

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра фундаментальной математики и механики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК
И ПРОВЕРЕНО НА ОБЪЕМ
ЗАИМСТВОВАНИЯ
Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., доцент
Татосов А.В.
2018 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ КАРТ С УЧЁТОМ
ТЕКТОНИЧЕСКИХ НАРУШЕНИЙ

01.04.01 Математика

Магистерская программа «Математическое моделирование»

Выполнил работу
Студент 2 курса
Очной формы обучения


(Подпись)

Еремеев
Артем
Алексеевич

Руководитель работы
(д.ф.-м.н.
профессор)


(Подпись)

Латфуллин
Тагир
Гумерович

Рецензент
(к.т.н., директор
ООО НПФ «ИНФОТЕХ»)

(Подпись) 

Колесников
Сергей
Павлович

Тюмень, 2018

Оглавление

Введение	3
Глава 1.Современные методы компьютерногокартопостроения.	4
Введение	4
Кригинг	5
Метод Шепарда	10
LocalB-spline	11
Сравнение методов картопостроения.....	15
Глава 2. Алгоритмизация метода учета разломов.	17
Введение	17
Обоснование сеточной области	18
Аппроксимация разломов	21
Измельчение грида	23
Выделение разломных блоков	23
Гладкая склейка.....	25
Заключение	26
Список литературы	27

Введение

Диссертационная работа посвящена разработке метода картопостроения с учетом тектонических нарушений на основе существующих алгоритмов восстановления карт геолого-геофизических параметров. Структурно работа представлена в двух частях, заключении и списке литературы.

В первой главе рассмотрены наиболее часто используемые методы построения карт, заключающихся в пересчете исходных данных на равномерную сетку. Произведены сравнения описанных методов посредством оценки качества построенных карт, скорости алгоритма и его сложности. Особое внимание уделяется интерполяционному методу, основанному на кубических сплайнах, известный в англоязычной литературе как Local B-spline. Фактически первая глава посвящена обзору современной литературы.

Вторая глава непосредственно затрагивает учёт тектонических нарушений при моделировании поверхностей или карт параметров. Вводятся задачи о дискретизации разломных нарушений, выделении разломных блоков, согласованности данных на границах разломных блоков.

Глава 1. Современные методы компьютерного картопостроения.

Введение

Построение карт относится к проблеме восстановлению непрерывного поля параметра по неравномерно распределенным данным. Эта задача имеет прикладную ценность во многих областях науки и техники, где данные часто измеряются или генерируются на произвольных точках.

С позиции соответствия наблюдаемых значений модельным величинам существующие методы решения задачи картопостроения можно разделить на два класса - интерполяционные и аппроксимационные. Интерполяционные алгоритмы обеспечивают теоретически точное восстановление картируемого параметра в точках наблюдения. Аппроксимационные методы (иногда они называются сглаживающими) изначально допускают наличие некоторой погрешности в экспериментальных данных. В дальнейшем мы будем предполагать, что в исходных величинах отсутствуют или учтены погрешности измерения.

Исходными данными, для построения карт, служат неравномерно распределенные данные. Например, неоднородные измерения физических величин собираются в геологии, метеорологии, океанографии, картографии и горной промышленности; сбор данных, полученных в результате эксперимента, происходит в химии, физике и технике; неравномерно распределенные вычислительные значения возникают в результате решений систем уравнений в численном виде, а так же различных приложениях компьютерной графики.

В частности, при описании месторождений нефти и газа, строят геологические модели, описывающие свойства геологических пластов, поведение их различных параметров. Самый наглядный параметр представления таких моделей - построение карт.

Полученные карты используются для подсчета запасов, визуализации и непосредственно гидродинамического моделирования. Входными данными

для построения карт служат скважинные данные, линии разломов, контура и изогипсы.

При интерполяции поверхностей важно, насколько точки исходных данных должны влиять на поверхность в области их расположения (т.е. локально) и как это влияние должно распространяться на удаленные участки поверхности (глобально). Области, не содержащие исходных данных, должны получить значения в результате экстраполяции, результат которой отражал бы общие закономерности изменения поверхности (тренды).

В данной работе будет проведён обзор наиболее известных групп методов интерполяции: частный случай метода обратных расстояний (Метод Шепарда), интерполяция кубическими сплайнами LocalB-spline и простой кригинг.

Кригинг

Кригинг является одним из основным методов, позволяющем восстановить поля параметра. В его основе лежит идея из теории вероятностей, а искомая поверхность опирается на ряд коэффициентов, которые находятся из условия минимума дисперсии построенной функции от известных данных.

Постановка задачи.

Допустим, нам даны точки x_1, \dots, x_n и в этих точках известны значения некоторой функции: $f_1 = f(x_1), \dots, f_n = f(x_n)$, причём сама функция f нам неизвестна. Требуется построить интерполяционную функцию f' , являющуюся оценкой неизвестной функции f .

Кригинг как и другие классические методы интерполяции, основан на вычислении для каждой нужной нам точки x весов $\lambda_1(x), \dots, \lambda_n(x)$ и взятии линейной комбинации значений в неизвестных точках с этими весами:

$$f' = \sum_{i=1}^n \lambda_i(x) * f(x_i) \quad (1)$$

Кригинг линейный метод, это значит, что для вычисления коэффициентов $\lambda_1(x), \dots, \lambda_n(x)$ значения f_1, \dots, f_n не используются; используется положение точек x_1, \dots, x_n и модель случайного процесса (вариограмма). Однако, если для построения вариограммы использовать величины f_1, \dots, f_n , то результат интерполяции будет нелинейно зависеть от этих величин.

В методе кригинга предполагается, что функция f это некоторый случайный процесс. Соответственно, $f_i = f(x_i)$ -случайные величины. Тогда их линейная комбинация $f'(x)$ тоже является случайной величиной.

Коэффициенты $\lambda_i(x)$ вычисляются так, чтобы математическое ожидание результирующей величины $f'(x)$ было равно значению случайного процесса в этой точке, а дисперсия разности $f'(x) - f(x)$ была минимальной:

$$E(f'(x)) = E(f(x)), D(f'(x) - f(x)) \rightarrow \min(2)$$

Такой подход называется оптимальным линейным предсказанием.

Для выполнения предсказания метод кригинга должен иметь некоторые знания о случайном процессе f (обладать моделью случайного процесса). В качестве модели используется функция $d(a, b)$ характеризующая зависимость ожидаемого различия между значениями процесса в некоторых точках a и b от расположения этих точек. Мерой ожидаемого различия является условная дисперсия разности значений:

$$d(a, b) = D(f(a) - f(b))(3)$$

Функция d называется вариограммой случайного процесса. Предположим, что нам известна вариограмма d . Тогда значения весов $\lambda_i(x)$ определяются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1(x) \\ \vdots \\ \lambda_n(x) \\ \mu(x) \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} d(x_1, x) \\ \vdots \\ d(x_n, x) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Где A^{-1}

$$\begin{pmatrix} d(x_1, x_1) & \dots & d(x_1, x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ d(x_n, x_1) & \dots & d(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Вариограмма стационарного и изотропного случайного процесса является функцией одной переменной – расстояния между точками:

$$d(a, b) = v(\rho) = D(\mathbf{f}(\mathbf{a}) - \mathbf{f}(\mathbf{b})) \quad (6)$$

Саму вариограмму $v(\rho)$ можно построить на основе анализа имеющихся исходных данных. Из стационарности процесса следует, что разность $\mathbf{f}(\mathbf{a}) - \mathbf{f}(\mathbf{b})$ имеет нулевое математическое ожидание. Дисперсия случайной величины, имеющей нулевое математическое ожидание это квадрат математического ожидания этой величины:

$$v(\rho) = E ((\mathbf{f}(\mathbf{a}) - \mathbf{f}(\mathbf{b}))^2) \quad (7)$$

Математическое ожидание, можно оценить средним арифметическим имеющихся реализаций случайной величины, но так как дисперсия зависит от расстояния между точками, то в качестве оценки мат. ожидания выступает не число, а некоторая кривая, которая представляет собой зависимость среднего арифметического от расстояния.

Рассмотрим реализации случайной величины $(\mathbf{f}(\mathbf{a}) - \mathbf{f}(\mathbf{b}))^2$. В качестве точек a и b можно взять всевозможные пары $x_i, x_j, 1 \leq i \leq j \leq n$ имеющихся точек с известными значениями.

Перебирая всевозможные пары точек для каждой пары, вычисляем расстояние $\rho = |x_i - x_j|$ и квадрат разности имеющихся значений в этих точках:

$$v = (f_i - f_j)^2 \quad (8)$$

Откладываем на графике точку (ρ, v) и переходим к следующей паре имеющихся точек. В итоге получим облако точек:

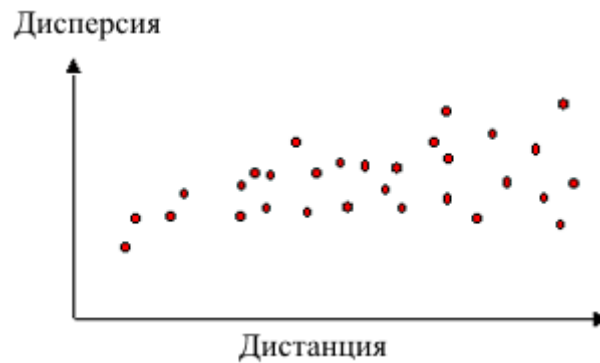


Рис. 1 Точки построения вариограммы

Теперь по этим точкам строим плавную кривую:

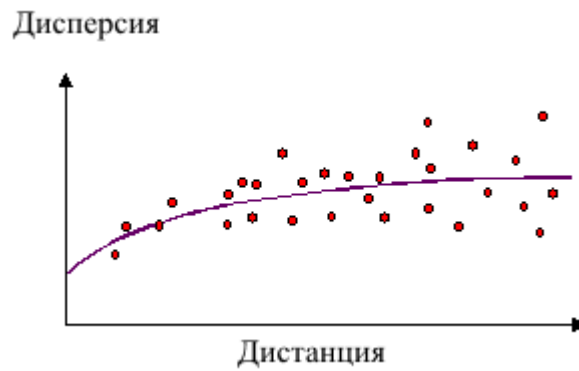


Рис. 2 Экспериментальная вариограмма

Эту кривую и используем в качестве функции $d(a, b) = v(|a - b|)$ в формулах (4)-(5).

В качестве дополнения к методу рассмотрим некоторые модели вариограмм



Рисунок 3. Модели вариограмм.

Величину, на которой вариограмма выходит на постоянное значение называют рангом вариограммы и обозначим его за g . А величину постоянной дисперсии назовём плато. Далее будем предполагать, что значение плато равно 1, то есть исходные данные нормированы. Итак, вариограммная модель есть функция, переменной которой является расстояние d , а параметрами является вычисление этого расстояния. Скалярное расстояние вычисляется через разложение d на три компоненты, две горизонтальных (d_x, d_y) и согласованное со стратиграфической сеткой вертикальное (d_z).

$$d = \sqrt{\left(\frac{d_z}{a_z}\right)^2 + \left(\frac{d_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{d_y}{a_y}\right)^2} \quad (9)$$

Где a_x, a_y, a_z -параметры масштаба расстояния.

Эффект самородка

$$v = \begin{cases} 0, & d = 0 \\ 1, & d > 0 \end{cases}$$

Сферическая модель

$$v = \begin{cases} |1,5d - 0,5d^3|, & d \leq 1 \\ 1, & d \geq 1 \end{cases}$$

Экспоненциальная модель

$$v = 1 - e^{-d}$$

Гауссова модель

$$v = 1 - e^{-d^2}$$

Модель эффекта ямы

$$v = 1 - \cos(\pi d)$$

Модель затухающего эффекта ямы

$$v = 1 - e^{\frac{-d \cdot a}{h}} \cos(\pi a)$$

Метод Шепарда

Подобно методу кригинга, метод Шепарда основывается на формуле (1) для вычисления значений искомой функции. Отличается метод расчета коэффициентов. В отличие от кригинга, метод не имеет дополнительных параметров настройки в виде вариограммной модели.

Коэффициенты λ_i определяются из формулы (10)

$$\lambda_i = \frac{d_i^2}{\sum_{i=1}^n d_i^2} (10)$$

где d_i^2 – расстояние от точки $f(x_i)$ до вычисляемого значения в узле решетки.

Такой подход имеет вполне очевидный смысл - более удаленные точки в меньшей степени определяют значение в расчетной точке и наоборот.

Local B-spline

В отличие от алгоритмов, описанных выше Local B-spline не работает со значениями в узлах сетки, а создает гладкое, параметрическое представление поверхности во всей области моделирования.

Постановка задачи.

Пусть $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x < m, 0 \leq y < n\}$ - прямоугольная область в плоскости xOy . Рассмотрим множество точек $P = \{x_c, y_c, z_c\} \in \mathbb{R}^3$, где $(x_c, y_c) \in \Omega$. Чтобы аппроксимировать данные P , введем интерполяционную функцию f как однородную бикубическую сплайн-функцию, определяемую контрольной решеткой Φ , наложенной на область Ω . Без ограничения общности будем считать, что Φ решетка размерности $(m + 3) \times (n + 3)$, охватывающая Ω (Ошибка! Неизвестный аргумент ключа.).

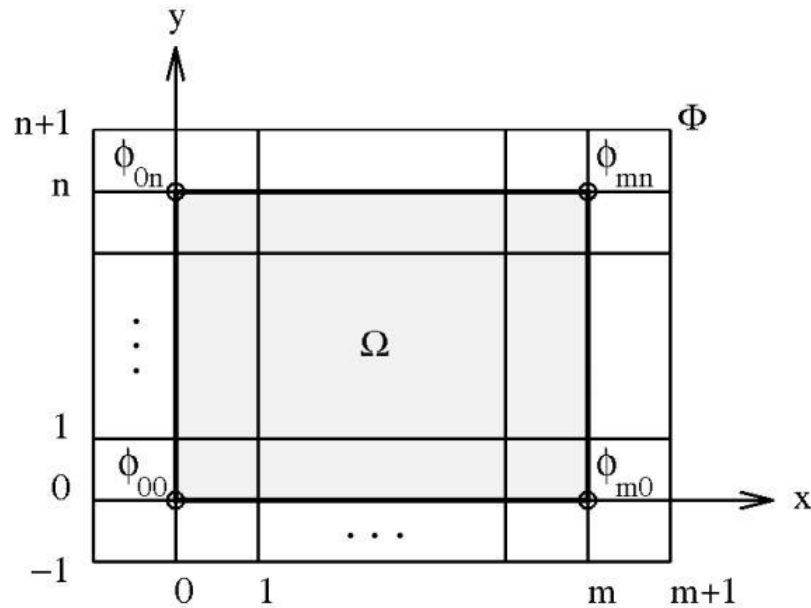


Рис. 3 Область построения

Пусть ϕ_{ij} - значение ij - музле контрольной решетки Φ , расположенной в точке (i, j) для $i = -1, \dots, m + 1$ и $j = -1, \dots, n + 1$. Функция f определяется через узлы контрольной решетки следующим образом:

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(s) B_l(t) \phi_{(i+k)(j+l)} \quad (11)$$

Где $i = [x] - 1, j = [y] - 1, s = x - [x], y = y - [y]$. B_k и B_l представляют собой однородную кубическую сплайн функцию, определенную как:

$$B_0(t) = \frac{(1-t)^3}{6}$$

$$B_1(t) = \frac{3t^3 - 6t^2 + 4}{6}$$

$$B_2(t) = \frac{-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1}{6}$$

$$B_3(t) = \frac{t^3}{6}$$

где $0 \leq t < 1$. Они служат для взвешивания вклада каждой контрольной точки в $f(x, y)$ на основе ее расстояния до (x, y) .

Получение функции f сводится к нахождению значений в узлах контрольных решетки Φ , которые наилучшим образом аппроксимируют данные P .

Чтобы определить значения в узлах контрольной решетки Φ , сначала рассмотрим одну точку данных $(x_c, y_c, z_c) \in P$. Из (11) известно, что значение функции $f(x_c, y_c)$ определяется шестнадцатью контрольными точками в окрестности (x_c, y_c) . Без ограничения общности можно считать, что $1 \leq x_c, y_c < 2$. Тогда контрольные точки ϕ_{kl} , для $k, l = 0, 1, 2, 3$, определяют значение f в (x_c, y_c) . Для функции f со значением z_c в (x_c, y_c) контрольные точки ϕ_{kl} должны удовлетворять следующему условию:

$$z_c = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 w_{kl} \phi_{kl} \quad (12)$$

Где $w_{kl} = B_k(s)B_l(t)$ и $s = x_c - 1, t = y_c - 1$

Существует множество значений ϕ_{kl} , удовлетворяющих (12). Выберем одну из последовательностей, минимизирующую функционал

вида $\sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 \phi_{kl}$. Это сводит к минимуму отклонение f от нуля над областью Ω . Это свойство окажется полезным, когда мы применим В-сплайн-интерполяцию к иерархии управляющих решеток в главе 2. Разрешая систему (12) относительно ϕ_{kl} получим:

$$\phi_{kl} = \frac{w_{kl} z_c}{\sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 w_{ab}^2} \quad (13)$$

В этом решении контрольные точки вблизи (x_c, y_c) получают большие имеют больший вес, так как связаны с большим w_{kl} . Полученная функция f имеет значение z_c в (x_c, y_c) и плавно сглаживается. Теперь рассмотрим все точки из P . Каждая точка из (13) используется для определения набора 4×4 контрольных точек в своей окрестности. Контрольные узлы сетки для точек, расположенных в непосредственно близости друг от друга могут пересекаться. На рисунке **Ошибка! Неизвестный аргумент ключа.** изображены две такие точки данных, p_1 и p_2 . Они могут задавать разные значения нескольким общим контрольным точкам. В общем случае мы разрешаем множественные присвоения контрольной точке ϕ , рассматривая точки в своей окрестности 4×4 (рис.2б). Только эти точки могут влиять на значение ϕ (13). Этот набор точек мы называем окрестным набором точек ϕ .

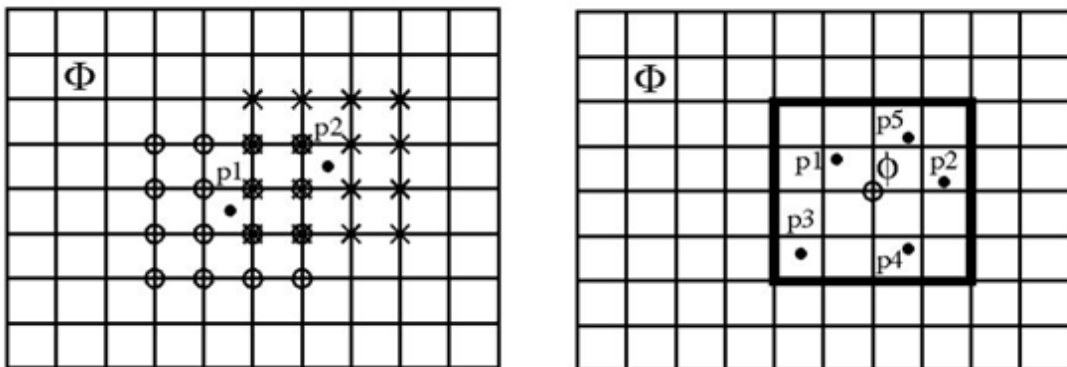


Рис. 4 Взаимоотношения между контрольными точками и исходными данными

Пусть P_{ij} - окрестным набором точек контрольной точки ϕ_{ij} такой, что

$$P_{ij} = \{(x_c, y_c, z_c) \in P | i - 2 \leq x_c < i + 2, j - 2 \leq j + 2\}$$

Для каждой точки (x_c, y_c, z_c) из P_{ij} зададим ϕ_{ij} различные значения ϕ_c

$$\phi_c = \frac{w_c z_c}{\sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 w_{ab}^2} \quad (14)$$

Где $w_c = w_{kl} = B_k(s)B_l(t)$, $k = i + 1 - [x_c]$, $l = j + 1 - [y_c]$, $s = x_c - [x_c]$, $t = y_c - [y_c]$.

Чтобы согласовать различные значения, ϕ_{ij} выбирается таким образом, чтобы минимизировать ошибку $e(\phi_{ij}) = \sum_c (w_c \phi_{ij} - w_c \phi_c)^2$. Член $(w_c \phi_{ij} - w_c \phi_c)$ - разность между реальным и ожидаемым вкладами функции ϕ_{ij} в функцию f при (x_c, y_c) . Другими словами, это ошибка аппроксимации ϕ_{ij} , предполагающая, что другие контрольные точки, окружающие (x_c, y_c, z_c) , имеют свои значения, определяемые (13), используя эту точку данных. Дифференцируя ошибку $e(\phi_{ij})$ по отношению к ϕ_{ij} , получим

$$\phi_{ij} = \frac{\sum_c w_c^2 \phi_c}{\sum_c w_c^2} \quad (15)$$

Окрестный набор точек P_{ij} представляет собой множество точек P , в которых контрольная точка ϕ_{ij} влияет на функцию f . Когда P_{ij} влияет несколько точек, (15) предоставляет собой минимальное, в смысле среднеквадратичного, решение для ϕ_{ij} , которое минимизирующее ошибку локальной аппроксимации. Когда P_{ij} влияет только на одну точку, (15) сводится к (13), не содержа аппроксимационной ошибки. Однако, когда P_{ij} не содержит точек, ϕ_{ij} не влияет на $f(x_c, y_c)$. для любой точки данных (x_c, y_c, z_c) из P . Это означает, что ϕ_{ij} может быть присвоено любое произвольное значение, такое как нуль или среднее значение z_c , не влияя на погрешность аппроксимации. В этом случае мы присваиваем нулю ϕ_{ij} , чтобы функция f стремилась к нулю в своей окрестности.

Сравнение методов картопостроения

Рассмотрев главные методы интерполяции, можно смело сказать, что эффективность какого-либо метода будет зависеть лишь при верном выборе, в соответствии с имеющимися данными и анализе поставленной задачи.

Возвращаясь к поставленной задаче, необходимо отметить, что представленные методы восстанавливают поверхность используя все имеющиеся данные (кригинг, метод Шепарда), так и информацию расположенную в некотором радиусе от узла (LocalB-spline, метод Шепарда).

Выделим плюсы и минусы алгоритмов:

метод Шепарда:

Плюсы

- Простота реализации
- Отсутствие параметров настройки
- Работа с неравномерными сетками

Минусы

- Низкая скорость работы на больших объемах данных: вычисление интерполянта имеет трудоемкость $O(N)$.
- Алгоритм придает слишком много веса удаленным узлам. Их суммарный вес может оказаться больше, чем вес узлов, расположенных рядом с точкой интерполяции. Это особенно выражено в пространствах высокой размерности
- Глобальность интерполяции сама по себе является проблемой, т.к. интерполянт становится более чувствителен даже к далеким выбросам.

Кригинг:

Одновременно достоинством и недостатком является учет анизотропии. Выбор аналитического приближения вариограмм может оказать влияние на результирующие оценки, что ведет к снижению прогностических свойств метода. Существенная проблема в использовании крайгинга заключается в том, что для построения кроссвариограмм необходимо

наличие множества точек, в которых измерены оба параметра, участвующие в построении.

Сплайн-интерполяция:

К плюсам сплайн интерполяции стоит отнести представление функции как гладкой параметрической поверхности. Так же каждая точка, определяется 16 узлами контрольной решетки, что влечет за собой локальность изменений.

В качестве дополнительных оценок указанные методы были реализованы на языке программирования С#. Оценка в скорости работы для различных типов данных приведена в

Таблица 1 Характеристика исходных данных

Набор данных	Характеристика исходных данных			
	Число точек	Число линий	Число поверхностей	Эквивалентное число точек
Кривая	-	41	-	5341
Точка	222	-	-	222
Поверхность	-	-	1	292985
Кривые+ точки	222	41	-	5563
Кривая+	-	261	-	50724
Точка+	40890	-	-	40890
Кривые+точки +	40890	261	-	91614

Таблица 2 Сопоставление времени расчета

Набор данных	Время расчета, с		
	Local B-Spline	Кригинг	Шепард
Кривая	0,78	10,47	1,68
Точка	0,10	9,31	0,5
Поверхность	1,60	12,66	5,9
Кривые+ точки	0,10	10,6	2,1
Кривая+	1,34	12,86	4,3
Точка+	0,94	11,52	2,35
Кривые+ точки+	1,72	13,81	3,59

Глава 2. Алгоритмизация метода учета разломов.

Введение

Необходимым требованием при создании методов, предназначенных для построения карт в рамках решения геологических задач, является возможность описывать поверхности, содержащие дизъюнктивные нарушения.

В первую очередь тектонические процессы влияют на геометрию распространения границ геологических тел, а так же на закономерность распределения разнообразных параметров, характеризующих их.

Учет нарушения гладкости восстанавливаемой поверхности существенно усложняет возможные подходы к постановке задачи. Наличие надвиговых смещений приводит к многозначности восстанавливаемой функции, что требует кардинального изменения в базовых составляющих применяемых методов, например, в представлении функций в виде сеток - гридов.

Глобальные методы картопостроения, например кригинг, в своей основе учитывают взаимосвязь между фактическими данным в зависимости от расстоянием между ними. Поэтому применение методов такого рода к задаче без соответствующих модификаций невозможно.

Естественным улучшением методов может быть пересчет дистанции между известными значениями. На эффективность такого подхода существенное влияние оказывает количество фактических данных, а также объем и сложность сетки разломов вследствие достаточно больших вычислительных затрат, реализующих алгоритмы соответствующего "топологического" анализа.

Следует также заметить, что использование чисто геометрического подхода к учету влияния разломов в определенном смысле является искусственным приемом и слабо согласуется с физическими идеями, реализуемыми в методах картопостроения.

Обоснование сеточной области

Построение расчётной сетки является первым шагом при моделировании поверхности. От выбора сетки зависит детализация и точность полученных карт. Естественным желанием было бы представление сетки с минимальным расстоянием между узлами, для получения наиболее детального описания картируемой поверхности. Зачастую излишняя детализация не является необходимым элементом. Вдобавок накладываются ограничения интерполянтов, увеличение числа узлов сетки ведет за собой увеличение времени алгоритма.

Рассматривая множество сеток, выделим два класса: структурированные и неструктурируемые сетки.

Неструктурированные сетки представляют собой плоскость, разбитую на простые фигуры, такие как треугольники или тетраэдры, чаще всего с неравномерным расстоянием между узлами.

Сетки такого рода позволяют точно описать геометрию сложных тел, которыми являются разломы.

Структурированные сетки представляют собой упорядоченное множество сеточных узлов, расположенных на одинаковом (регулярные сетки) или произвольном (нерегулярные сетки) расстоянии.

Использование сеток такого типа, относительно неструктурированных, позволяет уменьшить время расчета и необходимый объём памяти.

Несмотря на тот факт, что неструктурированные сетки наилучшим образом описывают разломы, необходимость хранения графа расстояний между узлами, значительно повышает время исполнения алгоритма.

В задачах с разрывными решениями расчетная область характеризуется наличием разномасштабных элементов сложной неоднородной структуры. Достаточно большие зоны имеют малые или умеренные градиенты параметров решения.

Для получения достоверного численного решения задач такого типа необходимо использовать расчетные сетки с малыми пространственными шагами. Вычислительные затраты при этом становятся столь значительными, что из-за ограничений вычислительной техники не всегда удается получить достаточно точное решение задач. В подобных случаях становится желательным применение динамически адаптивных сеток, позволяющих использование малых пространственных шагов сетки, где это необходимо, для соблюдения жестких требований к численным методам, но при этом сохраняя умеренные требования к вычислительной технике.

Постановка задачи

В простейшем виде восстановление поверхности только по наблюдаемым значением определяется из минимума функционала вида:

$$F = \sum_{i=1}^N (f_i - z_i)^2 + \sum \rho S$$

$$\sum \rho S = \rho_c S_c + \rho_s S_s + \rho_v S_v$$

$$S_c = \int_{\Omega} (f_{xx}^2 + f_{yx}^2 + f_{yy}^2) dx dy \quad S_s = \int_{\Omega} (f_x^2 + f_y^2) dx dy \quad S_v = \int_{\Omega} (F) dx dy$$

Где S_c, S_s, S_v - стабилизаторы, минимизирующие кривизну, поверхность и значение искомой функции. ρ_c, ρ_s, ρ_v - весовые коэффициенты, определяемые типом восстанавливаемого параметра. Обоснование использования каждого из этих стабилизаторов напрямую не относится к теме данной работы, поэтому в общем случае будем предполагать отсутствие дополнительных модификаторов.

Предположим, что задан набор разломов $\{\Gamma_k\}$, где каждый разлом является непрерывной плоской кривой $\{\Gamma_k\}: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$. Предположим также, что $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ некоторая функция, гладкая в любой окрестности \mathbb{R}^2 , и имеющая разрывы по разломам. Представим множество значений функции f как множество вида $\{(p_l, z_l)\} \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$, где $f(p_l) = z_l$.

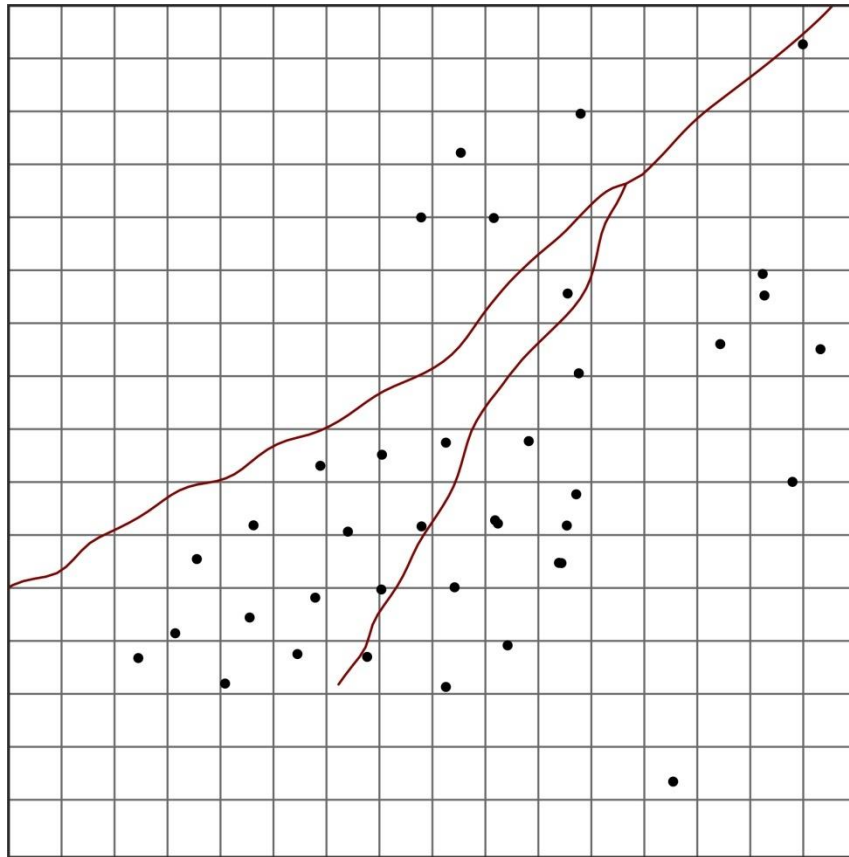


Рис. 5 Область построения.

(Точками обозначены исходные данные, кривые обозначают разломы)

Учитывая только разломы и множество $\{(p_l, z_l)\}$ целью является аппроксимация сеточной функции g , определённой на структурированной регулярной сетке в R^2 .

Метод, описанный в этой работе, может быть применен к любой прямоугольной сетке (и с некоторыми ограничениями - любому подмножеству такой сетки), но для упрощения изложения и обозначения будем считать, что сетка имеет вид:

$$\Omega = \{I = (i, j) : 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$$

Выпуклая область Ω представляет собой прямоугольную область $[1, m] \times [1, n] \subset R^2$. Цель состоит в том, чтобы найти функцию $g: \Omega \rightarrow R$, которая обладает свойствами:

1. Ошибка $|f(I) - g(I)|$ мала для каждого $I \in \Omega$
2. g является гладкой в множестве узлов, не содержащей разломов.

Аппроксимация разломов

В основе обработки разломов лежит идея аппроксимации непрерывных кривых. Отрезки, аппроксимирующие разломы, будем называть разломными сегментами

Сегмент разлома представляет собой отрезок, параллельный либо оси x , либо y , начиная с центра одной ячейки и заканчивающейся в центре соседней ячейки. Очевидно, что непрерывные кривые, определяющие разломы, аппроксимируются непрерывными разломными сегментами.

В общем случае, сегмент не является одной непрерывной кривой, и может иметь древовидную структуру. В центре ячейки могут встречаться более двух разломных сегментов.

В общем виде аппроксимация кривой отрезками, проходящими через известные точки имеет вид:

$$F(a_1, \dots, a_N, b_1, \dots, b_N, u_1, \dots, u_{N-1}) = \sum_{i=1}^N \int_{u_{i-1}}^{u_i} (f(x) - a_i - b_i x) dx$$

Где коэффициенты a_i, b_i подбираются из условия минимизации функционала.

При аппроксимации разломов способом, описанным выше задача упрощается, т.к поиск коэффициентов a_i, b_i не имеет смысла и минимизация функционала зависит лишь от обхода кривой.

В общем виде задача аппроксимации кривой отрезками ставиться следующим образом:

Пусть $\{\Gamma_k\}$ кривая, определяющая разлом, задана как некоторая функция $f_k(y, x) = 0$. Тогда её представление в виде отрезков параллельных осям x, y сводиться к задаче минимизации функционала вида:

$$F = \sum_{i,j}^N \min(I_2 F_1, I_1 F_2, I_4 F_3, I_3 F_4) (16)$$

Где F_i представляют собой функционалы вида, N - количество ячеек, в которые попал разлом, I_i весовые функции, не позволяющие алгоритму возвращаться в ранее посещенные узлы.

$$F_1 \left(u_{i+\frac{1}{2},j}, u_{i-\frac{1}{2},j} \right) = \int_{u_{i-\frac{1}{2},j}}^{u_{i+\frac{1}{2},j}} (f_k(x, y) - x)^2 dx$$

$$F_2 \left(u_{i-\frac{1}{2},j}, u_{i+\frac{1}{2},j} \right) = \int_{u_{i+\frac{1}{2},j}}^{u_{i-\frac{1}{2},j}} (f_k(x, y) - x)^2 dx$$

$$F_3 \left(u_{i,j+\frac{1}{2}}, u_{i,j-\frac{1}{2}} \right) = \int_{u_{i,j-\frac{1}{2}}}^{u_{i,j+\frac{1}{2}}} (f_k(x, y) - y)^2 dy$$

$$F_4 \left(u_{i,j+\frac{1}{2}}, u_{i,j-\frac{1}{2}} \right) = \int_{u_{i,j-\frac{1}{2}}}^{u_{i,j+\frac{1}{2}}} (f_k(x, y) - y)^2 dy$$

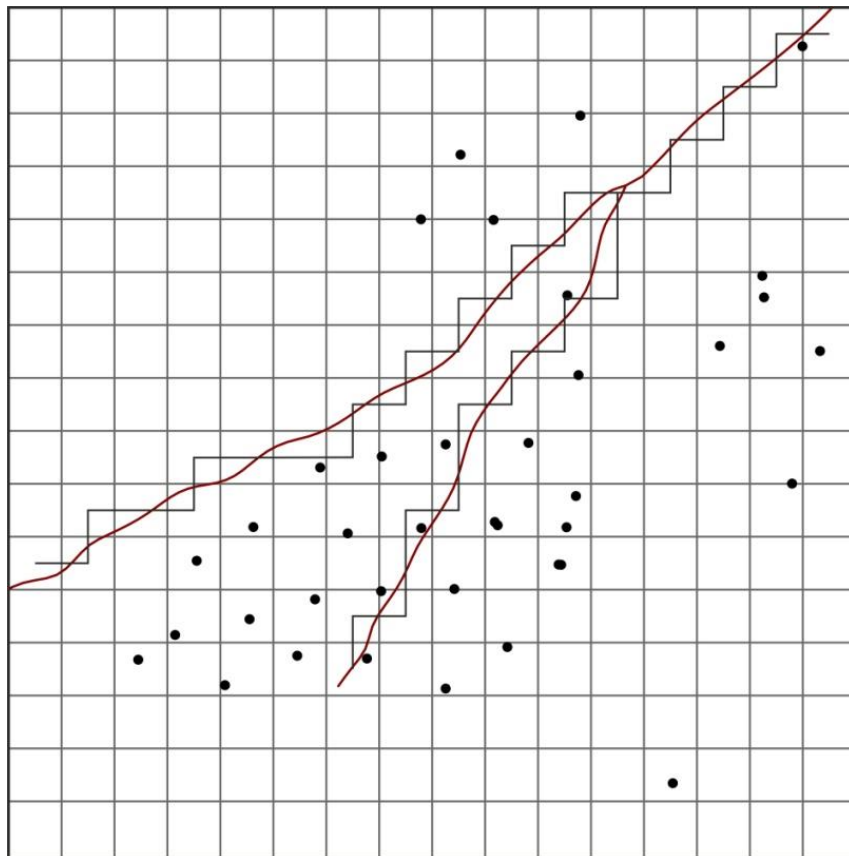


Рис. 6 Аппроксимированные разломы.

Измельчение грида

Дополнительно для минимизация функционала (16) так же применим метод локального измельчения сетки. Данный алгоритм несет итерационный характер и заключается в следующем:

1. Используя функционал (16) аппроксимируем разлом сегментами.
2. Задается допустимая ошибка аппроксимации разлома ϵ .
3. Задается минимально допустимый размер ячейки.
4. Все ячейки, через которые прошла аппроксимация подвергаются измельчению в два раза, если они удовлетворяют условию 3 и 4
5. Алгоритм продолжается до тех пор, пока справедливы 3 и 4.

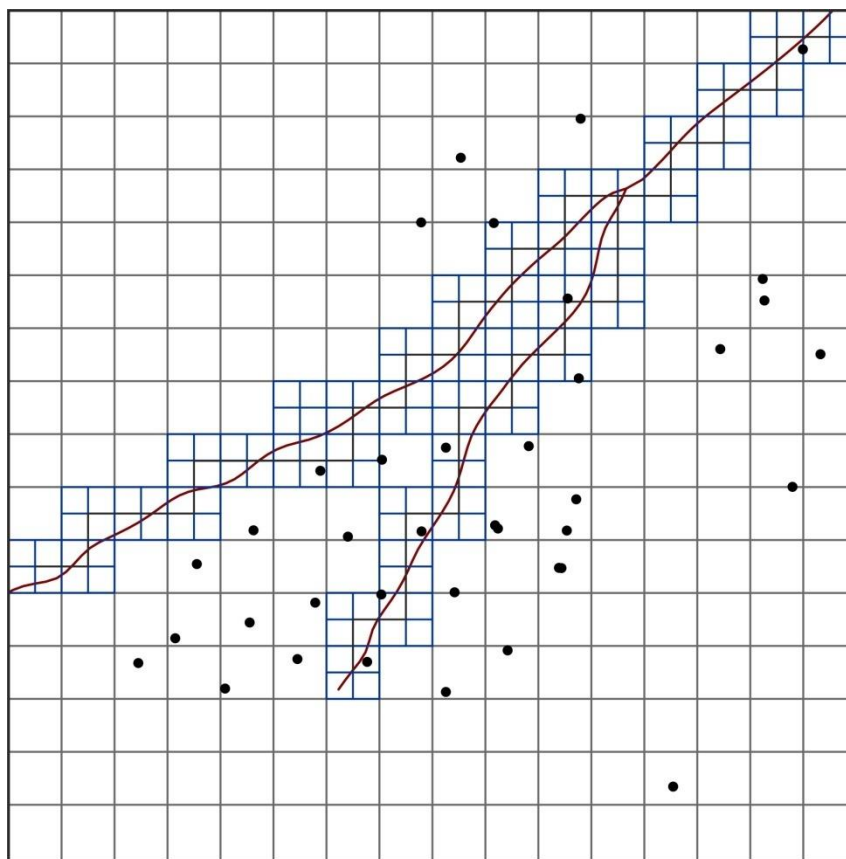


Рис. 5 Измельченная сетка

Выделение разломных блоков

Основываясь на природе сплайн аппроксимации, как на деформируемой пластине, можно прийти к выводу, что для учета дизъюнктивных нарушений этот метод фактически не применим. Действительно, сплайны являются непрерывными в интервалах между

узлами сплайна. В главе 1, в качестве преимущества сплайнов приводилось создание непрерывного поля параметра, определенного не только в узлах сетки. Исходя из данных рассуждений возникает вопрос о применении метода сплайн аппроксимации к данной задаче. Заметим, что для разрывной функций одной переменной сплайн-описание легко осуществимо путем независимой аппроксимации отдельных его участков.

Перенесем идею выделения отдельных участков на двумерный случай. Так как разломы в численном представимы в виде упорядоченной последовательности точек, то задавая направления по двум конечным точкам данных отрезков проведем прямые до границ зоны моделирования.

Полученные кривые аппроксимируем с заданной точностью, как было описано выше. В результате таких построений мы получаем множество узлов ячеек, обособленных друг от друга, которые мы назовем разломными блоками. В пределах каждого разломного блока отсутствуют тектонические нарушения, а значит возможно применение методов картопостроения.

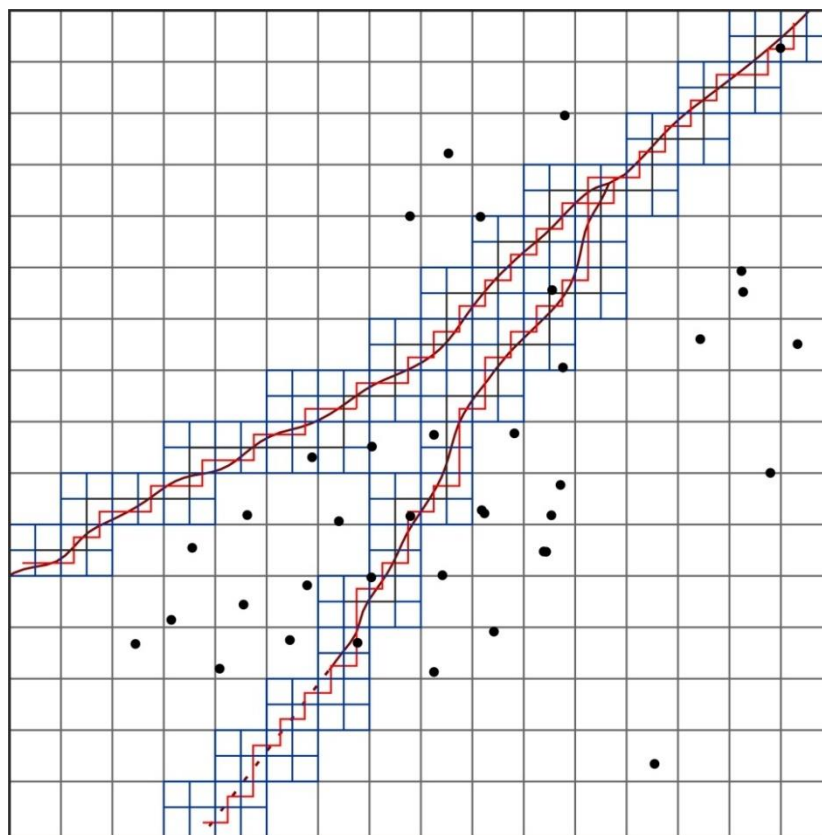


Рис. 6 Замыкание разломного блока

Гладкая склейка

После восстановления поверхностей в пределах каждого блока возникает вопрос о их согласованности в пределах искусственно введенных границ. Решение данной задачи в литературе получило название «гладкая склейка».

Пусть Ω_i – разломный блок. Из аппроксимации разломов и выделения разломных блоков следует вывод – множество точек, содержащихся в разломных блоках, принадлежат только ему и только ему. Другими словами как множество точек разломные блоки не имеют пересечения.

$$\Omega = \bigcup_i \Omega_i, \quad \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

За $f_i(x, y)$ обозначим поверхность, восстановленную в разломном блоке Ω_i . Конечной целью согласования будет нахождение функции

$$f(x, y) = F(f_1, \dots, f_n)$$

Такое плавное изменение параметра может быть достигнуто с помощью сглаживания поверхности в фальшивой приразломной зоне с помощью фильтра гаусса.

$$f(x, y) = \mu(f_i(x, y)) + (1 - \mu)f_j(x, y)$$

Где f_i, f_j функции восстановленных поверхностей смежных от фальшивого разлома блоков, μ – настроенный коэффициент, определяющий вклад каждого узла разломного блока на переопределяемый узел.

Проводя попарное сглаживание на всевозможных границах разломных блоков мы получаем искомую функцию.

Заключение

По итогам данной диссертации разработан метод, позволяющий восстанавливать поле геологического параметра, осложненного разрывными нарушениями. Полученная поверхность имеет параметрическое задание, и определена во всех точка сеточной области. С допущением в виде полноты данных (наличия хотя бы одной точки в каждом разломном блоке), данный алгоритм может быть применен построения поверхностей.

Список литературы

- [1] Волков А.М. Геоинформатика. Тюменский нефтегазовый университет, 2008. 368 с.
- [2] В.А. Байков, Н.К. Бакиров, А.А. Яковлев Математическая геология Том I. Введение в геостатистику. Библиотека нефтяного инжиниринга М.-Ижевск: Издательство «ИКИ» 2012, 228 с.
- [3] Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко Методы сплайн-функций. Москва Наука ГРФМЛ 1980г. 352 с.
- [4] А.Г. Плавник Обобщенная сплайн-аппроксимационная постановка задачи картрирования свойств геологических объектов. Научный журнал геология и геофизика, 2010, т.51, №7, с 1027-1037
- [5] Т. Халтгрин, О. Андерсен Новые методы интерполяции поверхностей для геологического моделирования. Нефтяное хозяйство, 10/2004, с 21-25
- [6] Lee S., Wolberg G., Shin S.Y. Scattered Data Interpolation with Multilevel B-Splines. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1997. - №3(3). – P. 228-244.
- [7] E.Arge, M.Floater Approximating scattered data with discontinuities. Numerical Algorithms. September 1994, Volume 8, Issue 2, pp 149–166
- [8] D. Shepard, A two-dimensional interpolation function for irregularly spaced data, Proc. 1968 ACM nat. Conf. pp. 517-524, 1968.