

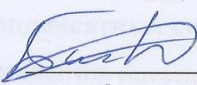
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра фундаментальной математики и механики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ
В ГЭК И ПРОВЕРЕНО НА ОБЪЕМ
ЗАИМСТВОВАНИЯ

Заведующий кафедрой

к.ф.-м.н.

 Басинский К.Ю.

7 июля 2019 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(магистерская диссертация)

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ
ПРИ РАЗРАБОТКЕ ГАЗОКОНДЕНСАТНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ**

01.04.01 Математика

Магистерская программа «Вычислительная механика»

Выполнил работу
Студент 2 курса
очной формы обучения



Белоусов
Роман
Олегович

Научный руководитель
к.ф.-м.н.
доцент



Шевелёв
Александр
Павлович

Рецензент
Главный специалист
ООО «ТюменьНИИпроект»



Киселев
Данила
Алексеевич

г. Тюмень, 2019

Содержание

Введение.....	3
Глава I. Газоконденсатное месторождение	4
1. Определение и типизация газоконденсатных месторождений.....	4
2. Основные методы разработки газоконденсатных месторождений.....	5
Глава II. Фазовые состояния углеводородных систем.....	8
1. Фазовые изменения углеводородных систем.....	8
2. Критические параметры многокомпонентных систем.....	17
3. Влагосодержание природных газов и газоконденсатных систем.....	22
4. Характеристика газоконденсатного месторождения.....	24
5. Методы расчет фазовых превращений в углеводородной системе.....	25
Глава III. Математическое моделирование процесса многокомпонентной фильтрации.....	31
1. Математическая постановка задачи.....	31
2. Численное решение уравнений многокомпонентной фильтрации.....	41
3. Результаты расчетов.....	44
Выводы.....	50
Список литературы	52

Введение

Подземная гидромеханика – это наука о фильтрации жидкостей, газов и их смесей в трещиноватых и пористых горных породах. Главным объектом в изучении подземной гидромеханики является фильтрационный поток, который в свою очередь является потоком жидкости (газа или газожидкостной смеси) в поровой (трещинной) среде.

Подземная гидромеханика является основой, составляющей теорию нефтегазодобычи. Для построения гидродинамической модели разрабатываемой нефтяной или газовой залежи, необходима система математических уравнений, которая должна быть получена в ходе решения именно задачи подземной гидромеханики, и которая в свою очередь должна описывать процесс фильтрации в пласте в частном случае.

Прогнозирование эффективности разработки газоконденсатных месторождений с учетом неоднородного геологического строения продуктивных пластов при фильтрации многокомпонентных углеводородных смесей с фазовыми переходами представляется возможным только методами математического моделирования.

В связи с этим именно процесс математического моделирования позволяет теоретически оценить экономическую эффективность вариантов разработки, что является основой в проектировании нефтегазовых месторождений.

Глава I. Газоконденсатное месторождение

1. Определение и типизация газоконденсатных месторождений.

Газоконденсатное месторождение – это одна или несколько газоконденсатных залежей, которые в свою очередь приурочены к единому коллектору. Существуют залежи, для с наличием небольших нефтяных оторочек с непромышленными запасами нефти.

Основная типизация газоконденсатных месторождений заключается в разделении на однозалежные и многозалежные месторождения. Для последних характерно наличие в верхних частях скопление газа, который в свою очередь практически не содержит конденсата. Чаще всего газоконденсатные месторождения лежат в пределах нефтегазоносных бассейнов, имеющих платформенный тип или складчатых областей.

Газоконденсатные месторождения характеризуются: газовым состояние системы в каждой из залежей, изменением количеством газового конденсата, который выделяется при изменении давления и температуры в соответствии с изотермами и изобарами конденсации и др. Содержание устоявшегося конденсата, давление максимальной конденсации P_{max} и начала конденсации P_{init} обычно возрастают сверху вниз по мере увеличения глубины залегания залежи и пластового давления. Для газоконденсатного месторождения чаще всего давление максимальной конденсации P_{max} варьируется в пределах 5 – 7 МПа. Состав пластового сильно изменчив и колеблется широких диапазонах.

Основной же компонент газов большей части газоконденсатных месторождений является метан, его концентрация достигает 70-90%. Содержание гомологов метана, а именно C_2H_6 и высшие достигает 4-25 молекулярных процентов. Для конденсатных многопластовых месторождений сверху вниз по разрезу характерно

снижение содержание метан содержащих компонент и возрастание ароматических углеводородов.

Из основных наиболее известных месторождений открыт в эпоху СССР являются – Уренгойское, Оренбургское и Вуктыкальское газоконденсатные месторождения. Зарубежными аналогами являются газоконденсатное месторождение Хасси-Рмель (Алжир) и Гронинген (Нидерланды).

2. Основные методы разработки газоконденсатных месторождений.

Полноценная комплексная разработка газоконденсатных месторождений — это самый сложный процесс, так как разработка такого месторождения в первую очередь связана с рядом особенностей, например, необходимо учитывать возможность выпадения конденсата на забое скважин, в стволе, а также в наземных сооружениях в следствии снижения давления и соответственно температуры. Поэтому при разработке газоконденсатных месторождений необходимо создавать оптимальные условия для работы пласта со стороны извлечения газового конденсата из нефтегазового месторождения.

Методика разработки месторождения с газовым конденсатом выбирается только после тщательного исследования геологических и промысловых характеристик залежи, а именно компонентного состава газа и конденсата, не менее важными факторами в подборе методики являются технические и экономические показатели для каждого из вариантов разработки.

Рассмотрим основные методы разработки газоконденсатных месторождений с поддержанием пластового давления с последующим увеличением добычи конденсата. Основными методами разработки являются:

- a) Заводнение;
- b) Закачивание азота N_2 ;

с) Сайклинг-процесс.

Перейдем к первому способу повышения конденсатоотдачи пласта. Заводнение с поддержание пластового давления это метод применим к месторождениям с аномально высоким пластовым давлением, данная методика в первую очередь связана с сильными геомеханическими изменениями, такими как высокая деформация продуктивного углеводородного коллектора.

В данном случае основным инструментом для поддержания пластового давления является регулирование объема закачиваемой воды в пласт, что в свою очередь зависит от текущих показателей добычи газа и значения пластового давления. При использовании метода заводнения происходит добыча одновременно газа и конденсата с постоянным составом. При таком способе добычи газоконденсата, есть дополнительные потери, связанные с заземлением конденсата и газа при давлении равном к близкому начальному пластовому.

Следующим методом является – закачивание азота. Основная идея данного метода заключается в снижении давления насыщения, что позволяет увеличить стабильную добычу газа и конденсата. Физические и химические свойства азота, а также его высокая распространённость позволяют осуществлять выгодную с точки зрения экономики добычу газа и конденсата.

Наиболее выгодным и популярным является сайклинг-процесс. Применение данного метода разработки происходит путем рециркуляции газа, а именно с помощью закачивания сухого добываемого газа обратно в пласт. Данный метод позволяет уменьшить потери конденсата в случае падения пластового давления. Метод повторного закачивания сухого газа особенно применим в случае, когда необходимо осуществлять консервацию запасов газа в течение продолжительного времени. Для представленного метода характерно начальное содержание конденсата в пластовом газе 200 г/м^3 и выше. Обратное закачивание

освобожденного газа от конденсата проводится до тех пор, пока содержание конденсата в добываемом газе не снизится до минимально допустимого, данный фактор обусловлен экономическими показателями. Как только достигается экономический лимит нагнетание сухого газа прекращается и все нагнетательные скважины переводятся из фонда нагнетательных в фонд добывающих скважин и далее все месторождение разрабатывается соответственно, как газовое. Главным преимуществом рециркуляции газа является увеличение срока разработки месторождения. Данный метод особенно эффективен при разработке месторождений с низкой степенью неоднородности коллектора.

В дальнейшем именно метод рециркуляции газа будет рассматриваться, как основной, при разработке методики моделирования газоконденсатного месторождения.

Глава II. Фазовые состояния углеводородных систем.

1. Фазовые изменения углеводородных систем.

В природе в зависимости от условий могут существовать углеводородные системы с самым различным составом в виде газа, жидкости, твердого тела или же их смесей. Для газоконденсатных месторождений характерны углеводородные системы, которые состоят из легких углеводородов и находящиеся при определенных начальных давлениях и температуре в газообразном состоянии.

Содержание более тяжелых углеводородов, существующих обычно при $P_{\text{атм}}$ в виде жидкости, в большей степени зависит от давления и температуры, а также от состава системы, то есть от компонентов в нее входящих.

Как правило, содержание тяжелых углеводородов возрастает с ростом давления и температуры. Но из этого не следует, что все залегающие глубоко пласты, поровое пространство которых занято газообразными углеводородами, при высоких давлениях и температурах должны содержать тяжелые компоненты. В реальных условиях существенную роль играет материнская порода, которая является основой формирования залежи. При наличии соответствующего ряда фракций в процессе формирования залежи вероятность образования системы, которая будет содержать большое количество тяжелых фракций, с увеличением пластовой температуры и давления возрастает.

Углеводородная система, при высоких давлениях и температурах, в однофазном газообразном состоянии может иметь различный состав. Причем, чем выше температура и давление, тем большее количество тяжелых фракций системы может переходить в газообразное состояние. А так как меняется состав, то и существенно изменяются термодинамические характеристики системы. Здесь же следует учитывать, что чем больше компонентов входит в систему, тем труднее определить аналитически изменения её параметров при различных температурах и давлениях.

Целесообразнее начинать рассмотрение с более простых систем, которые представлены в виде индивидуальных углеводородов.

Углеводороды, представленные одной компонентной, могут находиться во всех трех состояниях. Причем при определенных давлениях и температурах часть данного вещества может находиться в жидком или твердом состоянии, а часть в газообразном.

Возможно равновесное состояние рассматриваемого индивидуального вещества одновременно в трех фазах. Для того, чтобы судить о том, при каких изменениях независимых переменных возможно существование тех или иных фаз для каждого индивидуального вещества, которое находится в равновесном состоянии, в практике используется следующее уравнение

$$2 + n - k = F, \quad (2.1)$$

Где n – число компонентов, k – число фаз, F – число степеней свободы.

Под степенями свободы имеются ввиду независимые переменные, как давление, температура и состав фаз. Для систем, которые находятся одновременно в двух и трехфазном состоянии, концентрация компонентов не является независимой переменной, хотя концентрация в данной фазе будет являться переменной.

Индивидуальные вещества, которые находятся в трехфазном состоянии, не имеют степеней свободы. Это состояние можно выразить инвариантной тройной точкой на соответствующей диаграмме. Вещества, которые находятся в двухфазном состоянии будут иметь одну степень свободы. Для определения всех свойств фаз достаточно задать одно лишь значение температуры. Это справедливо только для природы фаз, а не их соотношения.

Двухкомпонентные системы, которые находятся в двухфазном состоянии, имеют две степени свободы, то есть состояние такой рассматриваемой системы будет определяться только давлением и температурой.

В случае трехкомпонентной системы, которая существует в виде двух фаз, число степеней будет увеличиваться до трех. Тогда состояние такой системы будет определяться не только давлением и температурой, но и некоторым параметром, выражающим состав фаз, например, это может быть концентрация одного компонента в какой-либо фазе или же отношение концентраций одного компонента к концентрации другого в одной и той же фазе.

Однако в реальности природный газ состоит из очень большого количества компонентов, что, следовательно, делает невозможным использование правила фаз.

Соотношение фаз углеводородов в зависимости от давления, объема и температуры описывается на основании pVT диаграмм. Для более удобного понимания часто используются графики, которые выражают зависимость давления от температуры для некоторого постоянного удельного объема и давления от удельного объема для некоторой постоянной температуры (рис. 1).

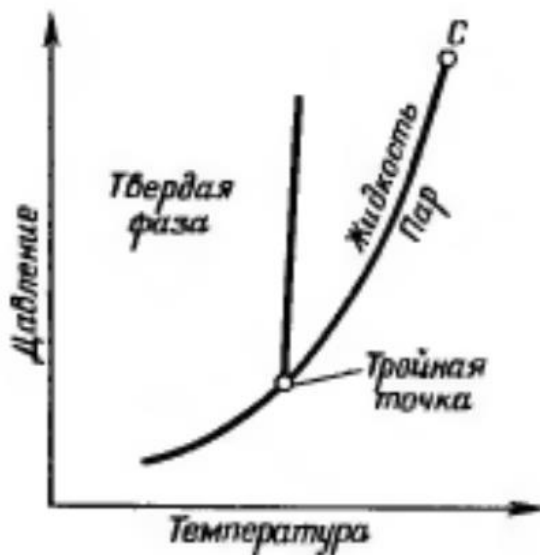


Рис. 1. Фазовая диаграмма.

Как можно наблюдать из диаграммы, различие в фазах наблюдается не при каждой из температур. При определенной температуре для каждого

углеводорода данный газ, насколько бы не было высоким давление не может находиться в жидкой фазе. Данную температуру и давление называют критическими. На фазовых диаграммах точка, которая соответствует критической температуре и давлению называется критической точкой С (рис. 1.)

В критической точке и далее в закритической области вещество находится в однофазном состоянии и свойства жидкости или пара, такие как плотность, вязкость принимают равные значения, а скрытая теплота испарения и поверхностное натяжение обращаются в ноль.

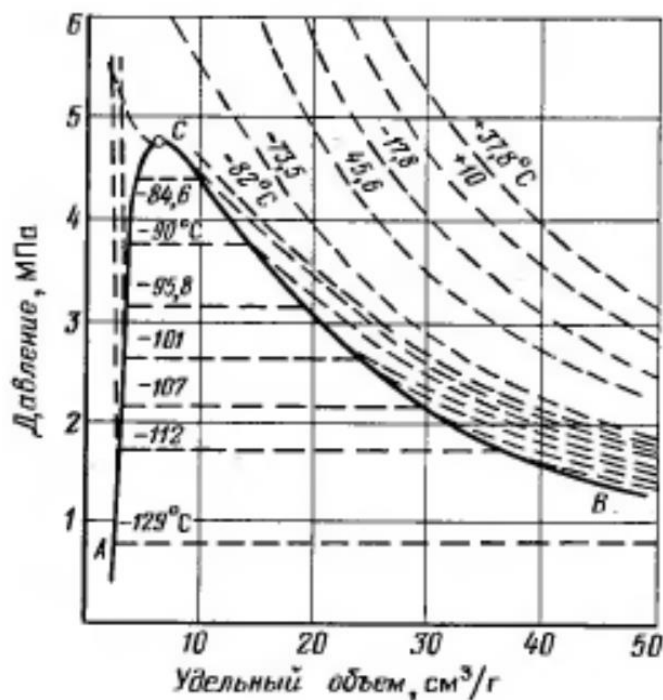


Рис. 2. Фазовая диаграмма для метана.

Например, рассмотрим изменение удельного объема метана в зависимости от давления для какой-то определенной температуры ниже критического значения. (рис. 2). Заметим, что при уменьшении объема давление начинает возрастать (и, наоборот, если происходит увеличение давления, то уменьшается объём). Но при определенном удельном объёме или давлении появляется жидкая фаза. Начиная с данного момента, с уменьшением объёма не происходит увеличения давления и

только тогда, когда все вещество перейдет в жидкое состояние произойдет резкое увеличение давления.

Точки на диаграмме, в которых вещество начинает переходить в жидкую фазу, то есть тот момент, когда появляется первая капля сконденсировавшейся жидкости, называются точками россы, совокупность данных точек образует линию точек росы (СВ на фазовой диаграмме рис. 2).

Точки на диаграмме, в которых вещество полностью переходит в жидкость, называются точками кипения (кривая АС на диаграмме рис.2). И следует заметить, что обе линии сходятся в критической точке С.

Из диаграммы видно, что чем выше температура T , тем при большем давлении P и меньшем объеме появляется жидкая фаза. И соответственно при критической температуре жидкая фаза не присутствует не при каких давлениях.

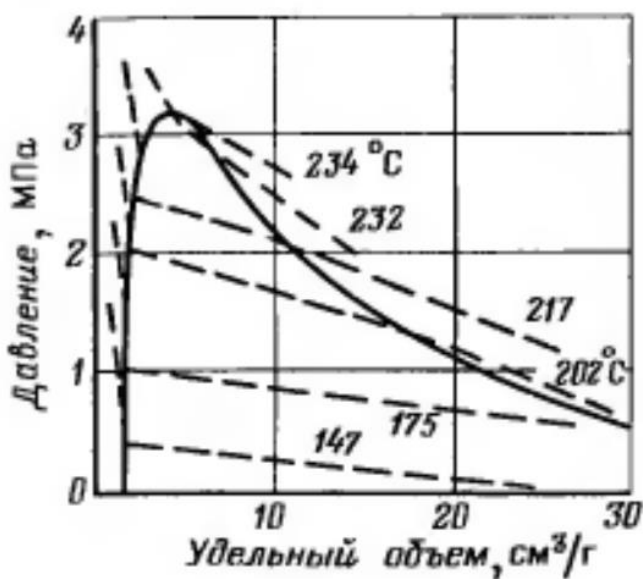


Рис. 3. Фазовая диаграмма для бинарной смеси.

Теперь рассмотрим систему, которая представлена двумя углеводородами, такую систему часто называют бинарной системой, при увеличении давления (при определенной температуре ниже критической) удельный объем будет уменьшаться,

а при достижении точки росы удельный объем будет уменьшаться лишь при заметном увеличении давления (рис. 3). В этом состоит главное отличие бинарных систем от индивидуальных.

Фазовая диаграмма для смеси двух углеводородов в координатах давление – температура также отличается от фазовых диаграмм индивидуальных углеводородов и принимает вид петли, где внутренняя часть соответствует области существования двух фаз.

Для большей наглядности следует рассмотреть следующий пример. На рис.4 представлены фазовые диаграммы для смеси метана и пропана в различных концентрациях. Ширина петли на диаграммах будут тем больше, чем больше различаются температуры кипения компонентов смеси. Отсюда можно сделать вывод, что фазовому состоянию смеси, в котором один из компонентов метан, в соответствие ставится диаграмма с более широкой формой петли. Если же рассматривать смеси с различных концентраций двух определенных компонентов петля будет тем уже, чем будет меньше содержание одного из компонент в другом. Таким образом для того, чтобы получить максимальное значение необходимо рассматривать систему с одинаковыми концентрациями двух компонент.

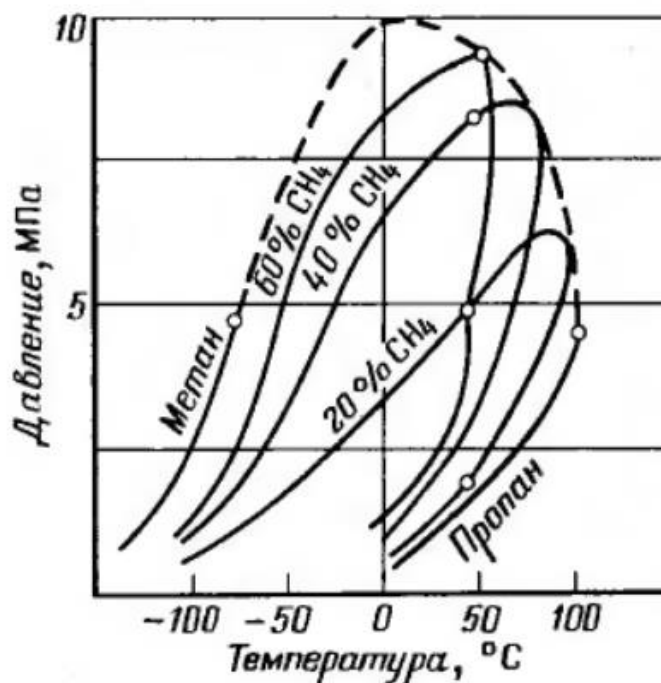


Рис. 4. Фазовая характеристика для системы метан-пропан.

Критическая температура для смеси, состоящей из двух компонентов, будет в пределах критических температур компонентов в строгой зависимости от состава смеси. В свою очередь критическое давление для смеси будет существенно превышать критического давления входящих в нее индивидуальных компонентов. Здесь же следует учесть, что чем больше будет разница между точками кипения двух веществ, тем выше будет критическое давление для рассматриваемой бинарной системы.

Для полного описания реальной углеводородной системы, представленной газоконденсатным месторождением, необходимо использовать модель трехкомпонентной смеси, подобранную так, чтобы один из компонентов соответствовал сухому газу, один промежуточным фракциям, а третий тяжелому остатку.

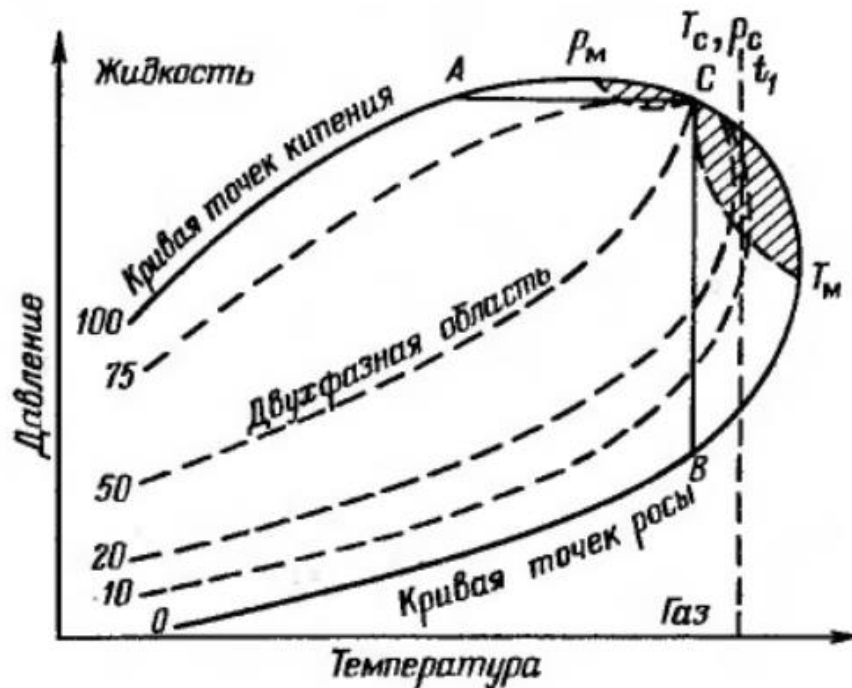


Рис. 5. Фазовая диаграмма для многокомпонентной смеси.

Для бинарных и многокомпонентных систем точка, в которых фазы становятся идентичными, не соответствует ни наивысшему давлению, ни наивысшей температуре при которых могут существовать обе фазы.

Рассмотрим рис.5 критическая точка С находится на месте слияния точек росы и точек кипения, ограничивающих двухфазную область системы. Из диаграммы можно увидеть, что максимальная температура, при которой могут существовать две фазы T_m , выше критической температуры. Также и максимальное давление P_m выше критического.

В системе, представленной выше могут происходить такие сложные процессы как обратные испарения и конденсация. На диаграмме можно выделить две такие области: заштрихованная часть, что соответствует области выше прямой АС и заштрихованная часть правее прямо СВ. Если при произвольном давлении в пределах $P_c \leq P \leq P_m$ повышать температуру системы, то произойдет появление газовой фазы. В данном случае будет наблюдаться полное испарение. Однако при

дальнейшем повышении температуры в заштрихованной области будет происходить обратная конденсация до тех пор, пока часть газа не перейдет в жидкое состояние.

Аналогичная ситуация будет происходить и при уменьшении давления при произвольной температуре в пределах $T_c \leq T \leq T_m$

Данные процессы впервые были исследованы Куененом, он дал название данным процессам, назвав их ретроградными процессами.

При разработке газоконденсатных месторождений ретроградные явления наблюдаются при снижении давления, если рассматривать рис. 5, то это область правее СВ. В процессе разработки залежи температура в ней меняется по сравнению с изменением давления несущественно.

При исследовании фазового состояния углеводородных систем газоконденсатных месторождений обычно проводят специальные исследования в ячейках высокого давления. Исходные данные получают из результатов анализа проб с промысла из газоконденсатных скважин.

Для того, чтобы исследовать начальное состояние системы необходимо знать результаты анализа продукции скважин в начальной стадии эксплуатации залежи и разработки месторождения на этапе проведения поисковых работ.

В данной работе внимание методам анализа и лабораторных исследований уделено не будет, так как данной научной деятельности посвящено большое количество специализированных статей и литературы. Здесь стоит лишь упомянуть данные из результатов исследований в ячейке высокого давления. Результаты представляются в виде изотерм конденсации, выражающих зависимость количества выпавшего конденсата V_k ($\text{см}^3/\text{м}^3$ или $\text{г}/\text{м}^3$ в нормальных условиях) от давления P при определенной температуре.

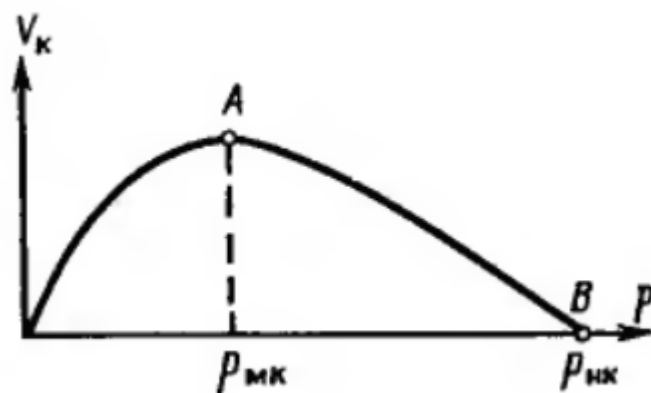


Рис. 6. Изотерма конденсации.

Давление в точке A соответствует давлению максимальной конденсации для данной системы при данной температуре. Давление в точке B соответствует давлению начала конденсации.

При исследовании газоконденсатной системы в ячейке pVT процесс конденсации можно осуществлять с помощью снижения давления путем увеличения объема, причем состав смеси останется неизменным или же использовать второй метод снижать давление при неизменном объеме путем выпуска из ячейки газовой фазы (состав также останется неизменным).

2. Критические параметры многокомпонентных систем.

Область значений температур и давлений, которые близки к критическим для углеводородных смесей, характеризуются высокой взаимной растворимостью жидкой и газовой фаз, некоторой неустойчивостью фазового поведения. Последняя проявляется в том, что даже незначительные изменения состава смеси могут приводить к весьма большим изменениям критических температур и давлений. Это, в свою очередь, обуславливает значительные количественные

и качественные изменения состояния системы, например, переход из газового состояния в жидкое или наоборот.

Критические температуры и давления смеси дают приблизительное представление о том, в какой области давлений и температур эта смесь может существовать как жидкость, газ или двухфазная смесь. Критические параметры смесей определяют или экспериментально, или на основе эмпирических корреляций.

Для определения критического давления многокомпонентных углеводородных смесей используют прием, основанный на условном приведении многокомпонентной смеси к бинарной системе. В качестве первого компонента такой системы принимают метан, во второй псевдокомпонент объединяют все остальные компоненты (этан плюс высшие или условно C₂ + высшие). Для смеси постоянного состава критическая кривая имеет такой же вид, что и критические кривые бинарных смесей метана с индивидуальными углеводородами, а ее расположение относительно этих кривых зависит от состава псевдокомпонента.

Если в основу определения критического давления положить критические кривые бинарных смесей метана с нормальными парафинами, то в качестве параметра, характеризующего состав псевдокомпонента, можно использовать его эквивалентную молекулярную массу:

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=2}^n \eta_i^m M_{\text{ЭКВ}i} \quad (2.2)$$

Где η_i^m – массовое содержание углеводородов, которые входят в состав псевдокомпонента, $M_{\text{ЭКВ}i}$ их эквивалентные молекулярные массы, которые для нормальных парафинов совпадают с их действительными массами.

После вычисления эквивалентной молекулярной массы псевдокомпонента определение критической кривой сводится к следующему. Выбирают два ближайших нормальных парафиновых углеводорода с молекулярными массами больше и меньше, чем у псевдокомпонента. Точки искомой критической кривой находят путем линейной интерполяции по молекулярной массе, при различных температурах.

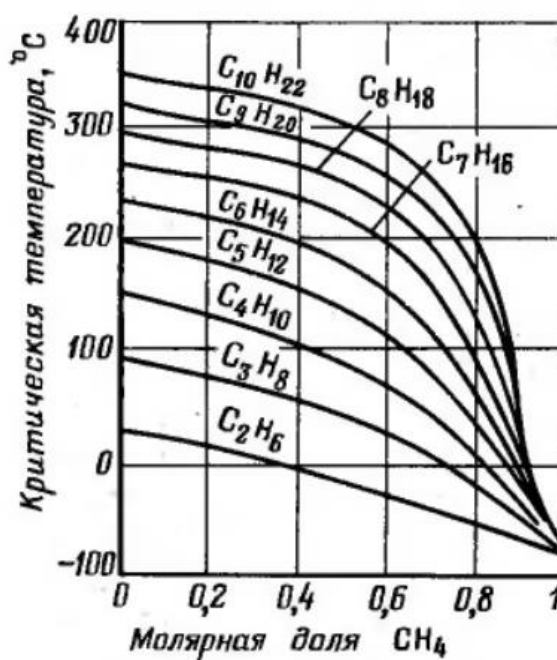


Рис. 7. Кривые зависимости критической температуры бинарных смесей метана с углеводородами нормального парафинового ряда от молярной доли метана.

Критическую температуру углеводородной смеси можно определить после предварительного представления смеси в виде бинарной. Для этого используется специальный метод, например, рассмотрим зависимость критической температур смеси от молярной доли метана в бинарных смесях метана с углеводородами парафинового ряда.

$$T_{кр} = \sum_{i=1}^n \eta_i T_{кри}, \quad (2.3)$$

Где η_i – молярная доля компонентов, $T_{кри}$ – критические температуры компонентов. Из Рис.7. видно, что чем выше молекулярная масса углеводородов, тем больше расхождение между истинной критической и псевдокритической температурами.

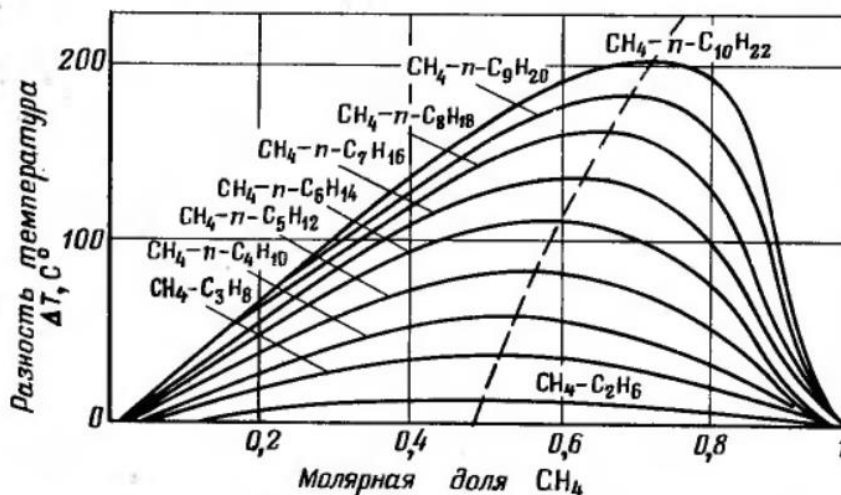


Рис.8. Зависимость разности ΔT истинной критической и псевдокритической температур бинарных смесей метана с нормальными парафиновыми углеводородами от молярной доли метана.

Рассмотрим критическую температуру смеси в виде суммы псевдокритической температуры и некоторого отклонения ΔT .

$$T_{кр} = T_{пкр} + \Delta T, \quad (2.4)$$

Отсюда расчеты для определения критической температуры смеси можно выполнить с помощью зависимостей, которые представлены на Рис.8.

Определение критической температуры будет происходить следующим образом. По формуле (4) будет рассчитываться псевдокритическая температура

смеси, сама же смесь будет условно разделена на два компонента (метан и C_{2+}) и определяться молекулярная масса для данных компонентов по формуле:

$$M_{C_{2+}} = \sum_{i=2}^n \eta'_i M_i, \quad (2.5)$$

где $\eta'_i = \frac{\eta_i}{\sum_{i=2}^n \eta_i}$ — молярные доли углеводородов, входящих в состав псевдокомпонента C_{2+} , M_i — молекулярные массы компонентов. По представленному графику определяют ΔT на основании данных молярного содержания метана в смеси и молекулярной массы псевдокомпонента. Разность ΔT определяется с помощью интерполяции по молекулярной массе при содержании псевдокомпонента в смеси. Далее по формуле рассчитывается критическая температуры смеси.

Для нахождения критической точки сложной углеводородной смеси необходимо построение критической кривой смесей, составленных из метана и псевдокомпонента, и определение на ней критической точки в соответствии с найденной критической температурой. Так как критическую кривую строят простой интерполяцией по среднемассовой эквивалентной молекулярной массе псевдокомпонента, то нет необходимости построения всей критической кривой. Для определения критической точки, а, следовательно, критического давления, достаточно вычислить это давление простой интерполяцией по среднемассовой эквивалентной молекулярной массе псевдокомпонента на Рис.9 при найденной критической температуре.

Критические кривые в интервале давлений 17,5— 50 МПа и температур от 233 до 433 К описываются уравнением:

$$p_{кр} = lM_{C_{2+}} - r \quad (2.6)$$

где M_{C_2+} молекулярная масса углеводорода, составляющего смесь с метаном.
 l, r – коэффициенты, зависящие от температуры.

$$\text{При } 233\text{K}: K < T_{\text{кр}} \leq 313\text{K}, l = 0.92, r = 6.42 - 8.16 * 10^{-8}T_{\text{кр}} + \\ 1.2 * 10^{-3}T_{\text{кр}}^2 - 4.1 * 10^{-6}T_{\text{кр}}^3 \quad (2.7)$$

$$\text{При } 313\text{K}: 313\text{K} < T_{\text{кр}} < 433\text{K}, l = 0.92 - 2 * 10^{-4}T_{\text{кр}}, r = 5 - 4.65 * \\ 10^{-2}T_{\text{кр}} + 3.67 * 10^{-4}T_{\text{кр}}^2 \quad (2.8)$$

В указанном интервале давлений и температур эти уравнения дают погрешность не более 3%. В практических расчетах формулы (7) и (8) более удобно использовать, чем графический метод определения критической точки смеси.

Описанный метод определения критической точки применим для многокомпонентных систем, в состав которых могут входить углеводороды от метана до гептана включительно, а также азот. Средняя погрешность метода составляет при определении критической температуры $\sim 3^\circ \text{C}$, а давления — 2%. При содержании в составе смеси гептанов и более тяжелых компонентов, что характерно для газоконденсатных смесей, критические параметры определяются с помощью более сложных эмпирических методов.

3. Влагосодержание природных газов и газоконденсатных систем.

Газоконденсатные системы и природные газы в основе своей насыщены водяными парами, их количество напрямую зависит от давления в системе, температуры и её компонентного состава.

С увеличением значения температуры и молекулярной массы газов влагосодержание увеличивается, а в случае увеличения давления влагосодержание уменьшается.

Величина влагосодержания характеризуется абсолютной, относительной и удельной влажностью.

Абсолютная влажность W — это количество водяных паров, которые содержатся в единице объема рассматриваемого природного газа. Значение абсолютная влажность выражается в г/м³.

Величина отношения W при данном состоянии к W при насыщении природного газа водяными парами при тех же условиях называется относительной влажностью, данная величина выражается в процентах.

В литературе можно найти построенные зависимости Маскета и Каца, в которые характеризуют зависимости молярной доли воды и давления в системе метан-бутан-вода. Такую зависимость можно использовать и для рассмотренных природных газов, но следует учитывать, что данные зависимости справедливы только для газов, плотность которых изменяется от плотности метана на 1 г/см³ и у для которых молекулярная масса колеблется от 15-30.

Существует ряд эмпирических формул для определения влагосодержания в нормальных условиях.

$$W = \frac{T - 253}{0.451 + 3.188 * 10^{-1.5}p} \quad (2.9)$$

Данную формулу впервые вывела и предложила Г.В. Пономарева. Где T - абсолютная температура, p — давление.

Из формулы можно заметить, что в данных выражениях не учитывается состав газа. Для того, чтобы рассчитать влажность природного газа, в виде смеси сухого природного с водяными парами необходимо применять закон Дальтона.

$$W = 1000e_{cr} \frac{p_{уп}}{p - p_{уп}} \frac{R_r}{R_{вп}} \frac{z_{cr}}{z_{п}} \quad (2.10)$$

где $p_{уп}$ – упругость для водяных паров при заданных условиях, R_r и $R_{вп}$ – газовые постоянные для сухого газа и водяного пара, z_{cr} , $z_{п}$ – коэффициент сжимаемости для газа и водяного пара.

На основании проведенных исследований было установлено, что давление в однофазном состоянии в присутствии воды увеличивается на 1.5-2 МПа.

В заключении по данному разделу можно подвести такой итог, что в процессе исследования углеводородных систем, в которых содержатся водяные пары, при изотермическом снижении давления при значении температуры пласта выделяются вода и конденсат. Такое явление было впервые отмечено Ван-дер-Ваальсом при изучении этилового спирта и диоксида углерода, данный процесс был назван двойной обратной конденсацией.

4. Характеристика газоконденсатного месторождения.

Газоконденсатная характеристика залежи включает комплекс лабораторных и промысловых исследований по определению содержания конденсата, его товарных свойств, условий фазовых превращений в пласте, скважине и наземных коммуникациях, пластовые потери конденсата. Эти данные используются при составлении проекта разработки и эксплуатации газоконденсатного месторождения.

Исследования газоконденсатной характеристики включают определение следующих показателей и параметров.

1. Содержание сырого и стабильного конденсата (в см³) на единицу объема газа при различных давлениях и температурах. а также состав конденсата.

2. Изотермы конденсации для пластового газа.
3. Давления максимальной конденсации при пластовых условиях в пласте.
4. Фазовое состояние газоконденсатной системы в пласте.
5. Состав пластового газа по содержанию различных фракций.
6. Потери конденсата в пласте за период эксплуатации месторождения в зависимости от падения пластового давления при разработке на режиме истощения без поддержания пластового давления.
7. Количество и состав конденсата, извлекаемого из газа по мере падения давления в залежи.
8. Количество конденсата, выделяющегося в стволе скважины.
9. Количество конденсата, остающегося в растворенном состоянии в газе после выхода его из сепараторов разных ступеней.
10. Количество конденсата, который будет выделяться в газопроводе при давлениях и температурах транспорта газа.

В совокупности результаты исследований на газоконденсатную характеристику позволяют оценить пластовые потери конденсата и его добычу за весь период разработки месторождения по всей технологической цепочке «пласт — газопровод».

5. Методы расчет фазовых превращений в углеводородной системе.

Для определения фазовых характеристик системы углеводородов в процессе истощения залежи необходимо воспользоваться расчетным методом. В следствии этого, для такого расчета необходимо знать константы равновесия

индивидуальных углеводородов, начальные давления, температуру пласта и исходный состав углеводородов.

Для начала определим константы равновесия, с помощью которых определяется фазовое состояние углеводородных систем. Константы выражаются следующим образом $K = y/x$. K — константа равновесия, y — молярная доля компонента в газовой фазе, а x — молярная доля этого же компонента в жидкой фазе, которые находятся в равновесии вместе с газовой.

Для каждого компонента смеси при данных температуре и давлении соответствуют свои определенные константы равновесия. Во многих смесях при давлении, значительно меньшем критического, константы равновесия для большинства компонентов не зависят от состава фаз.

Определение фазового состояния смесей веществ можно провести с помощью использования закон Рауля и Дальтона. Для данного компонента системы, находящейся в двухфазном состоянии при постоянных температуре и давлении, $p = x p'$, где p — общее давление системы; p' — давление насыщенного пара данного компонента (парциальное давление).

Преобразование уравнения приводит к выражению этого закона через константу равновесия $y/x = p'/p = K$.

Однако применение закона Рауля ограничено, во-первых, тем, что некоторые смеси веществ значительно, отклоняются от этого закона вследствие их химической природы, и, во-вторых, тем, что этот закон применим лишь, когда температура смеси ниже критических температур всех входящих в нее компонентов. Ввиду того, что критическая температура метана составляет 82°C , закон Рауля очень редко можно применить для природных газовых смесей, содержащих метан. Для смесей пропана, бутанов, пентанов и других закон Рауля справедлив при температурах до 66°C и давлениях до $0,7 \text{ МПа}$.

Для идеальных условий в уравнение вместо давления можно подставить летучесть: $x f_{\text{ж}} = y f_{\text{г}}$, где $f_{\text{ж}}$ —летучесть жидкого индивидуального компонента при равновесных значениях давления и температуры; $f_{\text{г}}$ —летучесть газообразного индивидуального компонента при равновесных значениях давления и температуры. Значения идеальных констант равновесия были получены из равенства $K = \frac{y}{x} = \frac{f_{\text{ж}}}{f_{\text{г}}}$.

Значения летучести можно про экстраполировать на область температур, которые превышают критические. Из диаграмм pVT летучесть будет определяться следующим уравнением:

$$\ln f = \ln p - \frac{1}{RT} \int_0^p \left(\frac{RT}{p} - V' \right) dp, \quad (2.11)$$

В данном уравнении f —летучесть, p — давление, R —газовая постоянная, T —абсолютная температура, V' — удельный объем.

Зачастую вместо идеальных констант используют константы, которые определяются экспериментально по составу паровой и жидкой фаз. Константы равновесия, определенные экспериментальным путем при высоких давлениях, близких к давлению однофазного состояния, существенно отличаются от идеальных констант равновесия, полученных на основании закона Рауля.

Прогнозный расчет фазовых изменений в многокомпонентных системах является настолько сложным процессом, что практически не применяется на практике, а иногда возникают случаи, когда использование известных методик практически невозможно. Поэтому были разработаны упрощенные методы расчета фазовых изменений для углеводородной системы в том числе и газоконденсатной. Основная идея, как и в случае с определением изменения фаз из пункта 2 сводится к тому, чтобы заменить определенную группу углеводородов одной компонентой, сводя такую систему к бинарной, тройной

и др. Для данного метода часто используются данные, полученные в ходе экспериментов с месторождений аналогов.

Самым же трудоемким расчётным методом является метод, основанный на расчете фазовых изменений по константам равновесия.

Для всех компонентов константы равновесия равны единице, когда углеводороды находятся в однофазном состоянии. При снижении давления ниже отметки критического, количество компонентов, выпавших в жидкую фазу, определяется исходя из констант равновесия, соответствующего этому давлению. Расчет ведется при снижении давления по ступеням до предельного значения, при котором предполагается завершение эксплуатации пласта.

Далее рассмотрим следующий пример. Дана многокомпонентная смесь с заданным составом, которая находится в сосуде в двухфазном состоянии в термодинамическом равновесии. При данных давлении и температуре число молей N равно сумме числа жидкой и газовой фаз. Каждый компонент будет распределяться между фазами следующим образом:

$$\eta_i N = x_i N_{\text{ж}} + y_i N_{\text{г}} \quad (2.12)$$

Для того, чтобы получить уравнение материального баланса для какого-либо компонента необходимо поделить обе части на N . Далее подставляя в это уравнение соотношение для констант равновесия $y_i = K_i x_i$ и $L = 1 - V$, то разрешив данное уравнение для y_i и x_i получим:

$$x_i = \frac{\eta_i}{V(K_i - 1) + 1} \quad (2.13)$$

$$y_i = \frac{\eta_i K_i}{V(K_i - 1) + 1} \quad (2.14)$$

Данные выражения для расчета фазового равновесия в полной мере характеризуют постоянство состава смеси, когда процессы являются контактными. Если же состав смеси будет менять в процессе изменения

температуры или давления, то процесс будет дифференциальным и уравнения материального баланса компонентов, и замыкающие соотношения будут значительно отличаться от (13), (14).

Так как основной задачей данной работы является моделирование процесса фильтрации в газоконденсатном месторождении, то и фазовое изменение будем рассматривать в случае газоконденсатного месторождения. Для этого будем рассматривать следующую задачу. Так как в процессе разработки из залежи отбирается газовая фаза, то при этом температура и поровый объем остаются константами. Для i – ого компонента уравнение материального баланса примет следующий вид:

$$\eta_i N = x_i V N_{\text{см}} + y_i L N_{\text{см}} + \int_0^{N_{\text{отб}}} y_{i \text{ отб}} d N_{\text{отб}} \quad (2.15)$$

Где η_i, x_i, y_i – молярные доли компонента, N – число молей, $N_{\text{см}}$ – суммарное число молей газа и жидкости, которые остались в пласте после удаления $N_{\text{отб}}$, $y_{i \text{ отб}}$ – молярная доля i – ого компонента в отбираемом газе, которая будет изменяться η_i до y_i .

Далее введем в уравнение (15) константы равновесия и учтем, что $L = 1 - V$, $N_{\text{см}} = N - N_{\text{отб}}$ и разделив на N , получим:

$$\eta_i = y_i \left(1 - \frac{N_{\text{отб}}}{N} \right) * \frac{V(K_i - 1)}{K_i} + \frac{1}{N} \int_0^{N_{\text{отб}}} y_{i \text{ отб}} d N_{\text{отб}} \quad (2.16)$$

Для системы, которая состоит из n компонентов, будем иметь n уравнений, для которых $i = 0$ до n . Данная система уравнений связана соотношением:

$$\sum_{i=1}^n y_i = 1 \quad (2.17)$$

С учетом постоянства объема системы выведем уравнение. Подставляя в выражение $N_{см} = N_H - N_{отб}$ и разделив на N_H получим:

$$\frac{z_0 RT}{p_0} = \frac{zVRT \left(1 - \frac{N_{отб}}{N_H}\right)}{p} + \frac{(1 - V)\left(1 - \frac{N_{отб}}{N_H}\right)}{\rho_{ж}} \quad (2.18)$$

Где z_0 – коэффициент сжимаемости системы, p_0 – начальное пластовое давлением, которое равно давлению для перехода системы в однофазное состояние, T – температура пласта, p – давление, установившееся после отбора, z – сжимаемость газовой фазы после отбора, $\rho_{ж}$ – плотность жидкой фазы.

Искомыми функциями будут являться y_i и давление p . Для решения данной задачи производится упрощение, весь процесс разбивается на этапы, в конце каждого последовательно находятся количество и составы фаз.

Полное решение для данной задачи в данной работе рассмотрено не будет, так как не является темой дипломной работы. Следует лишь указать, что в ходе расчета компонент будет использоваться метод с учетом контактного взаимодействия, представленный выше.

В данной главе были рассмотрены основные характеристики газоконденсатной залежи, определены процессы, происходящие в ходе разработки месторождения, рассмотрены и проанализированы основные методы расчета изменения фазового состояния углеводородной системы, что в дальнейшей работе во многом поспособствовало в решении рассматриваемой задачи.

Глава III. Математическое моделирование процесса многокомпонентной фильтрации.

1. Математическая постановка задачи.

Прогнозирование эффективности разработки газоконденсатных месторождений с учетом неоднородного геологического строения продуктивных пластов при фильтрации многокомпонентных углеводородных смесей с фазовыми переходами, которые приводят к изменению фазовых проницаемостей газоносных пластов, представляется возможным только методами математического моделирования.

В научной литературе уже существуют известные математические модели процесса фильтрации многокомпонентных углеводородных смесей с учетом фазовых переходов, в которых содержатся множество принятых замыкающих эмпирических данных, соотношений для аппроксимации, также в литературе существует большое количество разветвленных алгоритмов для расчёта промежуточных функций и поиска концентраций для каждого углеводородного компонента смеси.

В связи с тем, что в научной среде уже есть большое количество устоявшихся соотношений необходимо произвести оценку самых удобных соотношений для расчета, в первую очередь это касается уравнения состояния, какого типа предпочтительнее выбрать для данной задачи, методы расчета фазовых проницаемостей и вязкостей для фаз. Также необходимо уделить отдельное внимание алгоритмам, позволяющим рассчитать фазовые состояния. Для того, чтобы значительно упростить решение и сохранить необходимую точность для вычисления физических, химических, газодинамических и технологических характеристик.

Учитывая допущение о локальном термодинамическом равновесии фаз и справедливости закона Дарси, следовательно, изотермическую фильтрацию многокомпонентной углеводородной смеси можно описать следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t}(mhFZ_N) = \text{div}(K_o h \beta_n \text{grad}(p)), n = 1, \dots, N - 1 \quad (3.1)$$

$$Z_N = 1 - \sum_{n=1}^{N-1} Z_n$$

$$F = \frac{S_g \rho_g}{\mu_g} + \frac{S_l \rho_l}{\mu_l}$$

$$\beta_n = Z_n \left(\frac{k_g k_n \rho_g}{\mu_g} + \frac{k_l \rho_l}{\mu_l} \right) * \left(\frac{1}{1 + W(k_n - 1)} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(mhF) = \text{div}(k_o h \beta * \text{grad}(p)) \quad (3.2)$$

$$\beta = \sum_{n=1}^N \beta_n$$

Определенные функции, также связаны дополнительными соотношениями

$$x_n = \frac{z_n}{W(K_n - 1) + 1}, \quad y_n = \frac{K_n z_n}{W(K_n - 1) + 1},$$

$$S_l = \frac{(1 - W) \rho_g M_l}{(1 - W) \rho_g M_l + W \rho_l M_g}, \quad (3.3)$$

где W является корнем уравнения

$$\sum_{n=1}^N \frac{(K_n - 1)z_n}{1 + W(K_n - 1)} = 0$$

$$M_l = \sum_{n=1}^N M_n x_n; \quad M_l = \sum_{n=1}^N M_n x_n; \quad K_n = \frac{y_n}{x_n}. \quad (3.4)$$

Также для каждой из фаз должны выполняться условия постоянства состава и смеси:

$$\sum_{n=1}^N y_n = \sum_{n=1}^N x_n = \sum_{n=1}^N z_n = 1, \quad (3.5)$$

где t — время; p — давление; мольные доли n — ого компонента в газовой и жидкой фазах, и смеси — y_n, x_n, z_n ; $\rho_{g,l}$ — плотность газовой и жидкой фаз, $\mu_{g,l}$ — вязкости газовой и жидкой фаз; $k_{g,l}$ — относительные фазовые проницаемости пористой среды для газовой и жидкой фаз; k_0 и m — соответственно абсолютная проницаемость и пористость пласта; h — эффективная мощность пласта; $M_{g,l}$ — молярные массы газовой и жидкой фаз; M_n — молярные массы газовой и жидкой фаз; M_n — молярная масса n — ого компонента; K_n — константа равновесия n -ого компонента; W — мольная доля газовой фазы; N — количество компонентов в смеси; насыщенности пористой среды газовой и жидкой фаз $S_{g,l}$.

Мольная доля для газовой фазы определяется следующими соотношениями:

Если $\sum_{n=1}^N z_n K_n < 1$, то $W = 0$, соответственно смесь будет находиться в однофазном жидком состоянии), если же, $\sum_{n=1}^N z_n / K_n < 1$, то $W = 1$ и смесь будет находиться в однофазном газовом состоянии.

Если никакое из вышеописанных условий не будет выполнено, то смесь будет находиться в двухфазном состоянии, тогда значение W будет лежать в следующем интервале $0 < W < 1$ и является единственным корнем уравнения для фазовых концентраций.

Для массовых и мольных долей компонентов в фазах существует следующая связь:

$$g_n = \frac{y_n M_n}{M_g}, l_n = \frac{x_n M_n}{M_l},$$

где g_n и l_n – массовая доля для n -ого компонента в газовой и жидкой фазах.

В записанных выше уравнениях нестационарной фильтрации (3.1), (3.2) искомыми функциями являются давление p и мольные доли углеводородных компонентов для смеси Z_n .

Для того, чтобы получить замкнутую систему уравнений необходимо задать соотношения для плотностей, вязкостей, а также для констант равновесия компонентов смеси и относительных фазовых проницаемостей.

Зависимость плотностей газовой и жидкой фаз от давления выражается через одно из самых распространённых для многокомпонентных углеводородных смесей трехпараметрическое уравнение состояния Пенга-Робинсона:

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a(T)}{V(V + b) + b(V - b)}, \quad V = \frac{1}{\rho}; \quad (3.6)$$

где R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура смеси; V – удельный объем.

Коэффициенты уравнения Пенга-Робинсона для смеси вычисляются по правилам смешивания компонентов, а именно:

$$a = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (1 - C_{ij}) z_i z_j (a_i a_j)^{0.5}, b = \sum_{i=1}^N z_i b_i, \quad (3.7)$$

Где C_{ij} – коэффициенты парных взаимодействий;

$$\begin{aligned} a_i(T) &= a_{pri} \alpha_i(T), & a_{pri} &= 0.45724 \frac{R^2 T_{pri}^2}{p_{pri}}, \\ b_{pri} &= 0.0778 \frac{RT_{pri}}{p_{pri}}, & \alpha_i(T) &= \left(1 + m(1 - T_{pri}^{0.5})\right)^2, \\ m &= 0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2, \end{aligned} \quad (3.8)$$

ω – ацентрический фактор.

Чаще всего уравнение Пенга-Робинсона записывается с помощью коэффициента сверхсжимаемости $z = \frac{pV}{R^2 T^2}$, $B = \frac{bp}{RT}$.

Уравнение Пенга-Робинсона используется для расчета парожидкостного равновесия, оно основано на применении строгих термодинамических соотношений и одного из фундаментальных правил равенства летучести каждого из компонентов в взаимодействующих паровой и жидкой фазах.

Константа равновесия K_n , она же является коэффициентом распределения, будет вычисляться по следующей формуле:

$$K_n = \frac{y_n f_{nl}}{x_n f_{ng}} = \frac{f_{ng} f_{nl}}{y_n x_n}, \quad (3.9)$$

Где f_{nl} , f_{ng} – это летучести для n -ого компонента в жидкой и газовой фазах;

$$\ln f_n = \ln \eta_{np} + \frac{b_n}{b} (z - 1) - \ln(z - B) - \frac{A}{2\sqrt{2}B} * \left(\frac{2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_i z_j (1 - C_{ij}) (a_i a_j)^{0.5}}{a} - \frac{b_n}{b} \right) * \ln \left(\frac{z + 2.414B}{z - 0.414B} \right). \quad (3.10)$$

Алгоритмы расчетов мольных долей компонентов в газовой и жидкой фазах, плотностей равновесных газов и жидкой фаз, а также констант равновесия, мольной доли газовой фазы по известному составу смеси, давлению и температуре T приведено в следующих работах. [19,20]

Для вычисления коэффициентов динамической вязкости газовой и жидкой фаз в углеводородной смеси при давлениях более 1 МПа использовались аналогичные соотношения, представленные в [4], а именно эмпирические зависимости Дина и Стила:

$$\mu = \mu_0 + 10.8 * 10^{-5} * (e^{1.439\rho_{np}} - e^{-1.111\rho_{np}^{1.858}}) \xi, \quad (3.11)$$

где μ_0 – это коэффициент динамической вязкости при атмосферном давлении и рабочей температуре,

$$\mu_0 = 34 * 10^{-5} T^{\frac{8}{9}} \quad (3.12)$$

ρ_{np} и T_{np} – приведенные плотность и температура, формулы для вычисления остальных коэффициентов принимают следующий вид:

$$\rho_{np} = \frac{\rho}{\rho_{нкp}}, \quad T_{np} = \frac{T}{T_{нкp}}, \quad \xi = \frac{M^{0.5} p_{нкp}^{\frac{2}{3}}}{T_{нкp}^{\frac{1}{6}}}, \quad (3.13)$$

$$\rho_{nkp} = \frac{1}{V_{nkp}} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N z_n V_{nkp}}, T_{nkp} = \sum_{n=1}^N z_n T_{kpn},$$

$$p_{nkp} = \frac{R z_{nkp} T_{nkp}}{V_{nkp}} \quad (3.14)$$

$$z_{nkp} = \sum_{n=1}^N z_n z_{kpn}, M = \sum_{j=1}^n \eta_j M_j. \quad (3.15)$$

В представленных выше соотношениях V_{kpm} , Z_{kpm} , T_{kpm} – молярный объем, коэффициент сверхсжимаемости, абсолютная температура в критической точке смеси. Для простоты записи уравнений (3.13 - 3.15) индексы, характеризующие газовую или жидкую фазу опущены.

Далее необходимо вычислить относительные фазовые проницаемости $k_g(S_g), k_l(S_l)$. Для вычисления существует большое количество эмпирических соотношений, которые получены для различных пород и составов углеводородных смесей, в практических расчетах зачастую используют следующие выражения:

$$k_i(S_i) = \begin{cases} \left(\frac{S_i - S_i^*}{1 - S_i^*} \right)^{r_i}, & S_i \leq S_i^*, i = g, l. \\ 0 & \end{cases} \quad (3.16)$$

где S_i^* – предельные насыщенности пористой среды для каждой из фаз. Для получения однозначных решений записанных уравнений многокомпонентной двухфазной фильтрации для решения практических задач необходимо задать начальные и граничные условия, которые будут соответствовать геологическим и технологическим условиям разработки для газоконденсатных месторождений.

В случае начальных условий определяются значения для неизвестных функций до начала внешних воздействий на пласт, то есть до начала непосредственной разработки. В данном случае для фильтрации эти условия будут записываться в следующем виде:

$$\begin{aligned} p(x, y, 0) = p^0(x, y), z_i(x, y, 0) = z_i^0(x, y), \\ (x, y) \in G, \end{aligned} \quad (3.17)$$

где $p^0(x, y), z_i^0(x, y)$ – заданные значения искомым функций в начальный момент t равный 0. В случае отсутствия или же неполном наличии объема исходных данных соответствующие начальные значения функций будут приниматься кусочно-постоянными или же постоянными во всей области фильтрации.

Что касается граничных условий, то они характеризуют основные особенности изменения искомым функций на внутренних и внешних границах выделенного пласта в результате различных геологических процессов образования месторождения. К внешним границам можно отнести внешние контуры геологических структур, которые ограничивают продуктивные пласты месторождения, а к внутренним – границы раздела пропластков с различными фильтрационными свойствами по-латерали и тектонические разломы горных пород, которые в свою очередь формируют блоковую структуру месторождения.

Из практики на границах задаются значения для искомым функций, например, граничные условия первого рода, нормальные производные или же граничные условия второго рода, либо же комбинации искомым функций вместе с их производными – граничные условия третьего рода. Кроме выше представленных классических граничных условий могут задаваться и другие частные варианты

граничных условий, которые в полной мере могут охарактеризовать условия взаимодействия представляемых моделируемых процессов.

Для моделирования разработки газоконденсатного месторождения в условиях непроницаемого и замкнутого пласта на контуре $\Gamma(x, y)$ чаще всего принимаются условия непротекания (граничные условия второго рода):

$$\left. \frac{\partial p(x, y, t)}{\partial n} \right|_{(x, y) \in \Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial z_n(x, y, t)}{\partial n} \right|_{(x, y) \in \Gamma} = 0, \quad (3.18)$$

$$t > 0.$$

Следовательно, приняв вышеуказанные граничные условия все изменения необходимых функций внутри области моделирования будут обусловлены действием работы скважин в виде источников и стоков.

Важным свойством притока газа к добывающей скважине являются значительные потери давления в призабойной зоне пласта и на контуре работы скважины – это связано в первую очередь с особенностями вскрытия пласта и тем как происходит крепление забоя. В литературе существует терминология, в которой скважины разделяются на два типа – совершенные и несовершенные.

Скважина является совершенной, если вскрывает продуктивный пласт на всю мощность пласта и не имеют никаких дополнительных гидравлических сопротивлений, которые были бы связаны с закреплением забоя.

Скважина является несовершенной, если скважина вскрывает часть продуктивного пласта и может иметь дополнительное сопротивление, связанное с тем как закреплен забой. Такое сопротивление в первую очередь связано с

деформациями фильтрационного потока жидкости в плоско-вертикальном разрезе, причем зона деформации равна мощности пласта.

Помимо деформаций, связанных с фильтрационным потоком, есть большое количество факторов, связанных с технологическими работами при бурении и инициализации скважины. В данной работе данным факторам внимание уделено не будет.

Отклонение движения газа от равномерного возникает вблизи так называемых несовершенных скважин, из-за чего происходит появление зоны с резкой деформацией фильтрационного потока. В таком случае влияние зон резкой деформации потока в математической модели будем приближенно учитывать, взяв за основу метод фильтрационных сопротивлений, в соответствии с которым такие скважины фиктивно будут рассматриваться как совершенные, расход которых будет равняться расходу реальных скважин, а распространение давления будут совпадать на расстоянии $0,75 * h'$.

Граничные условия в общем виде зададим в следующем виде:

$$p|_{r=r_c} = p_c + \phi \left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{r=r_c}, \quad (3.19)$$

где p_c – заданное давление в скважине, $\phi = \phi_c + \phi_x$ – общее (суммарное) фильтрационное сопротивление, ϕ_c – фильтрационное сопротивление по степени вскрытия пласта, которое обусловлено потерями на давлении в зонах деформации фильтрационного потока, ϕ_x – сопротивление по характеру вскрытия пласта, которые связаны с технологическими особенностями крепления скважины на забое. Задачам по определению фильтрационных сопротивлений посвящено большое количество монографий, статей и решение многих задач представлено в том числе

и в литературе. Для несовершенной скважины граничное условие (3.19) будет условием третьего рода, а для совершенной скважины, где $\phi = 0$ – первого рода.

Для нагнетательных скважин задаются соответствующие граничные условия второго рода, которые выражают связь между градиентами давления на скважинах и закачиваемым массовым расходом сухого газа:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=r_c} = \frac{Q_{vg}}{A}, A = 2\pi r_c \rho_g h_c \frac{k_o f_g}{\mu_g}, \quad (3.20)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

В представленных граничных условиях r_c – радиус скважины, $Q_{vg} = Q_{vg}(t)$ – массовый расход при нагнетании.

Приведенная замкнутая система уравнений (3.1–3.17) вместе с начальными и граничными условиями (3.18 – 3.20) позволяет найти значения искомым функций и необходимых технологических параметров добычи газоконденсата.

2. Численное решение системы уравнений многокомпонентной фильтрации.

Решение уравнений многофазной многокомпонентной фильтрации фазовыми переходами можно получить, только используя численные методы с реализацией соответствующих численных схем на современном языке программирования. Методы численного решения одномерных и многомерных задач фильтрации жидкостей – нефти и воды, а также фильтрация газа без учета фазовых переходов очень широко распространены и представлены во многих работах по данной

тематике [16,19]. Намного реже встречаются методы решения задач многокомпонентной фильтрации с учетом фазовых переходов [14].

Для решения записанных выше уравнений (3.1), (3.2) рассматривался метод конечных разностей, для этого использовались соответствующие аппроксимационные соотношения в узлах прямолинейной неравномерной разностной сетки, а именно:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{mhF}{p} \right)_{i,j}^{r+1} p_{i,j}^{r+1} z_{i,j,n}^{r+1} - \left(\frac{mhF}{p} \right)_{i,j}^r p_{i,j}^r z_{i,j,n}^r \right] \\
& = (k_0 h \beta_n)_{i+1/2,j}^r \frac{p_{i+1,j}^{r+1} - p_{i,j}^{r+1}}{\Delta x_c \Delta x_{i+1}} - \\
& - (k_0 h \beta_n)_{i-1/2,j}^r \frac{p_{i,j}^{r+1} - p_{i-1,j}^{r+1}}{\Delta x_c \Delta x_i} + (k_0 h \beta_n)_{i,j+1/2}^r \frac{p_{i,j+1}^{r+1} - p_{i,j}^{r+1}}{\Delta y_c \Delta y_{i+1}} - \\
& - (k_0 h \beta_n)_{i,j-1/2}^r \frac{p_{i,j}^{r+1} - p_{i,j-1}^{r+1}}{\Delta y_c \Delta y_i} + \left(\frac{k_0 h \beta_n}{z_n} \right)_{i,j}^r \frac{p_{i,j}^r - p_{i-1,j}^r}{\Delta x_i} \times \\
& \times \begin{cases} \frac{z_{i+1,j,n}^{r+1} - z_{i,j,n}^{r+1}}{\Delta x_{i+1}}, & p_{i,j}^r - p_{i-1,j}^r < 0 \\ \frac{z_{i,j,n}^{r+1} - z_{i-1,j,n}^{r+1}}{\Delta x_i}, & p_{i,j}^r - p_{i-1,j}^r \leq 0 \end{cases} +
\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{k_0 h \beta_n}{z_n} \right)_{i,j}^r \frac{p_{i,j}^r - p_{i,j-1}^r}{\Delta y_j} \\
& \quad \times \begin{cases} \frac{z_{i,j+1,n}^{r+1} - z_{i,j,n}^{r+1}}{\Delta y_{i+1}}, & p_{i,j}^r - p_{i,j-1}^r < 0, \\ \frac{z_{i,j,n}^{r+1} - z_{i,j-1,n}^{r+1}}{\Delta y_i}, & p_{i,j}^r - p_{i,j-1}^r \leq 0, \end{cases} \\
& \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{mhF}{p} \right)_{i,j}^r (p_{i,j}^{r+1} - p_{i,j}^r) = (k_0 h \beta)_{i+1/2,j}^r \frac{p_{i+1,j}^{r+1} - p_{i,j}^{r+1}}{\Delta x_c \Delta x_{i+1}} - \\
& - (k_0 h \beta)_{i-1/2,j}^r \frac{p_{i,j}^{r+1} - p_{i-1,j}^{r+1}}{\Delta x_c \Delta x_i} + (k_0 h \beta)_{i,j+1/2}^r \frac{p_{i,j+1}^{r+1} - p_{i,j}^{r+1}}{\Delta y_c \Delta y_{i+1}} - \quad (3.22) \\
& (k_0 h \beta)_{i,j-1/2}^r \frac{p_{i,j}^{r+1} - p_{i,j-1}^{r+1}}{\Delta y_c \Delta y_i} -
\end{aligned}$$

где i, j – номера узлов разностной сетки по осям Ox, Oy соответственно, r – номер шага по времени.

Из формулы (3.21) можно увидеть, что при аппроксимации производных $\partial z_n / \partial x$, $\partial z_n / \partial y$ использовалась монотонная схема с разностями вниз по потоку.

Теперь рассмотрим алгоритм, по которому производится расчет на $(r + 1)$ – ом временном слое.

1. Используя полученные распределения давления $p_{i,j}^r$ с временного шага r и мольный состав N_c углеводородной смеси $z_{i,j,n}^r$ с использованием уравнений фазовых равновесий, уравнений состояния и соотношений для летучестей будут находиться следующие параметры:

- а) Мольные объемы газовой $W_{i,j}^r$ и жидкой $1 - W_{i,j}^r$ фаз;

- b) Мольные доли (мольные концентрации) компонентов в газовой $y_{i,j,n}^r$ и жидкой $x_{i,j,n}^r$ фазах;
- c) Константы равновесия они же коэффициенты распределения $-K_{i,j,n}^r$;
- d) Молярные массы газовой $M_{g,i,j}^r$ и жидкой $M_{l,i,j}^r$ фаз;
- e) Насыщенности пористой среды $S_{l,i,j}^r$ и газовой $S_{g,i,j}^r = 1 - S_{l,i,j}^r$;
- f) Плотности для газовой и жидкой фаз $\rho_{g,i,j}^r$, $\rho_{l,i,j}^r$ соответственно;

Далее из формул (3.12) определяются динамические вязкости для обеих фаз $\mu_{g,i,j}^r$ и $\mu_{l,i,j}^r$. Из формул (16) относительные проницаемости $k_{g,i,j}^r$, $k_{l,i,j}^r$.

2. Распределение давлений $p_{i,j}^{r+1}$ будет определяться из решения системы алгебраических уравнений (3.22) с использованием итерационного метода. Затем вычисляются скорости компонент фильтрации по следующим формулам:

$$V_{x,i,j,n}^r = \left(\frac{k_0 h \beta_n}{z_n} \right)_{i,j}^r \frac{p_{i,j}^r - p_{i-1,j}^r}{\Delta x_i},$$

$$V_{y,i,j,n}^r = \left(\frac{k_0 h \beta_n}{z_n} \right)_{i,j}^r \frac{p_{i,j}^r - p_{i,j-1}^r}{\Delta y_i},$$
(3.23)

3. Далее определяются поля мольных концентраций компонентов в смеси $z_{i,j,n}^{r+1}$ с учетом найденных распределений давлений из решения системы (3.21).

3. Результаты расчетов.

В данной работе первой целью ставилось составление математической модели и создание численной схемы для моделирования процесса фильтрации в газоконденсатном месторождении. Второй целью являлось создание программы для реализации расчёта фазового состояния газоконденсатной смеси. Для этого как описывалось выше было использовано уравнение Пенга – Робинсона (3.6).

Для реализации описанного выше метода расчета фазовых состояний использовалось программное обеспечение Maple и скрипт, написанный на языке программирования Python.

Для настройки и калибровки кода, который реализует методы и алгоритмы расчета фазовых состояний газоконденсатных углеводородных смесей были использованы следующие реальные данные:

Компонент	Формула	Молярная масса
Азот	N ₂	0,04031
Метан	CH ₄	0,62982
Диоксид углерода	CO ₂	0,03835
Этан	C ₂ H ₆	0,04903
Сероводород	H ₂ S	0,0773
Пропан	C ₃ H ₈	0,03046
Н-пентан	C ₅ H ₁₂	0,0304
Н-гептан	C ₇ H ₁₆	0,02061
Н-декан	C ₁₀ H ₂₂	0,01552
Толуол	C ₇ H ₈	0,0682
Проверка условия		1

Таб.1. Состав реальной смеси.

Результаты расчета компонент для разных давлений представлены в таблице 2, где определены мольные концентрации фаз, молярные и объемные доли, а также плотности фаз в смеси.

Компонент	Мольные доли компонентов при давлении P = 4,63 МПа					
	Жидкость			Пар		
	Лаб. исследование	Расчёт в FluidModeler	Предл. Вариант	Лаб. Исследование	Расчёт в FluidModeler	Предл. Вариант
Азот	0,00265	0,00254	0,00267	0,05089	0,05032	0,05035
Метан	0,13147	0,1188	0,12629	0,76801	0,76498	0,76425
Диоксид углерода	0,02048	0,0199	0,02528	0,04319	0,04323	0,04183
Этан	0,0473	0,04592	0,04672	0,04983	0,04985	0,04964
Сероводород	0,10981	0,12033	0,11084	0,06277	0,06592	0,06834
Пропан	0,06811	0,06621	0,0667	0,02081	0,021	0,02078
Н-пентан	0,13525	0,13125	0,13001	0,00367	0,00373	0,0038
Н-гептан	0,09863	0,09734	0,09658	0,00026	0,00031	0,00032
Н-декан	0,07025	0,07415	0,736	0	0,00001	0,00001
Толуол	0,31568	0,3236	0,31127	0,00066	0,00064	0,00063
Молярная доля		0,209	0,215	0,783	0,791	0,785
Объемная доля		0,041	0,1	0,958	0,959	0,9
Плотность		732,7	719,65		35	35,52

Таб.2. Состав смеси при давлении $P = 4.63$ МПа

Компонент	Мольные доли компонентов при давлении P = 14,97 МПа					
	Жидкость			Пар		
	Лаб. исследование	Расчёт в FluidModeler	Предл. Вариант	Лаб. Исследование	Расчёт в FluidModeler	Предл. Вариант
Азот	0,01552	0,01488	0,0161	0,0568	0,05734	0,05755
Метан	0,42111	0,40753	0,41904	0,77726	0,77966	0,77995
Диоксид углерода	0,03869	0,03771	0,04204	0,0387	0,03878	0,03572
Этан	0,0588	0,05812	0,05822	0,04369	0,04294	0,04248
Сероводород	0,11826	0,11755	0,11212	0,05	0,05035	0,05249
Пропан	0,04812	0,04798	0,04741	0,0185	0,01873	0,01838
Н-пентан	0,06385	0,06492	0,06283	0,00777	0,00728	0,00729
Н-гептан	0,04698	0,04862	0,04689	0,00196	0,00185	0,00188
Н-декан	0,03359	0,03819	0,03681	0,00034	0,00034	0,00035
Толуол	0,15508	0,16449	0,1585	0,00399	0,00376	0,00387
Молярная доля	0,414	0,401	0,416	0,586	0,599	0,584
Объемная доля	0,302	0,295	0,397	0,698	0,705	0,603
Плотность		634,7	616,76		184,9	183,9

Таб.3. Состав смеси при давлении $P = 14.63$ МПа

Компонент	Мольные доли компонентов при давлении $P = 20,79$ МПа					
	Жидкость			Пар		
	Лаб. исследование	Расчёт в FluidModeler	Предл. Вариант	Лаб. Исследование	Расчёт в FluidModeler	Предл. Вариант
Азот	0,02916	0,02957	0,03058	0,05333	0,05669	0,05622
Метан	0,55484	0,55698	0,56014	0,72528	0,74097	0,7438
Диоксид углерода	0,03894	0,03837	0,04019	0,03817	0,03832	0,03533
Этан	0,05243	0,052	0,05205	0,0462	0,0445	0,04409
Сероводород	0,08282	0,09104	0,08919	0,05607	0,05633	0,05784
Пропан	0,03609	0,03557	0,03544	0,02502	0,02265	0,02231
Н-пентан	0,04176	0,04074	0,04017	0,0182	0,01461	0,0144
Н-гептан	0,03105	0,02978	0,02923	0,0093	0,00661	0,00649
Н-декан	0,02509	0,02383	0,02332	0,00452	0,00284	0,00274
Толуол	0,10783	0,10211	0,09965	0,02391	0,0165	0,01674
Молярная доля	0,56	0,604	0,62	0,44	0,396	0,379
Объемная доля	0,503	0,569	0,476	0,497	0,431	0,524
Плотность		549,2	539,3		294,1	311,04

Таб.4. Состав смеси при давлении $P = 20.79$ МПа

Из таблиц 2 – 4 видно при давлениях 4.63 МПа и 14.63 МПа рассчитанные составы газа и жидкости близки к экспериментальным и рассчитанным в программном обеспечении для Fluid Modeler. Очень близкими получились и значения объемных долей фаз. Расчетное значение объемной доли фаз зависит от точности расчёта как фазового равновесия, так и от плотности фаз. При давлении равном 20.79 МПа расхождения между рассчитанными величинами возрастают, это можно объяснить тем, что при данном давлении смесь находится достаточно близко к критической точке.

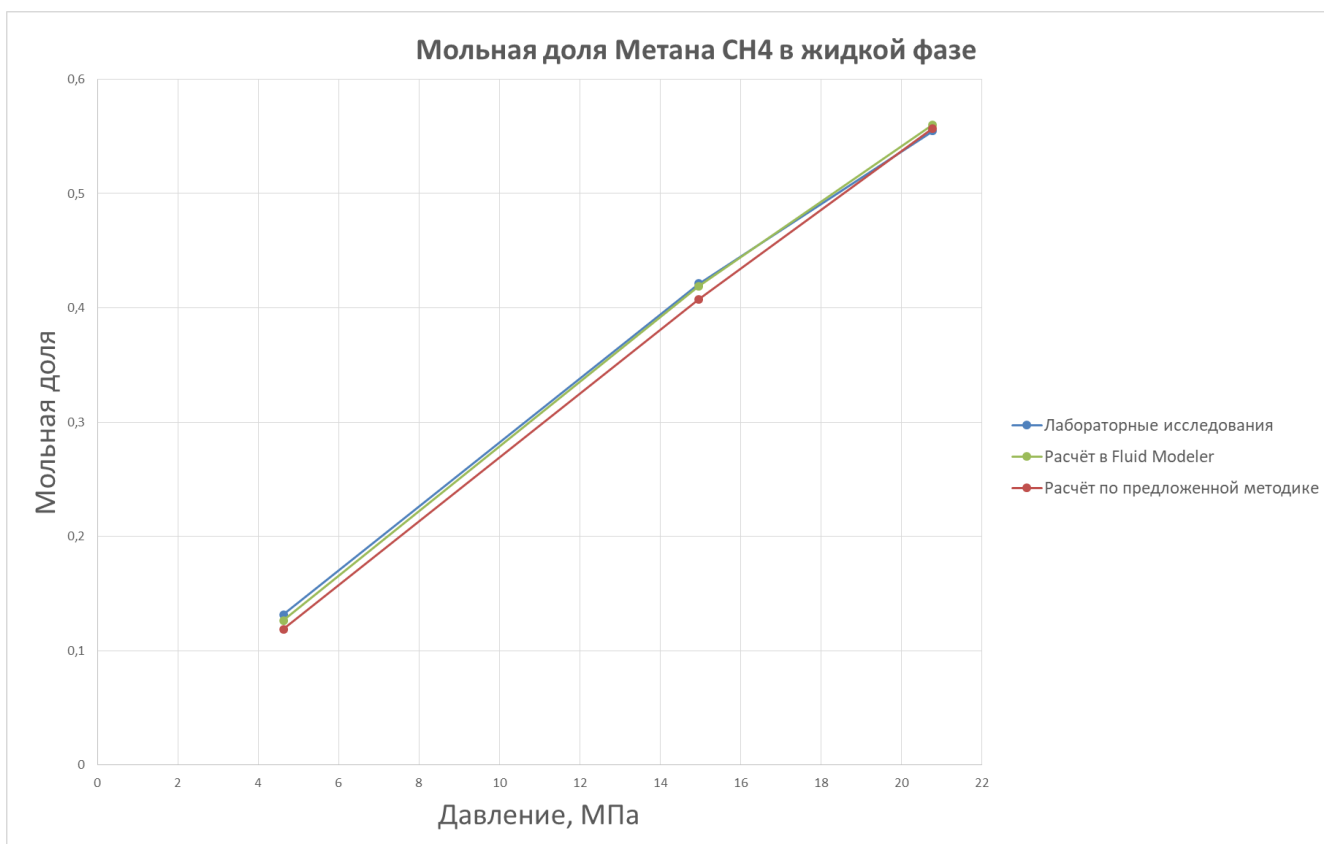


Рис.9. Зависимость мольной доли компоненты Метана в жидкой фазе

На графиках рис.9 и рис.10 представлен пример результатов расчета мольной доли на примере компоненты метана в жидкой и газовой фазах. Синяя линия характеризует собой кривую полученную из лабораторных исследований, зеленая кривая отображает расчёт по методике из программного комплекса Fluid Modeler, а красная кривая расчёт по описанной выше методике.

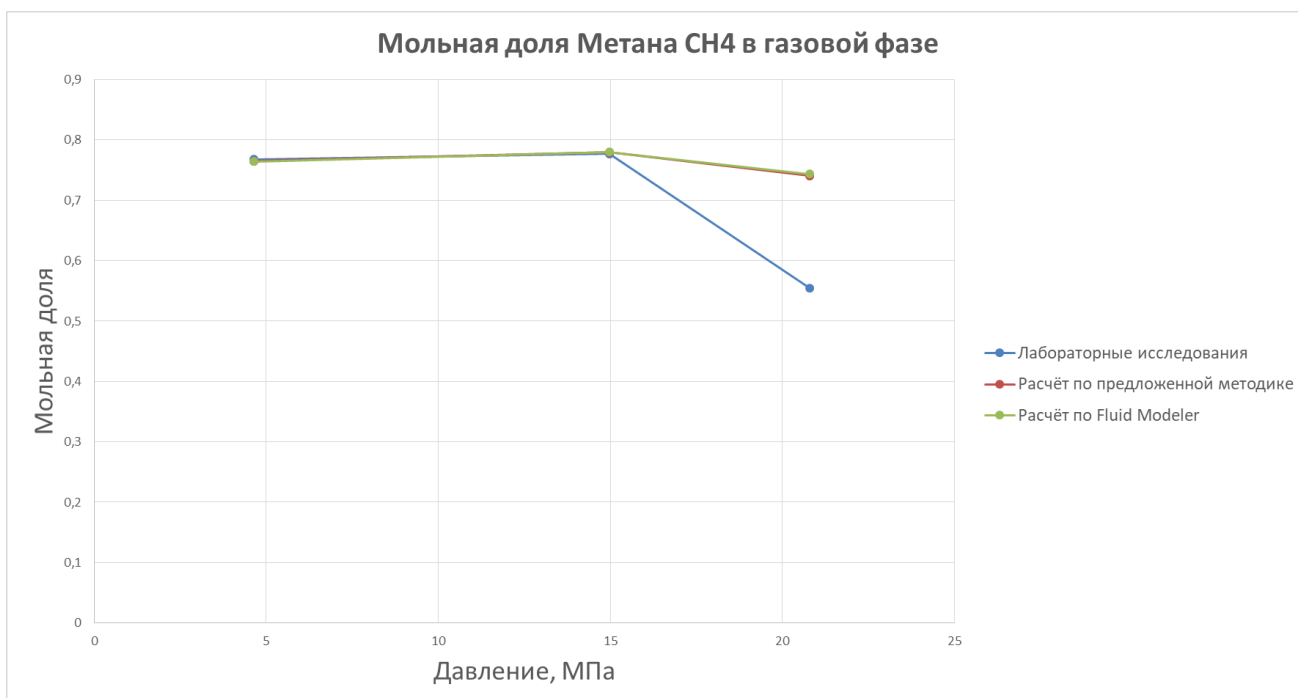


Рис.10. Зависимость мольной доли компоненты метана в газовой фазе.

Максимальное различие результатов расчетной модельной задачи составляет от 3 до 5%. Основной проблемой для реализации алгоритма вместе с расчетом фазового изменения в ходе вычислений будет являться скорость сходимости уравнений. При большом количестве узлов разностной сетки, в случае если во многих из них будет происходить падение давления ниже давления начала конденсации, а, следовательно, и происходить интенсивный процесс пересчета парожидкостного равновесия, что и вызовет основную остановку в ходе решения. Ускорение расчета можно будет осуществить за счет оптимизации решения нелинейных уравнений, но для решения данного вопроса необходимо посвятить отдельное исследование, что не входило в рамки данной дипломной работы.

Выводы

1. В данной работе была подготовлена математическая модель равновесной фильтрации двухфазной многокомпонентной углеводородной смеси с начальными и граничными условиями.
2. На основании математической модели была построена численная схема, которая позволяет рассчитывать поле давлений, скорости фильтратий в зависимости от компонентного состава для каждого временного слоя.
3. Создана программа, в которой реализован алгоритм расчета фазового состояния углеводородной смеси.
4. Написана программа, которая позволяет проводить расчеты динамической вязкости на основании зависимости Дина и Стила.
5. Проведено сравнение и анализ полученных результатов на основании реальных данных.

Представленная математическая модель равновесной фильтрации двухфазной многокомпонентной углеводородной смеси с учетом фазовых переходов, а также метод численного решения уравнений и написанная программа позволяют моделировать простейший сайклинг процесс и другие варианты разработки газоконденсатных месторождений как в режиме истощения, так и с использованием различных модификаций при разработке. Особенно важно отметить моделирование сайклинг процесса, на реальных месторождениях очень часто применяется именно данный метод, так как использование добытого метана в качестве нагнетаемой фазы позволяет максимизировать добычу газоконденсата. Здесь же стоит отметить, что данный процесс может быть рассмотрен как непрерывный, ступенчатый так и с монотонно уменьшающимся объёмом закачиваемого газа.

Данная работа позволяет рассмотреть процесс моделирование фильтрационных потоков в газоконденсатном месторождении, что в свою очередь может оказать большое влияние на оптимизацию режимов разработки, тем что можно оценить какое количество скважин на месторождении является экономически выгодным, а с учетом дополнительных исследований и доработки представленного расчетного варианта будет являться отличным теоретическим обоснование для различных технологических режимов на основе математических экспериментов по описанной в данной работе методике.

Список литературы

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. – М.:Недра, 1982. – 407 с.
2. Баталин О.Ю., Брусиловский А.И., Захаров М.Ю. Фазовые равновесия в системах углеводородов. – М.: Недра, 1992. – 271 с.
3. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. – М.: Недра – 1993. – 414 с.
4. Гиббс Д.В. Термодинамика. Статистическая механика. – М.: Наука, 1982. – 584 с.
5. Гуревич Г.Р., Брусиловский А.И. Справочное пособие по расчету фазового состояния и свойств газоконденсатных смесей. – М.: Недра, 1984. – 264 с.
6. Гуревич Г.Р., Карлинский Е.Д. Сепарация природного газа на газоконденсатных месторождениях. – М.: Недра, 1982. – 197 с.
7. Де Гроот С. Термодинамика необратимых процессов. Гостехиздат, 1956. -391.
8. Калашников О.В., Иванов Ю.В. Инженерные расчетные модели технологических сред газопереработки. 1-4//Хим. Технология. – 1990, 1991.
9. Кафаров В.В., Ветохин В.Н., Бояринов А.И. Программирование и вычислительные методы в химии и химической технологии. – М.: Наука, 1972. – 486 с.
10. Коган В.Б., Фридман В. М., Кафаров В.В. Равновесие между жидкостью и паром. – М.: Л: Наука, 1966. – Т.2. – 795 с.
11. Кондрат Р.М. Газоконденсатоотдача пластов. – М.: Недра, 1992. – 255 с.
12. Многомерная и многокомпонентная фильтрация: Справочное пособие / С.Н. Закиров, Б.Е. Сомов, В.Я. Гордон и др.– М.: Недра, 1984. – 295 с.
13. Розенберг М.Д., Кундин С.А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. – М.: Недра, 1976. – 335 с.
14. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 615 с.

15. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. – Л.: Химия, 1982. – 592 с.
16. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 418 с.
17. Степанова Г.С. Фазовые превращения углеводородных смесей газоконденсатных месторождений. М., Недра. 1974.
18. Уэйлес С. Фазовые равновесия в химической технологии. – М.: МИР, 1989. – Т.2. -360 с.
19. Федоров К.М., Шарафутдинов Р.Ф. К теории неизотермической фильтрации с фазовыми переходами // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа – 1989 – №5 – С. 78-85.
20. Холланд Ч.Д. Многокомпонентная ректификация. – М.: Химия, 1969. – 351 с.
21. Juanes R., Patzek T. W. Relative permeabilities for strictly hyperbolic models of three-phase flow in porous media // Transp. Porous Media. – 2004. – 57(2). – P. 125–152.
22. Peng D.Y., Robinson D.B. A new two-constant equation of State. // Ind. Eng. Chem. Fundam., 1976, v.15 №1, P.59-64.
23. Reid R.C., Prausnitz J.M., Poling B.E. The properties of Gases and Liquids. – N.Y.: McGraw-Hill, Inc., 1987. – 741 p.