

Вычислительная эффективность моделей мемристора в задаче моделирования синаптического массива аппаратной спайковой нейросети

Александр Николаевич Бусыгин✉, Сергей Юрьевич Удовиченко

Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

Контакт для переписки: a.n.busygin@utmn.ru✉

Аннотация. Для ускорения и удешевления разработки нейроморфных устройств с применением мемристоров необходимо использовать моделирование. В отличие от подробных физико-математических моделей мемристоров, требующих большого времени расчета из-за наличия большого числа дифференциальных уравнений в частных производных, существуют компактные модели, содержащие сокращенное число уравнений. Из-за большого количества мемристоров в синаптических массивах аппаратных нейросетей к моделям мемристоров предъявляются повышенные требования в части вычислительной эффективности для сокращения времени расчета. В работе методами численного моделирования в симуляторе электрических схем LTspice исследованы точность воспроизведения экспериментальной вольт-амперной характеристики и время расчета моделей с использованием гладких и кусочно-линейных функций. Точность моделей определена количественно с использованием средней квадратной ошибки, среднеквадратической ошибки и коэффициента детерминации. Время расчета оценено путем усреднения по десяти моделированиям синаптических массивов с различным количеством ячеек. Для модели, использующей гладкие функции, обнаружено наличие оптимального количества параметров, при котором наблюдается наименьшее отклонение модельной и экспериментальной вольт-амперных кривых. Исходя из баланса точности и времени расчета моделирования синаптических массивов аппаратной спайковой нейронной сети показано, что наиболее вычислительно эффективными моделями являются кусочно-линейные модели мемристора.

Ключевые слова: компактные схемотехнические модели, многофиламентная модель мемристора, кусочно-линейная модель мемристора, нейроморфные устройства, вольт-амперная характеристика

Благодарности: работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-21-00171).

Цитирование: Бусыгин А. Н., Удовиченко С. Ю. 2025. Вычислительная эффективность моделей мемристора в задаче моделирования синаптического массива аппаратной спайковой нейросети // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. Том 11. № 4 (44). С. 136–155. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2025-11-4-136-155>

Поступила 19.11.2025; одобрена 24.11.2025; принята 25.11.2025

Computational efficiency of memristor models in the hardware spiking neural network synaptic array simulation

Alexander N. Busygin✉, Sergey Yu. Udovichenko

University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: a.n.busygin@utmn.ru✉

Abstract. To accelerate and reduce the cost of developing neuromorphic devices using memristors, simulation is essential. Unlike detailed physical and mathematical models of memristors, which require extensive calculation time due to the large number of partial differential equations, compact models containing a reduced number of equations exist. Due to the large number of memristors in synaptic arrays of hardware neural networks, memristor models must meet increased computational efficiency requirements to reduce calculation time. In this study, numerical simulations using the LTspice electrical circuit simulator were conducted to study the accuracy of reproducing the experimental current-voltage characteristics and the calculation time of models using smooth and piecewise linear functions. Model accuracy was quantified using the mean squared error, root mean squared error, and determination coefficient. Computation time was estimated by averaging over ten simulations of synaptic arrays with varying cell counts. For a model using smooth functions, an optimal number of parameters was found that yields the smallest deviation between the model and experimental current-voltage curves. Based on the balance between accuracy and computation time for simulating synaptic arrays in a hardware spiking neural network, piecewise linear memristor models were shown to be the most computationally efficient.

Keywords: compact circuit models, multifilamentary memristor model, piecewise linear memristor model, neuromorphic devices, current-voltage characteristic

Acknowledgements: the work is supported by Russian Science Foundation (project No. 24-21-00171).

Citation: Busygin, A. N., & Udovichenko, S. Yu. (2025). Computational efficiency of memristor models in the hardware spiking neural network synaptic array simulation. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*, 11(4), 136–155 <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2025-11-4-136-155>

Received Nov. 19, 2025; Reviewed Nov. 24, 2025; Accepted Nov. 25, 2025

Введение

Мемристор — предсказанный теоретически Леоном Чуа [Chua, 2003] четвертый пассивный компонент электроники, электрическое сопротивление которого меняется под действием электрического тока и сохраняется при его отсутствии. Впервые структуру, проявляющую такие свойства, получили в лаборатории фирмы Hewlett–Packard в 2008 г. [Strukov et al., 2008]. С тех пор мемристивный эффект получен на множестве материалов.

Монотонная зависимость изменения сопротивления мемристора от протекающего тока нашла применение во множестве устройств, включая нейроморфные устройства. Принципы работы нейроморфных устройств основываются на процессах, происходящих в живых биологических нейронах и нейронных сетях. Процесс резистивного переключения в мемристорах оказался похож на процесс изменения чувствительности синаптической связи в живых нейронных сетях. Поэтому на основе мемристоров создаются искусственные синаптические устройства или целые нейронные массивы.

Для нейроморфных схем особую ценность представляют мемристоры, проявляющие многофиламентное переключение, т. е. изменяющие свое электрическое сопротивление с образованием нескольких независимых узких проводящих областей [Koehl et al., 2013; Martyshev et al., 2020; Yang et al., 2020; Gismatulin et al., 2020; Matsukatova et al., 2023]. Такое переключение позволяет надежно задавать больше устойчивых состояний мемристора с разным электрическим сопротивлением из-за большого количества возможных конфигураций филаментов.

Как и в других областях техники, для ускорения и удешевления разработки нейроморфных устройств с применением мемристоров строятся модели различного уровня абстракции. Синаптические массивы содержат большое количество мемристоров, поэтому их модели, кроме высокой достоверности, должны обладать высокой вычислительной эффективностью для обеспечения приемлемого времени расчета разрабатываемой электрической схемы.

Самыми достоверно воспроизводящими свойствами мемристоров моделями являются физико-математические модели [Miranda et al., 2013; Asapu, Maiti, 2017; Chee et al., 2018; Messaris et al., 2020], содержащие систему множества дифференциальных уравнений в частных производных. Очевидно, что такие модели требуют огромных вычислитель-

ных мощностей и не подходят для одновременного моделирования большого количества мемристоров.

Моделирование большого числа мемристоров за приемлемое время возможно с применением компактных моделей мемристоров, в которых система уравнений редуцирована до нескольких уравнений в частных производных по числу интегральных параметров состояния. Такими параметрами состояния могут быть, например, высота и толщина проводящей области (филамента), прорастающей в мемристоре под действием внешнего электрического поля. Обычно такие модели могут быть представлены в виде эквивалентной электрической схемы для последующего использования в существующих симуляторах электрических схем [Chee et al., 2019; Zhuo et al., 2022].

При описании многофилламентных мемристоров используется естественное расширение модели путем добавления дополнительных параметров состояния для каждого филамента [González-Cordero et al., 2016; Chee et al., 2019; Zhuo et al., 2022]. Соответственно, в уравнение тока мемристора добавляются дополнительные члены, а изменение каждого нового параметра состояния описывается отдельным дифференциальным уравнением. В работе [Zhuo et al., 2022] для каждого филамента вводятся два интегральных параметра состояния, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями первого порядка во времени. В работе [Pacheco-Sanchez et al., 2023] изменение состояния множества филаментов описывается двумя параметрами состояния. Другой подход заключается в выборе в качестве параметров состояния статистических показателей, как в работах [Patterson et al., 2018; Demin et al., 2023], где единый параметр состояния определяет состояние бесконечного числа филаментов. Во всех перечисленных моделях количество уравнений возрастает с количеством филаментов, что увеличивает время их расчета.

Существуют компактные схемотехнические многофилламентные модели мемристоров, в которых используются кусочные функции [Bielek et al., 2013; Amador et al., 2017; Fan et al., 2018; Al Chawa et al., 2018; Karakulak, Mutlu, 2020; Getachew et al., 2021; Zhevnenko et al., 2021; Hossen et al., 2022; Morozov et al., 2022; Li et al., 2023; Yousuf et al., 2023]. Использование кусочно-линейных (PWL — piecewise linear) функций для описания нелинейных зависимостей особенно востребовано при описании динамики осцилляторов с применением мемристоров [Amador et al., 2017; Fan et al., 2018].

Известны модели, использующие кусочные функции в уравнении для тока мемристора [Zhevnenko et al., 2021]. Однако большинство моделей используют кусочные функции только в уравнении изменения параметра состояния [Karakulak, Mutlu, 2020; Getachew et al., 2021; Morozov et al., 2022; Li et al., 2023; Omar et al., 2024]. Кусочный вид позволяет точнее моделировать поведение параметра состояния для большего совпадения вольт-амперной характеристики (далее — ВАХ) во время резистивного переключения с экспериментом [Getachew et al., 2021]. Причем, как правило, изменение параметра состояния задается пропорциональным произведению двух функций: пороговой функции и функции окна. Пороговая функция задает зависимость параметра состояния от приложенного к мемристору напряжения. Функция окна не позволяет параметру состояния выйти за допустимый диапазон и описывает замедление резистивного пе-

реключения вблизи границ диапазона. В существующих моделях с таким разделением функций кусочными являются либо функция окна [Bialek et al., 2013; Karakulak, Mutlu, 2020; Getachew et al., 2021; Omar et al., 2024], либо обе функции [Getachew et al., 2021; Li et al., 2023]. Пороговая функция позволяет явно задать пороги напряжения, при которых происходит изменение параметра состояния мемристора. Для этого кусочные пороговые функции имеют участок с нулевым значением в пределах допороговых значений напряжения на мемристоре. Модель [Bialek et al., 2013] как ранний представитель кусочно-линейных моделей является очень простой и не может воспроизводить плавное резистивное переключение в низкопроводящее состояние, которое наблюдается в большинстве биполярных мемристоров, например, как в [El Mesoudy et al., 2022].

В отличие от модели с только кусочно-линейными функциями модели с кусочно-нелинейными функциями [Zhevenko et al., 2021; Li et al., 2023; Omar et al., 2024] точнее отражают изменение параметра состояния в процессе резистивного переключения при том же количестве кусков в функции. Однако расчет нелинейных функции требует большего времени по сравнению с линейными.

Часть существующих моделей использует единую кусочную функцию изменения параметра состояния вместо произведения функций [Morozov et al., 2022]. Единая функция изменения параметра состояния является функцией двух переменных и уже задается не как одномерная кусочно-линейная, а как табличная функция. Такой подход применен в моделях мемристоров [Hossen et al., 2022; Yousuf et al., 2023], предназначенных для моделирования спайковых нейронных сетей при фиксированной амплитуде импульсов напряжения. В этих моделях в виде переходных таблиц задаются функции вероятности изменения параметра состояния от текущего значения параметра состояния и величины его изменения. Модели учитывают вероятностный характер резистивного переключения под действием спайков в виде импульсов напряжения, но не способны воспроизводить полную ВАХ, так как переходные таблицы отличаются для разных напряжений на мемристоре.

Высокая неточность расчетных кривых как в линейных, так и нелинейных вышеприведенных кусочных моделях при сравнении с экспериментальными данными возникает из-за стремления описать зависимости тока и изменения состояния мемристора от текущего значения параметра состояния и прикладываемого напряжения путем аппроксимации простыми математическими функциями с последующим подбором советующих констант. Эту неточность можно практически исключить путем применения кусочно-линейной функции для ВАХ, получаемой непосредственно из экспериментальных данных.

Несмотря на большую точность кусочно-линейные модели обладают недостатком, проявляющимся в резком росте времени расчета схемы в некоторых сценариях. Это связано с тем, что при переходе через точку, разделяющую две кривые с разным наклоном на вольт-амперной кривой, производная тока при этом меняется скачкообразно. Из-за этого при моделировании программе-симулятору приходится итеративно уменьшать временной шаг для нахождения решения системы уравнений для токов и напряжений.

Ранее авторами разработаны несколько компактных моделей мемристоров [Удовиченко и др., 2025; Busygin et al., 2025], предназначенных для эффективного моделирования

больших мемристорных массивов. Первая модель является представителем класса моделей, использующих гладкие функции, а вторая — класса кусочно-линейных моделей. Однако вычислительная эффективность моделей была показана только в стандартной задаче моделирования электрической схемы регулярного массива из квадратных ячеек с мемристорами в вершинах квадратов.

Задачей настоящей работы является оценка вычислительной эффективности моделей [Удовиченко и др., 2025; Busygin et al., 2025] при расчете синаптического массива спайковой аппаратной импульсной нейронной сети.

Методы

Компактные схмотехнические модели строятся на основе системы уравнений из формулы для тока и дифференциального уравнения для параметра состояния:

$$\begin{cases} I_m = f(V_m, V_s) \\ \frac{dV_s}{dt} = g(V_m, V_s), \quad V_s \in [0, 1] \end{cases}$$

Первое уравнение определяет ток через мемристор I_m в зависимости от прикладываемого напряжения V_m и значения параметра состояния V_s . Второе уравнение отвечает за изменение состояния во времени в зависимости от прикладываемого к мемристорному напряжению и текущего значения параметра состояния. Для многофиламентной модели мемристора функция f является суммой токов через резисторы, представляющие модель филаментов, а g — гладкой нелинейной функцией. В случае кусочно-линейной модели все функции представлены в виде таблиц значений (набора точек), значения между которыми получаются линейной интерполяцией.

Точность моделей оценивалась количественно с помощью сравнения модельной и экспериментальной ВАХ мемристоров с вычислением средней квадратной ошибки (MSE — mean squared error), среднеквадратической ошибки (RMSE — root mean squared error) и коэффициента детерминации R^2 . Все модели мемристоров были предварительно настроены на экспериментальную ВАХ из работы [El Mesoudy et al., 2022]. Электрическая схема, использованная для получения модельной ВАХ, представлена на рис. 1.

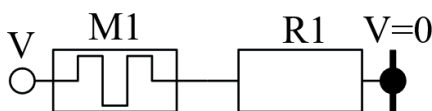


Рис.1. Схема моделирования ВАХ

Fig. 1. I-V characteristic simulation circuit

Ток, протекающий через мемристор, высчитывался из тока шунта $R1$, сопротивление которого было установлено в 1 мОм.

Для оценки времени расчета синаптических массивов были собраны множество схем регулярных массивов с ячейками 1D2M [Pisarev et al., 2018] разного размера. Пример такого массива приведен на рис. 2.

К проводникам массива были подключены источники напряжения, имитирующие сигналы, возникающие при работе спайковой нейронной сети. Использование источников напряжения вместо реальных схем позволяет максимизировать влияние моделей мемристоров, так как время расчета остальных частей нейросети не учитывается. Верхние источники напряжения подают в схему входные импульсы (спайки). Правые источники напряжения имитируют обратные импульсы отрицательного напряжения, возникающие при активации нейронов, к которым подключен синаптический массив в полной схеме нейросети.

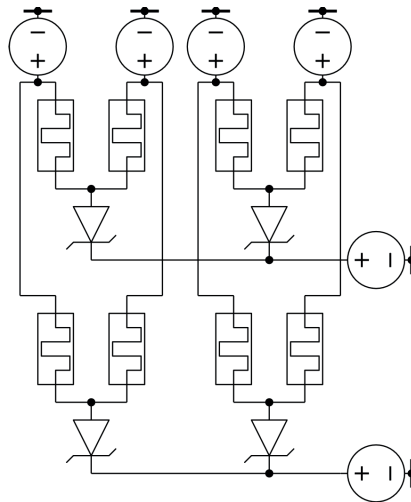


Рис. 2. Электрическая схема синаптического массива размером 2x2 ячеек с периферийными источниками напряжения

Fig. 2. Electrical circuit of a 2x2 cell synaptic array with peripheral voltage sources

Все импульсы напряжения в реальной аппаратной спайковой нейросети имеют фиксированную форму, отличаются только времена их возникновения. Для получения обобщенных результатов симуляция синаптического массива каждого размера (от 1x1 до 16x16) была выполнена со случайными временами возникновения импульсов, которые изменялись при каждой симуляции. В итоге для каждого размера массива получены среднее значение и доверительный интервал времени расчета.

Моделирование всех электрических схем выполнено в бесплатном симуляторе LTspice версии 17.0.36.0, выпускаемым фирмой Linear Technology. Подготовка входных файлов для LTspice выполнялась с помощью скрипта на языке Python 3.10. Технические характеристики компьютера: CPU Intel i3-10105 (4 ядра, 8 потоков), 32 ГБ DDR4 (2666 МГц), SSD накопитель WD Blue SN550 (3 бит TLC, чтение до 2400 МБ/с, запись до 1750 МБ/с).

Результаты

Рассматриваемые модели были построены с различной степенью детальности. Многофиламентная модель мемристора [Удовиченко и др., 2025] моделировалась с разным числом филаментов, а кусочно-линейная модель [Busygin et al., 2025] — с разным числом пар значений (точек) в таблицах для зависимости ток-напряжение и параметра состояния.

Обозначение и сводная характеристика использованных моделей представлена в табл. 1.

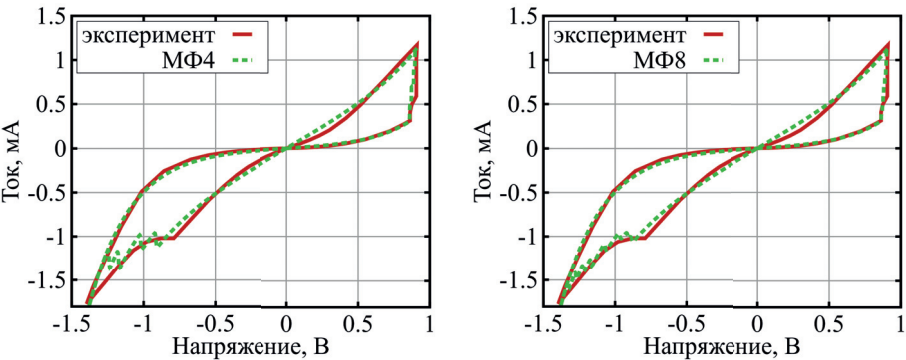
Таблица 1. Характеристика моделей мемристора

Table 1. Memristor models characteristics

Обозначение	Детальность	Количество параметров
МФ4	4 филамента	10
МФ8	8 филаментов	18
МФ16	16 филаментов	34
МФ32	32 филамента	66
Табл.	170 точек	340
Табл./2	86 точек	172
Табл./4	43 точки	86
Табл./8	25 точек	50

Модельные и экспериментальные ВАХ для многофиламентной модели представлены на рис. 3.

Основное влияние детальность модели оказывает на области ВАХ, в которых происходят изменения состояния мемристора. Область перехода из высокоомного в низкоомное состояние при положительном напряжении отличается незначительно. Основное различие наблюдается в области обратного переключения при отрицательном напряжении.



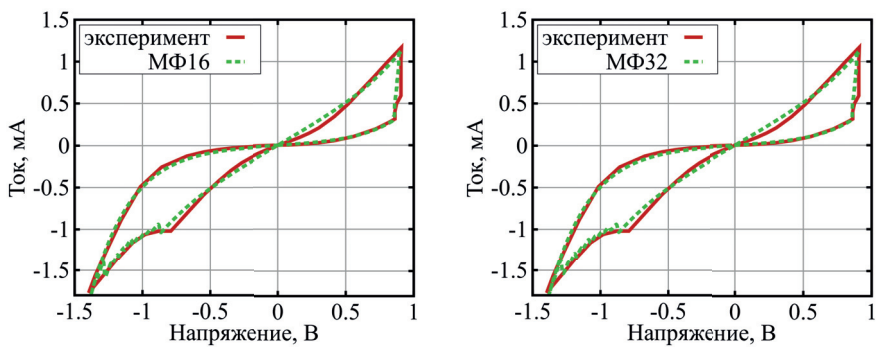


Рис. 3. Результат моделирования BAX для многофиламентной модели разной степени детальности

Fig. 3. Result of current-voltage characteristic simulations using multifilament models with varying levels of detail

BAX, полученные с помощью табличной модели, представлены на рис. 4.

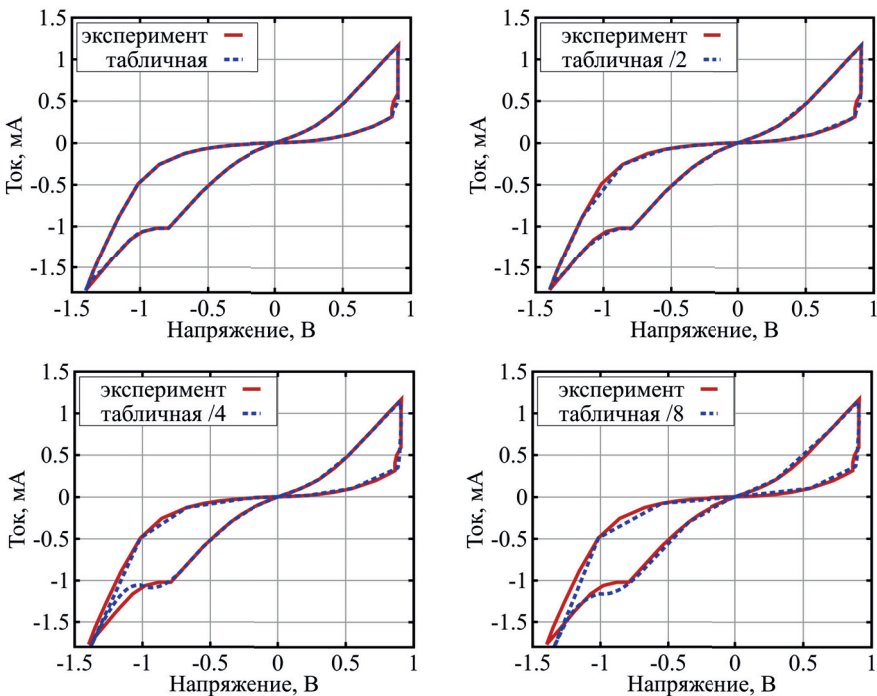


Рис. 4. Результат моделирования BAX для табличной модели разной степени детальности

Fig. 4. Result of current-voltage characteristic simulations using PWL models with varying levels of detail

Здесь также основное отличие наблюдается при отрицательном напряжении на мемристоре в области перехода из низкоомного состояния в высокоомное.

Количественные оценки совпадения модельных и экспериментальных кривых приведены в табл. 2.

Таблица 2. Количественные характеристики отклонения модельных и экспериментальных кривых ВАХ моделей мемристора

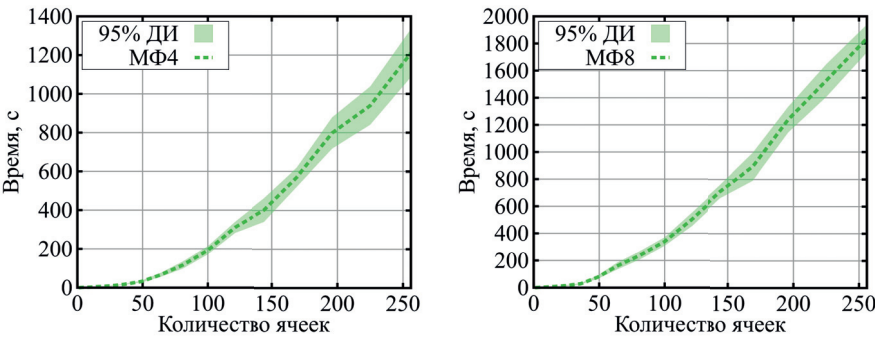
Table 2. Quantitative characteristics of the deviation of the simulated and experimental current-voltage curves of the memristor models

Обозначение	MSE, A ²	RMSE, A	R ²
МФ4	$4.3082 \cdot 10^{-09}$	$6.5637 \cdot 10^{-05}$	0.989184
МФ8	$2.5889 \cdot 10^{-09}$	$5.0881 \cdot 10^{-05}$	0.993500
МФ16	$3.2378 \cdot 10^{-09}$	$5.6902 \cdot 10^{-05}$	0.991871
МФ32	$3.3304 \cdot 10^{-09}$	$5.7710 \cdot 10^{-05}$	0.991639
Табл.	$1.2073 \cdot 10^{-10}$	$1.0987 \cdot 10^{-05}$	0.999697
Табл./2	$4.3510 \cdot 10^{-10}$	$2.0859 \cdot 10^{-05}$	0.998907
Табл./4	$2.0503 \cdot 10^{-09}$	$4.5280 \cdot 10^{-05}$	0.994850
Табл./8	$5.0685 \cdot 10^{-09}$	$7.1193 \cdot 10^{-05}$	0.987270

Здесь MSE — средняя квадратная ошибка, RMSE — средняя квадратическая ошибка, R² — коэффициент детерминации.

Here MSE — mean squared error, RMSE — root mean squared error, R² — coefficient of determination.

Среднее время расчета синаптических массивов разного размера и доверительный интервал (ДИ) с надежностью 95% при моделировании с использованием многофилламентной модели представлен на рис. 5.



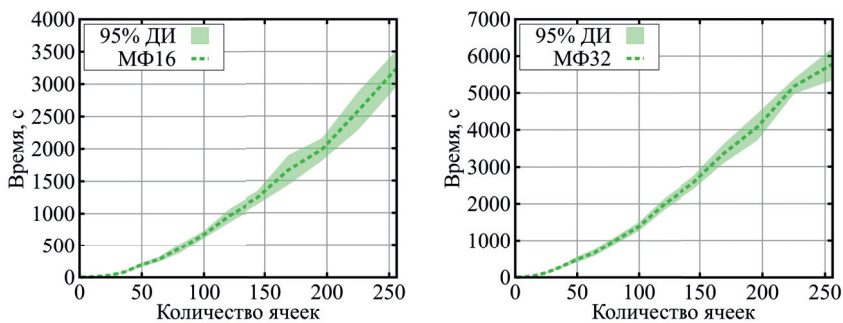


Рис. 5. Время расчета синаптического массива спайковой нейросети в зависимости от количества ячеек при использовании многофилamentной модели мемристора разной степени детальности

Fig. 5. Simulation times of the synaptic array of a spiking neural network depending on the number of cells when using multifilament memristor models with varying levels of detail

При малых размерах время расчета зависит от размера массива нелинейно, а начиная со 100 ячеек наблюдается линейная зависимость.

Времена расчета тех же схем, но с использованием табличных моделей приведены на рис. 6.

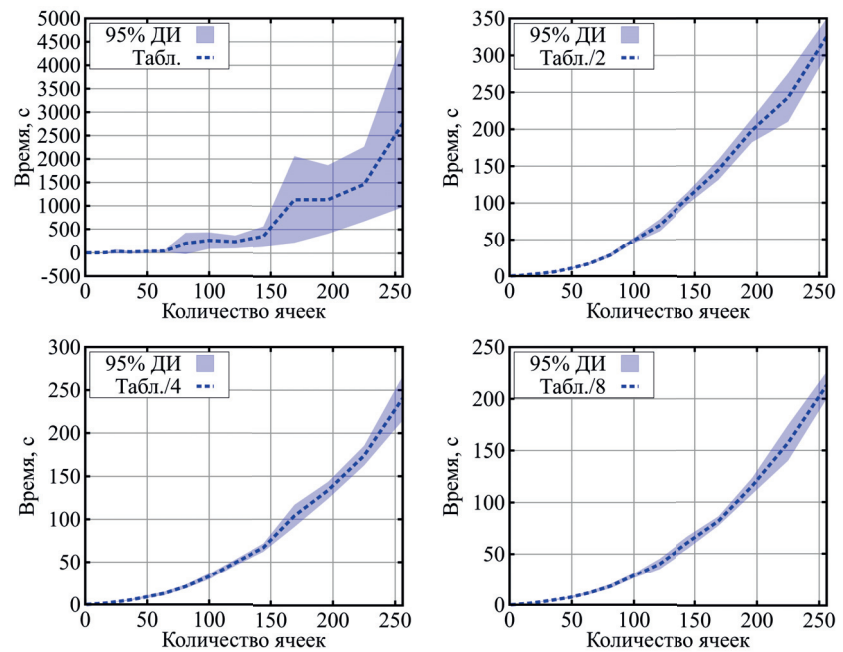


Рис. 6. Время расчета синаптического массива спайковой нейросети в зависимости от количества ячеек при использовании табличной модели мемристора разной степени детальности

Fig. 6. Simulation times of the synaptic array of a spiking neural network depending on the number of cells when using PWL memristor models with varying levels of detail

Наблюдается аналогичная зависимость времени расчета от размера массива, как и для многофиламентной модели. Однако при моделировании самой детальной табличной модели время расчета значительно выше.

Обсуждение

Несмотря на предположение о большей ожидаемой точности воспроизведения ВАХ моделью с большим числом параметров для многофиламентной модели наблюдается оптимальное число филаментов (рис. 7).

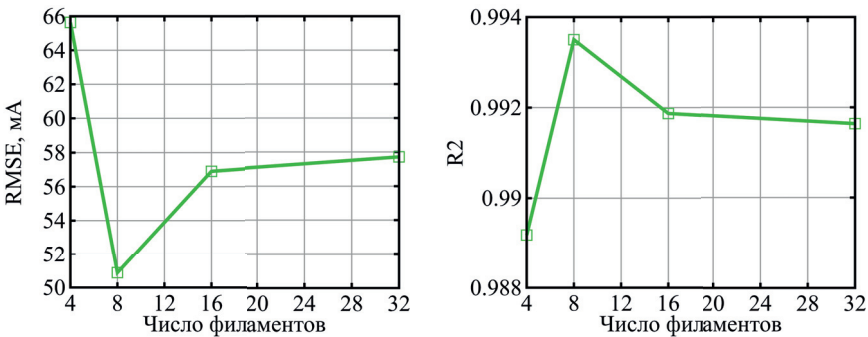


Рис. 7. Зависимость среднеквадратичной ошибки и коэффициента детерминации от числа филаментов в многофиламентной модели мемристора

Fig. 7. Dependence of the root mean squared error and the coefficient of determination on the number of filaments in the multifilament memristor model

Таким образом, использование многофиламентной модели с числом филаментов больше 8 не является оптимальным даже без оценки времени расчета модели.

Такие же графики для табличной модели приведены на рис. 8.

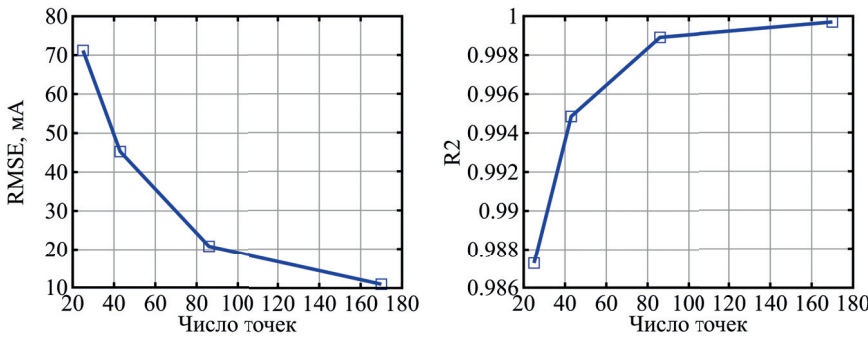


Рис. 8. Зависимость среднеквадратичной ошибки и коэффициента детерминации от числа точек в табличной модели мемристора

Fig. 8. Dependence of the root mean squared error and the coefficient of determination on the number of points in the memristor PWL model

Здесь наблюдается ожидаемая тенденция: с увеличением детальности модели возрастает и ее точность.

Анализ зависимости времени расчета от детальности моделей приведен на рис. 9. Данные показаны для синаптического массива размером 16х16.

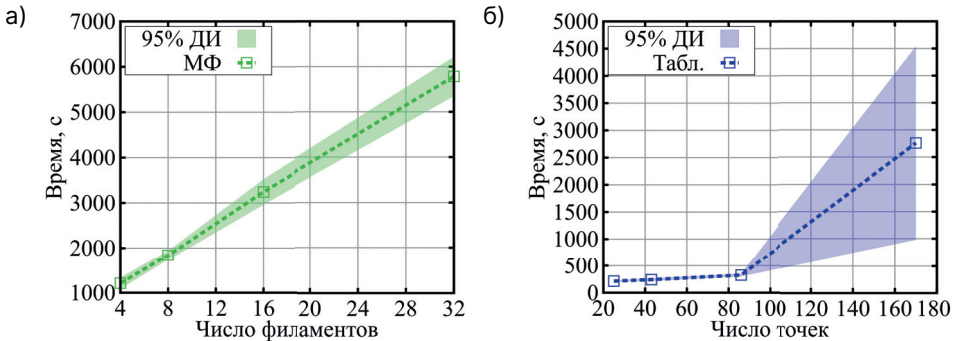


Рис. 9. Зависимость времени расчета от количества параметров в моделях мемристора: а) многофиламентная модель, б) табличная модель

Fig. 9. Dependence of simulation time on the number of parameters in memristor models: а) multifilament model, б) PWL model

Для многофиламентной модели время расчета и разброс его значений возрастают линейно с ростом числа филаментов. Для табличной модели, начиная с некоторого критического размера, наблюдается резкий нелинейный рост как среднего времени расчета, так и разброса его значений. Это вызвано обозначенным во введении эффектом скачкообразного изменения первой производной тока от напряжения для вольт-амперной кривой, заданной таблицей в модели. Симулятору электрических схем приходится уменьшать шаг по времени для нахождения решения уравнений токов и напряжений для обеспечения заданной точности. Проблема обостряется наличием множества мемристоров с такой кусочно-линейной ВАХ, поэтому время расчета возрастает от размера синаптического массива быстрее, чем линейно. Кроме этого, возможны ситуации без скачкообразного изменения производной, когда падение напряжения на мемристоре не выходит за пределы линейного участка ВАХ (между точками). Очевидно, таких ситуации будет тем больше, чем длиннее линейные участки ВАХ. Это проявляется на рис. 9б уменьшением разброса значений времени расчета для табличных моделей с уменьшением количеством параметров.

Необходимые данные для выбора оптимальной модели для расчета синаптического массива спайковой нейронной сети представлены на рис. 10.

Из рис. 10а видно, что наименьшим временем расчета обладает табличная модель с минимальным набором параметров. Однако для окончательного выбора необходимо иметь в виду также и точность воспроизведения ВАХ. Для наглядного представления эффективности рассмотренных моделей построена диаграмма на рис. 10б. На этой диаграмме наиболее эффективные модели будут расположены вблизи начала координат, т. е.

обладать высокой точностью, проявляющейся в низком значении среднеквадратичной ошибки, и малым временем расчета синаптического массива.

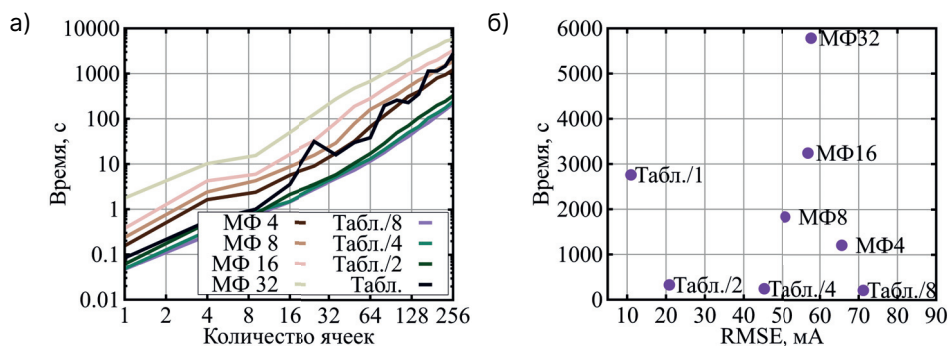


Рис. 10. Данные для выбора оптимальной модели: а) сводный график времени расчета от размера синаптического массива, б) диаграмма эффективности для всех рассмотренных моделей

Fig. 10. Data for selecting the optimal memristor model: a) summary graph of simulation times versus synaptic array size, b) efficiency diagram for all models considered

Таким образом, из рассмотренных моделей для моделирования синаптических массивов аппаратной спайковой искусственной нейронной сети на основе биполярных мемристоров [El Mesoudy et al., 2022] наиболее эффективными являются табличные модели.

Заключение

Рассмотрено применение компактных моделей мемристора схемотехнического уровня абстракции на основе гладких и табличных функций для задачи моделирования синаптического массива аппаратной спайковой нейронной сети. Точность моделей оценена при моделировании ВАХ биполярного мемристора, рассчитаны количественные метрики отклонения модельных и экспериментальных кривых ВАХ: средняя квадратная ошибка, среднеквадратическая ошибка и коэффициент детерминации. Путем моделирования со случайными временами входных и обратных импульсов от нейронов оценены средние значения и доверительные интервалы времени расчета синаптических массивов.

Выявлено, что для многофиламентной модели существует оптимальное количество параметров, при котором наблюдается наименьшее отклонение модельных и экспериментальных ВАХ. Время расчета многофиламентной модели возрастает линейно как с ростом числа параметров, так и с ростом размера синаптического массива.

Для табличной модели зависимость времени расчета от количества параметров возрастает нелинейно по степенному закону с показателем больше единицы. Кроме этого, наблюдается взрывной рост времени расчета синаптического массива при увеличении числа параметров в табличной модели. Это связано со скачкообразным изменением

первой производной тока от напряжения в кусочно-линейном представлении ВАХ для табличной модели.

Наиболее эффективными с точки зрения времени и точности моделирования синаптических массивов аппаратной спайковой нейронной сети являются табличные модели.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Удовиченко С. Ю., Бусыгин А. Н., Ибрагим А. Х. А., Писарев А. Д., Шулаев Н. А. 2025. Быстродействие и точность компактных схемотехнических моделей мемристора на гладких и табличных функциях // Наноиндустрия. Т. 18. № S11-2(135). С. 459–464. EDN: TCZOMJ
- Al Chawa M. M., de Benito C., Picos R. 2018. A simple piecewise model of reset/set transitions in bipolar ReRAM memristive devices // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. Vol. 65. No. 10. Pp. 3469–3480. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2018.2830412>
- Amador A., Freire E., Ponce E., Ros J. 2017. On discontinuous piecewise linear models for memristor oscillators // International Journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 27. No. 06. Art. no. 1730022. <https://doi.org/10.1142/S0218127417300221>
- Asapu S., Maiti T. 2017. Multifilamentary conduction modeling in transition metal oxide-based RRAM // IEEE Transactions on Electron Devices. Vol. 64. No. 8. Pp. 3145–3150. <https://doi.org/10.1109/TED.2017.2709249>
- Biolek D., Di Ventra M., Pershin Y. V. 2013. Reliable SPICE simulations of memristors, memcapacitors and meminductors // Radioengineering. Vol. 22. No. 4. P. 945. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1307.2717>
- Busygin A. N., Udovichenko S. Y., Neustroev A. A., Ebrahim A. H., Maevsky O. V. 2025. Circuit-level model of the memristor based on piecewise linear functions derived from experimental electrical characteristics // IEEE Transactions on Electron Devices. Vol. 72. No. 8. Pp. 4537–4543. <https://doi.org/10.1109/TED.2025.3582217>
- Chee H. L., Kumar T. N., Almurib H. A. 2018. Multifilamentary conduction modelling of bipolar Ta₂O₅/TaO_x Bi-layered RRAM // Proceedings of 2018 IEEE 7th Non-Volatile Memory Systems and Applications Symposium (NVMSA) (28–31 August 2018, Hakodate, Japan). IEEE. Pp. 113–114.
- Chee H. L., Kumar T. N., Almurib H. A. F. 2019. Electrical model of multi-level bipolar Ta₂O₅/TaO_x Bi-layered ReRAM // Microelectronics Journal. Vol. 93. Art. no. 104616. <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2019.104616>
- Chua L. 2003. Memristor-The missing circuit element // IEEE Transactions on circuit theory. Vol. 18. No. 5. Pp. 507–519. <https://doi.org/10.1109/TCT.1971.1083337>
- Demin V. A., Ilyasov A. I., Rylkov V. V., Kashkarov P. K., Kovalchuk M. V. 2023. Model of multifilamentary resistive switching for a memristor with hopping conductivity // Nanobiotechnology Reports. Vol. 18. No. 2. Pp. 305–317. <https://doi.org/10.1134/S2635167623700180>
- El Mesoudy A., Lamri G., Dawant R., Arias-Zapata J., Gliach P., Beilliard Y., Ecoffey S., Ruediger A., Alibert F., Drouin D. 2022. Fully CMOS-compatible passive TiO₂-based memristor crossbars for in-memory computing // Microelectronic Engineering. Vol. 255. Art. no. 111706. <https://doi.org/10.1016/j.mee.2021.111706>

- Fan Y., Huang X., Wang Z., Li Y. 2018. Nonlinear dynamics and chaos in a simplified memristor-based fractional-order neural network with discontinuous memductance function // *Nonlinear Dynamics*. Vol. 93. No. 2. Pp. 611–627. <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4213-2>
- Getachew M. N., Priyadarshini R., Mehra R. M. 2021. SPICE model of HP-memristor using PWL window function for neuromorphic system design application // *Materials Today: Proceedings*. Vol. 34. Pp. 598–603. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.01.540>
- Gismatulin A. A., Voronkovskii V. A., Kamaev G. N., Novikov Y. N., Kruchinin V. N., Krivyakin G. K., Gritsenko V. A., Prosvirin I. P., Chin A. 2020. Electronic structure and charge transport mechanism in a forming-free SiO_x-based memristor // *Nanotechnology*. Vol. 31. No. 50. Art. no. 505704. <https://doi.org/10.1088/1361-6528/abb505>
- González-Cordero G., Roldan J. B., Jiménez-Molinos F., Suñé J., Long S., Liu M. 2016. A new compact model for bipolar RRAMs based on truncated-cone conductive filaments—a Verilog-A approach // *Semiconductor Science and Technology*. Vol. 31. No. 11. Art. no. 115013. <https://doi.org/10.1088/0268-1242/31/11/115013>
- Hossen I., Anders M. A., Wang L., Adam G. C. 2022. Data-driven RRAM device models using Kriging interpolation // *Scientific Reports*. Vol. 12. No. 1. Art. no. 5963. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-09556-4>
- Karakulak E., Mutlu R. 2020. SPICE model of current polarity-dependent piecewise linear window function for memristors // *Gazi University Journal of Science*. Vol. 33. No. 4. Pp. 766–777. <https://doi.org/10.35378/gujs.605118>
- Koehl A., Wasmund H., Herpers A., Guttman P., Werner S., Henzler K., Du H., Mayer J., Waser R., Dittmann R. 2013. Evidence for multifilamentary valence changes in resistive switching SrTiO₃ devices detected by transmission X-ray microscopy // *APL Materials*. Vol. 1. No. 4. Art. no. 042102. <https://doi.org/10.1063/1.4822438>
- Li Y., Xie L., Xiao P., Zheng C., Hong Q. 2023. Drift speed adaptive memristor model // *Neural Computing and Applications*. Vol. 35. No. 19. Pp. 14419–14430. <https://doi.org/10.1007/s00521-023-08401-7>
- Martyshov M. N., Emelyanov A. V., Demin V. A., Nikiruy K. E., Minnekhanov A. A., Nikolaev S. N., Taldenkov A. N., Ovcharov A. V., Presnyakov M. Yu. 2020. Multifilamentary character of anticorrelated capacitive and resistive switching in memristive structures based on (Co-Fe-B)_x(LiNbO₃)_{100-x} Nanocomposite // *Physical Review Applied*. Vol. 14. No. 3. Art. no. 034016. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.14.034016>
- Matsukatova A. N., Vdovichenko A. Yu., Patsaev T. D., Forsh P. A., Kashkarov P. K., Demin V. A., Emelyanov A. V. 2023. Scalable nanocomposite parylene-based memristors: Multifilamentary resistive switching and neuromorphic applications // *Nano Research*. Vol. 16. No. 2. Pp. 3207–3214. <https://doi.org/10.1007/s12274-022-5027-6>
- Messaris I., Tetzlaff R., Ascoli A., Williams R. S., Kumar S., Chua L. 2020. A simplified model for a NbO₂ Mott memristor physical realization // *Proceedings of 2020 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)* (12–14 October 2020, Seville, Spain). IEEE. Pp. 1–5. <https://doi.org/10.1109/ISCAS45731.2020.9181036>
- Miranda E., Mehonic A., Suñé J., Kenyon A. J. 2013. Multi-channel conduction in redox-based resistive switch modelled using quantum point contact theory // *Applied Physics Letters*. Vol. 103. No. 22. Art. no. 222904. <https://doi.org/10.1063/1.4836935>

- Morozov A. Y., Abgaryan K. K., Reviznikov D. L. 2022. Interval model of a memristor crossbar network // *Physica Status Solidi (b)*. Vol. 259. No. 11. Art. no. 2200150. <https://doi.org/10.1002/pssb.202200150>
- Omar E., Aly H. H., Hassan O. E., Fedawy M. 2024. Empirical mathematical model based on optimized parameter extraction from captured electrohydrodynamic inkjet memristor device with LTspice model // *Journal of Computational Electronics*. Vol. 23. No. 6. Pp. 1455–1472. <https://doi.org/10.1007/s10825-024-02223-z>
- Pacheco-Sanchez A., Jordán-García O., Ramírez-García E., Jiménez D. 2023. Static and small-signal modeling of radiofrequency hexagonal boron nitride switches // *IEEE Journal of the Electron Devices Society*. Vol. 11. Pp. 658–664. <https://doi.org/10.1109/JEDS.2023.3268349>
- Patterson G. A., Suñé J., Miranda E. 2018. SPICE simulation of memristive circuits based on memdiodes with sigmoidal threshold functions // *International Journal of Circuit Theory and Applications*. Vol. 46. No. 1. Pp. 39–49. <https://doi.org/10.1002/cta.2419>
- Pisarev A., Busygin A., Udovichenko S., Maevsky O. 2018. 3D memory matrix based on a composite memristor-diode crossbar for a neuromorphic processor // *Microelectronic Engineering*. Vol. 198. Pp. 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.mee.2018.06.008>
- Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. 2008. The missing memristor found // *Nature*. Vol. 453. No. 7191. Pp. 80–83. <https://doi.org/10.1038/nature06932>
- Yang H., Wang Z., Guo X., Su H., Sun K., Yang D., Xiao W., Wang Q., He D. 2020. Controlled growth of fine multifilaments in polymer-based memristive devices via the conduction control // *ACS Applied Materials & Interfaces*. Vol. 12. No. 30. Pp. 34370–34377. <https://doi.org/10.1021/acsami.0c07533>
- Yousuf O., Hossen I., Daniels M. W., Lueker-Boden M., Dienstfrey A., Adam G. C. 2023. Device modeling bias in ReRAM-based neural network simulations // *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*. Vol. 13. No. 1. Pp. 382–394. <https://doi.org/10.1109/JETCAS.2023.3238295>
- Zhevnenko D. A., Meshchaninov F. P., Kozhevnikov V. S., Shamin E. S., Telminov O. A., Gornev E. S. 2021. Research and development of parameter extraction approaches for memristor models // *Micromachines*. Vol. 12. No. 10. Art. no. 1220. <https://doi.org/10.3390/mi12101220>
- Zhuo Y., Midya R., Song W., Wang Z., Asapu S., Rao M., Lin P., Jiang H., Xia Q., Williams R. S., Yang J. J. 2022. A dynamical compact model of diffusive and drift memristors for neuromorphic computing // *Advanced Electronic Materials*. Vol. 8. No. 8. Art. no. 2100696. <https://doi.org/10.1002/aelm.202100696>

References

- Udovichenko, S. Yu., Busygin, A. N., Ebrahim, A. Kh. A., Pisarev, A. D., & Shulaev, N. A. (2025). Performance and accuracy of compact circuit models of memristors on smooth and table functions. *Nanoindustry*, 18(S11-2), 459–464. EDN: TCZOMJ [In Russian]
- Al Chawa, M. M., de Benito, C., & Picos, R. (2018). A simple piecewise model of reset/set transitions in bipolar ReRAM memristive devices. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 65(10), 3469–3480. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2018.2830412>

- Amador, A., Freire, E., Ponce, E., & Ros, J. (2017). On discontinuous piecewise linear models for memristor oscillators. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 27(06), 1730022. <https://doi.org/10.1142/S0218127417300221>
- Asapu, S., & Maiti, T. (2017). Multifilamentary conduction modeling in transition metal oxide-based RRAM. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 64(8), 3145–3150. <https://doi.org/10.1109/TED.2017.2709249>
- Biolek, D., Di Ventra, M., & Pershin, Y. V. (2013). Reliable SPICE simulations of memristors, memcapacitors and meminductors. *Radioengineering*, 22(4) 945. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1307.2717>
- Busygin, A. N., Udovichenko, S. Y., Neustroev, A. A., Ebrahim, A. H., & Maevsky, O. V. (2025). Circuit-level model of the memristor based on piecewise linear functions derived from experimental electrical characteristics. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 72(8), 4537–4543. <https://doi.org/10.1109/TED.2025.3582217>
- Chee, H. L., Kumar, T. N., & Almurib, H. A. (2018). Multifilamentary conduction modelling of bipolar Ta₂O₅/TaO_x Bi-layered RRAM. *Proceedings of 2018 IEEE 7th Non-Volatile Memory Systems and Applications Symposium (NVMSA)* (August 28–31, Hakodate, Japan) (pp. 113–114). IEEE.
- Chee, H. L., Kumar, T. N., & Almurib, H. A. F. (2019). Electrical model of multi-level bipolar Ta₂O₅/TaO_x Bi-layered ReRAM. *Microelectronics Journal*, 93, 104616. <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2019.104616>
- Chua, L. (2003). Memristor-The missing circuit element. *IEEE Transactions on circuit theory*, 18(5), 507–519. <https://doi.org/10.1109/TCT.1971.1083337>
- Demin, V. A., Ilyasov, A. I., Rylkov, V. V., Kashkarov, P. K., & Kovalchuk, M. V. (2023). Model of multifilamentary resistive switching for a memristor with hopping conductivity. *Nanobiotechnology Reports*, 18(2), 305–317. <https://doi.org/10.1134/S2635167623700180>
- El Mesoudy, A., Lamri, G., Dawant, R., Arias-Zapata, J., Gliech, P., Beilliard, Y., Ecoffey, S., Ruediger, A., Alibart, F., & Drouin, D. (2022). Fully CMOS-compatible passive TiO₂-based memristor crossbars for in-memory computing. *Microelectronic Engineering*, 255, 111706. <https://doi.org/10.1016/j.mee.2021.111706>
- Fan, Y., Huang, X., Wang, Z., & Li, Y. (2018). Nonlinear dynamics and chaos in a simplified memristor-based fractional-order neural network with discontinuous memductance function. *Nonlinear Dynamics*, 93(2), 611–627. <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4213-2>
- Getachew, M. N., Priyadarshini, R., & Mehra, R. M. (2021). SPICE model of HP-memristor using PWL window function for neuromorphic system design application. *Materials Today: Proceedings*, 34, 598–603. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.01.540>
- Gismatulin, A. A., Voronkovskii, V. A., Kamaev, G. N., Novikov, Y. N., Kruchinin, V. N., Krivyakin, G. K., Gritsenko, V. A., Prosvirin, I. P., & Chin, A. (2020). Electronic structure and charge transport mechanism in a forming-free SiO_x-based memristor. *Nanotechnology*, 31(50), 505704. <https://doi.org/10.1088/1361-6528/abb505>
- González-Cordero, G., Roldan, J. B., Jiménez-Molinos, F., Suñé, J., Long, S., & Liu, M. (2016). A new compact model for bipolar RRAMs based on truncated-cone conductive filaments—a Verilog-A approach. *Semiconductor Science and Technology*, 31(11), 115013. <https://doi.org/10.1088/0268-1242/31/11/115013>

- Hossen, I., Anders, M. A., Wang, L., & Adam, G. C. (2022). Data-driven RRAM device models using Kriging interpolation. *Scientific Reports*, 12(1), 5963. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-09556-4>
- Karakulak, E., & Mutlu, R. (2020). SPICE model of current polarity-dependent piecewise linear window function for memristors. *Gazi University Journal of Science*, 33(4), 766–777. <https://doi.org/10.35378/gujs.605118>
- Koehl, A., Wasmund, H., Herpers, A., Guttman, P., Werner, S., Henzler, K., Du, H., Mayer, J., Waser, R., & Dittmann, R. (2013). Evidence for multifilamentary valence changes in resistive switching SrTiO₃ devices detected by transmission X-ray microscopy. *APL Materials*, 1(4), 042102. <https://doi.org/10.1063/1.4822438>
- Li, Y., Xie, L., Xiao, P., Zheng, C., & Hong, Q. (2023). Drift speed adaptive memristor model. *Neural Computing and Applications*, 35(19), 14419–14430. <https://doi.org/10.1007/s00521-023-08401-7>
- Martyshov, M. N., Emelyanov, A. V., Demin, V. A., Nikiruy, K. E., Minnekhanov, A. A., Nikolaev, S. N., Taldenkov, A. N., Ovcharov, A. V., & Presnyakov, M. Yu. (2020). Multifilamentary character of anticorrelated capacitive and resistive switching in memristive structures based on (Co-Fe-B)_x(LiNbO₃)_{100-x} Nanocomposite. *Physical Review Applied*, 14(3), 034016. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.14.034016>
- Matsukatova, A. N. Vdovichenko, A. Yu., Patsaev, T. D., Forsh, P. A., Kashkarov, P. K., Demin, V. A., & Emelyanov, A. V. (2023). Scalable nanocomposite parylene-based memristors: Multifilamentary resistive switching and neuromorphic applications. *Nano Research*, 16(2), 3207–3214. <https://doi.org/10.1007/s12274-022-5027-6>
- Messaris, I., Tetzlaff, R., Ascoli, A., Williams, R. S., Kumar, S., & Chua, L. (2020). A simplified model for a NbO₂ Mott memristor physical realization. *Proceedings of 2020 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)* (October 12–14, Seville, Spain) (pp. 1–5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ISCAS45731.2020.9181036>
- Miranda, E., Mehonic, A., Suñé, J., & Kenyon, A. J. (2013). Multi-channel conduction in redox-based resistive switch modelled using quantum point contact theory. *Applied Physics Letters*, 103(22), 222904. <https://doi.org/10.1063/1.4836935>
- Morozov, A. Y., Abgaryan, K. K., & Reviznikov, D. L. (2022). Interval model of a memristor crossbar network. *Physica Status Solidi (b)*, 259(11), 2200150. <https://doi.org/10.1002/pssb.202200150>
- Omar, E., Aly, H. H., Hassan, O. E., & Fedawy, M. (2024). Empirical mathematical model based on optimized parameter extraction from captured electrohydrodynamic inkjet memristor device with LTspice model. *Journal of Computational Electronics*, 23(6), 1455–1472. <https://doi.org/10.1007/s10825-024-02223-z>
- Pacheco-Sanchez, A., Jordán-García, O., Ramírez-García, E., & Jiménez, D. (2023). Static and small-signal modeling of radiofrequency hexagonal boron nitride switches. *IEEE Journal of the Electron Devices Society*, 11, 658–664. <https://doi.org/10.1109/JEDS.2023.3268349>
- Patterson, G. A., Suñé, J., & Miranda, E. (2018). SPICE simulation of memristive circuits based on memdiodes with sigmoidal threshold functions. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 46(1), 39–49. <https://doi.org/10.1002/cta.2419>

- Pisarev, A., Busygin, A., Udovichenko, S., & Maevsky, O. (2018). 3D memory matrix based on a composite memristor-diode crossbar for a neuromorphic processor. *Microelectronic Engineering*, 198, 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.mee.2018.06.008>
- Strukov, D. B., Snider, G. S., Stewart, D. R., & Williams, R. S. (2008). The missing memristor found. *Nature*, 453(7191), 80–83. <https://doi.org/10.1038/nature06932>
- Yang, H., Wang, Z., Guo, X., Su, H., Sun, K., Yang, D., Xiao, W., Wang, Q., & He, D. (2020). Controlled growth of fine multifilaments in polymer-based memristive devices via the conduction control. *ACS Applied Materials & Interfaces*, 12(30), 34370–34377. <https://doi.org/10.1021/acsami.0c07533>
- Yousuf, O., Hossen, I., Daniels, M. W., Lueker-Boden, M., Dienstfrey, A., Adam, G. C. (2023). Device modeling bias in ReRAM-based neural network simulations. *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, 13(1), 382–394. <https://doi.org/10.1109/JETCAS.2023.3238295>
- Zhevenenko, D. A., Meshchaninov, F. P., Kozhevnikov, V. S., Shamin, E. S., Telminov, O. A., & Gornev, E. S. (2021). Research and development of parameter extraction approaches for memristor models. *Micromachines*, 12(10), 1220. <https://doi.org/10.3390/mi12101220>
- Zhuo, Y., Midya, R., Song, W., Wang, Z., Asapu, S., Rao, M., Lin, P., Jiang, H., Xia, Q., Williams, R. S., & Yang, J. J. (2022). A dynamical compact model of diffusive and drift memristors for neuromorphic computing. *Advanced Electronic Materials*, 8(8), 2100696. <https://doi.org/10.1002/aelm.202100696>

Информация об авторах

Александр Николаевич Бусыгин, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории наноматериалов и наноэлектроники Центра природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
a.n.busygin@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3439-8067>

Сергей Юрьевич Удовиченко, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной и технической физики, Школа естественных наук, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия; научный руководитель Центра природовдохновленного инжиниринга, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия
udotgu@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3583-7081>

Information about the authors

Alexander N. Busygin, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Scientific Researcher, Nanomaterials and Nanoelectronics Laboratory, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
a.n.busygin@utmn.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3439-8067>

Sergey Yu. Udovichenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Applied and Technical Physics, School of Natural Sciences, University of Tyumen, Tyumen, Russia; Scientific Director, Center for Nature-Inspired Engineering, University of Tyumen, Tyumen, Russia
udotgu@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3583-7081>