г. Янькова. М.: Издательство МЭИ, 2003. 312 с.
- Сухановский А. Н. 2021. Конвективные течения различных масштабов в неподвижных и вращающихся замкнутых объемах: дис. ... док-ра физ.-мат. наук. Пермь: Институт механики сплошных сред УрО РАН. 413 с.
- Тананаев А. В. 1979. Течение в каналах МГД устройств М.: Атомиздат, 1979. 364 с.
- Томчик П. И., Кислицын А. А. 2024. Численное исследование устойчивости естественной конвекции // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 10. № 4 (40). С. 50–67.
- Черкасов С. Г., Моисеева Л. А., Ананьев А. В. 2018. Ограничения модели Буссинеска на примере ламинарной естественной конвекции газа между вертикальными изотермическими стенками // Теплофизика высоких температур. Том 56. № 6. С. 961–967.
- Шлихтинг Г. 1974. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 712 с.
- Bennacer R., El Ganaoui M., Leonardi E. 2006. Symmetry breaking of melt flow typically encountered in a Bridgman configuration heated from below // Applied mathematical modelling. Vol. 30. No. 11. Pp. 1249–1261.
- Benoit M. R., Brown R. B., Todd P., Nelson E. S., Klaus D. M. 2008. Buoyant plumes from solute gradients generated by non-motile Escherichia coli // Physical Biology. Vol. 5. No. 4. Article 046007.
- Bontoux P., Roux B., Schiroky G. H., Markham B. L., Rosenberger F. 1986. Convection in the vertical midplane of a horizontal cylinder. Comparison of two-dimensional approximations with three-dimensional results // International journal of heat and mass transfer. Vol. 29. No. 2. Pp. 227–240.
- Christon M. A., Gresho P. M., Sutton S. B. 2002. Computational predictability of time-dependent natural convection flows in enclosures (including abenchmark solution) // International Journal for Numerical Methods in Fluids. Vol. 40. No. 8. Pp. 953–980.
- Delgado-Buscalioni R., del Arco E. C. 1999. Stability of thermally driven shear flows in long inclined cavities with end-to-end temperature difference // International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 42. No. 15. Pp. 2811–2822.
- De Vahl Davis G. 1983. Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution // International Journal for Numerical Methods in Fluids. Vol. 3. No. 3. Pp. 249–264.
- El Ganaoui M., Lamazouade A., Bontoux P., Morvan D. 2002. Computational solution for fluid flow under solid/liquid phase change conditions // Computers & Fluids. Vol. 31. No. 4-7. Pp. 539–556.
- Ferialdi H., Lappa M. 2024. An experimental and numerical investigation into the sensitivity of Rayleigh–Bénard convection to heat loss through the sidewalls // Physica D: Nonlinear Phenomena. Vol. 464. Article 134190. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2024.134190>
- Gelfgat A. Y. 1999. Different modes of Rayleigh–Bénard instability in two-and three-dimensional rectangular enclosures // Journal of Computational Physics. Vol. 156. No. 2. Pp. 300–324.
- Glatzmaier G. A., Roberts P. H. 1997. Simulating the geodynamo // Contemporary physics. Vol. 38. No. 4. Pp. 269–288.

- Heng K., Showman A. P. 2015. Atmospheric dynamics of hot exoplanets // *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. Vol. 43. No. 1. Pp. 509–540.
- Hortmann M., Peri 'c M., Scheuerer G. 1990. Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. Vol. 11. Pp. 189–207.
- Lyubimova T., Rushinskaya K., Zubova N. 2020. Onset and nonlinear regimes of convection of a binary mixture in rectangular cavity heated from below // *Microgravity Science & Technology*. Vol. 32. Pp. 961–972. <https://doi.org/10.1007/s12217-020-09823-x>
- Melnikov D., Mialdun A., Shevtsova V. 2007. Peculiarity of 3D flow organization in Soret driven instability // *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*. Vol. 32, Iss. 3. Pp. 259–270.
- Santamaria C., Šeta B., Gavalda J., Bou-Ali M. M., Ruiz X. 2020. Determining diffusion, thermodiffusion and Soret coefficients by the thermogravitational technique in binary mixtures with optical digital interferometry analysis // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 147. Article 118935.
- Seta B., Errarte A., Ryzhkov I., Bou-Ali M., Shevtsova V. 2023. Oscillatory instability caused by the interplay of Soret effect and cross-diffusion // *Physics of Fluids*. Vol. 35. No. 2. Article 021702.
- Lappa M. 2005. On the nature and structure of possible three-dimensional steady flows in closed and open parallelepipedic and cubical containers under different heating conditions and driving forces // *Fluid Dynamics and Materials Processing*. Vol. 1. No. 1. Pp. 1–19.
- Lappa M. 2007. Secondary and oscillatory gravitational instabilities in canonical three-dimensional models of crystal growth from the melt. Part 1: Rayleigh–Bénard systems // *Comptes Rendus Mécanique*. Vol. 335. No. 5-6. Pp. 253–260.
- Rotunno R. 2013. The fluid dynamics of tornadoes // *Annual Review of Fluid Mechanics*. Vol. 45. No. 1. Pp. 59–84.
- Tian Y. S., Karayiannis T. G. 2000a. Low turbulence natural convection in an air-filled square cavity: Part I: the thermal and fluid flow fields // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 43. No. 6. Pp. 849–866.
- Tian Y. S., Karayiannis T. G. 2000. Low turbulence natural convection in an air-filled square cavity: Part II: the turbulence quantities // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 43. No. 6. Pp. 867–884.
- Yanagisawa T., Yamagishi Y., Homano Y. 2005. Rayleigh-Benard convection in spherical shell with infinite Prandtl number at high Rayleigh number // *Journal of the Earth Simulator*. Vol. 4. Pp. 11–17.

References

- Zubkov, P. T. (October 22–26, 2018). *Proceedings of the seventh Russian National Conference on Heat Exchange: In 3 volumes. Volume 1*. MEI Publishing House, pp. 323–326. [In Russian]
- Korotaev, B. A., Gamolich, V. Ya., & Burov, A. A. (2011). Dissipative function of a closed flow of incompressible viscous liquid. *Modern science: research, ideas, results, technologies*, 2(7), 119–121. [In Russian]
- Landau, L. D., & Lifshits, E. M. (1988). *Theoretical Physics: in 10 volumes. Volume 6: Hydrodynamics*. Nauka. [In Russian]

- Patankar, S. V. (2003). *Numerical solution of problems of thermal conductivity and convective heat transfer during flow in channels*. MEI Publishing House. [In Russian]
- Sukhanovsky, A. N. (2021). *Convective flows of various scales in stationary and rotating enclosed volumes* [Doctoral dissertation, Institute of Continuum Mechanics of the Ural Branch of the RAS]. [In Russian]
- Tananaev, A. V. (1979). *Current in the channels of MHD devices*. Atomizdat. [In Russian]
- Tomchik, P. I., Kislitsyn A. A. (2024). Numerical study of the stability of natural convection. *Bulletin of the Tyumen State University. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, and Energy*, 10(4)(40), 50–67. [In Russian]
- Cherkasov, S. G., Moiseeva, L. A., & Ananiev A. V. (2018). Limitations of the Boussinesque model on the example of laminar natural gas convection between vertical isothermal walls. *Thermophysics of High Temperatures*, 56(6), 902–907. [In Russian]
- Schlichting, G. (1974). *Theory of the boundary layer*. Nauka. [In Russian]
- Bennacer, R., El Ganaoui, M., & Leonardi, E. (2006). Symmetry breaking of melt flow typically encountered in a Bridgman configuration heated from below. *Applied Mathematical Modelling*, 30(11), 1249–1261.
- Benoit, M. R., Brown, R. B., Todd, P., Nelson, E. S., Klaus, D. M. (2008). Buoyant plumes from solute gradients generated by non-motile Escherichia coli. *Physical Biology*, 5(4), art. 046007.
- Bontoux, P., Roux, B., Schiroky, G. H., Markham, B. L., & Rosenberger, F. (1986). Convection in the vertical midplane of a horizontal cylinder. Comparison of two-dimensional approximations with three-dimensional results. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 29(2), 227–240.
- Christon, M. A., Gresho, P. M., Sutton, S. B. (2002). Computational predictability of time-dependent natural convection flows in enclosures (including abenchmark solution). *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40(8), 953–980.
- Delgado-Buscalioni, R., & del Arco, E. C. (1999). Stability of thermally driven shear flows in long inclined cavities with end-to-end temperature difference. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(15), 2811–2822.
- De Vahl Davis, G. (1983). Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3(3), 249–264.
- El Ganaoui, M., Lamazouade, A., Bontoux, P., & Morvan, D. (2002). Computational solution for fluid flow under solid/liquid phase change conditions. *Computers & Fluids*, 31(4-7), 539–556.
- Ferialdi, H., & Lappa, M. (2024). An experimental and numerical investigation into the sensitivity of Rayleigh–Bénard convection to heat loss through the sidewalls. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 464, art. 134190. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2024.134190>
- Gelfgat, A. Y. (1999). Different modes of Rayleigh–Bénard instability in two-and three-dimensional rectangular enclosures. *Journal of Computational Physics*, 156(2), 300–324.
- Glatzmaier, G. A., & Roberts, P. H. (1997). Simulating the geodynamo. *Contemporary Physics*, 38(4), 269–288.
- Heng, K., & Showman, A. P. (2015). Atmospheric dynamics of hot exoplanets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 43(1), 509–540.

- Hortmann, M., Peri 'c, M., & Scheuerer, G. (1990). Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 11, 189–207.
- Lyubimova, T., Rushinskaya, K., & Zubova, N. (2020). Onset and nonlinear regimes of convection of a binary mixture in rectangular cavity heated from below. *Microgravity Science & Technology*, 32, 961–972. <https://doi.org/10.1007/s12217-020-09823-x>
- Melnikov, D., Mialdun, A., & Shevtsova, V. (2007). Peculiarity of 3D flow organization in Soret driven instability. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*, 32(3), 259–270.
- Santamaria, C., Šeta, B., Gavalda, J., Bou-Ali, M. M., & Ruiz, X. (2020). Determining diffusion, thermodiffusion and Soret coefficients by the thermogravitational technique in binary mixtures with optical digital interferometry analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 147, art. 118935.
- Seta, B., Errarte, A., Ryzhkov, I., Bou-Ali, M., & Shevtsova, V. (2023). Oscillatory instability caused by the interplay of Soret effect and cross-diffusion. *Physics of Fluids*, 35(2), art. 021702.
- Lappa, M. (2005). On the nature and structure of possible three-dimensional steady flows in closed and open parallelepipedic and cubical containers under different heating conditions and driving forces. *Fluid Dynamics and Materials Processing*, 1(1), 1–19.
- Lappa, M. (2007). Secondary and oscillatory gravitational instabilities in canonical three-dimensional models of crystal growth from the melt. Part I: Rayleigh–Bénard systems. *Comptes Rendus Mécanique*, 335(5–6), 253–260.
- Rotunno, R. (2013). The fluid dynamics of tornadoes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45(1), 59–84.
- Tian, Y. S., & Karayiannis, T. G. (2000a). Low turbulence natural convection in an air-filled square cavity: Part I: the thermal and fluid flow fields. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(6), 849–866.
- Tian, Y. S., & Karayiannis, T. G. (2000). Low turbulence natural convection in an air-filled square cavity: Part II: the turbulence quantities. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(6), 867–884.
- Yanagisawa, T., Yamagishi, Y., & Homano, Y. (2005). Rayleigh-Benard convection in spherical shell with infinite Prandtl number at high Rayleigh number. *Journal of the Earth Simulator*, 4, 11–17.

Информация об авторах

Павел Иванович Томчик, аспирант, кафедра прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
p.i.tomchik@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6960-4097>

Анатолий Александрович Кислицын, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.a.kislitsyn@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3863-0510>

Information about the authors

Pavel I. Tomchik, Postgraduate Student, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia

p.i.tomchik@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6960-4097>

Anatoliy A. Kislitsyn, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Professor of the Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia

a.a.kislicyn@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3863-0510>