МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра алгебры и математической логики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ
В ГЭК
Заведующий кафедрой
канд. экон. наук, доцент
__________ С.В. Вершинина
09.01.20 2020 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистра

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

44.04.01 Педагогическое образование
Магистерская программа «Современное школьное математическое образование»

Выполнила работу
студентка 3 курса
заочной формы обучения
Кайгородова
Анастасия
Юрьевна

Научный руководитель
канд. экон. наук
Вершинина
Светлана
Валерьевна

Рецензент
канд.т. н.
доцент кафедры
математических методов и
моделей в экономике
Журавлева
Елена
Владимировна

Тюмень
2020

Кайгородова Анастасия Юрьенва. Педагогические условия реализации контекстного подхода к изучению математических понятий: выпускная квалификационная работа магистра : 44.04.01 Педагогическое образование, магистерская программа «Современное школьное математическое образование» / А. Ю. Кайгородова ; науч. рук. С.В. Вершинина ; рец. Е.В. Журавлева; Тюменский государственный университет, Институт математики и компьютерных наук, Кафедра алгебры и математической логики. – Тюмень, 2020. – 124 с.: рис., табл. – Библиогр. список: с. 111–122 (118 назв.). – Прил.: с. 123.

Ключевые слова: математическое образование, контекстный подход, контекстная задача, формирование математических понятий, изучение дробей в средней школе, средняя школа, практические задачи.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность, значимость темы в теоретическом плане обусловлена вниманием общего образования к формированию понятий в математическом образовании. Понятия выступают в качестве средства адекватного и полного усвоения исторически сложившегося опыта человечества. Фактически, только через понятия индивидуум открыт культуре, через понятия осуществляется социализация (очеловечивание) индивидуального интеллекта. Особое внимание процессу овладения понятиями традиционно уделяется при анализе изучения школьного курса математики (В.А. Гусев, М.В. Рыжик, Н.С. Подходова, А.Я. Цукарь, И.С. Якиманская, М.В. Подаев, А.А. Устиловская и др.).

В современных условиях развития образовательной системы стоит вопрос, как обеспечить качественное обучение каждого обучающегося, обеспечить усвоение им стандарта образования, дать возможность для его дальнейшего развития, повысить мотивацию к обучению.

В современном понимании процесс обучения рассматривается как взаимодействие между учителем и учениками с целью приобщения обучающихся к определенным знаниям, навыкам, умениям и ценностям. Каждый метод обучения органически включает в себя обучающую работу учителя (изложение, объяснение нового материала) и организацию активной учебно-познавательной деятельности обучающихся, то есть, учитель, с одной стороны, сам объясняет материал, а с другой – стремится стимулировать учебно-познавательную деятельность обучающихся (побуждает их к размышлению, самостоятельному формулированию выводов и т.д.).

В настоящее время требования к математической подготовке обучающихся основной школы достаточно высоки. В частности, от него требуется умение грамотно переводить на математический язык технические, экономические, естественнонаучные и другие контекстные задачи, анализировать зависимость их решений от условий, режимов, параметров реальных процессов и выбирать наилучшие варианты, т.е. обладать навыками математического моделирования и оптимизации реальных объектов. Поэтому формированию математических понятий отводится значительная роль в математической подготовке.

Федеральный государственный образовательный стандарт в России был изменен в 2010 году, и в соответствии с мировой тенденцией сосредоточил внимание на развитии у обучающихся навыков использования знаний в повседневной жизни. В фундаментальном ядре содержания общего образования также подчеркивается важность прикладного обучения математике в школе. Однако заявленные требования к объективным результатам не дают четкого представления о том, как учитель должен построить свой курс так, чтобы обучающиеся развили способность применять математические знания в повседневной жизни.

Таким образом, возникает **противоречие** между растущими требованиям к контекстному обучению математике и недостаточной разработанностью методических материалов для реализации контекстного подхода к изучению математических понятий. В отечественной литературе контекстное обучение рассматривается, в основном, в рамках профессионального образования и образования в высшей школе [21]. Что касается школьного математического образования, изучению вопросов использования контекста повседневной жизни посвящено большое количество работ: В.В. Фирсова, И.М. Шапиро, М.В. Егуповой.

Реализация контекстного подхода к изучению математических понятий будет способствовать развитию предметных результатов, включающих освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приёмами. Все вышесказанное определяет **актуальность** исследования.

Проблема исследования состоит в определении условий реализации контекстного подхода к изучению математических понятий в основной школе.

Объект: процесс формирования математических понятий при обучении математике в основной школе.

Предмет: педагогические условия реализации контекстного подхода к изучению математических понятий в основной школе**.**

Цель исследования: теоретическое обоснование и экспериментальная проверка условий реализации контекстного подхода к изучению математических понятий в основной школе.

Гипотеза исследования: систематическое и целенаправленное создание педагогических условий реализации контекстного подхода к изучению математических понятий в процессе обучения математике будет способствовать повышению успеваемости школьников.

Для достижения поставленной цели и проверки гипотезы необходимо решить следующие **задачи**:

1) провести анализ учебно-методической литературы по теме исследования;

2) изучить этапы и принципы обучения решению контекстных задач на уроках математики в основной школе;

3) охарактеризовать сущность и структуру математического понятия и уточнить содержание контекстного подхода к изучению математических понятий;

4) составить комплекс педагогических условий, обеспечивающий реализацию контекстного подхода к изучению математических понятий;

5) проанализировать методы и приёмы реализации контекстного подхода к изучению математических понятий ;

6) описать специфику процесса реализации контекстного подхода к изучению математических понятий, включающую содержание образования, методические рекомендации по его реализации;

7) осуществить разработку методических материалов для обучения решению контекстных задач на уроках математики в 5-6 классе по теме «Десятичные дроби».

8) провести педагогический эксперимент, включающий реализацию контекстного подхода к изучению математических понятий, на примере темы «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей», обобщить и статистически обработать полученные результаты.

Теоретико-методологическая база исследования:

- теоретические положения концепции контекстного обучения (Г.С. Ларина);
- концепции прикладных аспектов обучения математике в школе (Х.О. Поллак, В.В. Фирсов, Н.А. Терешин, И.М. Шапиро, М.В. Егупова);
- теоретические положения относительно контекста в текстовых задач по математике (Л.М. Фридман, Ю.А. Тюменева, М.В. Егупова).

Этапы исследования:

1. Постановочный (сентябрь 2017г. – январь 2018г.);
2. Собственно-исследовательский (февраль 2018г. – ноябрь 2019г.);
3. Оформительско-внедренческий (декабрь 2019г. – январь 2020г.).

Методы исследования:

теоретические:

- изучение философской, естественнонаучной, технической, психологической, педагогической, методической литературы с целью определения научных основ и реализации контекстного подхода к изучению математических понятий в процессе обучения математике, обоснование их применения в работе учителя математики;
- анализ учебных планов и программ учителей по теме исследования;
- систематизация и обобщение теоретических данных;

эмпирические: изучение разработок уроков по математике по теме исследования.

Экспериментальная база исследования: муниципальное автономное общеобразовательное учреждение гимназия №16 г. Тюмени.

Научная новизна исследования заключается в теоретическом обосновании условий реализации контекстного подхода к изучению математических понятий в основной школе.

Практическая значимость исследования: результаты могут быть использованы для обновления содержания обучения математике в основной школе, а предложенные методические рекомендации будут полезны для преподавателей математики.

Апробация результатов исследования:

В рамках темы «Контекстные задачи» проводилась проектная деятельность с учащимися. Результатом стал поощрительный диплом за стремление к научным исследованиям муниципального этапа «Шаг в будущее-2018» за проект «Любимый город Тюмень в задачах».

Участие в межрегиональной научно-практической конференции «Экологизация естественно-математического образования: механизмы и средства», Тюмень, 2018 г.

Сертификат участника Фестиваля педагогических идей (апрель 2018 г.) за представление своего педагогического опыта на открытом интегрированном уроке, посвященном Дню Космонавтики.

Выступлении на Фестивале методических идей 2019 г. (на базе МАОУ гимназии №16) с темой «Реализации контекстного подхода к изучению математических понятий».

Участник Международной научно-практической конференции «Современный учитель дисциплин естественнонаучного цикла», 15-16 февраля 2019 года.

Открытый урок математики в 6 классе по теме «Решение уравнений» в рамках стажерской площадки курсов ГАОУ ТО ДПО «ТОГИРРО» тема: Модернизация содержания обучения и технологий формирования предметных, метапредметных и личностных результатов учащихся в рамках учебного предмета «Математика».

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

1.1.КОНТЕКСТНЫЙ ПОДХОД ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Математика – наука о наиболее общих и фундаментальных структурах реального мира. Математика – одна из точных наук. Она необходима для успешного решения практических задач: оптимизация семейного бюджета и правильное распределение времени, ориентация в статистической, экономической и логической информации, оценивание рентабельности возможных деловых партнеров и предложений, проведение несложных инженерных и технических расчетов для жизненных задач. Контекстный подход при обучении математике состоит в использовании межпредметных и метапредметных связей, что вносит элемент занимательности в учебный процесс [21].

Предметная область «Математика и информатика» обладает огромным воспитательным потенциалом, приучает к продолжительной умственной деятельности. При этом она развивают логическое и математическое мышление. Учащиеся получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию [41]. Математическое образование является обязательной и неотъемлемой частью общего образования на всех ступенях школы. Обучение математике направлено на достижение следующих целей:

- овладение учениками системой математических понятий, умений и навыков;
- вооружение учеников математическими методами познания действительности;
- умение использовать знания при решении практических задач;

- развитие математической интуиции, логического мышления;
- обогащение пространственных представлений обучающихся и развитие их пространственного воображения [43].

Результаты освоения предмета – развитие таких черт личности как настойчивость, целенаправленность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, критичность мышления; развитие познавательных интересов обучающихся; развитие таких способностей, как наблюдательность, представление, память, мышление, владение математической речью; формирование и развитие метапредметных универсальных учебных действий (умения учиться), умение выделять существенное, мыслить абстрактно, умение анализировать.

Принятие стандартом формулировки целей обучения математике в школе отражает изменения в оценке того вклада, который может и должна дать математика в современных условиях обучения. Главное направление этих изменений состоит в сдвиге от узкопрагматических целей обучения конкретным умениям и навыкам к целям индивидуального развития общих качеств личности [29]. Приоритет, отдаваемый вкладу математического образования, в развитие общих личностных качеств по сравнению с утилитарным подходом, в большей степени ориентированным на применение готовых и сложившихся знаний, обусловлен современным этапом развития общества, резким ростом его информационной культуры, модернизацией общего образования.

В качестве средства реализации контекстного подхода к обучению выступают контекстные задачи. Применительно к математике, под контекстными задачами, вслед за В. А. Далингером, мы будем понимать задачи, нацеленные на «разрешение не только стандартных, но и нестандартных ситуаций (предметных, межпредметных или практических) [17].

Основным направлением использования контекстных задач является развитие личностно-значимых умений обучающихся, среди которых выделяют:

1. Аналитические, предполагающие умение определять существенную и несущественную информацию, анализировать, добывать и должным образом представлять нужную информацию.

2. Практические, позволяющие использовать теорию на практике при планировании практических действий в ходе решения проблем.

3. Творческие, обеспечивающие креативный подход к решению проблемы.

4. Коммуникативные, формирующие навыки общения и выступления с использованием текстового и наглядного материала [88].

1.2.СУЩНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОНЯТИЯ

В науке глубоко проработана роль понятийного мышления. Важнейшие свойства этой формы мыслительной деятельности исследовали П.П. Блонский, Дж. Брунер, Л.М. Веккер, Е.К. Войшвилло, Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, С.И. Гессен, В.В. Давыдов, Ж. Пиаже, С.Л. Рубинштейн, М.А. Холодная, и др. В работах Я.И. Груденова, В.А. Гусева, В.А. Далингера, Н.В. Метельского, Е.И. Перевощикова, Г.И. Саранцева, З.И. Слепкань и др. исследовался процесс усвоения школьниками математических понятий.

Понятия - это средства адекватного и полного усвоения исторически сложившегося опыта человечества. Понятия выступают связующим звеном, через которое индивидуум открыт культуре, социализация (очеловечивание) индивидуального интеллекта осуществляется через понятия, это создает предпосылки для понимания других людей и других культур.

Особую роль понятийного мышления в структуре интелекта отмечают психологи. Они рассматривают понятийное мышление как высшую стадию интеллектуального развития. Л.С. Выготский именно с образованием понятий связывал перестройку всей интеллектуальной деятельности подростка и его сознания в целом, поскольку благодаря понятиям подросток начинает понимать связи, отношения, скрытые за поверхностью видимых явлений [13]. Понятия выступают как средство упорядочивания воспринимаемого мира с помощью категориальных и логических отношений, т. е. понятие- интеллектуальный инструмент, который помогает справиться с хаосом эмпирических впечатлений и организовать их на уровне разумной картины мира [101]. Происходит перестройка («интеллектуализация») элементарный познавательных функций на основе их синтеза с функцией образования понятий: восприятие фактически превращается в наглядное мышление, запоминание начинает опираться на смысловые связи, внимание приобретает произвольный характер и т.д. [95]

Как отмечает М.А. Холодная [Цит.по: 42], понятийное мышление, которое в структурном аспекте выступает как накопленный понятийный опыт и в функциональном аспекте – как процесс понятийного познания, понимается как интегральное образование, включающее разные способы кодирования информации, когнитивные схемы разной степени обобщенности, иерархическую организацию признаков изучаемых понятий.

Особое внимание процессу овладения понятиями традиционно уделяется при анализе изучения школьного курса математики (В.А. Гусев, М.В. Рыжик, Н.С. Подходова, А.Я. Цукарь, И.С. Якиманская, М.В. Подаев, А.А. Устиловская и др.).

При написании работы нами учитывались следующие теоретические положения о закономерностях процесса формирования научных понятий, заимствованные из формальной логики (как составной части философии) и психологии.

Процесс качественного формирования понятий в школе невозможен без учета следующих условий: понятие объективно и однозначно; понятие тесно связано со словом и речью; понятие возникает в результате изучения математического объекта или отношения между объектами; понятие есть система взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений о некотором математическом объекте; большое значение в формировании понятия имеют общие представления (предпонятия); процесс формирования понятий – длительный, он может продолжаться всю жизнь. Раскроем подробнее содержание данных условий [41].

В формальной логике «понятие» трактуется как мысленный класс объектов реальной действительности и сознания [6:38]. Каждое понятие имеет объем (объединяющийся данным понятием класс объектов) и содержание. Содержание понятия – характеристическое свойство, присущее всем объектам данного класса и только им – заложено в определении.

В школьной методике обучения математике введение новых понятий «рассматривается как процесс вычленения некоторого класса чувственно воспринимаемых объектов на основе выделения их существенных черт» [11]. Традиционно акцент ставится на работе с определением: формирование умений различать объекты с опорой на выделенные свойства, называемые «признаками» понятия, относить данный объект к определенному классу с помощью тех же признаков, выделять совокупность дизъюнктивных и конъюнктивных признаков понятия, сравнивать признаки по степени значимости, систематизировать существенные, осознавать, что критерий существенности или несущественности признака варьируется в зависимости от контекста.

В психологии формирование понятийных структур – это сложный процесс «превращения определенных единиц объективно существующего знания в субъективные ментальные структуры, существующие уже «внутри» опыта человека в качестве психических новообразований». Причем в результате простого заучивания сформировать понятие невозможно. Необходимо постепенное выстраивание в когнитивном опыте обучающегося понятийных структур как «психологических носителей понятийного знания» [30].

Как отмечают психологи, понятийные психические структуры – это интегральные когнитивные структуры, которые характеризуются включенностью разных способов кодирования информации, представленностью когнитивных схем разной степени обобщенности, иерархической организацией семантических признаков в содержании понятия и наличием систем связей отдельного понятия с некоторым множеством других понятий [101; 93]).

Л.С. Выготский писал: «Понятие … сложная система суждений, приведенная в известное единство, и особая психологическая структура в полном и истинном значении слова. Это значит, что система суждений, в которых раскрывается понятие, содержится в свернутом, сокращенном виде, как бы в потенциальном состоянии, в структуре понятия. Эта система суждений, как всякая структура, обладает своими особенностями, свойствами, характеризующими ее именно как целостную систему, и только анализ этой системы может привести нас к пониманию структуры понятия» [13:. 77].

Обучение рассматривается как постепенное накопление системы ценностных (оценочных) знаний, создающих эффект «личного присутствия» обучающегося в процессе усвоения математики, – сведений о возможном отношении человека к определенном фактам, явлениям, действиям, умозаключениям. Ценностные знания выражаются в виде оценочных суждений с использованием таких слов, как «важный (бесполезный)», «рациональный (нерациональный)», «изящный (громоздкий)», «любопытный (неинтересный)» и т.п. Причем именно формирование ценностного отношения в полной мере обеспечивает возможность *рефлексии* – анализа, осмысления и обобщения обретенного знания, ибо подлинное *понимание* предполагает наличие знания о знании. С этой точки зрения речь идет о *формировании понятийных психических структур.*

1.3. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ: АНАЛИЗ МЕТОДИЧЕСКОГО ОПЫТА

Любое математическое понятие складывается и структурируется поэтапно, по линейно-концентрическому принципу. Разные математические определения тесно объединены между собой.

П.Я. Гальперин предположил, что понятия формируются поэтапно, в частности, математические понятия проходят шесть этапов:

а) создание мотивации;

б) формирование схемы ориентировочной основы деятельности;

в) обучение сводится к выполнению действия в материализованной форме;

г) генерирование действия вербально, без опоры на материальные средства (все операции алгоритма вербализуются по мере выполнения);

д) формирование действия с помощью внутренней речи (операции проговариваются про себя, действие начинает сокращаться и автоматизироваться) – то есть ребенок оперирует проекциями-представлениями;

е) интериоризация действия, то есть формирование действия во внутренней речи. Действие становится внутренним процессом, максимально стереотипным актом мышления [14].

В.А. Далингер, считает, что внимание должно быть направлено на умение определять понятия, а не на их заучивание. Следует правильно донести до обучающихся, что научные понятия изменчивы: определение понятия – это лишь один из начальных этапов его формирования, а затем происходит процесс, который представляет собой развитие понятий, который характеризуется как постепенное уточнение и усвоение содержания и объёма понятия, его связей и отношений с другими понятиями [17].

Как отмечает Калмыкова, З.И., формирование понятия, является длительным и сложным процессом, которому следует уделять достаточное внимание в образовательном процессе. Важным этапом при формировании понятий, является усвоение его существенных признаков. Словесное определение понятия должно быть итогом работы по усвоению существенных признаков. Следует отметить, что бывает так, когда даётся словесное определение понятия, и оно сразу же используется в дальнейшей работе. Преувеличение роли при словесном определении, является одной из причин пробелов в знаниях обучающихся [30].

Известные ученые, такие как Л.С. Выготский [13] и С. Л. Рубинштейн [68] не разделяют процесс формирования научных понятий и усвоения их учащимися. В своей концепции они указывают на то, что понятия образуются по определенной схеме: от ощущений и восприятий через анализ и синтез к представлениям, а от них – к понятиям. Совершенно иного мнения придерживается П. Я. Гальперин, который считает, что формирование понятия не следует растягивать во времени, что это можно осуществить в один приём, когда содержание нового понятия усваивается одновременно, в полном объеме и правильном соотношении признаков, сразу применяется на всем диапазоне намеченного обобщения [14]. По мнению П.Я. Гальперина, формирование понятия в процессе обучения и их применения ученик проходит несколько уровней [14]:

1) эмпирический;

2) наглядно-образный.

Главным явлением на эмпирическом уровне, является процесс восприятия, который получает представления о внешних признаках предмета и событиях. Исходя из этого, у обучающихся происходит воссоздание палитры не только конкретных признаков, но и определенное отношение к этим предметам и событиям [14].

Наглядно-образный уровень, непосредственно связан с процессом обучения, так как здесь уже знакомые учащимся предметы представлены в более обобщенном виде, которые объединяют и воплощают в себе признаки схожих объектов. На данном уровне у обучающихся появляются умения связывать понятия в единую цепь рассуждений, а также определять связь между ними, то есть формируется мышление.

В научно-методической литературе, говоря об определении и применении понятий в образовательном процессе, обычно используются такие выражения как формирование и развитие понятий [68].

Формирование понятий используют, при определении понятия. Для того чтобы сформировать понятие, надо установить существенные признаки определенного предмета, сформулировать определение понятия и назвать соответствующий термин.

Выражение «развитие понятий» в свою очередь отражает проблему обогащения знания, тем самым расширяет и углубляет содержание понятий на определенном этапе обучения.

Развитие математических понятий происходит от простого к сложному, или от конкретного к обобщенному. Развитие понятий может происходить поэтапно, при этом на новом уровне обобщения, углубляющем или расширяющем содержание развиваемого понятия [11].

Формирование понятий, является переходом от единичных вещей и явлений, данных в чувственном опыте, к обобщению этого опыта в понятиях, фиксирующих существенные признаки этих вещей и явлений [15].

В процессе усвоения научных знаний школьники сталкиваются с разными видами понятий. Многие учителя математики считают, что заучивание определения понятий, является эффективным методом. Однако результаты такого обучения не очень высоки. Происходит это потому, что многие учащиеся, применяя понятия, усвоенные в школе, опираются на малосущественные признаки, существенные же признаки понятий ученики осознают и воспроизводят только при ответе на вопросы, требующие определения понятия. По наблюдениям многих учителей даже если учащиеся правильно воспроизводят понятия, то есть обнаруживают знание его существенных признаков, применить полученные знания на практике не могут, потому что опираются на случайные признаки, которые выделены благодаря непосредственному опыту.

Егупова М.В. [21], в своих работах указывает на то, что формировать понятие уравнение следует поэтапно, данное явление осуществляется в процессе активной познавательной деятельности обучающихся.

В. А. Далингер, например, в своих работах выделяет такие этапы формирования и развития понятия [17]:

«1.рассматривание примеров объектов, которые входят в объем понятия;

2. введение термина, обозначающего данное понятие;

3. рассмотрение примеров, которые не входят в объем понятия;

4. формулирование определения понятия;

5. сообщение дополнительных сведений, в частности указание несущественных признаков понятия;

6. систематизация знаний».

Фирсов В.В. представляет этот процесс следующим образом [95]:

1. создание ориентировочной основы действий, – определение в краткой форме, которая может быть представлена в виде схемы;

2. пошаговый контроль, распознавание объектов, принадлежащих объему понятия, выведение следствий и его фиксирование;

3. самостоятельное распознавание объектов, принадлежащих объему понятия, выведение следствий, использование кратких записей.

Обобщив мнения исследователей можно выделить следующие методические условия, обеспечивающие формирование математического понятия с учетом закономерностей процесса усвоения:

1. Знание учителем содержания понятия, которое надо сформировать.

2. Знание основ работы с научной литературой, для того чтобы проводить анализ определения понятия в школьных учебниках.

3. Знание имеющихся источников образования понятия, а также их влияние на качество усвоения понятий.

4. Соблюдение последовательности всех этапов формирования понятия.

5. Организация познавательной деятельности обучающихся на всех этапах формирования понятия.

6. Умение проводить своевременный контроль за качеством усвоения понятия.

7. Умение заинтересовать обучающихся на принятие нового понятия.

При выполнении всех выше перечисленных педагогических условий успех деятельности педагога по формированию у обучающихся математического понятия может быть эффективно обеспечен. Чем полнее они будут выполнены, тем более высокий уровень усвоения данного понятия будет достигнут у обучающихся.

Задача учителя при формировании математических понятий, состоит в том, чтобы изучить и знать разные концепции образования понятий. Исходя из этого, создать условия в образовательном процессе для эффективного формирования и развития математических понятий у школьников и полноценного их усвоения.

Эффективным показателем усвоения математического понятия, является, то, что учащиеся полностью овладеют содержанием, объёмом понятия, знанием его связей и отношений с другими понятиями, а также умением оперировать данным понятием в решении учебных и практических задачах.

Таким образом, выделив и описав основные условия формирования и развития математического понятия можно сделать вывод о том, что учитель старается познакомить школьников с большинством понятий наглядно, путём практического оперирования ими, опираясь при этом на жизненный опыт обучающихся.

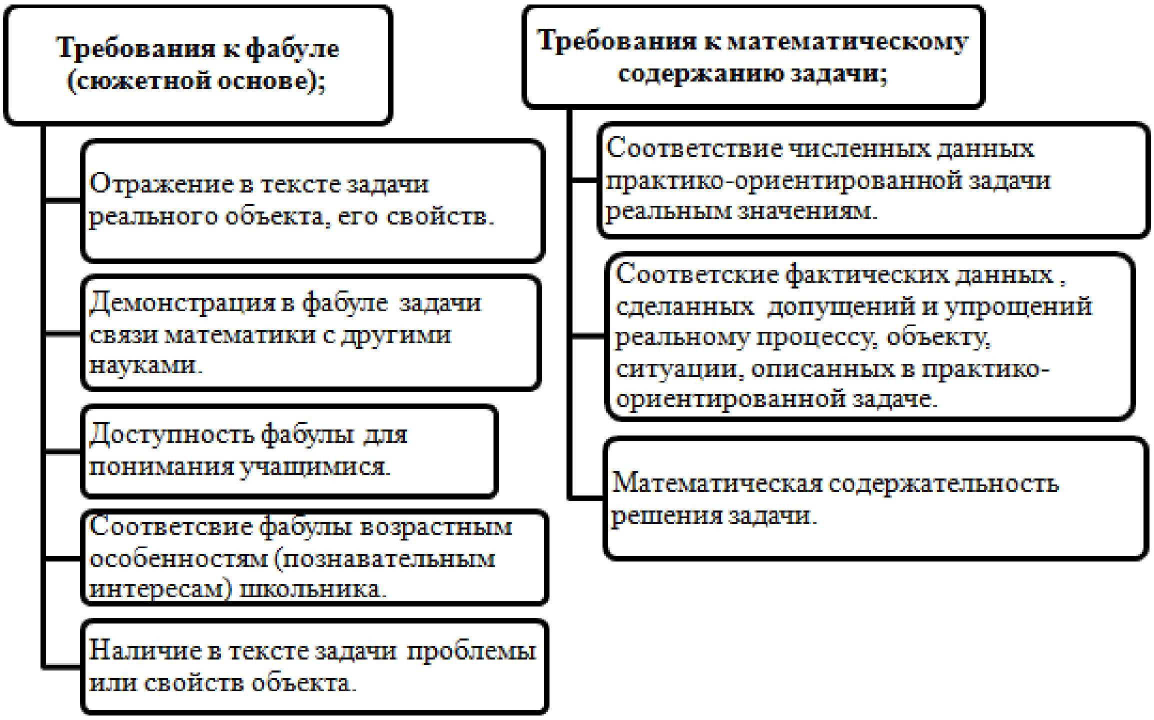


Рис. 1. Требования к фабуле содержания и к математическому содержанию задачи

На данный момент некоторые из рассмотренных требований уже не соответствуют федеральному образовательному стандарту. Контекстные задачи могут быть использованы не только после изучаемой темы, но и во время изучения темы.

Решение задач такого типа в большей степени строится на построении модели реальной ситуации, описанной в конкретной задаче. Именно составление модели требует высокого уровня математической подготовки и является результатом обучения, который целесообразно назвать общекультурным (общеобразовательным) [16].

Проведенный в данной главе анализ научной и методической литературы позволил сформулировать требования к отбору и составлению контекстных задач:

1) познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная важность получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию учащегося;

2) условие задачи сформулировано в виде жизненной ситуации или проблемы, для разрешения которой необходимо использовать знания, на которые нет явного указания в тексте задачи;

3) условие и данные в задаче могут быть представлены в форме: рисунка, таблицы, схемы, диаграммы, графика, что затем потребует распознавания объектов;

4) явное или неявное указание области применения результата, полученного при решении задачи;

5) в структуре задачи неопределенны некоторые из ее компонентов;

6) в условии может быть наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных, из-за этого формулировка условия объемная;

7) задача может предполагать несколько способов решения, причем данные способы могут быть неизвестны учащимся.

На сегодняшний день интерес к контекстным задачам только увеличивается, потому что их включают в содержание как ОГЭ, так и ЕГЭ. Разбор задач практического содержания с учениками помогает повысить практическую значимость изучения математики в школе; научить необходимым навыкам решения таких задач и умениям рассчитывать величины и их примерное значение; усилить интерес, мотивацию к обучению математике; увеличить результативность обучения школьного курса математики [8].

ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ

Обобщив мнения исследователей можно выделить следующие методические условия, обеспечивающие формирование математического понятия с учетом закономерностей процесса усвоения:

1. Знание учителем содержания понятия, которое надо сформировать.

2. Знание основ работы с научной литературой, для того чтобы проводить анализ определения понятия в школьных учебниках.

3. Знание имеющихся источников образования понятия, а также их влияние на качество усвоения понятий.

4. Соблюдение последовательности всех этапов формирования понятия.

5. Организация познавательной деятельности обучающихся на всех этапах формирования понятия.

6. Умение проводить своевременный контроль за качеством усвоения понятия.

7. Умение заинтересовать обучающихся на принятие нового понятия.

При выполнении всех выше перечисленных педагогических условиях успех деятельности педагога по формированию у обучающихся математического понятия может быть эффективно обеспечен. Чем полнее они будут выполнены, тем более высокий уровень усвоения данного понятия будет, достигнут у обучающихся.

Способность самостоятельно решить практическую задачу – главное умение для всех обучающихся. Данное умение очень важно, потому что, зная методы решения задач практического содержания, обучающиеся учатся взаимодействовать с разными задачами, которые могут встретиться им в повседневной жизни. При решении контекстных задач ученики осваивают алгоритм решения таких задач, у них развиваются ценные навыки применение математических знаний, приходит осознание роли математики в целом. Кроме того, благодаря практическим задачам у школьников воспитывается трудолюбие, самостоятельность, настойчивость, активность, достоинство личности, формируется когнитивный интерес, они помогают выработать и отстоять свою точку зрения.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ПСИХОЛОГО-ФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОНЯТИЯ ДРОБИ С ПОЗИЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА

2.1.ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ПОНЯТИЯ ДРОБИ

Ещё на заре человечества возник вопрос о разделении целого на части. Так, после охоты, принималось решение в какой пропорции делить убитых животных, если их не поровну и как разделить тушу мамонта, если не все заслуживают равные части. Следовательно, можно предположить, что уже такое обыденное занятие как охота привело самого первого человека к понятию о целом и части целого, то есть о дробном числе.

Что интересно, самих дробей, которыми мы пользуемся повсеместно, в Европе не было до XVII века. А первое их использование учёные заметили в древнеегипетских текстах в 1800 г до н.э. Конечно, в то время вместо цифр использовались рисунки, а не привычные для нас дроби. Числитель по умолчанию был единица и изображался как человеческий рот. В русском языке само слово «дробь» появилось благодаря ученому монаху Кирику Новгородцу, который в своём календаре употребляет дробные числа ещё в 1136 году. В учебниках по арифметике 17 века упоминаются некие «ломаные числа», что даёт понять этимологию глагола дробить – «разбивать», «ломать». Само же слово «дробь» произошло от «fractio» (лат.) – ломать.

С развитием человечества и наук как следствия, возникла нужда измерять что-либо более точно. Так целые, начальные единицы меры делили пополам либо на три и более части. Каждой следующей, более мелкой части присваивали своё особенное наименование.

В пример можно привести такие бытовые выражения как «два с половиной яблока», «треть пирога» и так далее. То есть данные числа начали возникать при делении целых величин. Обозначались же они у каждого народа по разному – это и рисунки, и иероглифы, и буквы, и наконец, спустя довольно большой отрезок времени люди пришли к одной, современной записи, которую мы можем наблюдать теперь.

Дроби в Древнем Египте

Одним из Чудес Света являются египетские пирамиды, сложнейшее для своего времени архитектурное сооружение. Невозможно представить, что подобный грандиозный проект мог бы быть осуществлён без знания арифметики. С таким высоким развитием архитектуры было естественно, что египтяне владели навыками решения многих сложных задач, связанных не только со строительством, но и с торговлей и с военным делом. Ещё 4 тысячи лет назад жители Египта имели десятичную систему счисления, что подтверждается расшифровками папирусов. Это свитки, которые изготовляли из стеблей растений произрастающих в тропических лесах.

Одним из самых важных по содержанию является «папирус Ахмеса», очень старый математический документ, который раскрывает суть измерений и объясняет «способы, при помощи которых можно дойти до понимания всех тёмных вещей».

А одним из самых старых папирусов по математике является работа «Московский папирус», которая была написана около 1850 г. до н.э. Он и сейчас находится в Московском музее изобразительных искусств. Над ним работали такие великие умы как Тураев Борис Александрович и Струве Василий Васильевич.

При изобретении дробей важную роль сыграл тот факт, что целые вещи делили пополам. То есть исходя из таких рассуждений самой первой дробью появившейся в обиходе людей, является $\frac{1}{2}$. И только после этого, спустя некоторое время половину стали делить ещё пополам и ещё, так постепенно и появляются дроби $\frac{1}{4}$,$\frac{1}{8}$и т.д. И совсем уже позднее $\frac{1}{3}$ и все её разделения. То есть, изначально появились простые дроби, единичные. Называются они так по цифре в числителе, который всегда единица.

Так и у Египтян, все дроби были только единичными, и числитель никогда не изменялся. Было исключение для дроби 2/3, для неё существовал отдельный рисунок, данная дробь была как бы особенной для египтян и для египетских писцов особенно.

Разберём метод записи дробей у египтян подробнее. Как уже было отмечено, все дроби записывались как суммы долей, то есть дробь, всегда имела вид 1/n. Очевидно, что они не могли воспользоваться такой простой и обычной для нас формой записи как 2/5. Что же делать? Для таких случаев в папирусе Ахмеса была представлена специальная таблица, в которой все дроби имевшие вид 2/n, такие как 2/5 и вплоть до 2/99 были представлены как суммы долей. Например, вместо 8/15 египетские математики вынуждены были писать 1/3+1/5. То есть представлять любую дробь в виде суммы основных дробей. И при помощи этой же таблицы они могли умножать и делить целые числа. С умножением и делением было сложно, так как после умножения доли на долю возможно опять нужна была таблица. Не трудно представить, что деление было ещё более проблематично. Разберём на примере:

$$\frac{5}{21}=\frac{1}{21}+\frac{2}{21}+\frac{2}{21}=\frac{1}{21}+\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{42}\right)+\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{42}\right)=\frac{1}{21}+\frac{2}{14}+\frac{2}{42}=$$
$$=\frac{1}{7}+\frac{1}{21}+\frac{1}{21}=\frac{1}{7}+\frac{2}{21}=\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$$

Здесь нет смысла комментировать, что такой способ был не самый удобный, учитывая, что приходилось пользоваться таблицей и уметь это делать, что в Древнем Египте было под силу не каждому.

Так египтяне представляли все дроби в своём обиходе. То есть если нужно было взять три четверти, то приходилось писать, что взяли половину ½ и ещё одну четверть ¼. Способ необычный и запутанный, но стоит учитывать, что это был только первый шаг к большой математике. И что эти великие люди не только оставили после себя пирамиды, но и положили начало к развитию полноценной науки.

Дроби в Древней Греции

В Древней Греции культура написания цифр разделилась по древнегреческим областям, таким как Аттика и Иония. Аттика располагалась на юго-востоке Средней Греции, а Иония являлась частью побережья Малой Азии. В связи с этим, здесь существовали два вида письменной нумерации. В первой, аттической, большинство чисел это первые буквы греческих числительных. Тогда как в остальных областях Древней Греции была алфавитная нумерация, которая распространилась и в Аттику после 1 в.н.э.

А вот сами дроби в Древней Греции практически не отличались от Египетских. И продолжали использоваться в таком виде до средних веков. Хотя такой известный математик древности как Клавдий Птолемей и упоминал про абсолютное неудобство данного способа записи по сравнению с Вавилонскими дробями.

Именно в Греции первый раз ввели такие понятия как «числитель» и «знаменатель», основателем которых был греческий монах, учёный и математик Максим Плануд. А такие математики как Герон и Диофан использовали дробную черту принципиально наоборот, то есть под чертой был числитель, а над чертой – знаменатель. Такая форма записи означала, то дробь 3/5 – это пять третьих.

Стоит отметить, что уже в пятом веке до нашей эры математики Греции производили все возможные действия с дробями.

Дроби в Индии

Индия поистине древнейшая страна мира, которая кроме всего прочего именуется родиной позиционной десятичной нумерации. Ещё в 5-7 вв. н.э. в Индии появилась система с употреблением знака нуля, и не без помощи арабских и азиатских учёных «растеклась» по всем странам Европы.

То, какими обыкновенные дроби мы видим сейчас, было принято именно в Индии. В VIII в. н.э. здесь дроби обозначали при помощи числителя и знаменателя с одной лишь оговоркой, индийцы не пользовались дробной чертой. Действия же с дробями производились в точности так же, как сейчас это делает любой школьник в мире.

Дроби у арабов

Дроби, в том виде, в котором сейчас мы их знаем первыми стали записывать именно арабы. В средние века этот народ пользовался даже несколькими системами записи дробей, их было три. Первая система была очень похожа на Индийскую, то есть знаменатель под числителем и без дробной черты. Позже, в конце 12 века появляется дробная черта. С другой стороны, чиновники, торговцы и прочие обыватели пользовались вторым способом записи, похожим на египетский, но применялись дроби, у которых знаменатель не превышал 10. И третья система была позаимствована арабскими математиками у вавилонско-греческого способа, шестидесятеричная система, та самая, где греки применяли алфавит.

Дроби в Вавилоне

Математики и астрономы Греции, а так же арабские учёные пользовались шестидесятеричной системой, позаимствованной именно у Вавилона. Здесь предпочитали дроби с постоянным знаменателем равным 60. Очень сложно понять, почему именно этот способ, и почему именно число 60 было выбрано для системы счисления у вавилонян. Учёные склонны считать, что причина кроется в кратности 60, что облегчало все расчёты в разы.

Следует отметить, что вавилонский способ имеет место и сейчас, до сих пор им пользуются, как и много столетий назад. Кроме того, вавилонская математика оказала большое влияние на всю математику и астрономию в мире. До сих пор вавилонская система счисления используется при измерении углов и времени (60 минут, 360 градусов). А шестидесятеричными дробями пользовались астрономы всего мира до 17 века, так называемыми астрономическими дробями.

К сожалению, многие дроби невозможно изобразить в виде шестидесятеричных, поэтому было не так уж удобно работать, например, над натуральными числами в десятеричной системе и подобными вавилонскими дробями. И в 1585 году голландский учёный Симон Стевин предложил пользоваться десятичными дробями. Не сразу они стали такими, как сейчас мы их знаем, но постепенно десятичные дроби обрели ровный и удобный, привычный вид.

Дроби в Древнем Китае

На протяжении долгого времени, дроби в Древнем Китае обозначали словами. Использовались такие меры длины как: чи, цуни, доли, порядковые, шерстинки, тончайшие, паутинки. Уже тогда, Китайцы пользовались десятичной системой счисления, так что дроби записывались привычным для нас способом. Но произносились при этом совершенно необычно.

А в 5 веке, Цзу-Чун-Чжи, китайский учёный, предложил принять за единицу чжан = 10 чи, так дробь вида 2,135436 начала произносится: 2 чжана, 1 чи, 3 цуня, 5 долей, 4 порядковых, 3 шерстинки, 6 тончайших и 0 паутинок.

Дроби в Древнем Риме

В основном римляне пользовались конкретными дробями, их система была оригинальна и интересна. Она основывалась на делении на 12 долей единицы веса, она в свою очередь называлась асс. То есть можно сказать, что в Древнем Риме пользовались двенадцатеричными дробями. Например, унция это 1/12. То есть по сути, всё измерялось унциями, а три унции это четверть, четыре унции – треть и так далее.

Все величины, такие как время или путь, сравнивались с весом. Если говорили, что человек прошёл пять унций пути, то имелось в виду, что он прошёл 5/12 всего маршрута.

Известное нам слово «скрупулёзно», цепляется корнями именно за этот период в истории. Римский термин «скрипулус» обозначает дробь 1/288 асса. То есть очень малую часть. Были и другие термины обозначающие половину асса, шестую долю или половину унции. Всего римляне придумали 18 названий дробей.

Существовали специальные таблицы для работы с подобными дробями, которые и сейчас можно найти в использовании. Торговцы, купцы и все кто работал с дробями, должны были либо чётко помнить эти таблицы, либо постоянно держать их при себе. Таблицы были для всех математических действий с дробями.

Дроби на Руси

Старинные памятники русской истории показывают нам, как тесно наши предки общались с Византией и поэтому пользовались десятичной алфавитной нумерацией.

Кирик Новгородец – автор сочинения о календаре 1136 года, пользуется конкретными дробями, которые называет «дробными числами». В данном труде можно найти такие дроби как 1/5 и 1/25. Следует отметить, что ещё в 17 веке на Руси существовала система наименований «малое число». И употреблялись такие названия как тьма – 10 000, легион – 100 000, леодр – 1 000 000.

В рукописях так же встречается и другая система, которая получила название «великое число». В ней были названия для больших чисел: 10^{48} – ворон, 10^{49} – колода и другие.

Дроби же называли долями, только позднее пришло название «ломаные числа». В старых трудах можно найти такие названия для конкретных дробей: $\frac{1}{2}$ – полтина, $\frac{1}{4}$ – четь, $\frac{1}{8}$ – полчеть, $\frac{1}{7}$– седьмина, $\frac{1}{5}$ – пятина и другие.

Магницкий Л.Ф был первым в России автором книги, под названием «Арифметика, сиречь наука числительная», по математике, изданной в 1703 году. В своей учебной энциклопедии он не только стремился доступно разъяснить математические правила, но и у учеников вызвать интерес к учебе. Чтобы акцентировать важность математики, он постоянно излагал конкретные примеры из обычной жизни, морской и военной практики. В его книге очень много забавных и разнообразных задач.

Например: «Един человек выпьет кадь пития в 14 дней, а со женою выпьет тое же кадь в 10 дней. И ведательно есть, в колико дней жена его особне выпьет тое же кадь». [11].

Только в 16 веке на Руси постепенно знакомятся с десятичной системой счисления, а до этого, пользуются подобной славянской нумерацией.

Десятичные дроби

Долгое время человечество записывало дроби различными способами, у каждого народа он был свой, а то и несколько разных. И только сравнительно недавно учёные пришли к единому и удобному способу записи, записи десятичными знаками.

И действительно, действия с десятичными дробями более простые, сложение и вычитание не доставляет таких неудобств как при шестидесятеричной или двенадцатеричной системе счисления. Да и умножение, и деление проходит без проблем.

Путь к десятичным дробям был не быстрым, и не одновременно учёные мира приняли этот способ как самый удобный. К десятичным дробям математики пришли в разные времена в Азии и в Европе, в древнем Китае и в трудах арабских учёных ещё в средние века.

Зарождение этого способа связывают с появлением науки – метрологии. Метрология занимается учением о мерах и ещё во 2 веке до н.э. там пользовались десятичной системой мер длины. Чуть позже она распространилась и на меры массы и объёма.

При своём зарождении, десятичные дроби являлись конкретными дробями, то есть существовали десятые, сотые и т.д. части более крупных мер. Но с развитием математики и других наук они стали приобретать характер отвлечённых дробей.

Появился специальный знак «точка», который отделял целую часть от дробной, в Китае он назывался иероглифом «дянь».

С начала 17 века начинается особо интенсивный период проникновения десятичных дробей в практическое применение. Так в Англии в 1617 году, математик Непер предлагает ввести специальный знак запятую или точку, как разделитель между целой и дробной частью.

А до этого, в 1427 году крупный учёный Джемшид Гиясэддин ал-Каши, житель Самарканда впервые излагает учение о десятичных дробях в своей книге: «Ключ арифметики». Там он вводит название «десятичные секунды» – сотые доли и «десятичные терции» – тысячные. В этом же труде появляется специфическая запись: целая и дробная часть пишутся в одной строке.

Ал-Каши не применяет точку или запятую для отделения целой части от дробной, он либо пишет эти части разными цветами, либо отделяет вертикальной чертой.

О труде ал-Каши и его открытии десятичных дробей в Европе стало известно лишь через 300 лет после открытия их в конце 16 века учёным С. Стевиным. Стевин указывал на огромное практическое применение десятичного счисления и старался как можно быстрее внедрить его в использование. Именно он первым предложил десятичную систему мер и весов.

Дроби в нашей жизни

Везде нас окружают дроби, хотя и сложно заметить их в повседневной суете и бытовых делах. Не нужно думать, что у них исключительно математическое применение, мы сталкиваемся с ними на работе, в магазине, в разговоре с людьми и даже в кулинарии и танцах.

Все мы, хоть раз, готовили по рецептам, и знаем, что есть понятия одна треть 1/3 молока, или половина ½ луковицы. При измерении времени все мы оперируем такими словосочетаниями как пол часа ½ или четверть часа ¼. В строительстве часто можно услышать: дюйм – ¼’’’’ (6 мм), одна часть цемента ¼, три части песка ¾. В спорте есть полуфинал – ½ финала и четверть финал – ¼. Как правило, в географии, а именно при оформлении карт существует понятие «масштаб» – 1/50000. Известная всем из химии молекула воды состоит из двух частей (2/3) водорода и одной (1/3) кислорода

H_2O. Кто занимается музыкой знает, что существуют длительности звучания нот (1/2, 1/4 и т.д.).

Можно перечислять долго, оглянитесь вокруг себя, прислушайтесь к речи людей, есть множество примеров применения дробей в нашей современной жизни.

Кроме того, прогресс не стоит на месте, и с развитием техники появлялись всё более сложные вычисления. Наука с её постоянным развитием требует удобный и быстрый способ работы с числами. С помощью десятичных дробей все эти задачи выполнить стало гораздо легче. В 19 веке вводится метрическая система мер и весов, благодаря этому достигается широкое применение десятичных дробей. Подразделения метра суть десятичные: дециметр (метра), сантиметр (метра), миллиметр (метра). Сейчас уже невозможно представить себе жизнь без десятичной системы счисления, она применяется в науке и быту повсеместно, не говоря уже о таком её частном виде как проценты. В повседневной жизни необходимо знать о связи дробей и процентов. Таким образом, половина – это 50%, четверть – это 25%, три четверти – это 75 %, три пятых – это 60%.

К примеру, во время праздников, в магазине появляются скидки, которые представлены нам в процентах, так при покупке 3-х вещей скидка 20% и т.д. При покупке одежды, обычно указывают состав ткани, так, к примеру, кофта состоит из 70% хлопка и 30 % синтетики. Успеваемость обучающихся и качество знаний высчитывают в процентах. На работе, когда зачисляют зарплату, вычитают налог в размере 13%.

2.2.ВОЗРАСТНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПОДРОСТКОВ

В настоящее время, согласно общепринятой классификации Д. Б. Эльконина, подростковый возраст начинается с 10-11 лет и продолжается до 14-15 лет. Но нужно понимать, что психологические особенности детей 10-11 лет будут значительно отличаться от психологических особенностей детей 14-15 лет [61].

Рассмотрим физические, социальные и психологические особенности подростков, т. е. детей, обучающихся в 5 – 7 классах.

Основной задачей подросткового периода является переход от детства к взрослости.

В этот период в организме ребенка происходят очень большие изменения. Эти изменения затрагивают все стороны психологического, биологического и социального развития. Т. е. все эти стороны развития не только претерпевают качественную перестройку, но и появляются и формируются новые психологические образования. Если говорить о биологическом развитии, то в этот период происходит физическое изменение тела. Но не только тело ребенка претерпевает изменение. Меняется также характер мышления. И важно отметить, что социальное развитие теперь пойдет по двум основным линиям – это освобождение от родительской опеки (т.е. появляются элементы взрослости в процессе перестройки организма и самосознания) и установление новых отношений со сверстниками и взрослыми [83].

Все изменения, которые происходят с ребенком в это время, охватывают четыре сферы развития: тело, мышление, социальную жизнь и самосознание.

Главную роль, в становлении ребенка как личности, играют именно физические изменения, которые происходят с телом подростка.

Важно отметить, что в этот период происходит активное и неравномерное физическое развитие. Это связано с тем, что сначала изменяются внутренние органы, а мускулатура меняется чуть позже [50].

На этот период выпадает активный скачок роста сердца и оно увеличивается в размерах примерно в 2 раза. Изменяется нервная система, появляется вспыльчивость, раздражительность; процесс возбуждения главенствует над процессом торможения [49].

В подростковом периоде у подростков очень часто можно наблюдать психическую неуравновешенность с четко обозначенными переходами из одного состояния в другое – от спокойствия и доброжелательности к депрессии и наоборот. Так же нередко наблюдается очень резкое и негативное отношение к взрослым, может появиться чрезмерная обидчивость. В это время девочки являются более эмоциональными, чем мальчики. Они более обидчивы и плаксивы [68].

Поэтому учитель должен с первых уроков приучить детей к дисциплине и порядку. На каждом уроке необходимо проводить организационный момент, для того чтобы школьники с легкостью включались в режим работы. Организационный момент можно провести разными способами. К примеру, это может быть математическая зарядка на любую тему, например: «Сложение дробей с одинаковыми знаменателями». Для проведения математической зарядки нужно заранее подготовить несколько карточек с примерами на заданную тему. В примерах можно сразу написать ответ. На одних карточках ответы верные, на других карточках – неверные. Каждое упражнение математической зарядки состоит из двух движений, которые учащиеся должны сделать. К примеру, если в примере ответ верный, то надо поднять руки вверх, если нет – руки вперед. Поначалу ученики могут сразу не собраться, но постепенно они сосредоточатся, и темп зарядки возрастет. И в итоге мы получаем класс, который полностью готов к работе. Математическая зарядка может состоять из двух или трех упражнений по самым разным темам.

Согласно исследованиям [39,44], 30 % девочек и 20 % мальчиков подросткового возраста испытывают беспокойство по поводу своего роста. Это выражается в том, что девочки боятся оказаться слишком высокими, а мальчики – слишком низкими.

Вследствие чего учителю необходимо создавать на уроке условия, в которых у каждого ученика была бы возможность выделиться. Это могут быть соревновательные моменты, задачи требующие проявления смекалки, групповая и парная работа на уроке, в которой сами ученики частично выполняют функции учителя или самостоятельно осваивают новый материал [61].

Но не только рост вызывает беспокойство у подростков. Следующим волнительным вопросом является лишний вес. Он представляет собой глобальную проблему в подростковом возрасте из-за того, что он приобретается именно в этот период. Лишний вес противоречит идеальным критериям физической привлекательности. Особенно в наше время, когда в журналах, на телевидении и в социальных сетях идет активное внушение эталонов красоты 90-60-90 для девочек и накаченные мускулы, и высокий рост для мальчиков. Это все ведет к формированию очень жестких установок по отношению к весу как у более полных подростков, так и у всех остальных и даже у тех, у которых нет лишнего веса вовсе. Отношение к лишнему весу разнится в зависимости от половой принадлежности [50].

Исследования [61,68] позволяют делать вывод, что мальчиков, в отличие от девочек, мало беспокоит увеличение веса и они редко ограничивают себя в пище. Что касается девочек, то тут складывается противоположное отношение. Более 60 % девочек младшего подросткового возраста считают, что обладают лишним весом. И это несмотря на то, что только 16 % из них в действительности испытывают трудности, связанные с наличием лишнего веса. Калорийность суточного рациона подростка должна состоять из 25% завтрака, то есть он должен быть сытным настолько, чтобы не проголодаться в течение 3-4 часов. Обед составляет 35% =, это основной прием пищи. Ужин составляет 15%, продукты должны быть легкоусвояемые. Перекус составляет 25% , он может быть от 3 до 5 р/день, включая второй завтрак и полдник.

Теперь рассмотрим социальную ситуацию развития подростка. Она характеризуется следующими аспектами. Подросток находится в тех же условиях, в которых находился ранее, но у него возникают новые ценностные ориентации. Меняется отношение к школе. Так как школа становится местом активного взаимодействия со сверстниками.

Учитывая возрастные особенности и переходный возраст ребенка, учителю необходимо давать разнообразные и интересные уроки, чтобы привить и поддержать интерес к предмету, использовать как можно больше наглядности. Например, в изучении темы «Дроби», наглядно показать ребятам, где они могут использоваться, привести примеры, дать понять, что дроби в нашей жизни фигурирую везде [74].

Важно отметить, что именно в этот непростой для ребенка период появляется новое новообразование самосознания – чувство взрослости. Чувство взрослости является одной из главных особенностью личности, можно сказать, является ее структурным центром, так как выражает новую жизненную позицию младшего подростка по отношению к самому себе, другим людям и миру в целом. С одной стороны, подросток начинает отвергать свою принадлежность к миру детей, а с другой, – у него еще нет уверенности в своей полноценной взрослости, хотя он всеми силами стремится к признанию от окружающих его взрослости.

Одним из таких способов стать взрослым является подражание. Подросток начинает подражать кому-то, потому что ему кажется, что подражание делает его взрослым, как в собственных глазах, так и в глазах окружающих. При этом происходит перестановка приоритетов. Для подростка мнение сверстников становится более значимым, чем мнение родных [44].

Как уже было сказано, общение подростка со сверстниками имеет огромное значение. Это связано с тем, что у подростков появляются новые ценности, интересы, которые больше понятны и близки сверстнику, нежели взрослому. Отношения с товарищами выдвигаются в центр жизни подростка и являются ведущим типом деятельности данного периода [83].

В этом возрасте отношения подростка с товарищами и одноклассниками начинают быть содержательными, многообразными и сложными. Начинает происходить становление различных по степени близости отношений. Общение с друзьями все больше выходит за пределы учебной деятельности и школы. Они захватывают новые интересы, занятия и выделяются в самостоятельную и очень важную для подростка сферу жизни. Место, которое занимает подросток, в системе отношений полностью зависит от черт его характера, например, от общительности, способности понять другого, доброжелательности, умению находить выход из ситуации и др. [39]

Подросток начинает вступать в определенные личные отношения со сверстниками. Эти отношения базируются на чувстве симпатии и антипатии. Кроме того, личные отношения могут быть основаны на наличие одинаковых интересов, суждений, взглядов [14].

Но если общение со сверстниками выходит на передний план, то отношения с взрослыми отходят на второй план и претерпевают изменения. В этот период могут возникать конфликты у подростка с семьей, так как взрослые воспринимают подростка как ребенка, а это в корне противоречит представлению подростка о своей взрослости. Так же разногласия и противоречия могут возникать между подростком и взрослыми на почве одежды, стиля, предпочтениях в музыке, учебе и т.д. Если взрослый не меняет свое отношение к подростку, то подросток сам переходит к новому типу отношений. Сопротивление взрослого вызывает ответное сопротивление у подростка в виде разных форм непослушания и протеста. Сопротивления подростка и взрослого порождают столкновения, которые могут становиться систематическими, а протест подростка становится все более упорным. При сохранении такого положения вещей столкновение может затянуться на весь подростковый период и иметь форму затянувшегося конфликта [50].

Поэтому периодически нужно организовывать уроки с элементами игровой деятельности, направленных на взаимодействие и общение подростков друг с другом. Например, урок-игра.

При переходе в 5 класс, школьник сталкивается с новыми видами отношений:

- от одного учителя – к системе «классный руководитель – предметники»;
- у новых учителей – новые и разные требования;
- занятия проходят в разных кабинетах, а не в одном;

– классы могут быть перемешаны, образовались новые коллективы.

Если говорить об организации процесса обучения пятиклассников, то прежде всего, следует акцентировать внимание на адаптацию обучающихся при переходе к кабинетной системе обучения. Так как теперь вместо одного учителя начальной школы, который один строил с каждым ребенком и его семьей отношения, появляется много учителей-предметников, отношения которых с учеником и его родителями становятся, как правило, ситуативными и касаются в основном вопросов успешности или поведения на уроках. Вместо одного кабинета, в котором раньше проходили все уроки, появляется кабинетная система. Чтобы миновать этот психологический стресс, на уроках математики можно включать игровые моменты. Например, игра под названием «Математическое домино». В ходе этой игры ребята вспомнят правила сложения, вычитания и умножения дробей. Можно предложить наглядные средства обучения, по теме «Дроби». Например, ученикам раздать карточки с фигурами, где закрашены некоторые элементы и определить какая часть фигуры закрашена, написав при этом ответ в виде дроби.

Очень часто с переходом в среднюю школу падает успеваемость обучающихся. Это может быть связано со многими причинами. Но в большинстве случаев с началом обучения в средней школе обнаруживается учебная несамостоятельность, особенно в работе с текстами. Связано это с тем, что в начальной школе в основном преобладает устная работа, в основе которого лежит общеклассная работа с текстом учебника. Работа с другими письменными или иными источниками информации в начальной школе еще не развернута. А резкое изменение характера учебного общения приводит многих детей к трудностям понимания учебного содержания, к нарушению взаимодействия в системе «учитель – ученик». Например, ученик читает условие задачи и никак не может понять, что ему требуется найти в ответе или какое условие к чему относится.

Также причинами возможных трудностей в учебе в 5-6 классах могут быть недостаточная произвольность поведения («невозможность заставить себя заниматься»), недоформированность необходимых мыслительных операций, то, что не все навыки автоматизировались, эмоциональное отношение школьника к предмету без оценки реальной успешности, формализм в усвоении знаний. Вот такие физические и психологические изменения можно наблюдать у подростков.

2.3. ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ УСВОЕНИЯ ДРОБЕЙ

В настоящее время много авторов методических пособий описывают в своих работах трудности, которые возникают у школьников при изучении дробей в школьном курсе математики. Но если посмотреть психологическую литературу, то вопрос об усвоении понятия дроби и действий с ними, из раздела арифметики, до сих пор не получил достаточной проработки. И это очень странно, ведь были проведены многие исследования по психологии обучения арифметике. Но, к сожалению, вопрос об успешном усвоении дробей изучался очень мало. На сегодняшний день основными источниками по данной теме до сих пор являются «Очерки психологии изучения арифметики» Н.А. Менчинской (1950 г.) и «Психологический анализ основных трудностей в усвоении учащимися V класса раздела о делимости чисел и операций с дробями» З.М. Мехтизаде (1955 г.). Поздних работ публикаций, которые посвящены именно психологической стороне усвоения дробей попросту нет.

Одними из главных факторов низкого качества усвоения школьниками понятия дроби и дальнейшие действия с ними можно выделить следующие причины:

- механическое заучивание;
- недостаточном внимание к осознанному восприятию понятия;
- неправильная работа с текстом и др.

В своих работах Наталья Александровна Менчинская проводила исследования с учащимися 5-го класса для того чтобы выяснить, какие ступени предстоит пройти учащимся для успешного усвоения понятия дроби. Наталья Александровна выделяет три этапа формирования этого понятия:

«1. Дробление предметов даже без названия результата;

2. Отражение процесса дробления в представлении и речи;

3. Решение задач с помощью отвлеченных дробных чисел»[49].

Но, при всем этом Менчинская акцентирует внимание на том, что при обучении школьников тем, связанных с операциями над дробями, необходимо каждый раз переводить их через эти три последовательных этапа [49: 22–24].

Понятие дроби впервые вводится в начальной школе. Чтобы в средней школы было успешное освоение понятия дроби и действий с ними, еще в начальной школе у ребенка должно быть на автомате сформированы два действия с долями (дробями). Это на предоставленном чертеже видеть одинаковые доли и самостоятельно разделять целое на части, т.е. образовывать доли. Именно при успешном освоении этих действий в начальной школе, будет меньше трудностей в дальнейшем освоении этой нелегкой темы.

Но трудности возникают не только с пониманием самого понятия дроби. Школьники испытывают трудности и с усвоением действий с дробями. Это можно объяснить тем, что целый ряд понятий, правил и способов действий, с которыми предстоит работать учащимся при изучении дробей, вступают в известное противоречие с теми понятиями, правилами и способами действия, которые ими были прочно усвоены при изучении целых чисел. Об этом аспекте писали Н.А. Менчинская [49] и З.М. Мехтизаде [50].

«Значительную трудность для понимания дроби, – пишет А.С. Пчелко в своей работе, – представляет неодинаковый характер изменения дробного числа при изменении числителя и знаменателя. При увеличении числителя дробь увеличивается – это аналогично целым числам и это сравнительно легко воспринимается учащимися. Но при увеличении знаменателя дробное число уменьшается – это непривычно для ребят. Это находится даже в некотором противоречии с опытом детей в области целых чисел» [62].

Учащимся легко дается усвоение темы «сравнение дробей с одинаковыми знаменателями», поскольку у них отработан уже навык сравнения натуральных чисел. А так как при сравнении дробей с одинаковыми знаменателями необходимо сравнивать только числители, то учащиеся без проблем выполняют сравнение. Но они начинают испытывать трудности при сравнении дробей с разными знаменателями, поскольку нельзя сравнивать эти дроби, не приведя их сначала к общему знаменателю. В этом и кроется ошибки. Также очень часто школьники допускают ошибки в темах сложение и вычитание дробей. И если при сложении и вычитании дробей с одинаковыми знаменателями ошибок практически нет, то когда надо сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, многие школьники начинают испытывать трудности и путаться – к числителю первой дроби прибавляют (или отнимают от него) числитель второй дроби, а к знаменателю прибавляют (или отнимают от него) знаменатель второй дроби. Данные ошибки не будут возникать у тех детей, которые с самого начала успешно поняли, что такое знаменатель. Но не только при сложении и вычитании дробей делаются ошибки. Операции умножения и деления дробей не отстают от них. «Ученику приходится делать весьма значительные усилия мысли, чтобы постигнуть, что умножение называется иногда делением; что не всегда от умножения число увеличивается; что умножить число – это не всегда значит «взять его слагаемым несколько раз»», – пишет методист С.И. Шохор-Троцкий в своей работе «Методика арифметики» (1935 г.).

Можно считать, неправильное усвоение умножения и деления дробей идет из-за умножения и деления натуральных чисел. Ведь при изучении этих тем, у детей закрепляется понимание, что при умножении мы всегда получаем увеличенное число, а при делении – уменьшенное.

В школьной практике нередки случаи, когда учащийся выполняет действия с дробями механически, не задумываясь и не понимая того, что он делает и зачем. Ярким примером «бездумного» действия с дробями является неумение школьников решать задачи на нахождение части от целого и целого по его части. Как показывает практика, именно эта тема вызывает большие трудности для обучающихся. Это связано с тем, что решение задач на нахождение части от целого и целого по его части вводится с помощью алгоритма. Они пытаются его запомнить, не понимая, что для чего делается, и поэтому не могут провести простейшие рассуждения.

Что же касается десятичных дробей, то, к сожалению, учащиеся и здесь допускают много ошибок. Это касается таких тем как «умножение десятичных дробей» и «деление десятичных дробей». Но если в первом случае самой распространенной ошибкой является то, что учащиеся забывают поставить запятую в ответе при умножении. То при делении десятичных дробей многие школьники просто не понимают как это надо делать.

Н.А. Менчинская также в своих работах исследовала самые распространенные ошибки, которые допускают учащиеся при обучении в школе. Примечательно, что причины возникновения некоторых ошибок ей так и не были объяснены. Но тем не менее, она смогла сгруппировать их по определенному типу. Если изучить ее литературу, то в ней можно увидеть много практических советов, которые направлены не только на преодоления уже полученных ошибок, но и на их предотвращение [49].

Использование задач как средство мотивации к познавательной деятельности и изучению нового знания создает условия для реализации в процессе введения учебного материала связи математики с обыденной жизнью. На этапах восприятия и осмысления нового материала решение задачи имеет цель побудить у обучающихся потребность в расширении знаний, повысить познавательный интерес и научить их методам самостоятельного приобретения знаний.

Что касается роли контекста при работе в классе, было показано, что учащиеся с большой вероятностью будут применять усвоенные знания для понимания новых математических понятий в том случае, если первый контекст обучения был представлен как имеющий смысл для учащихся, а не просто как воспроизведение знаний. Так, в нашем исследовании учитель вписывал новый материал с помощью следующих инструментов:

1. Развитие у учащихся убеждения, что они могут использовать эти знания в дальнейшем.
2. Указание на связи между изучаемым материалом и контекстом той ситуации, в которой предполагается перенос знаний.
3. Поощрение учащихся опираться на свой прошлый опыт изучения предмета.
4. Позиционирование учащихся как авторов отдельных связей между содержанием урока и ситуацией переноса знаний.

Решая контекстные задачи по здоровьесбережению (тема выбрана в соответсвии с возрастными особенностями) на этапах закрепления и повторения учебного материала, учащиеся видят примеры, из окружающей действительности позволяющие раскрывать практическую значимость математики, широкую область ее применения. Эти задачи должны быть убедительными и доступными понимаю школьников. Таким образом, при иллюстрации учебного материала учащиеся овладевают способами применения знаний на практике и вместе с тем прочнее и глубже усваивают его содержание. К упражнениям, предназначенным для закрепления и углубления знаний обучаемых, целесообразно вводить задачи о здоровьесбережении с недостающими числовыми данными. Что создает условие для формирования у обучающихся умений: выполнять измерения, ориентироваться и находить необходимую информацию в таблицах или справочниках. Данные действия так же влияют на формирование познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.

Е.Н.Печенкина [52] в своей работе проанализировала ситуации, возникающие в повседневной жизни, для разрешения которых требуются знания и умения, формируемые при обучении математике, и выделила перечень необходимых для этого предметных умений.

Сопоставим каждое из умений с этапами решения задачи о здоровьесбережении, на которых они формируются (Рисунок 2).

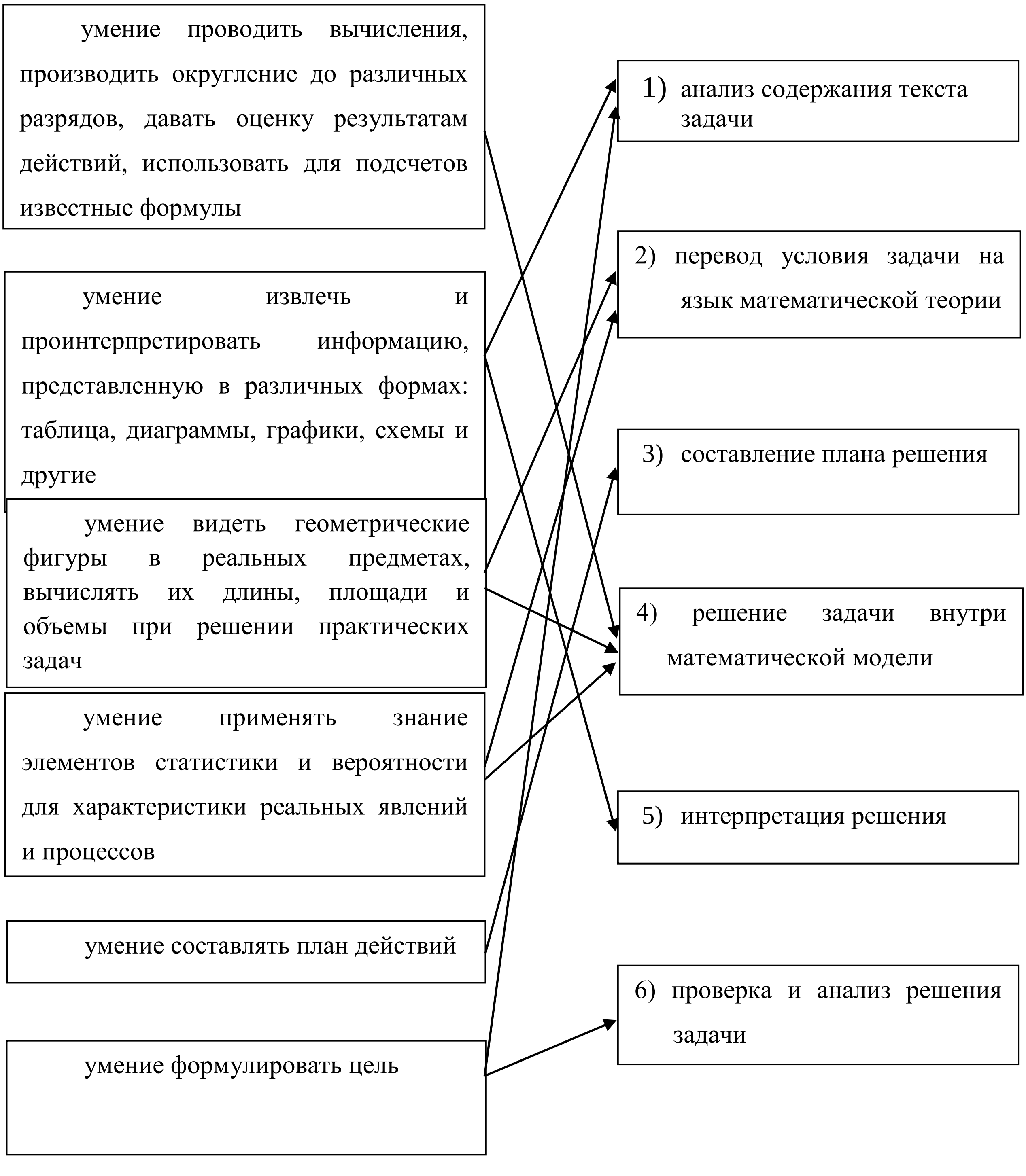


Рис. 2. Сопоставление умений , формируемых при обучении математике, с этапами решения задачи о здоровьесбережении

Немаловажно также привлекать школьников к самостоятельному поиску или составлению примеров применения полученных математических знаний в известных им жизненных явлениях. Выполнение упражнений, связанных с выделением на реальных предметах, их моделях или чертежах знакомых геометрических форм имеет большую познавательную ценность.

Таким образом, можно увидеть, что выделенные умения, необходимые в жизни формируются на всех этапах решения задач о здоровьесбережении. Указанные результаты обучения формируются в основной школе, а овладение более сложными математическими методами происходит в старшей школе. Поэтому для свободного владения учащимися данными умениями при решении жизненных проблем необходимо их закреплять посредством использования на уроках математики задач о здоровьесбережении.

Рассмотренные в этом пункте вопросы, связанные с практико-ориентированными задачами позволяют сделать следующие выводы: задачи о здоровьесбережении являются средством формирования познавательных универсальных учебных действий, так как при решении задач о здоровьесбережении учащиеся овладеют общими приемами их решения, а также овладеют разнообразием способов решения. С помощью задач о здоровьесбережении формируется: навык использования знаково-символических средств, в том числе моделей и схем для решения; умение устанавливать причинно-следственные связи. Кроме этого обучение с использованием задач о здоровьесбережении приводит к более прочному усвоению учебного материала, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Происходит развитие творческих способностей обучающихся. Задачи раскрывают многообразие применения математики в жизни, своеобразие отражения ею реального мира.

Подводя итог можно сказать, что при изучении дробей и действий с ними необходимо учитывать психологические особенности восприятия материала. Успешное освоение понятия дроби будет только тогда, когда учащийся самостоятельно пройдет все ступени формирования этого понятия. Очень важно, чтобы у обучающихся было сформировано умение выделять существенные и несущественные признаки объектов и действий с ними.

2.4. АНАЛИЗ ТЕМ «ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ» И «ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ» В УЧЕБНИКАХ ПО МАТЕМАТИКЕ 5-6 КЛАССА

Важно отметить, что темы «дроби» и «действия с дробями» являются достаточно трудными для понимания многих школьников. И если упустить понимание этой темы, то в дальнейшем будут проблемы и в старших классах. Поэтому учителю необходимо четко и точно продумывать методику преподавания этих нелегких тем. В связи с этим проблема четкого и надежного усвоения понятия дроби и действий с дробями является актуальной в наше время. В настоящее время много авторов методических пособий описывают в своих работах трудности, которые возникают у школьников при изучении дробей в школьном курсе математики

В данной части работы будет проведен анализ учебников и методики изложения материала по темам «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби», которые реализованы в учебниках федерального перечня.

Мной были выбраны несколько учебников:

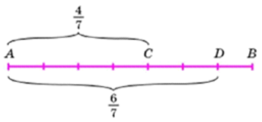
1) Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд;
2) С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин;
3) В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин.

В таблицах 1,2 представлено сравнение изложения тем «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби» в данных учебниках.

Таблица 1

Сравнение изложения тем «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби» в учебниках федерального перечня, 5 кл

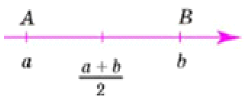
	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
Материал, данный в учебнике по теме «Дроби». Основные понятия.	**Глава II. Дробные числа. § 5. Обыкновенные дроби (23 ч). п. 23. Доли. Обыкновенные дроби.** Начинается дроби рассматриваться с примеров, где вводятся определения долей и обыкновенных дробей: $\frac{1}{2}$половина, $\frac{1}{4}$-четверть, $\frac{1}{3}$-треть. Определение: запись вида $\frac{5}{8}$называют обыкновенными дробями, где 5 числитель, а 8 – знаменатель. Знаменатель показывает, на сколь долей делят, а числитель показывает, сколько этих долей взяли. Далее автор предлагает дроби рассматривать на координатном луче. **П. 24.**	**Глава 4. Обыкновенные дроби (66 часов)** **4.1. Понятие дроби (4ч)** Дается определение рационального числа, показывается как дробь записывается символично, т. е. буквенно. Даётся определение числителя и знаменателя и рассматривается случай, когда знаменатель равен **4.2 Равенство дробей(4ч)** Сравнение дробей рассматривается на числовой прямой. Из чего вытекает основное свойство дроби, которое дается как в словесной так и в буквенной записи. $$\frac{p}{q}=\frac{p\cdot n}{q\cdot n}$$ Здесь же рассматривается сокращение дробей. Говорится какая дробь является несократимой. **4.3. Задачи на дроби (6ч)** Это задачи на нахождение части от целого и целого по его части. Они даются одновременно. Понимание задач дается исключительно через примеры решенных задач.	**Глава 8. Дроби (20ч)** **8.1. Доли** Начинается дроби рассматриваться с примеров, где вводятся определения долей. **8.2. Что такое дробь** Понятие дроби вводится через наглядную иллюстрацию – прямоугольник разделен на три равные части и две из них закрашены. Дается определение числителя и знаменателя дроби. Знаменатель показывает, на сколь долей делят, а числитель показывает, сколько этих долей взяли. Говорится, какая дробь называется правильной и неправильной. Дробь, где числитель больше или равен знаменателю, является не правильной дробью. Правильная дробь меньше единицы, а неправильная дробь больше 1 или равна единицы. Далее автор предлагает дроби рассматривать на координатном луче **8.3. Основное свойство дроби** Основное свойство дроби рассматривается с помощью деления круга на равные части. Далее дается формулировка самого основного свойства в словесной и буквенной записи. В этой же теме говорится о приведении дробей к общему знаменателю и что такое дополнительный множитель. Рассказывается о сокращении дробей и какие дроби называются несократимыми.

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	Сравнение дробей. Сравнение дроби приводят при рассмотрении примеров. А потом вводят определение, что при сравнении дробей с одинаковым знаменателем больше та, у которой числитель больше, а меньше та, у которой числитель меньше. **П. 25. Правильные и неправильные дроби.** Рассматривается пример с пирогом и вводится понятие, что дробь, где знаменатель больше, чем числитель называется правильной дробью. Дробь, где числитель больше или равен знаменателю, является не правильной дробью. Правильная дробь меньше единицы, а неправильная	**4.4. Приведение дробей к общему знаменателю (6ч)** Автор подводит к тому, что лучше приводить дроби к наименьшему общему знаменателю. Данная тема рассматривается на конкретных примерах **4.5. Сравнение дробей (2ч)** Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями показывается с помощью рисунка.  Для сравнения дробей с разными знаменателями говорится, что сначала нужно привести их к общему знаменателю, а затем сравнить. Т. е. непосредственно свелось к сравнению дробей с одинаковыми знаменателями. Дается определение правильной и неправильной дроби. **4.6. Сложение дробей(4ч)** Сложение дробей с одинаковыми и разными знаменателями дается одновременно. Есть как словесная запись правил сложения, так и буквенная: $\frac{p}{q}+\frac{r}{q}=\frac{p+r}{q}$ $\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{p\cdot s+r\cdot q}{q\cdot s}$	**8.4. Приведение дробей к общему знаменателю** Приведение дробей к общему знаменателю рассматривается только на решенных примерах, после чего учащимся предлагается проанализировать самостоятельно нахождение общего знаменателя. Выделяют, то что необходимо подобрать наименьший общий знаменатель. **8.5. Сравнение дробей** Сравнивать дроби – значит узнать какая дробь больше, а какая меньше. При сравнении дробей с одинаковым знаменателем больше та, у которой числитель больше, а меньше та, у которой числитель меньше. Рассматривается сравнение дробей и с одинаковыми и с разными знаменателями. Рассмотрение идет на примерах. **8.6. Натуральные числа и дроби** Рассматривается черта дроби как знак деления. Любое натуральное число можно рассмотреть как дробь. **Глава 9. Действия с дробями (38ч)** **9.1. Сложение и вычитание дробей** Дается формулировки сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями как в словесной так и в буквенной форме. После рассматривается случай, когда складываются и вычитаются дроби с разными знаменателями. при сложении дробей с одинаковым знаменателем числители складывают, а знаменатель остаётся тот же.

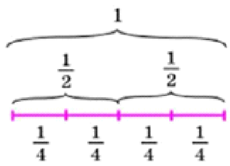
	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	дробь больше 1 или равна единицы. **П. 26. Сложение дробей.** Сложение дробей также начинается с рассмотрения примера на разрезание, затем вводят понятие, что при сложении дробей с одинаковым знаменателем числители складывают, а знаменатель остаётся тот же. При вычитание дробей с одинаковыми знаменателями числители вычитают, а знаменатель остается тот же. **П. 27. Деление и дроби.** Рассматривается проблемная ситуация, когда 2 яблоко делят между тремя детьми. Затем вводят понятие, что черта дроби это и есть знак деления. **П. 28. Смешанные числа.** Смешанные числа рассматриваются как разрезанные на одинаковые	**4.7. Законы сложения (4ч)** Даются словесные и буквенные формулировки переместительного и сочетательного законов сложения. Подчеркивается, что, так как они верны для натуральных чисел, то верны и для дробей. **4.8. Вычитание дробей (4ч)** Сначала дается определение разности двух дробей и сразу говорится, что пока идет рассмотрение, когда уменьшаемое всегда больше вычитаемого. Даются как словесные так и буквенные формулировки правил вычитания дробей с одинаковыми и разными знаменателями. **4.9. Умножение дробей (4ч)** Правило дается сразу без каких-либо обоснований. Приводится буквенная формулировка. Из этого правила вытекает правило умножения натурального числа на дробь. Вводятся понятия взаимно обратных чисел и обратной дроби. **4.10. Законы умножения. Распределительный закон (2ч)** Даются формулировки переместительного, сочетательного и	При вычитание дробей с одинаковыми знаменателями числители вычитают, а знаменатель остается тот же. **9.2. Смешанные дроби** Рассматривается пример о делении 8 яблок между тремя братьями. После этого рассматривается, что такое целая и дробная части. Показывается, как из неправильной дроби выделить целую часть и наоборот. И акцентируют внимание, что у любой неправильной дроби можно выразить целую часть. **9.3. Сложение и вычитание смешанных дробей** Сложение и вычитание смешанных дробей рассматриваются на конкретных примерах, после чего вводят, что целые числа складывают и вычитают отдельно, дробные отдельно. **9.4. Умножение дробей** Начинается с задачи нахождения площади прямоугольника. После решения этой задачи дается словесная и буквенная формулировка правила умножения дробей. **9.5. Деление дробей** Вводится определение обратной дроби и взаимно обратных дробей. После – словесная и буквенная формулировка правила деления дробей, заменяя деление на умножение обратных дробей. Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно делимое умножить на дробь, обратную данной. При делении натурального числа на дробь или дроби на натуральное число нужно

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	доли апельсины и выкладывании их на тарелки, после чего вводят, что сумму $1+\frac{2}{3}$ рассматривают, как $1\frac{2}{3}$- это и есть смешанное число. Дается алгоритм как из неправильной дроби выделить целую часть: 1. разделить с остатком числитель на знаменатель; 2. неполное частное будет целой частью; 3. остаток (если он есть) дает числитель, а делитель – знаменатель дробной части. Смешанные числа представляются в виде неправильных дробей или дробей с целой частью. **П. 29. Сложение и вычитание смешанных дробей.** Сложение и вычитание смешанных дробей рассматриваются на конкретных	распределительного законов умножения. Подводят к тому, что данные свойства и применимы к дробям, как и к натуральным числам. **4.11. Деление дробей (4ч)** Понятия даются по определению частного натуральных чисел: частным двух дробей называют дробь, которое при умножении на делитель даёт делимое. Затем дается формула, с помощью которой находится частное дробей: $\frac{p}{q}:\frac{r}{s}=\frac{p\cdot s}{q\cdot r}$. Также дается правило деления дроби на натуральное число – и оно рассматривается как частный случай деления на дробь. **4.12 Нахождение части целого и целого по его части (2ч)** Данная тема рассматривается на конкретных примерах и применяется уже свойства умножения и деления дробей. **4.13. Задачи на совместную работу (1ч)** Для решения задач на совместную работу сначала даётся определение, что работу принято считать за единицу, а объем выполненного за его часть. **4.14. Понятие смешанной дроби (2ч)**	натуральное число представить в виде неправильной дроби. **9.6. Нахождение части целого и целого по его части** Рассматривается на примерах с чертежами на числовой прямой. Чтобы найти часть от числа, выраженную дробью, нужно это число умножить на данную дробь. **9.7. Задачи на совместную работу** Алгоритм решения задач рассматривается только на решениях задач без объяснений.

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	примерах, после чего вводят, что целые числа складывают и вычитают отдельно, дробные отдельно. **§ 6. Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей (14 ч)** **П. 30. Десятичная запись дробных чисел.** Десятичная запись дробей вводится через единицы измерения. Числа со знаменателем 10 и есть десятичные дроби. В записи десятичной дроби столько чисел после запятой, сколько нулей в знаменателе. **П. 31. Сравнение десятичных дробей.** Сравниваются сначала целые части, а затем дробные, как и при сравнении натуральных чисел. **П. 32. Сложение**	На примере вводится понятие смешанной дроби, говорится что такое целая и дробная части. Приводятся примеры как из неправильной дроби сделать смешанную дробь и наоборот. Рассматривается сравнение смешанных дробей, не приводя их в неправильные дроби. **4.15. Сложение смешанных дробей (3ч)** Сложение смешанных дробей рассматривается на примере законов сложения. Чтобы сложить смешенные дроби нужно сложить их целые части, а затем дробные части. **4.16. Вычитание смешанных дробей (3ч)** Рассматриваются на примерах случаи, когда целая часть первого больше, чем второго и наоборот. Когда дробная часть первого меньше, чем у второго и наоборот. **4.17. Умножение и деление смешанных дробей** (2ч) Умножение смешанных дробей подводят к умножению обыкновенных дробей, при этом переводя смешенную дробь в обыкновенную. Деление смешанных чисел рассматривается на примере, при этом переводя смешенные	

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	и вычитание десятичных дробей. Десятичные дроби складывают и вычитают как натуральные числа, но записывать в столбик их нужно запятая под запятой. Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби нужно: 1. уравнять в этих дробях количество знаков после запятой; 2. записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой; 3. выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую; 4. поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях». Рассматривается разложение десятичной дроби на разряды и их сравнение по ним. **П. 33. Приближенные**	числа в неправильные дроби. **4.18. Представление дробей на координатном луче (1ч)** Рассмотрение данной темы автор предлагает на координатном луче. Говорится, что такое точка с координатой и что такое середина отрезка. Рассматривается среднее арифметическое нескольких чисел.  Среднее арифметическое двух чисел равно половины суммы этих чисел.	

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	значения чисел. Округление чисел. Округление происходит также как и с натуральными числами. **§ 7. Умножение и деление десятичных дробей (24 ч) П. 34. Умножение десятичных дробей на натуральные числа.** Чтобы умножить десятичную дробь на натуральное число нужно: 1. умножить ее на это число, не обращая внимания на запятую; 2. в полученном произведении отделить запятой столько цифр справа, сколько их отделено запятой в десятичной дроби. **П. 35. Деление десятичных дробей на натуральные числа** Вводится алгоритм. Чтобы разделить дробь на натуральное число, надо:		

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	1. разделить эту дробь на число, не обращая внимания на запятую; 2. поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части **П. 36. Умножение десятичных дробей.** Рассматриваются примеры умножения дробей, а затем по ним вводят алгоритм. **37. Деление на десятичную дробь** Аналогично, как и для умножения десятичных дробей.		
Рассмотренные примеры.	Мама купила арбуз и разделила его на 6 равных частей. Эти части называются доли, после чего записывается обыкновенная дробь $\frac{1}{6}$. Отрезок разделили на 5 равных частей, одна часть есть $\frac{1}{5}$ отрезка. Для сравнения дробей приводят пример с кругом,	Понятие обыкновенных дробей рассматривается на примере измерений. Сравнение дробей рассматривается на примере с числовой прямой:  При рассмотрении примеров на законы сложения каждый закон рассматривается отдельно (переместительный, сочетательный)	У брата и сестры одно яблока, они его разделили на половины. Если яблоко разделить на три равные части, на четыре и пять, то получатся доли. Понятие дроби вводят при рассмотрении примера: прямоугольник разделен на три равные части и две из них закрашены. Сравнение дробей предлагается рассмотреть на примере закрашенных частей круга: Сложение дробей рассматривается на примере закрашенного прямоугольника: Смешанные дроби

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	который делят на 4 части. Из этого видно, что $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$=. Также сравнение дробей с одинаковым знаменателем показан на примере разрезанного пирога, который разложили по тарелкам. Предлагается сравнивать дроби на координатном луче, где координата слева меньше координаты справа. При рассмотрении правильных и неправильных дробей приводят пример на разрезание пирогов, где на тарелку положили 11 частей одинаковых долей и получили дробь $\frac{11}{8}$ пирога. Буханку хлеба разрезали на 8 частей. Сначала положили 2 доли, а затем 5 долей. Получили сложение дробей. На тарелку	Рассматриваются примеры задач на нахождение части от целого и целого по его части, с подробным решением. Задачи рассматриваются с деньгами: было 600 руб., $\frac{1}{4}$этой суммы истратили. Сколько денег истратили? Рассматриваются конкретные примеры и задачи с подробным решением на нахождение совместной работы, а также старинные задачи и задачи в стихотворной форме: За пять недель пират Ерёма Способен выпить бочку рома. А у пирата у Емели Ушло б на это две недели. За сколько дней прикончат ром Пирата, действуя вдвоём? Муж выпьет кадь пития в 14 дней, а с женою выпьет ту же кадь в 10 дней. Спрашивается, за сколько дней жена его отдельно выпьет туже кадь? Данная задача решается с дробями и рассматривается пример решения без дробей. На координатном луче рассматриваются представление дробей правильных и неправильных, смешанных. Также	рассматриваются на примере, где требуется 8 яблок разделить между 3 братьями, автор предлагает 2 случая решения: 1) Разделить на равные доли яблоки и каждый брат получит по 6 частей. 2) Раздать по целым яблокам, а оставшиеся разделить на 3 части. Умножение дробей рассматривается на примере нахождения площади прямоугольника, стороны которого равны дробным значениям: Нахождение части от целого рассматривается на конкретных примерах с подробным решением. Пример сравнения дробей рассматривается на числовой прямой.

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	положили 7 долей, а затем 4 доли съели. Получили вычитание дробей. Рассматривается пример деления суммы чисел на число: $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$. Смешанные дроби рассматриваются на примере, где требуется 5 апельсинов разделить на 3 детей, автор предлагает 2 случая решения: • Разделить на равные доли апельсины и каждый ребенок получит по 5 частей. • Раздать по одному целому апельсину , а оставшийся разделить на 3 части. Далее рассматривается, как выделять целую часть из неправильной дроби: $\frac{47}{9}=5\frac{2}{9}$, т.к. 47:9=5 (2 ост.) И как представить дробь $2\frac{3}{5}$ в неправильной дроби: для этого целое число умножить на	рассматривается пример, отметить точки на числовой прямой. Весь материал рассматривается без иллюстраций и с конкретными примерами с подробным решением, но не комментируя действия, которые предлагают для рассмотрения этих действий.	

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	знаменатель и прибавить числитель и записать в числитель неправильной дроби, а знаменатель останется тот же: $2 \cdot 5 + 3 = 13$ и получится $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$. Сложение и вычитание смешанных дробей представляют на примере долек шоколада. Выразим расстояние в 6 дм 3 см в сантиметрах: 6 дм 3 м = 63 см. Чтобы это расстояние выразить в дм, придется использовать дроби. Т. к. 1 см= $\frac{1}{10}$дм, то 3 см= $\frac{3}{10}$дм. 6 дм 3 см = 6 $\frac{3}{10}$ дм = 6,3 дм. Сравнение десятичных дробей приводят на примере координатного луча и измерений. При умножении десятичных дробей рассматривается		

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	задача: пусть поле имеет форму квадрата со стороной 1,83 км. Найдем периметр этого поля.		
Виды заданий.	Какая часть фигуры закрашена. Начертите квадрат и разделите его на 3 или 4 равные доли. Прочитайте дроби. Купили дыню, требуется отрезать $\frac{1}{5}$часть от этой дыни и узнать её массу. Рассматриваются задачи на нахождение части от целого. Требуется объяснить правильность равенства, т.е. используются задачи на доказательство и логическое мышление. На координатном луче отметить координаты и сравнить их. Сравнить дроби с одинаковым знаменателем. Требуется начертить отрезок, длина которого равна	Ответить на вопросы: Как записывают число 0 дробью? Чему равна разность равных дробей? Сократите дробь. Прочитайте дроби. Найдите верное числовое равенство. Вычислите. Текстовые задачи на нахождение части от целого и целого по его значению части. Сравнить с единицей и половиной. Сравнить дроби с одинаковыми числителями. Сравнить дроби. Задачи на доказательство. Задачи исследовательского характера. Требуется ответить на вопросы или высказать своё мнение по данному высказыванию. Решить задачи на совместную работу. На координатном луче отметить координаты точек, с дробным показателем. Найти среднее арифметическое. Придумать задачу по рисунку или данной формуле.	Наблюдаем и делаем выводы. Какая часть фигуры закрашена. Начертите квадрат и разделите его на 3 или 4 равные доли. Назовите время, которое показывают часы. Задачи практического содержания. Задачи на моделирование, создание моделей. Задания на рассуждение. Изобразить на координатной прямой дроби. Задачи исследовательского характера, на осмысление решения. Решение задач по плану и алгоритму. Задания на экспериментирование. Ищем закономерность. Решение задач на совместную работу. Сравнить дроби. Вычислить. Задачи из повседневной жизни. Определить координату точки по рисунку: Определить верное или неверное равенство или высказывание. Задачи на моделирование. Задачи на рассуждение по рисунку. Задачи на решение по алгоритму или на применение формул или на применение законов сложения, умножения. Решить задачи способом, который рассматривали в другом

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	$\frac{3}{4}$длины отрезка или $\frac{5}{4}$длины отрезка. Узнать значения а, при которых дроби $\frac{a}{12}$ являются правильными и неправильными. Задачи с часами: сколько минут в часе. Какую часть составляет 1 мин или 7 мин. Разложить дроби в порядке возрастания. Предлагаются несложные текстовые задачи на сложение и вычитание дробей с одинаковым знаменателем. Требуется решить уравнения и примеры с обыкновенными дробями. Для усвоения темы деление и дроби, автор предлагает заполнить таблицу, где дана дробь и требуется расписать делимое, делитель, частное, числитель и знаменатель. Требуется кусок	Исторические задачи: задача Бхаскары, задача Герона Александрийского. Задачи из книги. Задачи на логическое понимание: прохожий, догнавший другого, спросил, как далеко до деревне? Тот ответил, что расстояние от той деревни, из которой он идет, равна третий части всего расстояния между этими деревнями, а если ещё пройдёшь две версты, тогда будешь ровно посередине между этими деревнями. Сколько верст осталось идти первому прохожему? Задачи с чертежом. Придумать две дроби разность, которых равна $\frac{1}{8}$ или $\frac{2}{5}$и т.п. Занимательные задачи: Отпили полчашки черного кофе и долили молока, потом отпили $\frac{1}{3}$и долили молока, затем отпили $\frac{1}{6}$и долили молока. Наконец допили содержимое до конца. Чего выпили больше кофе или молока?	упражнении.

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	ткани или веревки или проволоки разделить на равные куски найти длину каждого куска. Решить уравнение на применение определения, что черта у дроби является знаком деления. Рассматривается задачи из жизни: про проведение проволоки к столбам и узнать её длину, про шитье джинс, платьев и т.п. Задачи на логику. Требуется представить в виде неправильной дроби числа. Требуется выделить целую часть у неправильных дробей, т.е. перевести в смешанное число. Задания на доказательство. Требуется сложить и вычесть смешенные и правильные дроби. Найти значение выражений.		

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 5 кл	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 5 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 5 кл.
	Задачи на логику: между какими натуральными числами находятся смешенные числа. Составить задачу по уравнению. По рис. составить уравнение и решить его. Выразить обыкновенные дроби десятичными. Сравнить дроби. Расставить в порядке возрастания.		

Таблица 2

Сравнение изложения тем «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби» в учебниках федерального перечня, 6 кл

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
Материал, данный в учебнике по теме «Дроби». Основные понятия.	**Глава I. Обыкновенные дроби** **§1. Делимость чисел** **§ 2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (26 ч)** **П. 8. Основное свойство дроби** Рассматривается пример, после чего вводится понятие, что	**В главе 3. Рациональные числа (44 часа)** Автор предлагает повторить пройденный материал 5 класса и постепенно перейти к изучению десятичных дробей. **Глава 4. Десятичные дроби (34 часа)** **4.1. Понятие положительной десятичной дроби (2ч)**	**Глава 3. Десятичные дроби (8 ч)** **3.1. Десятичная запись дробей** Рассматривается таблица разрядов: После чего вводятся понятия обыкновенной дроби и десятичной дроби и их различия. **3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер**

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
	если дробь умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится одна и та же равная дробь. **П. 9. Сокращение дробей** Дается определение сокращения дроби, что если разделить числитель и знаменательна, на их общий делитель, то это и есть сокращение дробей. И говорится, какая дробь является несократимой. **П. 10. Приведение дробей к общему знаменателю** Рассматривается правило приведения дробей к новому знаменателю и дается алгоритм по нахождению наименьшего общего знаменателя дробей. Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо: 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей, оно и будет их наименьшим общим знаменателем; 2) разделить наименьший общий знаменатель на знаменатели данных дробей, т. е. найти для каждой дроби дополнительный множитель; 3) умножить	Понятие десятичной дроби представлено в виде таблицы разрядов. **4.2. Сравнение положительных десятичных дробей(2ч)** **4.3 Сложение и вычитание положительных десятичных дробей(4ч)** Десятичные дроби сравниваются, складываются и вычитаются поразрядно с подписанием нулей справа. **4.4. Перенос запятой в положительной десятичной дроби (2ч)** Формулируется правило переноса запятой у десятичной дроби вправо. Справедливость этого правила обосновывается на примере обыкновенных дробей. Аналогично формулируется правило переноса запятой влево. **4.5. Умножение положительных десятичных дробей (4ч)** Умножение рассматривается на готовом примере. Также дан пример по умножению в столбик. И, только после рассмотрения примеров, вводится словесная формулировка правила умножения. **4.6. Деление положительных десятичных дробей (4ч)** Десятичные дроби делят на примерах с обыкновенными дробями,	Рассматривается на величинах измерений. Вводятся приставки милли-, деце- и т.п. **3.3. Перевод обыкновенной дроби в десятичную** Рассказывается как переводить обыкновенную дробь в десятичную и наоборот, при этом акцентируя внимание на знаменатель. **3.4. Сравнение десятичных дробей** Сравнение десятичных дробей предлагается рассмотреть на сравнении обыкновенных дробей. Также предлагается их сравнивать как натуральные числа при помощи числовой прямой. **Глава 4. Действия с десятичными дробями (34 ч)** **4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей** Правила сравнения, сложения и вычитания десятичных дробей следуют из этих же операций с обыкновенными дробями. Рассматривается один пример на каждое действие, после которого следует обобщение. **4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000** Формулируется с

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
	числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель; **П. 11. Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями** Чтобы сравнить (сложить или вычесть) дроби с разными знаменателями, надо: 1) привести данные дроби к наименьшему общему знаменателю; 2) сравнить (сложить или вычесть) полученные дроби. **П. 12. Сложение и вычитание смешанных чисел** Даются определения, которые основываются на переместительном и сочетательном свойствах сложения. Чтобы выполнить вычитание смешанных чисел, надо: 1) Привести дробные части к наименьшему общему знаменателю. 2) Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, нужно превратить ее в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть (для этого достаточно к числителю уменьшаемого	приводя их данному виду. **4.7. Десятичные дроби и проценты(3ч)** Вводится нахождения числа по его проценту и процента данного числа на рассмотренных конкретных примерах. **4.8. Сложные задачи на проценты(4ч)** Даются формулы простых и сложных процентов без обоснования. $S = a\left(1 + n \cdot \frac{p}{100}\right)$ $S = a \cdot (1 + \frac{p}{100})^n$ **4.9 Десятичные дроби произвольного знака(2ч)** В данной теме рассматриваются положительные и отрицательны числа (десятичные дроби) и раскрытие скобок. **4.10. Приближение десятичных дробей(2ч)** Вводится знак приближенного равенства. Дается формулировка приближения с недостатком и с избытком. Дается определение значащей цифры. Для усвоения приближения рассматриваются примеры. **4.11. Приближение суммы, разности, произведения и частного двух чисел(2ч)** Даются формулировки правил приближения, где предлагается округлять числа, по такому же правилу, как и натуральные числа. **Глава 5. Обыкновенные и десятичные дроби.**	помощью обыкновенных дробей. **4.3. Умножение десятичных дробей** Рассматривается на примере обыкновенных дробей. Но фактически подводят к тому, что происходит умножение натуральных чисел, только правильно необходимо поставить запятую. Далее даётся алгоритм умножения десятичных дробей. **4.4. Деление десятичных дробей** Рассматривается на примере обыкновенных дробей. Но фактически подводят к тому, что происходит деление натуральных чисел. Далее даётся алгоритмы деления десятичных дробей на натуральное число, деление десятичных дробей. **4.6. Округление десятичных дробей** Дается формулировка приближения с недостатком и с избытком. Даются формулировки правил приближения, где предлагается округлять числа, по такому же правилу, как и натуральные числа.

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
	прибавить знаменатель). 3) Отдельно выполнить вычитание целых, отдельно — дробных частей. 4) Проверить, является ли полученная дробь несократимой. **§ 3. Умножение и деление обыкновенных дробей (37ч).** **П.13. Умножение дробей.** Первым делом рассматривается умножение обыкновенной дроби на натуральное число на примере задачи. А затем, с помощью геометрической задачи объясняется умножение дроби на дробь. И в конце дается определение умножению смешанных чисел. **П. 14. Нахождение дроби от числа** Данное понятие рассматривается на примерах решения задач, начиная с легких и заканчивая сложными. **П. 15. Применение распределительного свойства умножения** При рассмотрении данного свойства, которое помогает решать задания со смешанными числами, в конце	5.1.Разложение положительной обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь. 5.2.Бесконечные периодические десятичные дроби 5.3.Периодичность десятичного разложения обыкновенной дроби 5.4.Непериодические бесконечные десятичные дроби.	

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
	приводится алгоритм умножения смешанного числа на натуральное число. **П. 16. Взаимно обратные числа** После умножения двух дробей получили 1, после чего вводится понятие взаимно обратных чисел, которое рассматривается в виде формулы. **П.17. Деление.** Автор использует проблемную ситуацию, когда учащиеся не умеют делить, а решить задание нужно, поэтому подводят их к умножению обратного числа. **П. 18. Нахождение числа по его дроби** Чтобы найти число по данному значению его дроби, нужно разделить это значение на дробь.		
Рассмотренные примеры.	Основное свойство дроби рассматривается с помощью задачи на примере круга. Проводится аналогия с циферблатом часов. Разбирается сложение, вычитание и сравнение дробей с разными знаменателями на конкретных примерах. Умножение дробей приводится на примере умножения обыкновенной дроби	Сложение и вычитание десятичных дробей рассматривается на конкретных примерах в столбик. Рассматриваются умножение в столбик с десятичными дробями: Рассмотрены примеры на деление уголком: Для определения процентов представлены конкретные примеры с подробным решением. Примеры рассматриваются	Десятичные дроби рассматриваются на координатном луче при делении на 10 равных частей. Умножение и деление десятичных дробей выполняют и рассматривают в столбик: Весь остальной материал рассматривается на примерах решения конкретных задач, иллюстративных (рисунков) примеров

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
	на натуральное число, затем двух дробей, а после чего умножаются смешанные числа. Рассматриваются задачи на нахождение дроби от числа сравнивая с уже известными задачами. Распределительное свойства рассматривается на конкретных примерах. В примерах рассматривается нахождение обратного числа смешанному числу. При делении рассматривается задача, для решения которой нужно прийти к уравнению $\frac{3}{4}x = \frac{5}{7}$. Чтобы получить ответ, необходимо выполнить деление дробей. Рассматриваются примеры на площади катка, поля для нахождения числа по его дроби. Также рассматривается пример со значением процента, где проценты переводят в десятичную дробь.	однотипного характера без иллюстраций.	нет.
Виды заданий.	Объяснить, почему равны дроби. Сократить дроби. Найти наименьший общий знаменатель дроби. Сравнить дроби.	Задачи на определение скорости, времени или расстояние. Задачи по течению и против течения. Сравнение дробей. Задачи из жизненного	Задания из практики. Задания жизненных ситуаций. Задания на решение по алгоритму. Задания исследовательского

	Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, 6 кл.	С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин, 6 кл.	В.Г. Дорофеев, С.Б. Суворова, И.Ф. Шарыгин, 6 кл.
	Сложить или вычесть дроби с разными знаменателями. Решить уравнение. Найти значение выражений. Выполнить действия. Решить текстовые задачи. Решить задачи на логику. Выполнить умножение. Найти дробь от числа. Используя свойства, необходимо вычислить. Решение текстовых задач с буквенными значениями. Найти значение выражения. Найти взаимно обратное число. Найти значение числа по его дроби. Задачи на нахождение площади фигуры или площади поля или комнаты.	опыта на деньги, на пошив одежды. Придумать задачу. Задачи на доказательство. Решение задач на движение по реке. Округлить с точностью. Округлить с избытком и недостатком. Решить задачи на проценты. Придумать задачу. Задачи из жизненных ситуаций. Задачи на логику. Вычислить. Преобразовать. Решить уравнение. Задачи на нахождение площади фигуры или площади поля или комнаты.	типа. Задания на составление условия задачи. Задачи на рассуждение. Задачи на построение на числовой прямой или определенной фигуры. Задачи на нахождение скорости, времени и расстояния. Задачи на нахождение площади фигуры или площади поля или комнаты. Решение уравнений. Верны ли утверждения или равенства. Задания на осмысление пройденного материала.

Проанализировав данные учебники, можно сделать выводы:

В учебнике Н. Я. Виленкина, при рассмотрении темы «сравнение дробей» в 5-м классе не дается сравнение дробей с равными числителями. Также нет заданий на сравнение дробей с единицей и с дополнением до единицы.

Правило деления вводится на основе правила умножения дробей.

При объяснении практически каждой новой темы авторы опираются на жизненный опыт обучающихся и на иллюстрации.

В учебнике без обоснования даны многие правила, например, при введении понятия десятичной дроби нет обоснования предложенной формы записи.

Обыкновенные дроби изучаются и в 5 и в 6 классах.

В учебнике С.М. Никольского, в некоторых темах теоретический материал кажется чересчур математическим, что может вызвать определенные трудности у обучающихся;

Обыкновенные и десятичные дроби разделены по классам;

Мало наглядных способов донесения информации;

В этом учебнике есть глава 5 «Обыкновенные и десятичные дроби». Только в этом учебнике детально изучается связь обыкновенных и десятичных дробей. Также дается материал о бесконечных периодических и непериодических десятичных дробях.

Некоторые задания сопровождаются готовыми образцами как правильно надо выполнять это задание.

В учебнике В.Г. Дорофеева, теоретический материал предлагается авторами учебника не в такой математически строгой форме, как в учебнике С. М. Никольского;

Материал подкрепляется только одним примером, что у обучающихся может вызвать неправильную позицию.

Задания разбиты по уровням сложности.

Далее проведем анализ учебников по алгебре для 7 классов и представим его в виде таблицы 2.

Таблица 3

Анализ учебников по алгебре для 7 классов

	Учебник Алгебра 7 класс С.М. Никольский и др.	Учебник Алгебра 7 класс Г.В. Дорофеев и др. 2014
Материал, данный в учебнике. Основные	**Глава I. Действительные числа.** **§ 2. Рациональные числа.(4 ч.)**	**Глава I. Дроби и проценты.(11 ч.)** • **Сравнение дробей** Автор предлагает еще

	Учебник Алгебра 7 класс С.М. Никольский и др.	Учебник Алгебра 7 класс Г.В. Дорофеев и др. 2014
понятия.	Автор предлагает повторить материал, изученный в 5-6 классах **2.1. Обыкновенные дроби. Конечные десятичные дроби.** **2.2. Разложение обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь.** В пунктах вводится понятие положительного рационального числа, обыкновенной положительной дроби, десятичного разложения обыкновенно дроби и др, рассматривается основное свойство дроби, выясняется возможность записи обыкновенной дроби, знаменатель которой не имеет других простых делителей, кроме 2 и 5, в виде конечной десятичной дроби, а также любой десятичной дроби в виде обыкновенной. **2.3. Периодические десятичные дроби.** На примере вводится понятие бесконечной периодической десятичной дроби, периода дроби для положительных чисел; сформулированы два утверждения:1) любое положительное рациональное число разлагается в периодическую дробь; 2) любая периодическая дробь есть десятичное разложение некоторого положительного рационального числа **2.4*. Периодичность десятичного разложения обыкновенной дроби.** На примере показан способ перевода любой периодической дроби в обыкновенную. **2.5*. Десятичное разложение рациональных чисел.**	один прием сравнения двух обыкновенных дробей – «перекрестное правило», с предыдущим правилом учащиеся ознакомлены в 5 кл. Правило: чтобы сравнить дроби и , нужно сравнить произведения ad и bc и поставить между дробями и тот же знак неравенства, что и между произведениями ad и bc. **1.2. Вычисления с рациональными числами.** Назначениями для данного пункта является, восстановление и развитие умений выполнять действия с дробными числами, в том числе и с отрицательными дробями. Приводится пример сложения обыкновенной дроби и десятичного числа. **1.3. Степень с натуральным показателем** **1.4. Задачи на проценты** 1.5. Статистические характеристики

Теория изучаемой темы в учебниках алгебры 7 класса включает следующие понятия и алгоритмы:

- понятие десятичной дроби;
- понятие разрядных единиц – десятые, сотые, тысячные и т. д.;
- способы сравнения десятичных дробей;
- алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей;
- понятие приближенного числа с недостатком, с избытком;
- алгоритм округления чисел.

Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий):

- записывать десятичные дроби правильно;
- изображать десятичные дроби на числовом луче;
- выполнять сравнение, сложение, вычитание и округление десятичных дробей;
- использовать свойства сложения и вычитания при решении примеров с десятичными дробями;
- решать уравнения, задачи, содержащие в условии десятичные дроби.

ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

В главе рассмотрены психофизиологические и методические основы рассмотрения действий с дробями в основной школе с позиций контекстного подхода. Подводя итоги, можно сделать следующие выводы:

1. Основное новообразование подростков – чувство взрослости, которое проявляется в стремлении к самостоятельности и независимости. Происходит переоценка ценности обучения и своего положения в этом процессе. Общение со сверстниками принимает всеобъемлющий и всепоглощающий характер. Через общение осваивается новая деятельность по самопознанию. Педагоги должны способствовать тому, чтобы подросток преодолел этот подростковый веккервозраст с помощью включения в активную деятельность на уроках, решению мотивационных задач.

2. Как уже было сказано, понятие дроби впервые вводится в начальной школе. Чтобы в средней школы было успешное освоение понятия дроби и действий с ними, еще в начальной школе у ребенка должно быть на автомате сформированы два действия с долями (дробями). Это на предоставленном чертеже видеть одинаковые доли и самостоятельно разделять целое на части, т.е. образовывать доли. Именно при успешном освоении этих действий в начальной школе, будет меньше трудностей в дальнейшем освоении этой нелегкой темы.

Но трудности возникают не только с пониманием самого понятия дроби. Школьники испытывают трудности и с усвоением действий с дробями.

В работе проведен анализ учебников и методики изложения материала по темам «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби», которые реализованы в учебниках федерального перечня.

Главная цель изучения темы «Сложение и вычитание десятичных дробей» в 5 классе заключается в формировании вычислительных навыков, т.е. высокой степени овладения вычислительными приемами.

ГЛАВА 3. СИСТЕМА МЕТОДОВ И ПРИЕМОВ РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

3.1. РОЛЬ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ НА ПРИМЕРЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ» В 5 КЛАССЕ

Рассмотрим возможности применения задач для формирования математических понятий на уроках математики на примере изучения темы «Сложение и вычитание десятичных дробей» в 5 классе.

Главная цель изучения темы «Сложение и вычитание десятичных дробей» в 5 классе заключается в формировании вычислительных навыков, т.е. высокой степени овладения вычислительными приемами.

В соответствии с целью формулируем задачу для формирования математических понятий на уроках математики на примере изучения темы «Сложение и вычитание десятичных дробей» в 5 классе – практическая: ориентация учеников 5 класса на использование знаний как на протяжении изучения всего курса математики, так и при изучении других предметов (химии, физики, черчения и т.д.), а также при решении конкретных практических задач.

По учебнику «Математика 5» авторов Н. Я. Виленкина, В. И. Жохова и др. отводится 18 часов на изучение темы «Сложение и вычитание десятичных дробей» в 5 классе. Параграф содержит 4 пункта: «Десятинная запись дробных чисел», «Сравнение десятинных дробей», «Сложение и вычитание десятинных дробей», «Приближенные значения чисел. Округление чисел».

На изучение первого пункта предусмотрено 3 часа. Вводится десятичная запись дробных чисел через единицы измерения расстояния и массы, например, 6 дм 3см = $6\frac{3}{10}$дм = 6,3 дм или 4 ц 17 кг = $4\frac{17}{100}$ ц = 4,17 ц. Для учеников 5 класса это знакомый и доступный материал.

Особое внимание следует обратить на то, что после запятой числитель дробной части должен иметь столько же цифр, сколько нулей в знаменателе.

Сравнение десятичных дробей изучается в течение 4-х часов. Материал излагается через сравнение обыкновенных дробей. Логично здесь же ввести разряд десятых, сотых, тысячных и т.д. С понятием «разрядные единицы» обучающиеся хорошо знакомы из курса начальной школы. Сравнение чисел через разрядные единицы для них проще. Необходимо отработать изображение десятичных дробей на координатном луче; отметить, что если в конце десятичной дроби приписать нуль или отбросить нуль, то получится дробь, равная данной. Равные дроби изображаются на координатном луче одной и той же точкой.

Развитию математического мышления способствуют следующие задания:

а) найдите какое-нибудь значение х, при котором верно неравенство

$0{,}1 < x < 0{,}2$; $2{,}99 < x < 3$

б) между какими натуральными числами находится дробь 12,21; 9,112?

Тема «Сложение и вычитание десятичных дробей» изучается на протяжении 6 часов. Вводится алгоритм сложения (вычитания) десятичных дробей, отрабатываются все те свойства сложения и вычитания, которые применялись для натуральных чисел. Во избежание дальнейших ошибок, следует отработать вычитание десятичных дробей из целых чисел.

На изучение последнего пункта темы отводится 2 часа. Как правило, он не вызывает затруднений у учеников 5 класса. Здесь можно предложить практические задания. Например, измерить в мм и выразить в см периметр парты, тетради, учебника и округлить полученный результат до целых.

Один из заключительных уроков темы предполагает повторение и обобщение изученного материала, а предпоследний урок – написание контрольной работы, последний – коррекцию знаний.

Обратная связь – необходимый элемент изучения любой темы. Это позволяет своевременно ликвидировать пробелы в знаниях учеников 5 класса и добиться хорошего знания предмета. При изучении данной темы можно провести минимум четыре математических диктанта и три самостоятельные работы.

Наконец, при использовании исследовательского метода школьники без непосредственного участия педагога овладевают новыми знаниями или способами их добывания, разрешают проблему.

Сложение и вычитание десятичных дробей целесообразнее рассматривать совместно, постепенно усложняя компоненты действий.

Методика изучения сложения и вычитания десятичных дробей так же, как и при сравнении дробей, во многом определяется последовательностью изучения обыкновенных и десятичных дробей.

При изучении систематического курса обыкновенных дробей *раньше* десятичных в качестве основного может выступать контекстный подход. В данном случае проблема возникает в связи с необходимостью решения задачи нового типа – нахождение суммы или разности десятичных дробей. Эта проблема доступна пониманию обучающихся, посильна для решения, естественна в своей постановке. Так как правило сложения (вычитания) обыкновенных дробей уже известно учащимся, то правило сложения (вычитания) десятичных дробей учащиеся могут вывести самостоятельно, разобрав несколько примеров, например:

$$2{,}35 + 7{,}561 = 2{,}350 + 7{,}561 = \frac{2350}{1000} + \frac{7561}{1000} = \frac{2350 + 7561}{1000} = \frac{9911}{1000} = \\ = 9{,}911$$

или

$$25{,}17 + 2{,}149 = 25\frac{17}{100} + 2\frac{149}{1000} = 27\frac{170 + 149}{1000} = 27\frac{319}{1000} \text{ и т. п.}$$

После наблюдений учащиеся самостоятельно или при помощи учителя приходят к выводу, что процесс нахождения суммы (разности) десятичных дробей будет значительно проще, если производить сложение (вычитание) так же, как и сложение натуральных чисел «столбиком», подписывая цифры соответствующих разрядов друг под другом.

Пример записи:

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 2{,}350 \\ +\;7{,}561 \\ \hline 9{,}911 \end{array}$$

Пример рассуждений:

0 тысячных + 1 тысячная = 1 тысячная. Пишем (под чертой) в разряде тысячных цифру 1.

5 сотых + 6 сотых = 11 сотых = 1 десятая + 1 сотая. Пишем в разряде сотых цифру 1 и запоминаем 1 десятую.

1 десятая + 3 десятых + 5 десятых = 9 десятых. Пишем в разряде десятых цифру 9.

2 единицы + 7 единиц = 9 единиц. Пишем в разряде единиц цифру 9. Поучаем ответ: 9,911.

Итоги работы можно сформулировать в виде алгоритма сложения (вычитания) десятичных дробей:

1. Уравнять в дробях число знаков после запятой.
2. Записать их в «столбик» так, чтобы запятая оказалась под запятой.
3. Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую.
4. Поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.

Алгоритм сложения двух десятичных дробей может быть записан с помощью блоксхемы, представленной на рисунке 3.

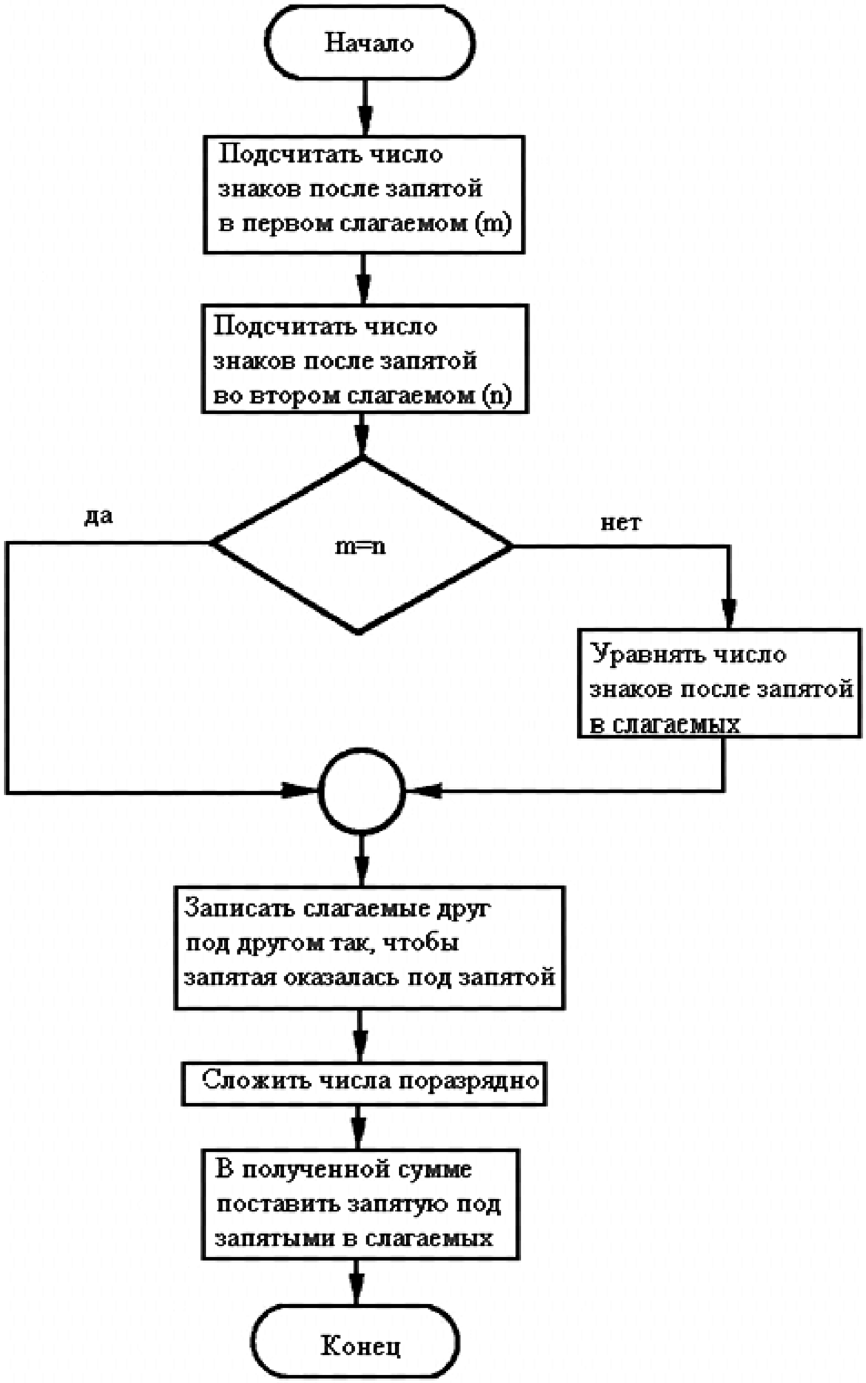


Рис. 3. Алгоритм сложения двух десятичных дробей

При изучении десятичных дробей до систематического изучения обыкновенных при обосновании правила сложения десятичных дробей, чаще всего, обращаются к серии конкретных задач. Например:

Задача. Иван разломал карандаш на две части. Длина одной из них 5,7 см, длина другой 8,2 см. Найдите длину карандаша до поломки?

Решение. Выразив, длину каждой части карандаша в миллиметрах, получим 5,7 см = 57 мм; 8,2 см = 82 мм. Тогда длина заготовки равна сумме 57 + 82 = 139 (мм), но 139 мм = 13,9 см.

Получили: 5,7 + 8,2 = 13,9.

Далее заметив, что десятичные дроби записываются по тому же принципу, что и натуральные числа, выдвигают гипотезу: складываются десятичные дроби так же, как и натуральные числа. Формулируется алгоритм сложения (вычитания) десятичных дробей.

Современные педагогические технологии требуют создания таких условий, при которых школьник не должен быть пассивным потребителем знаний, а активно бы включался в образовательный процесс, проявляя не только интерес к обучению, но и самостоятельность в получении информации, креативность мышления, желание открывать неизведанное. Например, проблемное обучение, которое направлено на поиск учащимися новых знаний и способов их получения с учётом принципа проблемности.

Дальнейшее формирование навыка нахождения суммы/разности десятичных дробей не возможно без рассмотрения частных случаев:

1) при сложении:

– сложение десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков без перехода в следующий разряд, например:

2,6 +7,1 = 9,7;

– сложение десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков с переходом в высший разряд, например:

7,2 + 12,9 = 20,1;

– сложение десятичной дроби с целым числом, например:

2,78 + 11 = 13,78;

– сложение десятичных дробей с разным числом десятичных знаков, например: 7,1 + 5,128 = 12,228;

– сложение десятичных дробей, дающих в сумме одну или несколько целых единиц, например: 0,53 +0,47 = 1;

2) при вычитании:

– вычитание десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков без перехода из одного разряда в другой – без раздробления, например: 15,5 – 12,3 = 3,2;

– вычитание десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков с раздроблением высшего разряда в низший, например:

15,5 –12,7 = 2,8;

– вычитание целого числа из десятичной дроби, например:

15,45 – 8 = 7,45;

– вычитание десятичной дроби из 1 или из целого числа, например: 1 – 0,75 = 0,25; 8 – 5,52 = 2,48.

При организации отработки операций, входящих в алгоритм сложения (вычитания) десятичных дробей, необходимо учитывать ошибки, чаще всего допускаемые учащимися. Так, в вычислительной практике при сложении и вычитании разнообразных десятичных дробей, записанных в строчку, встречаются ошибки следующего характера:

5,35 + 2 = 7,35;	1,7+ 0,6 = 1,13;
5,12 + 1 = 5,13;	10,7 + 0,9 = 10,16;
9,25 – 3 = 9,22;	24,78 – 0,2 = 22,78;
17 + 0,12 = 0,29;	1,676 – 0,03 = 1,673;
0,4 + 0,8 = 0,12;	3,676 – 0,03 = 36,46.

Первоначально необходимо вызвать интерес к своему предмету. Этого можно добиться, если не допускать на уроках скуки и однообразия, формировать обстановку эмоционального оживления, достигнутого новизной и формой подачи материала, нетрадиционными приёмами работы.

Можно предложить учащимся самостоятельно убедиться в справедливости законов сложения (переместительного и сочетательного) для десятичных дробей во время выполнения домашнего задания.

Учителю необходимо следить за тем, чтобы уроки решения упражнений на сложение и вычитание десятичных дробей не были монотонными и однообразными. Для этого необходимо разнообразить виды работы с учащимися; использовать занимательный материал; (см.: Приложение), применять контекстный подход (см. Приложение).

В основе ФГОС второго поколения лежит системно-деятельностный подход, цель которого заключается в развитии личности обучающегося на основе освоения универсальных учебных способов деятельности (УУД) и поэтому уроки должны строиться по совершенно иной схеме, чем при традиционном преподавании. Ведь ребенок не может активно развиваться при пассивном восприятии учебного материала. Обучающийся должен стать живым участником образовательного процесса. Именно собственное действие может стать основой формирования в будущем его самостоятельности. Значит, образовательная задача состоит в организации условий, провоцирующих учебное действие. В связи с этим нами были выбраны задачи о здоровьесбережении, которые выполняют мотивационную функцию (в силу возрастных особенностей учащихся) и направлены на развитие познавательных УУД в процессе работы с ними, рассмотрим этапы их решения и организацию работы с ними на различных этапах урока.

Задачи о здоровьесбережении могут служить с разными целями обучения:

- мотивация учебной деятельности;
- возбуждение и развитие интереса к предмету;
- реализация прикладной направленности;
- закрепление и углубление теоретического материала;
- раскрытие межпредметных связей;
- формирование новых умений и навыков;
- приближение учебного процесса к реальным жизненным условиям;
- приобщение к поисковой и творческой деятельности.

С позиции системно-деятельностного подхода к обучению, О.Б. Епишева [25] разделяет задачи на алгоритмические, решение которых однозначно определяется некоторым алгоритмом, и неалгоритмические, решение которых не определяется тем или иным планом или алгоритмом. Одна и та же задача для различных обучающихся может выступать алгоритмической или неалгоритмической, в зависимости от того знает обучающийся алгоритм её решения или нет. Данное разделение можно применить и к практико-ориентированным задачам.

Так как контекстные задачи о здоровьесбережении имеют определенную специфику, и их условие не сформулировано в явном виде, то этапы решения текстовых математических задач необходимо дополнить. То есть добавить пункты, которые отражают специфику решения данного вида задач. Таким образом, получим следующие этапы решения задач о здоровьесбережении:

- анализ содержания текста задачи;
- перевод условия задачи на язык математической теории, подходящей для ее решения и построение математической модели задачи;
- составление плана решения;
- решение задачи в рамках математической теории, на язык которой она была переведена, т.е. решение задачи внутри математической модели;
- интерпретация решения, то есть обратный перевод результата на язык, на котором было сформулировано условие задачи;
- проверка и анализ решения задачи.

Понимание учащимися выделенных этапов и правильная их реализация является главным условием развития учебных действий входящих в перечень познавательных УУД.

Рассмотрим, какие познавательные универсальные учебные действия развиваются на каждом этапе решения контекстной задачи о здоровьесбережении.

Первый этап решения контекстной задачи – анализ условия. В начале обучения обучающихся решению необходимо раскрыть понятие задачи, сформировать навыки выделения основных её частей (условие и вопрос) и находить связь между ними. Для этого необходимо предложить учащимся следующие задания:

- нахождение частей в задачах различающиеся по характеру формулировки условия и месту расположения в них вопроса;
- формулировка и нахождение частей в задачах сконструированные различным образом, то есть с помощью рисунка, таблицы или схемы;
- превращение текстов в задачи;
- сформулировать или подобрать условие задачи, если дан конкретный вопрос.

Умение выделять в тексте задачи её части составляет необходимый исходный уровень по отношению к анализу задачи.

При выполнении первого этапа у обучающихся формируются такие познавательные универсальные учебные действия как: нахождение необходимой информации; выделение элементов задачи (условие, вопрос, данные, искомое); умение устанавливать причинно-следственные связи, умение анализировать. Указания ресурсов, которые имеем и анализ ситуации – это умения необходимые специалисту любого профиля.

Проиллюстрируем второй этап, который является наиболее сложным для обучающихся при решении контекстной задачи о здоровьесбережении. Так как зачастую учащиеся легко решают задачу, условие которой сформулировано явно, но с трудом решают ту же, которая предварительно требует перевода условия на язык математики.

Приведем пример. Масса школьного портфеля**.** Чтобы у детей не было проблем с осанкой и здоровьем, их нельзя перегружать. Между тем, каждый школьник идет в школу с портфелем, ранцем или рюкзаком. Нужно взять учебники, тетради, дневник, пенал, сменку, три раза в неделю — спортивную форму, бутерброд или яблоко, питьевую воду… Как все это уложить в портфель и какова его масса?

В 2003 году Госсанэпиднадзор установил нормы веса портфеля школьника. Учебник начальных классов должен весить максимум 0,300 кг, учебник для 5-6 классов — 0,4кг, учебник для 7-9 классов — 0,500 кг. У старшеклассников книга не должна быть тяжелее 0,600 кг. Заполненный школьный портфель, по данным Института возрастной физиологии РАО, должен весить 10 процентов от массы тела ребенка. Поскольку опорно-двигательная система еще не завершила своего развития, чрезвычайно опасно перегружать ребенка. Особенно опасно, если у него не ранец, а портфель и несет он его в руке, сбоку, вес ранца до 0,500кг. В 11-13 лет безопасным считается вес три килограмма.

Учащимся предлагается посчитать массу школьного портфеля по дням недели. Соответственно, для этого опытным путем они должны найти массу каждого из учебников и выяснить безопасен ли портфель для здоровья учащихся класса.

Несомненно, данная деятельность оказывает положительно влияние на формирование познавательных универсальных учебных действий. Так как развиваются умения: осуществлять преобразование задачи-модели с целью выявления условий определяющих предметную область, подведение под понятие, построение логической цепи рассуждения – эти действия также входят в группу познавательных универсальных учебных действий.

Третий этап планирование решения контекстной задачи. Умение составлять план своей деятельности необходимо каждому человеку не только в профессиональной сфере, но и в обыденной жизни. При планировании решения задачи учащиеся не только овладеют общим навыком составления плана, но и научатся формулировать цель, к которой им нужно прийти при осуществлении всех этапов плана. Научатся применять приемы поиска, а также осуществлять выбор наиболее эффективного пути решения задачи в зависимости от конкретных условий. Таким образом, этап поиска и составление плана решения задачи является наиболее эффективным средством формирования познавательных универсальных учебных действий.

Решение задачи в рамках составленного плана является четвертым этапом, при котором совершенствуются вычислительные навыки, и развиваются умение следовать определенному алгоритму действий.

Вопрос контекстной задачи о здоровьесбережении формулируется, так как учащиеся столкнулись бы с ним в жизни. Например: достаточно ли; какие значения лучше взять, чтобы были наименьшие затраты; какой вариант наиболее удачный. Следовательно, при интерпретации результата решения задачи формируется такое универсальное учебное действие как умение устанавливать причинно-следственные связи и умение решать поставленную проблему.

Последний этап – проверка и анализ решения контекстной задачи. Д Пойа [25] называет его «взгляд назад». На данном этапе учитель может задать следующие вопросы: можно ли проверить результат решения; нельзя ли проверить правильность хода решения; можно ли решить задачу другим способом; есть ли такие задачи, при решении которых можно использовать полученный результат?

При проверке и анализе решения задачи учащиеся осуществляют рефлексию способов и условий действий, оценивают сам процесс деятельности и его результаты – данные виды действий входят в группу общеучебных универсальных действий.

Таким образом, можно сделать вывод, что на каждом этапе решения задачи о здоровьесбережении формируются действия входящие в состав познавательных универсальных учебных действий.

Контекстные задачи о здоровьесбережении могут быть предложены учащимся на различных этапах обучения. Пример использования задач о здоровьесбережении, который направлен на формирование познавательных универсальных учебных действий это создание проблемной ситуации на уроке, то есть применение задачи с целью мотивирования обучающихся к необходимости изучения нового материала.

Средняя продолжительность жизни женщины 75 лет, что составляет 5/4 продолжительности жизни мужчины. На сколько лет дольше в среднем живут в России женщины, чем мужчины? (на 15 лет)

Решение.

75 – это $\frac{5}{4}$

Чтобы найти число по данному значению его дроби, нужно разделить это значение на числитель и умножить на знаменатель.

75:5·4=60

75-60=15

Ответ: на 15 лет

Чем вы можете объяснить такую разницу в продолжительности жизни? Верно, мужчины имеют большую расположенность к вредным привычкам. Вот мы отгадали еще один компонент «отсутствие вредных привычек».

Такой подход к введению математических понятий позволяет обусловить необходимость их введения потребностями практики. Ученики убеждаются в практической необходимости новых знаний. Это повышает их внимание к изучению. Здесь учителю требуется подчеркнуть, что, овладев новым понятием и умением находить наибольшее и наименьшее значение, учащиеся получат возможность решать не только рассматриваемую, но и другие задачи о здоровьесбережении.

Таким образом, систематическая работа учителя по решению с учащимися контекстных задач, в т.ч. задач о здоровьесбережении, отработка каждого из этапов их решения, и использование их на различных этапах урока с разной дидактической целью способствует формированию познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе обучения математике.

3.2. ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ НА ПРИМЕРЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ» В 5 КЛАССЕ.

В основе ФГОС второго поколения лежит системно-деятельностный подход, цель которого заключается в развитии личности обучающегося на основе освоения универсальных учебных способов деятельности (УУД) и поэтому уроки должны строиться по совершенно иной схеме, чем при традиционном преподавании. Ведь ребенок не может активно развиваться при пассивном восприятии учебного материала. Обучающийся должен стать живым участником образовательного процесса.

Результаты логического анализа определения понятия «Десятичная дробь»

1. Анализ формулировки:

а) Вида определения: описательное.

б) Родовое понятие – число

видовые отличия – дробное число: *обыкновенная дробь*, в знаменателе которой разрядная единица (10,100,1000 и т.д.), или *смешанное число,* в знаменателе дробной части которого разрядная единица (10,100,1000 и т.д.), записанные особым способом – с использованием запятой, которая разделяет целую и дробную части, причём, после запятой числитель дробной части должен содержать столько же цифр, сколько нулей в знаменателе.

Наличие кванторов:

- или обыкновенная дробь, или смешанное число, записанные определённым способом

- есть целая и дробная часть, разделённые запятой, и после запятой столько знаков, сколько нулей в знаменателе дробной части.

в) Содержание понятия: любое число, знаменатель дробной части которого выражается единицей с одним или несколькими нулями можно записать в виде десятичной дроби. До запятой пишут 0, если дробь правильная. После запятой числитель дробной части должен иметь столько цифр, сколько нулей в знаменателе.

Объем понятия: все обыкновенные дроби со знаменателем, записанным с помощью единицы с одним или несколькими нулями, все смешанные числа, в знаменателе дробной части которых единица с одним или несколькими нулями, записанные особым способом – с использованием запятой, которая разделяет целую и дробную части.

2. Установление необходимости доказательства существования понятия и способа доказательства.

Понятие «Десятичная дробь» появилось как более удобный способ записи дробных чисел со знаменателем 10,100,1000 и т.д. и упрощение выполнения вычислительных действий с ними.

3. Определение понятия «десятичная дробь» можно переформулировать:

Десятичная дробь это любое число, в записи которого используется запятая. До запятой стоит целая часть, после – дробная часть, содержащая столько цифр, сколько нулей в знаменателе соответствующей ей обыкновенной дроби.

Конструирование возможных эвристик.

- натуральное число можно записать в виде десятичной дроби:

$5 = 5\frac{0}{10} = 5,0$

$5 = 5\frac{0}{100} = 5,00$

$5\frac{40}{100} = 5\frac{4}{10}$, значит, $5,40 = 5,4$

4. Составление отрицания определения.

Если в знаменателе не стоит единица с нулем или несколькими нулями, то данную обыкновенную дробь нельзя записать в виде десятичной дроби. Заметим, что данная формулировка работает только на начальном этапе изучения темы «Десятичные дроби»). Например, $\frac{5}{7}$ нельзя записать в виде конечной десятичной дроби, а $\frac{5}{10}$ – можно.

5. Установление связи между новым понятием и изученными ранее.

- Любое натуральное число можно записать в виде десятичной дроби:

$7 = 7{,}0 = 7{,}00 \qquad 125 = 125{,}000$

- Не всякую обыкновенную дробь можно записать в виде конечной десятичной дроби

$\frac{25}{29}$ нельзя записать в виде конечной десятичной дроби.

- Не всякое смешанное число можно записать в виде конечной десятичной дроби

$3\frac{6}{11}$ нельзя записать в виде конечной десятичной дроби.

- нуль можно записать в виде десятичной дроби:

$0 = \frac{0}{1000} = 0{,}000$

6. Классификация системы понятий (разделение множества объектов, составляющих объем родового понятия, на виды по их характеристическим свойствам) (рисунок 4).

Дидактический анализ определения понятия «десятичная дробь»

7. Установление новизны для обучающихся логической структуры определения и способа ее разъяснения учащимся.

Определение понятия «десятичная дробь» может быть отнесено к неявному виду, т.к. определяется через абстракцию (число).

Вводим данное понятие конкретно-индуктивным способом:

восприятие – представление – понятие – определение.

Для организации восприятия и представления подобран ряд примеров для выявления существенных признаков понятия и с изменениями несущественных.

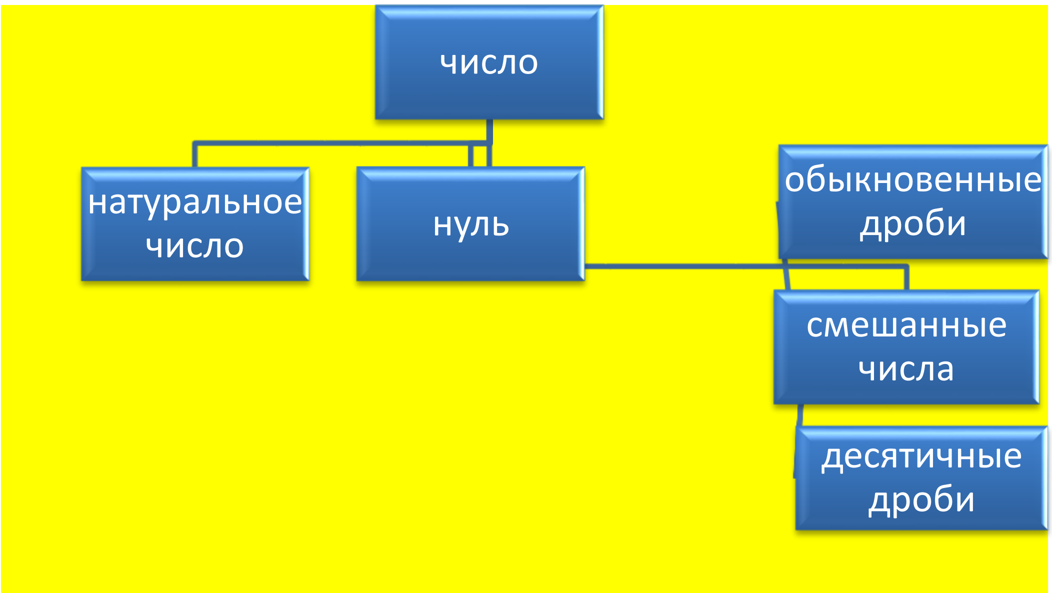


Рис. 4. Классификация системы понятий

8. Подбор системы упражнений для актуализации; методика организации повторения.

Актуализация знаний проходит в ходе фронтальной работе по повторению, содержащему следующие темы:

- Задача на нахождение части от числа.(Ко Дню защиты детей для сахарной ваты было закуплено 600 кг сахара. До обеда использовали $\frac{4}{10}$ всего количества сахара. Сколько сахара потребовалось для изготовления сахарной ваты до обеда?(240 кг))

- Задача на нахождения всего числа по её части. (С утра Маша прошла 2500 шагов, что составляет $\frac{1}{4}$ её дневной нормы.Сколько шагов должна проходить Маша за день?)

– Какую часть составляет одно число от другого. (В качестве украшения кабинетов к Новому году ученики вырезали 100 снежинок, среди них 37 голубых. Какую часть составляют голубые снежинки? ($\frac{37}{100}$))

-Замена натурального числа обыкновенной дробью, со знаменателей. (Можно ли записать число 7 в виде дроби со знаменателем 10? Как?($\frac{70}{10}$))

Особенность подбора задач состоит в том, что в них используются обыкновенные дроби со знаменателем 10,100. Самопроверка ответом позволяет обучающимся оценить себя на этапе повторения по критериям, предложенным на слайде.

9. Подбор материала для создания мотивации, проблемной ситуации. Четкая формулировка учебной задачи.

На слайде записаны дроби:

$$\frac{5}{10} \quad \frac{69}{10} \quad \frac{36}{100} \quad \frac{485}{100} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{38}{10} \quad \frac{15}{100} \quad \frac{3}{100} \quad \frac{14}{1000} \quad \frac{7}{1000} \quad \frac{402}{100}$$

-Прочитайте дроби.

- Что интересного заметили? (У всех дробей в знаменателе единица и нули)

- На какие две группы их можно разделить? (Правильные и неправильные).

- В XVI веке (1585 г.) нидерландский математик Симон Стевин (слайд) предложил ограничиться в практических задачах только десятичными дробями и придумал для них более короткую и удобную запись, например:

1)$\frac{1}{10} = 0{,}1$

2)$\frac{6}{100} = 0{,}06$

3)$4\frac{38}{100} = 4{,}38$

4) $2\frac{17}{1000}$ =? (Возникает проблема)

- Сегодня на уроке мы будем учиться записывать дробные числа по-новому. Запишите тему урока “Десятичная запись дробных чисел” (слайд).

- Но не ко всем обыкновенным дробям можно применить новую запись Кто догадался, к каким?

Эти дроби перед вами.

Полюбуйтесь ими сами.

В знаменателе, смотри –

Единица и нули.

10. Определение способа включения обучающихся в учебно-познавательную деятельность по «открытию» нового понятия; выбор способа

формулировки определения понятия (дает учитель, формулируют учащиеся, читают по учебнику и др.); выбор способа фиксации определения (в том числе записи на доске и в тетрадях обучающихся).

При введении понятия «Десятичная дробь» используем частично-поисковый метод, соблюдая следующую последовательность действий учителя и обучающихся:

1. Решаются дидактические упражнения с целью организации наблюдений и простейшего анализа для выявления закономерности записи обыкновенных дробей со знаменателем 10,100,1000 и т.д.. При этом подобранная система упражнений, полностью раскрывающая структуру понятия.

2. В процессе решения дидактических упражнений учитель ставит дополнительные вопросы и задания к ним для выяснения всех доступных учащимся сторон изучаемого понятия, раскрытия зависимостей и противоречий.

3. На основе наблюдений и анализа решенных заданий, выяснения свойств и зависимостей изучаемого понятия учащиеся под руководством учителя делают вывод о формируемом понятии, устанавливают связь изучаемого материала с ранее изученным и т.п.

4. И, наконец, решают упражнения на применение полученных знаний о понятии, т.е. перенос знаний на новую ситуацию.

Формулировку понятия «Десятичная дробь» после его открытия учащиеся прочитывают из учебника.

Предлагается работа в группах по выявлению существенных признаков понятия «Десятичная дробь» (наличие целой и дробной части, разделённых запятой; правил чтения в зависимости от числа знаков после запятой).

На слайде появляется перечень действий для перехода от записи обыкновенной дроби или смешанного числа со знаменателем 10,100,1000… к десятичной форме записи числа:

Уравнять, если необходимо, число цифр после запятой с количеством нулей в знаменателе обыкновенной дроби.

Записать целую часть (она может быть равна нулю).

Поставить запятую, отделяющую целую часть от дробной.

Записать числитель дробной части.

При записях на доске и в тетради у обучающихся используем зелённую пасту для самоконтроля по выполнению правила перехода от одной формы записи числа к другой.

11. Конструирование упражнений на осознание логической структуры определения (Таблица 4).

Таблица 4

Конструирование упражнений на осознание логической структуры определения

Дробное число	Количество нулей в знаменателе	Десятичная дробь	Количество цифр после запятой
$\frac{3}{10}$	1	0,3	1
$\frac{403}{100}$	2	4,03	2
$\frac{115}{1000}$	3	0,115	3
$\frac{2008}{1000}$	3	2,008	3
$\frac{37}{10000}$	4	?	4

Какую закономерность вы заметили? (количество нулей совпадает с количеством цифр после запятой)

- Как же вы запишите последние числа? (выберите верный вариант)

А. 0,037

<u>Б. 0,0037</u>

В. 0,37

А. 3,5216

Б. 0,035216

<u>В. 0,35216</u>

- Итак, проблема была, как записать обыкновенные дроби, смешанные числа – по-новому.

Уравнять, если необходимо, число цифр после запятой

с числом нулей в знаменателе..

Записать целую часть (она может быть равна нулю).

Поставить запятую, отделяющую целую часть от дробной.

Записать числитель дробной части.

12. Конструирование упражнений на формирование умения подводить объект под понятие:

- на узнавание объекта по вербальной (словесной) форме задания, в этих «ошибочных» определениях обычно заменяют родовое понятие, изменяют видовые отличия или логические связки между ними, пропускают существенные слова и т. д.;

- на узнавание объекта по невербальной (графической, символической) форме задания.

№1. Прочитайте десятичные дроби: 0,15; 1, 03; 23,156; 702, 0054

№2. Запишите десятичные дроби (под диктовку учителя):

1) 2, 8; 2) 3,74; 3) 1,371; 4) 0,55; 5) 687, 02; 6) 145,003;

7) 20,036; 8) 201,0101; 9) 6,006; 10) 33,0008.

Предложенные нами конспекты уроков на тему «Сложение и вычитание десятичных дробей» (Приложение) позволят сформировать математические понятия на основе контекстного подхода, показать учащимся, что приобретаемые ими математические знания применяются в повседневной жизни. Интерес в значительной степени поддерживается также и содержанием задач, фабулы которых могут быть приближены к современной тематике и к жизненному опыту детей, что послужит достаточно сильным мотивом для решения предлагаемых задач.

3.3. ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОВЕДЕНИЕ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Педагогический эксперимент проводился на базе муниципального автономного общеобразовательного учреждения гимназия №16 города Тюмени. Для педагогического эксперимента было решено использовать две группы учащихся (по 32 человека) пятых классов, одна из которых будет контрольной, а вторая − экспериментальной. С учащимися обеих групп проводилось по 5 уроков математики в неделю. Разница между экспериментальной и контрольной группой заключается в реализации контекстного подхода к изучению математических понятий при работе с экспериментальной группой.

Предшествующий эксперименту этап осуществлялся в этом же учебном заведении с сентября 2017 года по ноябрь 2018 года.

В соответствии с гипотезой и задачами исследования был разработан план педагогического эксперимента, который включал три этапа:

-константирующий (декабрь 2018 - январь 2019 года);

-формирующий (февраль 2019 года);

- контрольный (март 2019 года);

Целью констатирующего этапа являлось изучение уровня успеваемости учащихся на начало эксперимента. Для этого были проанализированы четвертные оценки учащихся обеих групп за II четверть текущего учебного года. Результаты представлены на диаграмме (рис 5).

Рис. 5. Сравнение отметок за II четверть

По данной диаграмме видно, что классы имею неизначительные различия в четвертных отметках по предмету математика. Для подтверждения данного факта был применен U-критерий Манна-Уитни. Для этого в таблицу 5.1 были занесены отметки за II четверть в обеих группах в порядке возрастания.

Таблица 5.1

U-критерий Манна-Уитни

n	Отметки за II четверть	
	Экспериментальная группа	Контрольная группа
1	3	3
2	3	3
3	3	3
4	3	3
5	3	3
6	3	3
7	3	3
8	3	3
9	3	3
10	3	3
11	3	3
12	3	3

n	Отметки за II четверть	
	Экспериментальная группа	Контрольная группа
13	4	3
14	4	4
15	4	4
16	4	4
17	4	4
18	4	4
19	4	4
20	4	4
21	4	4
22	4	4
23	4	4
24	4	4
25	4	4
26	4	4
27	4	4
28	4	4
29	4	4
30	4	5
31	5	5
32	5	5

При оценке значений, занесённых в таблицу, было предположено, что в контрольной группе итоговые отметки за II четверть не выше, чем отметки в экспериментальной группе, поэтому в качестве гипотез были выдвинуты следующие предложения:

H_0: Успеваемость экспериментальной группы не превышает успеваемость контрольной группы.

H_1: Успеваемость экспериментальной группы выше успеваемости в контрольной группе.

Далее все значения в двух группах были упорядочены в порядке возрастания балла, и для каждого был присвоен ранг (Таблица 5.2).

Таблица 5.2

Значения выборок и ранги

№	Отметка	Ранг	№	Отметка	Ранг	№	Отметка	Ранг
1	3	13	23	3	13	45	4	42,5
2	3	13	24	3	13	46	4	42,5
3	3	13	25	3	13	47	4	42,5
4	3	13	26	4	42,5	48	4	42,5
5	3	13	27	4	42,5	49	4	42,5
6	3	13	28	4	42,5	50	4	42,5
7	3	13	29	4	42,5	51	4	42,5
8	3	13	30	4	42,5	52	4	42,5
9	3	13	31	4	42,5	53	4	42,5
10	3	13	32	4	42,5	54	4	42,5
11	3	13	33	4	42,5	55	4	42,5
12	3	13	34	4	42,5	56	4	42,5
13	3	13	35	4	42,5	57	4	42,5
14	3	13	36	4	42,5	58	4	42,5
15	3	13	37	4	42,5	59	4	42,5
16	3	13	38	4	42,5	60	5	62
17	3	13	39	4	42,5	61	5	62
18	3	13	40	4	42,5	62	5	62
19	3	13	41	4	42,5	63	5	62
20	3	13	42	4	42,5	64	5	62
21	3	13	43	4	42,5			
22	3	13	44	4	42,5			

Суммируем ранги значений и экспериментальной (1045) и контрольной (1035) группах, исходя из полученных результатов зададим переменную

T_x=1045. По формуле (1) найдём эмпирическое значение U-критерия Манна-Уитни:

$$U_{\text{эмп}} = (n_1 * n_2) + \frac{n_x * (n_x + 1)}{2} - T_x \quad (1)$$

$$U_{\text{эмп}} = 32 + \frac{32 * (32 + 1)}{2} - 1045$$

$$U_{\text{эмп}} = 507$$

По таблице критических значений U-критерия Манна-Уитни определим $U_{\text{крит}}$ для выборок n_1=32 и n_2=32.

$$U_{\text{крит}} = 389$$

Сравним критическое значение с эмпирическим:

$$389 < 507 \Rightarrow U_{\text{крит}<}U_{\text{эмп}}$$

Исходя из этого можно сделать вывод, что различия между экспериментальной и контрольной группой можно считать несущественными, соответственно гипотеза H_0 подтвердилась, что позволит говорить о высокой достоверности полученных результатов на конец эксперимента.

На констатирующем этапе также был проведен входной контроль на выполнение заданий по теме «Обыкновенные дроби» (Приложение 1) для обеих групп.

Количественный анализ выполнения заданий контрольной работы по теме «Обыкновенные дроби» представлен в таблице 5.

Таблица 6

Количественныйм анализ выполнения заданий контрольной работы

Задание	**% выполнения заданий**	
	контрольная группа	**экспериментальная группа**
1	78,1%	62,5%
2	62,5%	78,1%

3	56,2%	53,1%
4	50,0%	46,9%
5	31,3%	34,4%
Средний показатель	55,6%	55%

Диагностический материал включал в себя 5 заданий. Отметка «5» ставилась за верно выполненных 5 заданий, отметка «4» - 4 задания, отметка «3» - 3 задания, в остальных случаях ставилась отметка «2». На рисунке 6 представлена сравнительная диаграмма отметок, полученных учащимися контрольной и экспериментольной групп.

Рис. 6. Сравнение отметок за контрольную работу на начало эксперимента

Для того, чтобы определить имеют ли результаты контрольной работы экспериментальной и контрольной группы существенные различия был применен U-критерий Манна-Уитни. Для этого отметки за выполнение контрольной работы в обеих группах были распределены в порядке возрастания.

При оценке значений было предположено, что в экспериментальной группе отметки, полученные за контрольную работу, не выше, чем отметки в контрольной группе, поэтому в качестве гипотез были выдвинуты следующие предложения:

H_0: Успеваемость экспериментальной группы не превышает успеваемость контрольной группы.

H_1: Успеваемость экспериментальной группы превышает успеваемость контрольной группы.

Далее все значения в двух группах были упорядочены в порядке возрастания балла, и для каждого был присвоен ранг.

Суммируем ранги значений и экспериментальной (1017) и контрольной (1063) группах, исходя из полученных результатов зададим переменную T_x=1063. По формуле (1) найдём эмпирическое значение U-критерия Манна-Уитни:

$$U_{\text{эмп}} = 489$$

По таблице критических значений U-критерия Манна-Уитни определим $U_{\text{крит}}$ для выборок n_1=32 и n_2=32.

$$U_{\text{крит}} = 389$$

Сравним критическое значение с эмпирическим:

$$389 < 489 \Rightarrow U_{\text{крит}} < U_{\text{эмп}}$$

Исходя из этого можно сделать вывод, что различия между экспериментальной и контрольной группой можно считать несущественными, соответственно гипотеза H_0 подтвердилась.

На формирующем этапе с учащимися экспериментальной группы проводилась работа по формированию математических понятий с применением контекстных задач. Все занятия проводились на базе контекстного подхода с использованием контекстных задач различного типа. На занятиях на базе контекстного подхода вводились новые математические понятия, рассматривались алгоритмы решения задач, требующих умения сопоставлять и исследовать реальные ситуации с использованием аппарата математики. В ходе формирующего этапа эксперимента с учащимися обеих групп было проведено четырнадцать занятий по календарно-тематическому плану (Приложение 2). (Методические материалы представлены в Приложениях 3,4,5 и 6).

Контрольный этап ставил своей целью проверку усвоения учащимися программы обучения математике по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей» (Приложение 7). И сравнение полученных результатов контрольной и экспериментальной групп.

Количественный результат выполнения контрольной работы по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей» представлены в таблице 7.

Таблица 7

Количественный анализ выполнения заданий контрольной работы

Задание	**% выполнения заданий**	
	контрольная группа	**экспериментальная группа**
1	90,6%	100%
2	53,1%	71,9%
3	78,1%	84,4%
4	46,9%	62,5%
5	25%	46,9%
6	15,6%	31,3%
7	15,6%	46,9%
Средний показатель	46,41%	63,41%

На рисунке 7 представлена сравнительная диаграмма отметок, полученных учащимися контрольной и эксперементольной групп на контрольной работе по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей». Отметка «5» ставилась за верно выполненные 6-7 заданий, отметка «4» - 4-5 заданий, отметка «3» - 3 задания, в остальных случаях ставилась отметка «2».

Рис. 7. Результаты контрольной работы по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей»

Для подтверждения данного факта был применен U-критерий Манна-Уитни. Для этого в таблицу 8 были занесены отметки за выполнение контрольной работы по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей» в обеих группах в порядке возрастания.

Таблица 8.1

Отметки за контрольную работу по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей»

n	Отметки за контрольную работу по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей»	
	Экспериментальная группа	Контрольная группа
1	2	2
2	2	2
3	3	2
4	3	2
5	3	2
6	3	3
7	3	3
8	3	3

n	Отметки за контрольную работу по теме «Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей»	
	Экспериментальная группа	Контрольная группа
9	3	3
10	4	3
11	4	3
12	4	3
13	4	3
14	4	3
15	4	3
16	4	3
17	4	3
18	4	3
19	4	4
20	4	4
21	4	4
22	4	4
23	4	4
24	4	4
25	5	4
26	5	4
27	5	4
28	5	4
29	5	5
30	5	5
31	5	5
32	5	5

При оценке значений, занесённых в таблицу, было предположено, что в экспериментальной группе отметки, полученные за контрольную работу, выше, чем отметки в контрольной группе, поэтому в качестве гипотез были выдвинуты следующие предложения:

H_0: Успеваемость экспериментальной группы не превышает успеваемость контрольной группы.

H_1: Успеваемость экспериментальной группы превышает успеваемость контрольной группы.

Далее все значения в двух группах были упорядочены в порядке возрастания балла, и для каждого был присвоен ранг (Таблица 8.2).

Таблица 8.2

Значения выборок и ранги

№	Отметка	Ранг	№	Отметка	Ранг	№	Отметка	Ранг
1	2	4	23	3	17,5	45	4	42,5
2	2	4	24	3	17,5	46	4	42,5
3	2	4	25	3	17,5	47	4	42,5
4	2	4	26	3	17,5	48	4	42,5
5	2	4	27	3	17,5	49	4	42,5
6	2	4	28	4	40	50	4	42,5
7	2	4	29	4	40	51	4	42,5
8	3	17,5	30	4	40	52	4	42,5
9	3	17,5	31	4	40	53	5	42,5
10	3	17,5	32	4	40	54	5	42,5
11	3	17,5	33	4	40	55	5	40
12	3	17,5	34	4	40	56	5	40
13	3	17,5	35	4	40	57	5	40
14	3	17,5	36	4	40	58	5	40
15	3	17,5	37	4	40	59	5	40
16	3	17,5	38	4	40	60	5	40
17	3	17,5	39	4	40	61	5	40
18	3	17,5	40	4	40	62	5	40
19	3	17,5	41	4	40	63	5	58,5
20	3	17,5	42	4	40	64	5	58,5
21	3	17,5	43	4	40			
22	3	17,5	44	4	40			

Суммируем ранги значений и экспериментальной (1198,5) и контрольной (881,5) группах, исходя из полученных результатов зададим переменную T_x=1198,5. По формуле (1) найдём эмпирическое значение U-критерия Манна-Уитни:

$$U_{\text{эмп}} = 32 + \frac{32 * (32 + 1)}{2} - 1198{,}5$$

$$U_{\text{эмп}} = 353{,}5$$

По таблице критических значений U-критерия Манна-Уитни определим $U_{\text{крит}}$ для выборок n_1=32 и n_2=32.

$$U_{\text{крит}} = 389$$

Сравним критическое значение с эмпирическим:

$$389 > 353{,}5 \Rightarrow U_{\text{крит}>}U_{\text{эмп}}$$

Исходя из этого можно сделать вывод, что различия между экспериментальной и контрольной группой можно считать существенными, соответственно подтвердилась гипотеза H_1.

Поэтому можно сделать вывод, что проведенные уроки доказали эффективность использования контекстного подхода к изучению математических понятий в основной школе.

Содержание материала показывает связь математики с другими областями знаний, иллюстрирует применение математики в повседневной жизни. Все занятия направлены на развитие интереса школьников к предмету, на расширение представлений об изучаемом материале, на решение новых и интересных задач, на достижение предметных результатов обучения

ВЫВОДЫ ПО ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ

В главе были проанализированы этапы изучения дробей и описаны возможности реализации контекстного подхода использования в практике формирования математических понятий

Таким образом, были выделены следующие этапы реализации контекстного подхода к изучению математических понятий путем решения задач о здоровьесбережении :

1) анализ содержания текста задачи;
2) перевод условия задачи на язык математической теории, подходящей для ее решения, т.е. построение математической модели задачи;
3) составление плана решения;
4) решение задачи в рамках математической теории, на язык которой она была переведена, т.е. решение задачи внутри математической модели;
5) интерпретация решения, то есть обратный перевод результата на язык, на котором было сформулировано условие задачи;
6) проверка и анализ решения задачи.

Результаты эксперимента позволяют судить об эффективности реализации контекстного подхода к изучению математических понятий. Использование контекстного подхода на уроке математики позволяет формировать у обучающихся математических понятий. Результаты, полученные во время формирующего и контрольного этапов эксперимента, показывают, что разработанные и проведенные мероприятия эффективны и подтвердили результативность данного подхода к организации процесса овладения математическими знаниями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было раскрыто понятие контекстного подхода к формированию математических понятий, дано определение контекстной задачи, была исследована методика реализации контекстного подхода к изучению математических понятий (рассмотрены необходимые умения для решения данных задач, их цель, особенность процесса решения, этапы решения контекстных задач на конкретном примере); была определена роль и было определено место таких задач в процессе обучения математике, были изучены возможности реализации контекстного подхода к изучению математических понятий при обучении математике. Тем самым цель работы достигнута, поставленные задачи реализованы.

Значение контекстных задач в процессе обучения математике неоценимо, они играют большую роль как в применении математических знаний на практике, так и в их закреплении и углублении.

С помощью реализации контекстного подхода к изучению математических понятий можно мотивировать учеников изучать математику, показать дальнейшее её применение и значение для каждого человека. Важно отметить, что в процессе обучения математике контекстные задачи должны занимать главное место, их необходимо использовать постоянно. Если в учебнике, по которому обучающиеся занимаются, недостаточно данных задач, то учителю необходимо привлечь дополнительные источники либо попробовать вместе с учениками самостоятельно придумать и решать задачу, которая будет отражать реальную ситуацию из жизни. Также важно задавать детям дополнительные вопросы (если этого не сделано в задаче), раскрывающие личность каждого ученика, тем самым, заставляя их мыслить, анализировать и самостоятельно принимать решение. Таким образом, место, занимаемое контекстными задачами, должно быть соразмерно с эффективностью обучения математики и её значимостью во всей системе образования.

С введением федерального государственного образовательного стандарта устанавливаются новые требования к результатам освоения учениками школьного предмета математики. Следовательно, контекстные задачи тоже обязаны соответствовать этим требованиям, а именно, данные задачи формируют у обучающихся осознание значения школьного кура математики в реальной жизни; формируют представления о социальных, культурных и исторических факторах становления науки математики; формируют у учеников представления о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, который позволяет описывать и изучать реальные процессы и явления; формируют развитие логического и математического мышления, получение представления о математических моделях, применение знаний математики при решении разнообразных задач и оценивание полученных результатов, развитие математической интуиции.

Разумеется, реализация контекстного подхода к изучению математических понятий формирует у школьников готовность и способность к саморазвитию, личностному самоопределению; целостное мировоззрение; мотивацию к обучению математике и целенаправленную когнитивную деятельность в математической области; способность ставить цели и строить жизненные планы. Они помогают обучающимся в развитии универсальных учебных действий, в самостоятельном их использовании в учебной, познавательной и социальной практике; в самостоятельности планирования и осуществления учебной деятельности; самостоятельном определении цели своего обучения, формулировании для себя новых задач в учебной и когнитивной деятельности, в развитии мотивов и интересов познавательной деятельности учеников; в организации сотрудничества с учителями и одноклассниками.

Кроме того, реализация контекстного подхода к изучению математических понятий способствуют освоению учениками специфических умений, видов деятельности по получению нового знания; развитию научного типа мышления, научных представлений о главных теориях, типах и видах отношений;

владению научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приёмами .

В соответствии с гипотезой и задачами исследования в работе был разработан и проведен педагогический эксперимент, который включал три этапа. В результате реализации контекстного подхода к изучению математических понятий у обучающихся сформированы основные математические умения, обладающие свойством широкого переноса, необходимые им при изучении дисциплин естественного цикла; ознакомлены с основными разновидностями контекстных заданий. Такая организация работы является составляющей обучения математическому моделированию как неотъемлемой части изучения. Например, обучающиеся просчитывают бюджет семьи, получают представления о доходах и расходах, приходят к пониманию экономного ведения хозяйства и необходимости своим трудом пополнять бюджет семьи. Все эти задания вызывают у подростков неподдельный интерес, способствуют мобилизации психических ресурсов, растет самостоятельность и самооценка становится более реалистичной и адекватной.

Результаты эксперимента позволяют судить об эффективности реализации контекстного подхода к изучению математических понятий. Использование контекстного подхода на уроке математики позволяет формировать у обучающихся математических понятий. Результаты, полученные во время формирующего и контрольного этапов эксперимента, показывают, что разработанные и проведенные мероприятия эффективны и подтвердили результативность данного подхода к организации процесса овладения математическими знаниями.

Дальнейшее исследование по теме может быть направлено на исследование роли и места задач с межпредметным и контекстным содержанием в процессе обучения математике.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анищенко А.Г. и др. Имена в математике и информатике. – Брянск: РИО Брянского ИПКРО, 2005. – 96 с.

2. Апанасов П.Т., Апанасов Н.П. Сборник математических задач с практическим содержанием: Книга для учителя. М.: Просвещение, 1987.- 110 с.

3. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя/под ред. А.Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2015. – 159 с.

4. Баврин И.И., Матросов В.Л., Токмазов Г.В. Формирование исследовательской деятельности в процессе решения задач динамического характера. — М.: МПГУ, 2000.-200 с

5. Бикеева А.С. Какие задачи хотелось бы решать в школе // Математика в школе. –2013. №1. –С. 37.

6. Болотов, В.А., Седова, Е.А., Ковалева, Г.С. Состояние математического образования в РФ: общее среднее образование (Аналитический обзор) // Проблемы современного образования. – 2012. – №6. – С. 32-47.

7. Брадис, В.М. Методика преподавания математики в средней школе. – М., Гос. учебно-педагог. изд. мин. прос. РСФСР, 1954. – 504 с.

8. Варданян С.С. Задачи по планиметрии с практическим содержанием: кн. для обучающихся 6-8 кл. ср. шк. / под ред. В.А. Гусева. – М.: Просвещение, 1989. – 144 с.

9. Вербицкий, А.А. Контекстно-компетентностный подход к модернизации образования // Педагогическая диагностика. – 2016. – № 6. – С. 44-50.

10. Вербицкий, А.А. Психолого-педагогические основы контекстного обучения в вузе: диссертация доктора педагогических наук. -Московский Педагогический Государственный Университет, Москва, 1991.

11. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / Л.В. Виноградова. – Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 252 с.

12. Волкова В. Ф. Реализация контекстного образования на уроках математики // Молодой ученый. – 2014. – №11.1. – С. 32-33.

13. Выготский Л.С. Мышление и речь, М.: «Речь», 1999.

14. Гальперин П.Я. Введение в психологию: Учебное пособие для вузов. 3-е изд. — М.: «Книжный дом. Университет», 2010. — 336 с..

15. Давыдов В. В. Концепция гуманизации российского начального образования (необходимость и возможность создания целостной системы развивающего начального образования) //Психологическая наука и образование. – 2000. – №. 2. – С. 5-17.

16. Далингер В. А. Контекстные задачи как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики / В. А. Далингер // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. № 10-1. С. 112-113. URL: http://appliedresearch.ru/ru/article/view?id=4084.

17. Далингер В. и др. Методика развивающего обучения математике 2-е изд., испр. и доп. Учебное пособие для СПО. – Litres, 2018.

18. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2015 году основного государственного экзамена по математике. ФИПИ, 2015.

19. Денищева Л.О., Глазкова Ю.А, Краснянская К.А. Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике // Математика в школе. – 2008. – №6. – С. 19-30.

20. Дорофеев Г.В. Применение производных при решении задач в школьном курсе математики // Математика в школе. – 1980. – №5. – С.28-30.

21. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к контекстному обучению математике. – М., 2014.

22. Егупова, М.В. О проверке прикладных умений школьников при проведении ОГЭ по математике // Наука и школа. – 2007. -№ 3. – С. 33-37.

23. Егупова, М.В. Подготовка учителя к использованию электронных образовательных ресурсов в практико-ориентированном обучении математике в школе // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». – 2014. – № 2. – С. 62-70.

24. Егупова, М.В. Практические приложения математики в школе: Учебное пособие для студентов педагогических вузов. – М.: Прометей, 2015.

25. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.

26. Ефремова Т.Ф. Новый словарь русского языка. Толково-словообразовательный. – М.: Русский язык, 2000.

27. Задачи с параметрами. Пособие для преподавателей, старшеклассников и абитуриентов /Под редакцией Г. В. Дорофеева. – Харьков: М: Илекса, Гимназия, 2008./

28. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика: учебник для 5 класса общеобразовательных учреждений 10-е издание. – М.: Мнемозина, 2010. – 270 с.

29. Использование контекстных заданий при обучении математике с целью развития математической грамотности школьников [Электронный ресурс]. – URL: http://collegy.ucoz.ru/publ/39-1-0-16692 (дата обращения: 25.02.18).

30. Калмыкова, З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. – М. : Педагогика, 1981. – 200 с.

31. Каспржак, А.Г., Митрофанов, К.Г., Поливанова, К.Н., Соколова, О.В., Цукерман, Г.А. Почему наши школьники провалили тест PISA // Директор школы. – 2005. – № 4. – С. 4-13

32. Киякбаева А. Л. Необходимость использования контекстных задач в обучении математике // Молодой ученый. — 2015. — №19. — С. 9-11. — URL https://moluch.ru/archive/99/22150/ (дата обращения: 06.03.2018).

33. Когаловский С. Р. О ведущих планах обучения математики //Педагогика. – 2006. – №. 1. – С. 39-48.

34. Козлов, В.В., Кондаков, А.М. Фундаментальное ядро содержания общего образования. – М.: Просвещение, 2009. – 79 с.

35. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть 1. Математические задачи как средство обучения и развития обучающихся. – М.: Просвещение, 1977. –112 с.

36. Колягин, Ю.М., Пикан, В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. – 1985. – №6. - С.27-32.

37. Контекстные задачи: структура, уровни сложности и алгоритм их составления [Электронный ресурс]. – URL: http://festival.1september.ru/articles/642510/(дата обращения: 25.02.18).

38. Концепция развития российского математического образования // Министерство образования и науки Российской федерации. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.math.ru/conc/vers/conc-3003.pdf

39. Кудревич С.П. Формирование УУД школьников в процессе выполнения практико-ориентированных заданий по математике [Электронный ресурс] // URL: https://infourok.ru/avtorskaya_koncepciya_po_teme__formirovanie_uud_shkolnikov_v_processe_vypolneniya-327678.htm (Дата обращения: 5.12.2019)

40. Ларина Г. С. Анализ практических задач по математике: теоретическая модель и опыт применения на уроках //Вопросы образования. – 2016. – №. 3.

41. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни в обучении математике в основной школе: Международная перспектива. Дисс…канд. пед. наук. Москва, 2018. – 163 с. : ил.

42. Ларина, Г. С. Анализ практических задач по математике: теоретическая модель и опыт применения на уроках // Вопросы образования. – 2016. – № 3. – С. 151–168.

43. Ларина, Г.С. Практические задачи по математике в ЕГЭ и ОГЭ // Образование и общество. – 2015. – № 93(4) . – С. 30–34.

44. Маркова А.К. Психология обучения подростка. – М., 2015. (Резервы познавательных возможностей в среднем школьном возрасте: 16-26.)

45. Математика в экзаменационных вопросах и ответах. Справочник для учителей и абитуриентов / Под редакцией Л. И. Василюк, Л. В. Куваевой, Б. К. Галикевич. – Минск: Изд-во БелЭн, 2013.

46. Математика. Комментарий к урокам. Методика обучения. Авторы Рудницкая В.Н., Юдачева Т.В.. Издательский центр «Вентана-Граф» 2012г.

47. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении Текст. / А.М. Матюшкин. М.: Изд-во «Знание», 2015. 257 с.

48. Мельникова Е.Л. Проблемный урок, или Как открывать знания с учениками: Пособие для учителя. – М.: АПК и ППРО, 2002. – 168 с.

49. Менчинская Н.А. Проблемы обучения, воспитания и психического развития ребенка. Москва-Воронеж, 1998

50. Мехтизаде, З.М. Психологический анализ основных трудностей в усвоении учащимися V класса раздела о делимости чисел и операций с дробями [Текст] / З.М. Мехтизаде // Вопросы психологии обучения арифметики. Труды института психологии / Под ред. Н.А. Менчинской. – М.: Известия АПН РСФСР, 1955. – Выпуск 71. – С. 113-148.

51. Мирзоахмедов М. Методика обучения решению прикладных задач при углубленном изучении математики: дис. канд. пед. наук: 13.00.02. – Душанбе, 1989. – 125 с.

52. Печенкина Е.Н. Практико-ориентированные задачи на уроках математики в основной школе [Электронный ресурс] // URL: http://rudocs.exdat.com/docs/index-100680.html (Дата обращения: 10.04.2016).

53. Пивоваркин О. К. Общий прием решения задач как компонент познавательных универсальных учебных действий // Современная наука: актуальные проблемы и пути их решения. – 2015. – №5. – С. 115-117.

54. Пойа Д. Как решать задачу. Пособие для учителя. / Под ред. Ю.М.Гайдука. – М.: Учпедгиз, 1959. – 208 с.

55. Пойа Д. Математическое открытие / Д. Пойа. –М.: Наука, 1970.

56. Полат Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студентов вузов и системы повышения квалификации педагогических кадров. / Под ред. Е.С. Полат. – М.: «Академия», 2001. – 66 с.

57. Потапков А.Г. Эвристика, методология диалектика моделирования Текст. / А.Г. Потапков. Суздаль: Изд-во ВНИИСХ, 2013.

58. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е.С. Савинов]. – М.: Просвещение, 2011. – 342 с. – (Стандарты второго поколения).

59. Примерные программы по математике. – М.: Просвещение, 2010. – 67 с.

60. Приютко О.Н., Берник В.И. Практикоориентированные задачи в контексте изменения программ школьного курса математики [Электронный ресурс] // Практикоориентированные задачи в контексте изменения программ школьного курса математики. URL http://Matem/praktikoorientzadachi/izmen/progr/matematika (дата: обращения: 04.03.2019

61. Психология Текст.: словарь / Под общей ред. А.В. Петровского, М. Г. Ярошевского. 2-е изд. испр. и доп. М.: Политиздат, 2010. 494 с.

62. Пчёлко А. С. Хрестоматия по методике начальной арифметики. – Рипол Классик, 2013.

63. Радюк Н.А. Формирование элементов алгоритмической культуры учащихся при изучении математики в 5-6 классах Текст.: Автореф. дис.. канд. пед. наук / Н.А. Радюк. Минск, 2015. 21 с.

64. Раковер Б.Д. Алгоритмические аспекты в обучении математики (Алгебра и элементарные функции) Текст.: Автореф. дисс.. канд. пед. наук / Б.Д. Раковер. М., 1968. 20 с.

65. Распоряжение правительства РФ 1507-р от 7 сентября 2010. [Электронный ресурс]. – https://rg.ru/2011/01/14/plan-site-dok.html

66. Рейнгард И.А. Сборник задач по геометрии и тригонометрии с практическим содержанием. – М.: Учпедгиз, 1960. – 116 с.

67. Родионова О.Н. Подготовка будущих специалистов дошкольного образования к формированию элементов алгоритмической культуры у детей 5-6 лет Текст.: Автореф. дисс..канд. пед. наук / О.Н. Родионова. Краснодар, 2009.

68. Рубинштейн С.JI. Проблемы общей психологии Текст. / С.JT. Рубинштейн. М.: Изд-во «Педагогика», 2016. 417 с.

69. Рудницкая В.Н., Юдачева Т.В. Математика: 4 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: в двух частях – 2-е изд., испр. и доп. – М.: «Вентана-Граф», 2013.

70. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы/ Под редакцией Л. В. Кузнецовой, Е. А. Бунимович, Б. П. Пигарева, С. Б. Суворовой. – Москва: Изд-во Дрофа, 2002./

71. Сизова М.Н. Обобщенный способ рассуждения при решении математической задачи как вариант постановки и решения учебной задачи // Молодой ученый. – 2016. – №5–6 (109). –С. 88–90.

72. Системный анализ процесса мышления / Под ред. К.В. Судакова, АМН СССР. – М. : Медицина, 1989. – 336 с.

73. Скаткин М.Н. /Совершенствование процесса обучения//Методическое пособие – М.: 1971.

74. Скворцова Л.И. Мир и образование. – М: Оникс, 2007. – 120 с.

75. Смирнова И.М. Педагогика геометрии. – М.: Прометей, 2004. – 336 с.

76. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрические задачи с практическим содержанием. – М.: МЦНМО, 2010. – 136 с.

77. Смирнова, А.А. Организация повторения при подготовке к аттестации в новом формате / А.А. Смирнова, Е.Ю. Лукичёва, А.Н. Тернопол // Математика в школе. – 2010. – № 3. – С. 34–41.

78. Соболева Г.В., Тактарова И.С., Садыкова И.А. Познавательные универсальные учебные действия [Электронный ресурс] // URL: http://sgls.admsurgut.ru/win/download/1747/ (Дата обращения: 15.03.2016)

79. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2015 году основного государственного экзамена по математике. – ФИПИ, 2015. – 12 с.

80. Стандарты второго поколения: Примерные программы по учебным предметам. Математика 5–9 классы. – М. : Просвещение, 2011.

81. Степанова О.В. Формирование познавательных универсальных учебных действий средствами игры // Приоритетные научные направления: от теории к практике. – 2016. – №21. – С. 42-47.

82. Страусс, А., Корбин, Дж. Основы качественного исследования: обоснованная теория, процедуры и техники / Пер. с англ. и послесловие Т. С. Васильевой. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 256 с.

83. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология: Учебн. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология. – М.: Академия, 2011. – 288 с.

84. Терешин, Н.А. Контекстная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.

85. Терешин, Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя. – М.: Просвещение,1990. – 96 с.

86. Титова Е. И., Чапрасова А. В. Различные трактовки понятия «задача» и методика их решения // Молодой ученый. – 2014. – №6. – с. 760-762.

87. Туркина, В.М. Методический аспект проблемы преемственности в развивающем обучении школьников математике / В.М. Туркина // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2003. – № 6 (том 3). – С. 249–258.

88. Тюменева, Ю.А. Задания на «перенос» знаний: теория и практика // Математика в школе. – 2014. – №10. – С. 3-9.

89. Тюменева, Ю.А. Источники ошибок при выполнении «обыденных» математических заданий // Вопросы психологии. – 2015. – №2. – С. 21-31.

90. Тюменева, Ю.А., Александрова, Е.И., Шашкина, М.Б. Почему для российских школьников некоторые задания PISA оказываются труднее, чем для их зарубежных сверстников: экспериментальное исследование // Психология обучения. – 2015. – № 7. – С. 5-23.

91. Тюменева, Ю.А., Гончарова, М.В. Следуя шаблону: перенос навыка моделирования на нетипичные задачи // Экспериментальная психология. – 2016. – Т.9. – №1. С.69-81.

92. Узорова О.В. итоговые тесты по математике: 4кл./ О.В. Узорова, Е.А. Нефедова. – М.: АСТ: Астрель, 2009. – 94с

93. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Серия «Стандарты второго поколения». -М.: Просвещение, 2014. – 48 с.

94. Фирсов В.В. Методика обучения математике как научная дисциплина // Полином. – 2009. – № 1. – с. 59-67. – URL: http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-1.pdf (19.01.2018)

95. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.В. Володарская, О.А. Карабанова, Н.Г. Салмина, С.В. Молчанов. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2011. – 159 с. – (Стандарты второго поколения).

96. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: пособие для обучающихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – М.: Просвещение, 1984.

97. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. – М.: Педагогика, 1977. – 236 с.

98. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике. – М.: Либроком, 2009. – 248 с.

99. Фундаментальное ядро содержания общего образовании. – М. : Просвещение, 2014. – (Стандарты второго поколения).

100. Хаймина, Л.Э. Задачи контекстной направленности в обучении математике: учебно-методическая разработка для учителей школ и студентов

математического факультета. – Архангельск: Помор. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, 2000. – 47 с.

101. Цукарь А.Я. Самостоятельная работа обучающихся по решению и составлению задач как средство повышения качества знаний по математике (на материале геометрии) Текст.: Дисс..канд. пед. наук / А.Я. Цукарь. М., 2014. 264 с.

102. Цукерман Г. А., Ермакова И. В. Развивающие эффекты системы ДБ Эльконина–ВВ Давыдова //Психологическая наука и образование. – 2003. – №. 4. – С. 56-73.

103. Чекин А. Математический взгляд на актуальные проблемы методики обучения математике в начальной школе. – М.:МПГУ, 2018

104. Чуланова Н.А., Черняева Т.Н. Нормативный контекст определения «познавательные универсальные учебные действия» // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – №6. – С. 179-186.

105. Чуракова Р.Г., Захарова О.А. Научим ли мы плавать без воды? // Методист. – 2005. – №5. – С. 15-18. Планируемые результаты начального общего образования / под ред. Г.С. Ковалёвой, О.Б. Логиновой. – М. : Просвещение, 2009. – 120 с.

106. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

107. Шапиро, И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.

108. Шапиро, И.М. Прикладная и практическая направленность обучения математике в средней общеобразовательной школе // Педагог: Наука, технология, практика. – 1998. – №2. – С. 72-75.

109. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Математика: задачи на смекалку Текст.: учебное пособие для 5-6 классов / И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин. М.: Изд-во «Просвещение», 2015.

110. Шашкова Т.А. Методические особенности реализации прикладной направленности курса математики основной школы: дисс.... канд. пед. наук. / Т.А. Шашкова – М., 2005. – 150 с..

111. Шевкин А.В. Как не надо обновлять тематику школьных задач. // Математика в школе, 1995. №2. – С.51–53.

112. Шелехова, Л.В. Персонологическая стратегия математического образования будущего учителя: дисс.... д-ра пед. наук. / Л.В. Шелехова – Нижний Новгород, 2012.– 325 с..

113. Шеренцова О.М. Обучение поиску способа решения геометрических задач обучающихся основной школы Текст.: Дисс..канд. пед. наук. Киров, 2014. С. 237.

114. Школьный гид [Электронный ресурс]: официальный сайт/URL:http://www.schoolguide.ru/index.php/progs/school-russia.html.

115. Штейнгауз В.Г. Математический калейдоскоп. – М.: Бюро «Квантум», 2005.

116. Энциклопедический словарь юного математика. – М.: Педагогика, 1985

117. Эрентраут Е.Н. Практико-ориентированные задачи как средство реализации контекстной направленности курса математики в профильных школах: дисс. канд. пед. наук. / Е.Н. Эрентраут – Екатеринбург, 2005. – 158 с.

118. Яглом И.М. Математика и реальный мир. – М., Серия «Знание» 1978. – 64 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1