

УДК 160.1

DOI: 10.17223/1998863X/46/7

А.В. Нехаев

МАШИНА ПОСТА, САМОРЕФЕРЕНЦИЯ И ПАРАДОКСЫ¹

Иерархический подход Рассела – Тарского рассматривает явление самореференции в качестве унифицированной причины возникновения обширного семейства различных семантических парадоксов. Появление в конце XX в. инфинитных форм парадоксов без признаков самореференции сделало иерархический подход Рассела – Тарского объектом многочисленных критических атак. На примере парадокса «Бесконечного лжеца» С. Ябло исследуются аналитические возможности оригинальной вычислительной семантики, исключающей любые виды рекурсии при определении истинностного значения и демонстрирующей эффективность базовых принципов иерархического подхода Рассела – Тарского в борьбе против новых форм семантических парадоксов.

Ключевые слова: самореференция, иерархический подход Рассела – Тарского, парадокс Ябло, машина Поста, вычислительная семантика.

Моя цель заключается в том, чтобы изменить установку по отношению к противоречию и к доказательству противоречивости...

Людвиг Витгенштейн (RFM, III, 82)

Запрет на предложения (или их последовательности), которые содержат в себе признаки самореференции (self-reference), является, пожалуй, самым популярным из существующих традиционных средств борьбы с семантическими парадоксами² (ср. с этим: [2. Р. 32; 3. Р. 15; 4. Р. 8–9; 5. С. 105; 6. С. 11–12]. Появление такого запрета обычно связывают с именем Бертрانا Рассела, и прежде всего с его знаменитой теорией типов, в которой любые самореферентные предложения рассматриваются как примеры бессмысленных (meaningless) выражений [7. С. 110–112, 114, 129–130, 135–141; 8. С. 22–26, 64–65]³. Альфред

¹ Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-18-00057).

² Другим традиционным средством борьбы с семантическими парадоксами обычно служит запрет Ханса Херцбергера на так называемые «незаземленные» предложения (groundless sentences) [1. Р. 147–150]. Если предложения или их последовательности тем или иным образом в конечном числе итераций отсылают нас к чему-то надежно фиксированному в реальном мире (скажем, как это делают предложения «Снег бел» или «Первое предложение этого текста на русском языке»), мы вправе рассматривать подобные предложения в качестве того, что способно обладать истинностным значением. Если же предложения или их последовательности этого не делают (например, как в случаях с предложениями наподобие «Это предложение истинно», «Это предложение ложно», «Все последующие предложения ложны. Все последующие предложения ложны. ... и т.д.»), они лишаются права иметь какое-либо истинностное значение.

³ В «Principia Mathematica» Бертран Рассел и Альфред Уайтхед устанавливают запрет на самореферентность следующим образом: «Анализ парадоксов, которых необходимо избежать, показывает, что они все происходят из порочного круга некоторого вида. Порочные круги возникают при предположении, что некоторое собрание объектов может содержать элементы, которые могут быть определены лишь посредством этого собрания как единой совокупности. <...> Предложения... должны составлять множество, не имеющее всеобъемлемости. То же самое справедливо... и для пропозициональных функций... <...> ... в соответствии с принципом порочного круга значения функции не могут содержать терминов, определенных только в терминах этой функции. <...> Следовательно, не должно быть предложений вида ϕx , в которых x имеет значение, которое вовлекает ϕx . <...> Т.е. символ ' $\phi(x)$ '... должен быть символом, который ничего не выражает...» [7. С. 110–114]. В «Математической философии, основанной на теории типов» тот же самый запрет формулируется Бертраном Расселом еще более лаконичным образом: «Если определенная совокупность, при условии, что она обладает целостностью, имела бы элементы, определяемые только с точки зрения этой целостности, то эта совокупность не обладает целостностью» [8. С. 25–26].

Тарский позднее распространил действие этого запрета на область всей теоретической семантики, показав проблематичность использования любых семантически замкнутых языков из-за таящейся в них угрозы появления парадоксов¹. Предложениям просто строго воспрещалось высказываться о самих себе² [9. Р. 402–403; 10. Р. 158–165, 186–188, 265–267; 12. С. 99–100; ср. с этим также: 13. Р. 65; 14. Р. 44; 15. Р. 219]. И хотя иногда казалось, что они нарушают этот запрет (например, как это пытается делать предложение «Это предложение ложно»), расселовские иерархии логических типов и тарскианские иерархии метаязыков обычно без труда устраняли последствия неудобств, возникающих из-за несовершенства грамматических конструкций подобного рода предложений.

Многие логики, однако, остались недовольны иерархическим подходом Рассела – Тарского, и прежде всего самим запретом на самореферентные предложения (или их последовательности) (например, см.: [16. Р. 69–71; 17. Р. 394; 18. Р. 528; 19. Р. 89; 20. Р. 298; 21. С. 476–480]). Помимо очевидных логических выгод, такой запрет сулил также и довольно серьезные семантические издержки. С одной стороны, он был очевидным образом слишком широк, поскольку не позволял использовать такие невинные с виду самореферентные предложения, как «Это предложение на русском языке»³; с другой – слишком узок, ибо попустительствовал таким последовательностям предложений, которые содержали в себе порочный регресс (вроде цепочки предложений «Следующее за мной предложение ложно. Следующее за мной предложение ложно. <...> и т.д.») и могли при определенных обстоятельствах вести к появлению новых неожиданных парадоксов (например, см.: [22. Р. 146; 23. Р. 168]).

¹ В «The Establishment of Scientific Semantics» Альфред Тарский сетует: «...не всегда принимается во внимание то, что семантические понятия имеют относительный характер, – то, что они обязательно должны быть связаны с конкретным языком. ...*Язык, о котором мы говорим, отнюдь не обязан совпадать с языком, на котором мы говорим* (курсив мой. – А. Н.). <...> ...Напротив, семантическим понятиям просто-напросто нет места в языке, к которому они относятся... язык, который содержит свою собственную семантику... неизбежно должен быть несогласованным» [9. Р. 402]. Решением этой деликатной проблемы, по мнению Альфреда Тарского, должен стать запрет на самореферентность, который устанавливается им следующим образом: «...методы (научной семантики. – А. Н.)... требуют использования в метаязыке категорий более высокого порядка, чем все категории изучаемого языка, и по этой причине он принципиально отличается от всех грамматических форм этого языка» [10. Р. 253]. Хотя необходимо помнить, что «посредством введения символа '*Tr*' метаязык ни в коей мере не становится семантически универсальным, он не совпадает с самим этим языком и не может быть в нем истолкован» [10. Р. 262]. Введение подобной иерархии языков в конечном счете означало, что любая предикация, утверждающая истинность или ложность некоторого предложения определенного языка уровня *n*, должна быть обязательно выражена предложением, принадлежащим языку уровня *n* + 1.

² Кит Доннеллан в этой связи однажды иронично заметил, что сторонники запрета на самореференцию обычно клеймят предложения с подобными признаками в качестве предложений, лишенных какого-либо истинностного значения, и на этом дело с концом [11. Р. 116].

³ Мнимая невинность подобных предложений мигом испаряется, когда возникает необходимость в переводе таких предложений с одного языка на другой (например, см.: [18. Р. 523–524]). В этом случае переводчик сталкивается с головоломной дилеммой: каким из принципов – формальной корректностью или материальной эквивалентностью – он готов пожертвовать? Ведь если «Это предложение на русском языке» перевести, скажем, на английский «This sentence is in Russian», то очевидно, что оригинал и перевод нарушат требования формальной корректности, поскольку оригинал является истинным предложением, перевод же – ложным. Напротив, если постараться соблюсти требование формальной корректности, используя в качестве перевода предложение «This sentence is in English», то очевидно, что оригинал и перевод не будут материально эквивалентны друг другу.

Особые неприятности в этой связи причиняет так называемый «Бесконечный лжец» Стивена Ябло [24. Р. 251–252]. Именно этот парадокс обычно рассматривается как наиболее веский и убедительный контраргумент против иерархического подхода Рассела – Тарского (ср.: [6. С. 19–21]). Предложенная американским логиком бесконечная последовательность предложений $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$, каждое из которых сообщает, что все следующие за ним предложения не являются истинными, образует следующую парадоксальную конструкцию:

S_1 : для всех $k > 1$, S_k не является истинным

S_2 : для всех $k > 2$, S_k не является истинным

S_3 : для всех $k > 3$, S_k не является истинным

...

S_n : для всех $k > n$, S_k не является истинным.

Если некоторое произвольное предложение S_n такой бесконечной последовательности являлось бы истинным, все следующие за ним предложения $S_{n+1}, S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$ не были бы таковыми. Но предложение S_{n+1} , подобно предложению S_n , тогда также оказалось бы истинным, поскольку оно само фактически утверждает, что все следующие за ним предложения $S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$ не являются таковыми. Значит, подобно всем следующим за ним предложениям $S_{n+1}, S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$ некоторое произвольное предложение S_n такой бесконечной последовательности истинным не является. Но оно должно быть таковым, поскольку само фактически утверждает, что все следующие за ним предложения $S_{n+1}, S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$ не являются истинными. Налицо очевидный парадокс!

«Бесконечный лжец», кажется, не содержит в себе явных признаков самореференции (ср. с этим: [3. Р. 29; 22. Р. 139; 25. Р. 206]). Каждое из предложений этой бесконечной последовательности говорит не о себе самом, но всегда только обо всех следующих за собой предложениях. В этом отношении логическая конструкция «Бесконечного лжеца» очевидным образом изоморфна иерархической структуре как таковой, что и делает этот парадокс столь убийственно сильным критическим контраргументом против иерархического подхода Рассела – Тарского. Однако является ли «Бесконечный лжец» в действительности реальной угрозой для него?

Чтобы ответить на этот вопрос, нам потребуется иная стратегия семантического анализа, радикальным образом отличная от той, что обычно используется для демонстрации парадоксальности «Бесконечного лжеца». Прежняя не способна нас удовлетворить, поскольку она готова мириться с присутствием процедур рекурсивного определения истинностного значения некоторых отдельных предложений, составляющих подобную бесконечную последовательность. Например, истинностное значение предложения S_{n+1} , казалось бы, определяемое с помощью предложения S_n , тем не менее находится в скрытой рекурсивной зависимости от истинностного значения всех следующих за ним предложений $S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$. Разделяющий же базовые принципы иерархического подхода Рассела – Тарского семантический анализ «Бесконечного лжеца», не должен содержать в себе возможности для рекурсивных определений; и для этих целей нам как нельзя лучше подходит модифицированный вычислительный алгоритм так называемой «машины Поста». Такая простейшая абстрактная машина, как известно, состоит из бесконечной

ленты, разделенной на отдельные ячейки, и оперирующего над ней механизма нанесения / удаления меток [26. Р. 103]. Если представить предложения «Бесконечного лжеца» в качестве отдельных команд для программы действий машины Поста (табл. 1), некоторое произвольное предложение S_n «для всех $k > n$, S_k не является истинным» этой бесконечной последовательности на языке такой абстрактной машины означало бы, что ее механизм нанесения / удаления меток, расположенный над определенной ячейкой (n), должен был бы последовательно сдвигаться вправо по ленте, нанося или удаляя метки в каждой из ячеек (k), в зависимости от того, оказалась ли помеченной сама эта ячейка (n) или нет.

Таблица 1. Программа машины Поста «Бесконечный лжец»

Номер ячейки в ленте	Номер команды в программе	Описание команды
$(n) :$	S_n	Все $k_{(k>n)}$ не являются истинными
$(n + 1) :$	S_{n+1}	Все $k_{(k>n+1)}$ не являются истинными
$(n + 2) :$	S_{n+2}	Все $k_{(k>n+2)}$ не являются истинными
$(...) :$	$S_{...}$	Все ... не являются истинными

Например, если бы некоторая произвольная стартовая ячейка (n) бесконечной ленты машины Поста вдруг оказалась пуста¹, механизм нанесения / удаления меток последовательно сдвигался бы вправо по ленте, нанося метки в каждой из ячеек (k), и напротив, если бы она оказалась помеченной², механизм нанесения / удаления меток также последовательно сдвигался бы вправо по ленте, но при этом удалял бы метки в каждой из ячеек (k). Но что произойдет, если мы заставим машину Поста выполнять алгоритм, формирующий бесконечную последовательность предложений Ябло, в качестве своеобразной программы? Столкнется ли она с невозможностью ее выполнить? Иными словами, будет ли выполнимым для машины Поста инфинитный детерминированный процесс, репрезентируемый предложениями «Бесконечно-го лжеца», или нет?

Невыполнимость (или парадоксальность) для машины Поста системы команд из бесконечной последовательности предложений Ябло подразумевала бы ее нерезультативную остановку, или ситуацию, в которой механизм нанесения / удаления меток, сдвинувшись вправо на необходимую ячейку, пытался бы выполнить невозможное действие, например нанести метку в том случае, когда она уже есть, или же удалить ее, если метки там нет. Однако наблюдение за видимой³ (неоперабельной) частью ленты после выполнения соответствующей команды из бесконечной последовательности предложений Ябло очевидным образом свидетельствует, что алгоритм программы «Беско-

¹ Пустая ячейка (n) в исходном состоянии ленты машины Поста была бы, таким образом, эквивалентна предположению, что некоторое произвольно выбранное предложение S_n в бесконечной последовательности Ябло не является истинным.

² Помеченная ячейка (n) в исходном состоянии ленты машины Поста, напротив, была бы эквивалентна предположению, что некоторое произвольно выбранное предложение S_n в бесконечной последовательности Ябло является истинным.

³ Разумеется, «видимость» этой ленты не является эмпирическим фактом, поскольку процесс, приводимый в движение последовательностью предложений Ябло, является нескончаемо детерминированным (т.е. машина Поста не имеет в этом случае отдельной команды «стоп»), а значит, запустив этот процесс, мы не сможем дождаться появления «видимой» части ленты. Поэтому, говоря о «видимой» части ленты, мы скорее рассуждаем не о результате реального эмпирического наблюдения, а лишь о том, на что мы могли бы с полным основанием рассчитывать, столкнувшись с подобной ситуацией.

нечный лжец» при любом исходном состоянии ленты и стартовой позиции механизма маркировки ячеек оказывается вполне выполнимым для машины Поста. Пустая стартовая ячейка (n) не приводит машину Поста к нерезультативной остановке (табл. 2)¹.

Таблица 2. Состояния машины Поста при выполнении программы «Бесконечный лжец» (стартовая ячейка является пустой)

Состояние машины Поста		Номер ячейки ленты					
		(n)	($n + 1$)	($n + 2$)	($n + 3$)	($n + 4$)	($n + \dots$)
Номер команд программы	S_n		—	—	—	—	—
	S_{n+1}		—				
	S_{n+2}		—		—	—	—
	S_{n+3}		—		—		
	S_{n+4}		—		—		—
	$S_{n+\dots}$		—		—		—

Не происходит нерезультативной остановки машины Поста и в том случае, когда стартовая ячейка (n) оказывается помеченной (табл. 3).

Таблица 3. Состояния машины Поста при выполнении программы «Бесконечный лжец» (стартовая ячейка имеет метку)

Состояние машины Поста		Номер ячейки ленты					
		(n)	($n + 1$)	($n + 2$)	($n + 3$)	($n + 4$)	($n + \dots$)
Номер команд программы	S_n	—					
	S_{n+1}	—		—	—	—	—
	S_{n+2}	—		—			
	S_{n+3}	—		—		—	—
	S_{n+4}	—		—		—	
	$S_{n+\dots}$	—		—		—	

Отсутствие нерезультативной остановки машины Поста при выполнении команд «Бесконечного лжеца» объяснимо тем, что вычислительный алгоритм такой программы имеет вид монотонной иерархической структуры, в которой каждое произвольное предложение S_n бесконечной последовательности фиксирует значение только строго следующих за собой предложений S_{n+1} , S_{n+2} , ..., S_{n+m} , что полностью исключает любые формы рекурсивных определений. При выполнении команд «Бесконечного лжеца» машина Поста всегда сдвигается только вправо по ленте и никогда влево, а стало быть, несмотря на бесконечные повторные манипуляции над одними и теми же ячейками, она никогда не сталкивается с требуемыми для нерезультативной остановки ситуациями.

Но что случится, если мы, например, посадим очевидным образом страдающего от избыточной референции² «Бесконечного лжеца» на «диету»,

¹ В табл. 2 и 3 темно-серым цветом выделена видимая (неоперабельная), а светло-серым – невидимая (операбельная) часть ленты машины Поста после выполнения соответствующей команды программы «Бесконечный лжец».

² Отличительной особенностью логического «дизайна» предложенного американским логиком парадокса служит «избыток» референциальных ссылок как таковых. Образующий предложениями S_n , S_{n+1} и S_{n+2} такой бесконечной последовательности «минимальный сектор референции» хотя и не несет в себе самореферентных ссылок (self-reference links), однако обязательно содержит так называемый «цикл удвоенной референции» (double-referential cycle), на основе которого и возникает парадокс «Бесконечного лжеца» (например, см.: [3. Р. 24–26]; также см.: [5. С. 113–114; 27. С. 69–70, 73–74]).

нарушив тем самым монотонность иерархической структуры предложений внутри самой этой последовательности? Как поведет себя машина Поста, например, если мы представим ей для выполнения такую бесконечную последовательность предложений, где любое произвольное предложение S_n будет ссылаться не на все расположенное непосредственно за ним множество, а только на два ближайших предложения S_{n+1} и S_{n+2} (табл. 4)? Останется ли такой своеобразный «Диетический бесконечный лжец» выполнимым для нее алгоритмом?

Таблица 4. Программа машины Поста «Диетический бесконечный лжец»

Номер ячейки в ленте	Номер команды в программе	Описание команды
(n) :	S_n	$(n + 1)$ и $(n + 2)$ не являются истинными, $(n + 1)$
$(n + 1)$:	S_{n+1}	$(n + 2)$ и $(n + 3)$ не являются истинными, $(n + 2)$
$(n + 2)$:	S_{n+2}	$(n + 3)$ и $(n + 4)$ не являются истинными, $(n + 3)$
$(...)$:	$S_{...}$	$(...) и (...) не являются истинными, (...+1)$

Исчезновение монотонности внутри иерархической структуры бесконечной последовательности предложений Ябло почти мгновенно приводит к нерезультативной остановке машины Поста при любом исходном состоянии ленты и стартовой позиции механизма маркировки ячеек. Пустая стартовая ячейка (n) «Диетического бесконечного лжеца» приводит машину Поста к нерезультативной остановке в ячейке $(n + 3)$ (табл. 5)¹.

Таблица 5. Состояния машины Поста при выполнении программы «Диетический бесконечный лжец» (стартовая ячейка имеет метку)

Состояние машины Поста		Номер ячейки ленты					
		(n)	$(n + 1)$	$(n + 2)$	$(n + 3)$	$(n + 4)$	$(n + ...)$
Номер команды программы	S_n		¬	¬			
	S_{n+1}		¬		!		

Если стартовая ячейка (n) «Диетического бесконечного лжеца» оказывается помеченной, нерезультативная остановка машины Поста также происходит в ячейке $(n + 3)$ (табл. 6).

Таблица 6. Состояния машины Поста при выполнении программы «Диетический бесконечный лжец» (стартовая ячейка имеет метку)

Состояние машины Поста		Номер ячейки ленты					
		(n)	$(n + 1)$	$(n + 2)$	$(n + 3)$	$(n + 4)$	$(n + ...)$
Номер команды программы	S_n	¬			¬	¬	¬
	S_{n+1}	¬		¬	!	¬	¬

Различие в поведении, которое демонстрирует машина Поста при выполнении программ «Бесконечного лжеца» и «Диетического бесконечного лжеца», служит очевидным свидетельством эффективности базовых принципов иерархического подхода Рассела – Тарского в борьбе против семантических парадоксов. Бесконечная последовательность предложений Ябло может рассматриваться в качестве оригинального семантического парадокса, если и только если мы готовы принимать ее в качестве одномоментно заданного инфинитного множества элементов, значение которых фиксируется с по-

¹ В табл. 5 и 6 символ «!» указывает на место нерезультативной остановки машины Поста при выполнении команд программы «Диетический бесконечный лжец».

мощью рекурсивных определений¹. Парадоксальность такой последовательности исчезает, как только мы начинаем трактовать ее в качестве аналога монотонной иерархической структуры, элементы которой пошагово конструируются согласно принципам не содержащего рекурсивные определения вычислительного алгоритма. Строгое следование монотонной иерархии команд программы «Бесконечного лжеца» не ведет к нерезультативной остановке машины Поста. В полном соответствии с идеалами иерархического подхода Рассела – Тарского кажущаяся нам парадоксальной последовательность предложений «Бесконечного лжеца» оказывается выполнимым для машины Поста вычислительным алгоритмом.

Литература

1. Herzberger H.G. Paradoxes of Grounding in Semantics // The Journal of Philosophy. 1970. Vol. 67, № 6. P. 145–167. DOI: 10.2307/2023885.
2. Priest G. The Structure of the Paradoxes of Self-Reference // Mind. 1994. Vol. 103, № 409. P. 25–34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25.
3. Jongeling T.B., Koetsier T., Wattel E. Self-Reference in Finite and Infinite Paradoxes // Logique et Analyse. 2002. Vol. 45, № 177/178. P. 15–30.
4. Bolander T., Hendricks V.F., Pedersen S.A. Introduction // Self-Reference. Stanford : CSLI, 2006. P. 1–25.
5. Ладов В.А. Решение логических парадоксов в семантически замкнутом языке // Эпистемология и философия науки. 2017. Т. 52, № 2. С. 104–119. DOI: 10.5840/eps201752233
6. Ладов В.А. Критический анализ иерархического подхода Рассела – Тарского к решению проблемы парадоксов // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2018. № 44. С. 11–24. DOI: 10.17223/1998863X/44/2
7. Уайтхед А., Рассел Б. Основания математики: в 3 т. Самара : Самарский ун-т, 2005. Т. 1. 721 с.
8. Рассел Б. Математическая логика, основанная на теории типов // Введение в математическую философию : Избранные работы. Новосибирск : Сиб. унив. изд-во, 2007. С. 21–65.
9. Tarski A. The Establishment of Scientific Semantics // Logic, Semantics, Metamathematics : Papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski. Oxford : Clarendon Press, 1956. P. 401–408.
10. Tarski A. The Concept of Truth in Formalized Languages // Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938 by Alfred Tarski. Oxford : Clarendon Press. 1956. P. 152–278.
11. Donnellan K.S. Categories, Negation, and the Liar Paradox // The Paradox of the Liar / R.L. Martin (ed.). New Haven : Yale University Press, 1970. P. 113–120.
12. Тарский А. Семантическая концепция истины и основания семантики // Аналитическая философия: становление и развитие (антология). М., 1998. С. 90–129.
13. Martin R.M. Some Comments on Truth and Designation // Analysis. 1950. Vol. 10, № 3. P. 63–67. DOI: 10.1093/analys/10.3.63.
14. Martin R.M. On «Analytic» // Philosophical Studies. 1952. Vol. 3, № 3. P. 42–47. DOI: 10.1007/bf02333167
15. Stroll A. Is Everyday Language Inconsistent? // Mind. 1954. Vol. 63, № 250. P. 219–225. DOI: 10.1093/mind/LXIII.250.219
16. Fitch F.B. Self-Reference in Philosophy // Mind. 1946. Vol. 55, № 219. P. 64–73. DOI: 10.1093/mind/lv.219.64
17. Bar-Hillel Y. Do Natural Languages Contain Paradoxes? // Studium Generale. 1966. Vol. 19. P. 391–397.
18. Hart W. D. On Self-Reference // The Philosophical Review. 1970. Vol. 79, № 4. P. 523–528. DOI: 10.2307/2184292
19. Bartlett S.J. The Idea of a Metalogic of Reference // Methodology and Science: Interdisciplinary Journal for the Empirical Study of the Foundations of Science and Their Methodology. 1976. Vol. 9, № 3. P. 85–92.
20. Sorensen R. A. Blindspots. Oxford: Clarendon Press, 1988. 456 p.

¹ В случае с машиной Поста рекурсия означала бы возможность вернуться в видимую (неоперальную) часть ленты, чтобы изменить значение некоторой произвольной стартовой ячейки (n).

21. Патнэм Х. Реализм с человеческим лицом // Аналитическая философия: становление и развитие (антология). М., 1998. С. 466–494.
22. Sorensen R.A. Yablo's Paradox and Kindred Infinite Liars // *Mind*. 1998. Vol. 107, № 425. P. 137–155. DOI: 10.1093/mind/107.425.137
23. Sorensen R. A. Vagueness and Contradiction. Oxford : Clarendon Press, 2004. 208 p.
24. Yablo S. Paradox without Self-Reference // *Analysis*. 1993. Vol. 53, № 4. P. 251–252. DOI: 10.1093/analys/53.4.251
25. Tennant N. On Paradox without Self-Reference // *Analysis*. 1995. Vol. 55, № 3. P. 199–207. DOI: 10.2307/3328581
26. Post E.L. Finite Combinatory Processes-Formulation 1 // *The Journal of Symbolic Logic*. 1936. Vol. 1, № 3. P. 103–105. DOI: 10.2307/2269031
27. Нехаев А.В. О жуликах и ворах, или О том, содержит ли «парадокс Ябло» самореференцию? // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2014. № 4 (28). С. 64–77.

Andrei V. Nekhaev, Tyumen State University (Tyumen, Russian Federation); Omsk State Technical University (Omsk, Russian Federation); Tomsk Scientific Center, SB RAS (Tomsk, Russian Federation).

E-mail: A_V_Nekhaev@rambler.ru

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2018. 46. pp. 58–66.

DOI: 10.17223/1998863X/46/7

POST MACHINE, SELF-REFERENCE AND PARADOXES

Keywords: self-reference; Russell–Tarski hierarchical approach; Yablo’s paradox; Post machine; computational semantics.

The Russell–Tarski hierarchical approach regards self-reference as a unified source of the emergence for a broad family of various semantic paradoxes. The Russell–Tarski hierarchical approach became the object of numerous critical attacks after the appearance of infinite forms of paradoxes without self-reference at the end of the 20th century. The “Infinite Liar” proposed by the American logician Stephen Yablo, in particular, is usually seen as the most powerful and convincing counterargument against the Russell–Tarski hierarchical approach. The “Infinite Liar” does not contain self-reference. Each of the sentences of this infinite sequence does not speak of itself, but always only of all the following sentences, and the logical construction of this paradox is obviously isomorphic to the hierarchical structure as such. However, the truth-values of individual sentences in the “Infinite Liar” are based on recursive functions. The “Infinite Liar” by Yablo provides analytical possibilities for constructing the original computational semantics that excludes any kind of recursion in determining the truth-value, and it demonstrates effectiveness of the basic principles of the Russell–Tarski hierarchical approach in the struggle against new forms of semantic paradoxes. The “Infinite Liar” sentences are transformed into a modified computational algorithm for the Post machine. The analysis shows that for any initial state of the tape and the starting position of the cell marking mechanism, the “Infinite Liar” algorithm is quite feasible for the Post machine. The absence of a Post machine nonresultative stop in performing the “Infinite Liar” is explained by the fact that the computational algorithm of such a program has the form of a monotonous hierarchical structure in which every arbitrary sentence S_n of an infinite sequence fixes the meaning of strictly following sentences $S_{n+1}, S_{n+2}, \dots, S_{n+m}$, which completely excludes any form of recursive definitions. The disappearance of monotony in the hierarchical structure of the so-called “Dietary Infinite Liar” almost instantly leads to a nonresultative stop of the Post machine at any initial state of the tape and the starting position of the cell marking mechanism. The difference in performing demonstrated by the Post machine when executing the programs of the “Infinite Liar” and the “Dietary Infinite Liar” is a clear evidence of the effectiveness of the basic principles of the Russell–Tarski hierarchical approach in the struggle against new forms of semantic paradoxes. That is why the ban of sentences (or their sequences) with self-reference remains the most popular of standard ways in the struggle against semantic paradoxes.

References

1. Herzberger, H.G. (1970). Paradoxes of Grounding in Semantics. *The Journal of Philosophy*. 67(6). pp. 145–167. DOI: 10.2307/2023885
2. Priest, G. (1994) The Structure of the Paradoxes of Self-Reference. *Mind*. 103(409). pp. 25–34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25

3. Jongeling, T.B., Koetsier, T. & Wattel, E. (2002) Self-Reference in Finite and Infinite Paradoxes. *Logique et Analyse*. 45(177/178). pp. 15–30.
4. Bolander, T., Hendricks, V.F., Pedersen, S.A. (2006) Introduction. In: Bolander, T., Hendricks, V.F. & Pedersen, S.A. (eds) *Self-Reference*. Stanford: CSLI. pp. 1–25.
5. Ladov, V.A. (2017) Logical paradoxes solution in semantically closed language. *Ehpistemologiya i filosofiya nauki– Epistemology & Philosophy of Science*. 52(2). pp. 104–119. (In Russian). DOI: 10.5840/eps201752233
6. Ladov, V.A. (2018) Critical analysis of the hierarchical approach to the solution of the paradox problem. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 44. pp. 11–24. (In Russian). DOI: 10.17223/1998863X/44/2
7. Whitehead, A.N. & Russell, B. (2005) *Osnovaniya matematiki* [Principia Mathematica]. Vol. 1. Samara: Samara State University.
8. Russell, B. (2007) *Vvedenie v matematicheskuyu filosofiyu: izbrannyye raboty* [Introduction to mathematical philosophy. Selected Works]. Novosibirsk: Sibirskoye universitetskoye izd-vo. pp. 21–65.
9. Tarski, A. (1956a) *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*. Oxford: Clarendon Press. pp. 401–408.
10. Tarski, A. (1956b) *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*. Oxford: Clarendon Press. pp. 152–278.
11. Donnellan, K.S. (1970) Categories, Negation, and the Liar Paradox. In: Martin, R.L. (ed.) *The Paradox of the Liar*. New Haven: Yale University Press. pp. 113–120.
12. Tarski, A. (1998) Semanticheskaya kontseptsiya istiny i osnovaniya semantiki [Semantic concept of truth and the foundations of semantics]. In: Gryaznov, A.F. (ed.) *Analiticheskaya filosofiya: stanovlenie i razvitie* [Analytic philosophy: genesis and development]. Moscow: DIK, Progress-Traditsiya. pp. 90–129.
13. Martin, R.M. (1950) Some Comments on Truth and Designation. *Analysis*. 10(3). pp. 63–67. DOI: 10.1093/analys/10.3.63
14. Martin, R.M. (1952) On “Analytic”. *Philosophical Studies*. 3(3). pp. 42–47. DOI: 10.1007/bf02333167
15. Stroll, A. (1954) Is Everyday Language Inconsistent? *Mind*. 63(250). pp. 219–225. DOI: 10.1093/mind/LXIII.250.219
16. Fitch, F.B. (1946) Self-Reference in Philosophy. *Mind*. 55(219). pp. 64–73. DOI: 10.1093/mind/lv.219.64
17. Bar-Hillel, Y. (1966) Do Natural Languages Contain Paradoxes? *Studium Generale*. 19. pp. 391–397.
18. Hart, W.D. (1970) On Self-Reference. *The Philosophical Review*. 79(4). pp. 523–528. DOI: 10.2307/2184292
19. Bartlett, S.J. (1976) The Idea of a Metalogic of Reference. *Methodology and Science: Interdisciplinary Journal for the Empirical Study of the Foundations of Science and Their Methodology*. 9(3). pp. 85–92.
20. Sorensen, R.A. (1988) *Blindspots*. Oxford: Clarendon Press.
21. Putnam, H. (1998) Realizm s chelovecheskim litsom [Realism with a human face]. In: Gryaznov, A.F. (ed.) *Analiticheskaya filosofiya: stanovlenie i razvitie* [Analytic philosophy: genesis and development]. Moscow: DIK, Progress-Traditsiya. pp. 466–494.
22. Sorensen, R.A. (1998) Yablo's Paradox and Kindred Infinite Liars. *Mind*. 107(425). pp. 137–155. DOI: 10.1093/mind/107.425.137
23. Sorensen, R.A. (2004) *Vagueness and Contradiction*. Oxford: Clarendon Press.
24. Yablo, S. (1993) Paradox without Self-Reference. *Analysis*. 53(4). pp. 251–252. DOI: 10.1093/analys/53.4.251
25. Tennant, N. (1995) On Paradox without Self-Reference. *Analysis*. 55(3). pp. 199–207. DOI: 10.2307/3328581
26. Post, E.L. (1936) Finite Combinatory Processes-Formulation 1. *The Journal of Symbolic Logic*. 1(3). pp. 103–105. DOI: 10.2307/2269031
27. Nekhaev, A.V. (2014) About crooks and thieves: does Yablo's paradox contain self-reference, or doesn't?. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*. 4(28). pp. 64–77. (In Russian).