

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК  
Кафедра фундаментальной математики и механики

РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК  
И ПРОВЕРЕНО НА ОБЪЕМ  
ЗАИМСТВОВАНИЯ  
Заведующий кафедрой  
д.ф.м.н., доцент  
Гатосов А.В.  
2018 г.

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**  
АНАЛИЗ ПУТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕДАКТОРА  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБУЧАЮЩЕГО КОМПЬЮТЕРНОГО  
ИМИТАЦИОННОГО ТРЕНАЖЕРА

01.04.01 Математика

Магистерская программа «Математическое моделирование»

Выполнил работу  
Студент 2 курса  
Очной формы обучения

  
(Подпись)

Медведчиков  
Дмитрий  
Андреевич

Руководитель работы  
(доцент)

  
(Подпись)

Мачулис  
Владислав  
Владимирович

Рецензент  
(к.т.н., директор  
ООО НПФ «ИНФОТЕХ»)

  
(Подпись)

Колесников  
Сергей  
Павлович

Тюмень, 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Определения .....	5
ГЛАВА 1. Описание поставленных задач .....	7
Раздел 1.1. Нахождение расхода в трубопроводной сети.....	7
Раздел 1.2. Математические модели аппаратов.....	7
Раздел 1.3. Графический пользовательский интерфейс.....	8
ГЛАВА 2. Решение поставленных задач.....	9
Раздел 2.1. Нахождение расхода в трубопроводной сети.....	9
Раздел 2.2. Математические модели аппаратов.....	15
Раздел 2.3. Графический пользовательский интерфейс.....	20
Заключение .....	24
Список литературы .....	25

## ВВЕДЕНИЕ

Существует множество прикладных областей, в которых применение систем автоматизированного проектирования (САПР) позволило эффективно автоматизировать практически все трудоемкие ручные операции, обеспечивая при этом высокую эффективность процесса проектирования. На потребительском рынке широкое распространение получили коммерческие программные продукты и системы, такие как AutoCAD, Ansys, P-Cad, используемые для автоматизации конструирования и технологической подготовки производства.

Вместе с тем, наблюдаемый рост вычислительной мощности персональных компьютеров и их доступность, позволили использовать компьютер не только в проектировании, но в качестве средства имитации виртуальной среды. В первую очередь, новая возможность позволила исследовать спроектированное изделие еще до выпуска прототипа, оценить удобство эксплуатации, ремонта, установки и т.д. Кроме того, такое развитие послужило началом новым средствам обучения персонала - компьютерным имитационным тренажерам (КИТ).

Области применения компьютерных тренажеров постоянно расширяются. Помимо авиации, тренажеры находят все более широкое применение в вооруженных силах, медицине, космонавтике и тех областях, где проведение физического обучения сопряжено с существенными трудностями технического плана и значительными материальными затратами: высокая стоимость учебного оборудования и его эксплуатации; большая удаленность обучаемого от места расположения учебного оборудования; высокая опасность выполняемых работ; высокая сложность изменения конфигурации оборудования и параметров среды; большая длительность проведения работ и т.д. На сегодняшний день, наибольшее применение имитационные тренажеры находят при обучении персонала, занятого на опасных участках производства. Использование таких систем, имеющих сравнительно высокую стоимость, повышает качество подготовки персонала и коммерчески оправдано.

При прохождении практики я принимал участие в разработке КИТ буровой установки, который позволяет получить практические навыки для работ, которые там выполняются.

Цель настоящей работы заключается в разработке тренажера, который позволит моделировать спуско-подъемные операции, бурение скважины, талевую систему, управление скважиной при газонефтеводопроявлении, внештатные ситуации, глушение скважины и тому подобное.

Для реализации этой цели в работе решаются следующие задачи:

- Реализация нахождения расхода в трубопроводной сети;
- Реализация математических моделей аппаратов;
- Реализация графического пользовательского интерфейса;

Практическая ценность результатов. Разработанный КИТ позволяет реализовать прогрессивные технологии обучения персонала и студентов.

Применение кроссплатформенных решений позволяет использовать создаваемые компьютерные тренажеры на различных аппаратных платформах и операционных системах (MS Windows, Linux, MAC OS и т.д.).

Разработанный КИТ успешно используется на практике, что подтверждено актом внедрения.

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей работе применяют следующие термины с соответствующими определениями:

- Подача – это количество вещества, перемещаемое за единицу времени;
- Массовый расход  $\left[\frac{\text{кг}}{\text{с}}\right]$  – масса вещества, которая проходит через заданную площадь поперечного сечения потока за единицу времени. Понятие массового расхода используется для характеристики потоков таких сред, как: газы, жидкости, сыпучие вещества и газопылевые смеси;
- Поток – постоянное перемещение масс жидкости или газа в определённом направлении;
- Обратный клапан — вид защитной трубопроводной арматуры, предназначенный для недопущения изменения направления потока среды в технологической системе. Обратные клапаны пропускают среду в одном направлении и предотвращают её движение в противоположном;
- Задвижка – трубопроводная арматура, в которой запирающий или регулирующий элемент перемещается перпендикулярно оси потока рабочей среды. Задвижки – очень распространённый тип запорной арматуры. Они широко применяются практически на любых технологических и транспортных трубопроводах диаметрами от 15 до 2000 миллиметров в системах жилищно-коммунального хозяйства, газо- и водоснабжения, нефтепроводах, объектах энергетики и многих других при рабочих давлениях до 25 Мпа и температурах до 565 °С; [1]
- Узел – место пересечения каких-либо линий, магистралей и тому подобное;
- Элемент – составляющая часть чего-либо;
- Трубопроводная сеть – это совокупность расходных и приемных резервуаров, связанных посредством трубопроводов; [2]
- Простая трубопроводная сеть (линейный трубопровод) – трубопроводная сеть, которая служит для подачи жидкости из одного резервуара в другой без

ответвлений. Такой трубопровод может иметь по всей длине одинаковое сечение, а может состоять из ряда последовательно соединенных труб различного сечения; [3]

## ГЛАВА 1. ОПИСАНИЕ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ

### Раздел 1.1. Нахождение расхода в трубопроводной сети

Основным моделируемым объектом тренажера является трубопроводная сеть. Как правило, в документации, предоставляемой заказчиком, для которого разрабатывается тренажёр, помимо прочих параметров, изначально указываются следующие начальные данные трубопроводной сети:

- Длины труб (метр);
- Диаметры труб (метр);
- Расположение обратных клапанов;
- Расположение задвижек;
- Давление в источниках и приёмниках газа (Паскаль).

Поэтому, следующим необходимым инструментом для того, чтобы заданная система с параметрами была не просто графическим рисунком, является расчёт расхода в трубопроводной сети.

Информация о трубопроводной сети позволяет определить, каким образом распространяется вещество по трубопроводной сети: в каждой трубе определить направление потока и рассчитать массовый расход вещества, воспользовавшись подходящей формулой для расчёта потерь давления.

### Раздел 1.2. Математические модели аппаратов

Теперь, когда известен массовый расход трубопроводной сети, для моделирования полноценной буровой установки, требуются математические модели аппаратов, которые бы показывали изменения различных параметров аппарата, под влиянием всевозможных физических процессов.

Перечень аппаратов, которые были реализованы в тренажере:

- Компрессоры;
- Насосы;

- Доливная ёмкость – ёмкость для долива скважины.

### Раздел 1.3. Графический пользовательский интерфейс

Для моделирования бурового оборудования и сооружений было необходимо реализовать графический пользовательский интерфейс (graphical user interface - GUI) - разновидность пользовательского интерфейса, в котором элементы интерфейса (меню, кнопки, значки, списки и т. п.), представленные пользователю на дисплее, исполнены в виде графических изображений. В отличие от интерфейса командной строки, в GUI пользователь имеет произвольный доступ (с помощью устройств ввода — клавиатуры, мыши, джойстика и т. п.) ко всем видимым экранным объектам (элементам интерфейса) и осуществляет непосредственное манипулирование ими. Чаще всего элементы интерфейса в GUI реализованы на основе метафор и отображают их назначение и свойства, что облегчает понимание и освоение программ неподготовленными пользователями. Графический интерфейс пользователя является частью пользовательского интерфейса и определяет взаимодействие с пользователем на уровне визуализированной информации. [4]

Таким образом, была поставлена задача реализации графического интерфейса, при помощи которого можно бы было моделировать реальное буровое оборудование и редактировать параметры элементов.



## ГЛАВА 2. РЕШЕНИЕ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ

### Раздел 2.1. Нахождение расхода в трубопроводной сети

Для расчёта потерь давления и будем использовать формулу из СП42-101-2003 «Общие положения по проектированию и строительству газораспределительных систем из металлических и полиэтиленовых труб» [5]:

$$P_H^2 - P_K^2 = \frac{P_0}{81\pi^2} \lambda \frac{Q^2}{d^5} \rho_0 l \quad (1)$$

где:

- $P_H$  - абсолютное давление в начале газопровода, МПа;
- $P_K$  - абсолютное давление в конце газопровода, МПа;
- $l$  – длина трубы, м;
- $d$  – диаметр трубы, см;
- $Q$  – расход,  $\frac{м^3}{ч}$ ;
- $P_0$  – атмосферное давление, МПа;
- $\rho_0$  – плотность вещества при нормальных условиях,  $\frac{кг}{м^3}$ ;
- 81 – константа, характерная для сетей среднего и высокого давления;
- $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления.

При помощи этой формулы, известных нам свойств трубопроводной сети и давлениях, можно вычислить расход. Рассмотрим, как составляются уравнения на простом примере (Рис. 1).

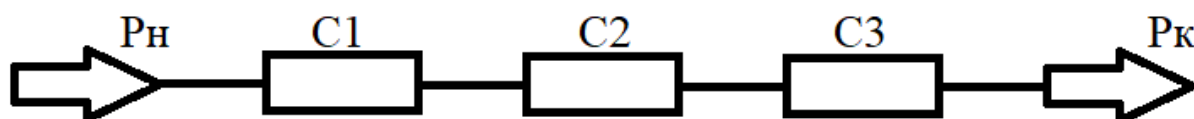


Рисунок 1. Сеть из трёх труб

Здесь у нас только один источник и один выход, поэтому будет только одно уравнение.

$$f = P_H^2 - P_K^2 - C_1 Q^2 - C_2 Q^2 - C_3 Q^2 = 0, \text{ где } C_i = \frac{P_0 \lambda \rho_0 l_i}{81 \pi^2 d_i^5} \quad (2)$$

В этом случае, расход Q определить достаточно легко, он будет равен:

$$Q = \sqrt{\frac{P_H^2 - P_K^2}{C_1 + C_2 + C_3}} \quad (3)$$

Но на практике всё не так легко, как в этой ситуации. Даже если добавить ещё парочку труб и источников, то ситуация уже намного усложнится (Рис. 2).

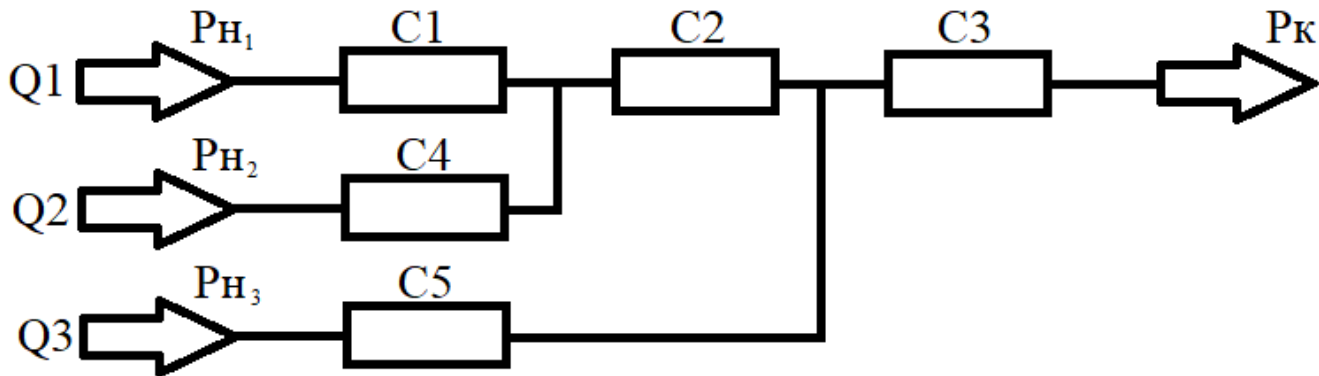


Рисунок 2. Три источника, один выход

Для данной сети, система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} P_{H_1}^2 - P_K^2 - C_1 Q_1^2 - C_2 (Q_1 + Q_2)^2 - C_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2 = 0 \\ P_{H_2}^2 - P_K^2 - C_4 Q_2^2 - C_2 (Q_1 + Q_2)^2 - C_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2 = 0 \\ P_{H_3}^2 - P_K^2 - C_5 Q_3^2 - C_3 (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Исходя из этого, можно представить общий вид системы:

$$\begin{cases} P_{H_1}^2 - P_{K_1}^2 - \sum_i C_i (\sum_j Q_j)^2 = 0 \\ \dots \\ P_{H_n}^2 - P_{K_n}^2 - \sum_i C_i (\sum_j Q_j)^2 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Суммы по C и Q берутся таким образом, что поток проходит по рассматриваемым трубам.

Таким образом, имеем систему нелинейных уравнений второй степени с n неизвестными и n уравнениями. Из физических соображений, расход не может быть отрицательным, поэтому на корни накладывается условие  $Q_i \geq 0$ . Системы уравнений могут не иметь решений, иметь единственное решение, конечное или бесконечное количество решений. Вопрос о количестве решений должен

рассматриваться отдельно. В нашем случае, нет какой-то определенной постоянной системы, так как система может кардинально поменяться даже в данной трубопроводной сети, стоит лишь изменить начальные давления. Так, допустим, для  $P_H = 12$  МПа и  $P_K = 10$  МПа мы получим первый вариант распространения потока, а если взять  $P_{H_1} = 15$  МПа, то уже будет другой вариант (Рис.3).

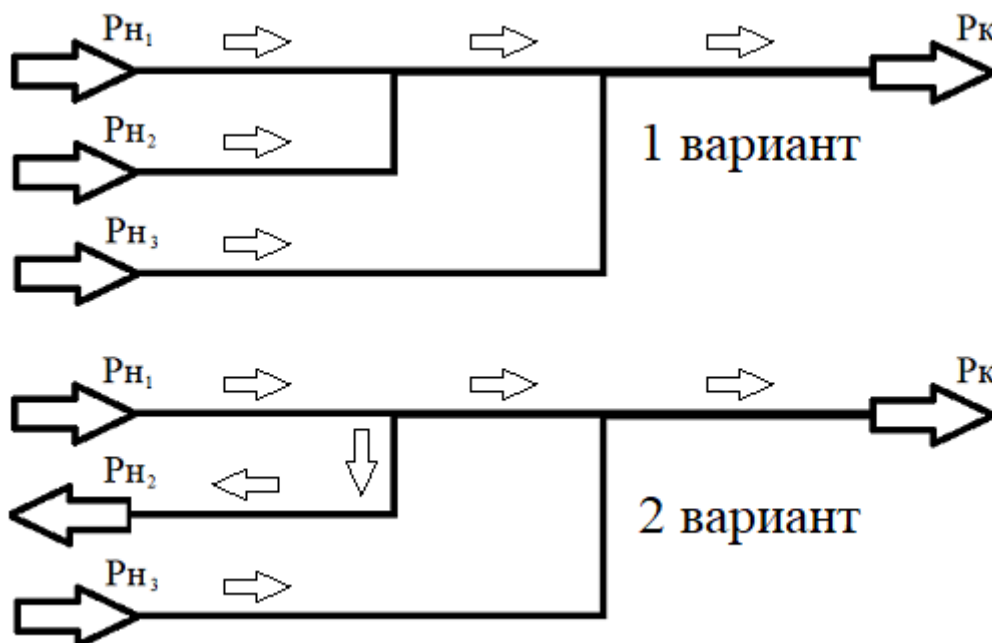


Рисунок 3. Варианты распространения потоков

Для второго варианта система будет иметь вид:

$$\begin{cases} P_{H_1}^2 - P_K^2 - C_1(Q_1 + Q_2)^2 - C_2Q_1^2 - C_3(Q_1 + Q_3)^2 = 0 \\ P_{H_1}^2 - P_{H_2}^2 - C_1(Q_1 + Q_2)^2 - C_4Q_2^2 = 0 \\ P_{H_3}^2 - P_K^2 - C_5Q_3^2 - C_3(Q_1 + Q_3)^2 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, мы не можем заранее сказать, какой будет конечная система для всей трубопроводной сети, ибо в процессе расчетов, в зависимости от условий, будут исключаться или добавляться уравнения.

Исходя из этого и понимании происходящего процесса, можно сказать, что система всегда будет состоять из таких уравнений, что она будет иметь решение, при том единственное. Покажем это на примере системы (4), взяв  $P_H = 12$  МПа,  $P_K = 10$  МПа, длины труб 10 метров, а их диаметр 0.1 метр. Так как трубы у нас

одинаковых размеров, то получим, что  $C = 1.835862886 * 10^{-10}$ . Система примет следующий вид:

$$\begin{cases} 44 - 1.835862886 * 10^{-10}(Q_1^2 - (Q_1 + Q_2)^2 - (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2) = 0 \\ 44 - 1.835862886 * 10^{-10}(Q_2^2 - (Q_1 + Q_2)^2 - (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2) = 0 \\ 44 - 1.835862886 * 10^{-10}(Q_3^2 - (Q_1 + Q_2 + Q_3)^2) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Для доказательства, что решение единственное, воспользуемся графическим методом. Для этого, в программном пакете Maple зададим нашу систему и построим её график (Рис. 4).

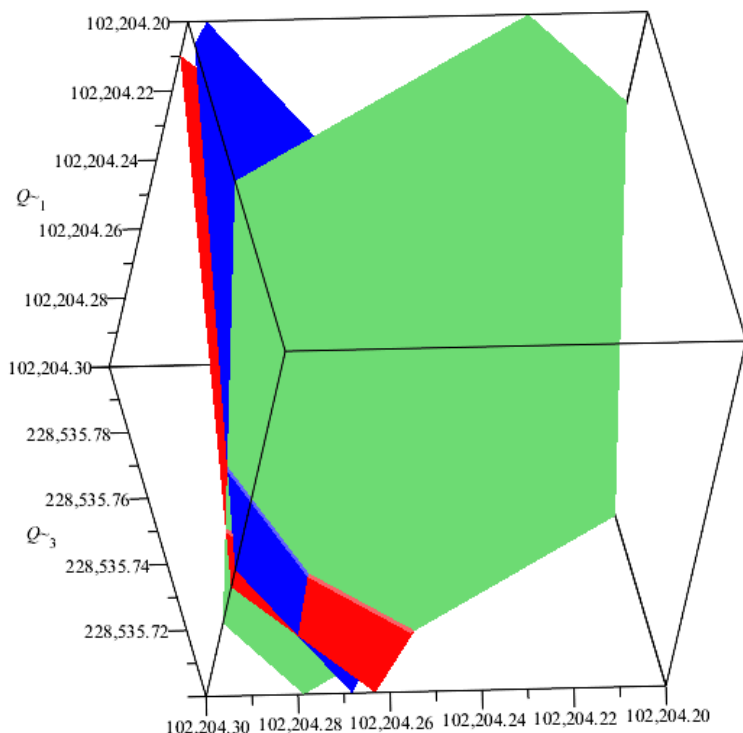


Рисунок 4. График системы

Для полной уверенности, найдём решение данной системы в этом же программном пакете. Получим корни:

$$\begin{aligned}
& \{Q_1 = 3.461714277 \cdot 10^5, Q_2 = -3.461714277 \cdot 10^5, Q_3 = 3.461714277 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = -3.461714277 \cdot 10^5, Q_2 = 3.461714277 \cdot 10^5, Q_3 = 3.461714277 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = 3.461714277 \cdot 10^5, Q_2 = -3.461714277 \cdot 10^5, Q_3 = -3.461714277 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = -3.461714277 \cdot 10^5, Q_2 = 3.461714277 \cdot 10^5, Q_3 = -3.461714277 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = 1.022042785 \cdot 10^5, Q_2 = 1.022042785 \cdot 10^5, Q_3 = 2.285357143 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = 2.177280399 \cdot 10^5, Q_2 = 2.177280399 \cdot 10^5, Q_3 = -4.868546978 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = -1.022042785 \cdot 10^5, Q_2 = -1.022042785 \cdot 10^5, Q_3 = -2.285357143 \cdot 10^5\}, \\
& \{Q_1 = -2.177280399 \cdot 10^5, Q_2 = -2.177280399 \cdot 10^5, Q_3 = 4.868546978 \cdot 10^5\}
\end{aligned}$$

Рисунок 5. Решение системы (7)

Наложив наше необходимое условие, что все три должны быть больше или равняться нулю, получим единственный пятый набор корней из этого списка.

Перейдём к решению системы. Рассматривая методы решений систем нелинейных уравнений, сталкиваемся с проблемами начального приближения, которое сильно влияет на процесс сходимости, а в некоторых, когда определитель матрицы Якоби равен нулю, так совсем надо брать другое начальное приближение. Отсюда, так как мы здесь имеем ситуацию с производством и ограниченными сроками, то времени на поиск максимально оптимального и эффективного метода не так много, поэтому было принято решение использования простого, но рабочего метода, который был доработан под текущую задачу. В основу решения системы лёг метод бисекции – численный метод для решения нелинейных уравнений вида  $f(x)=0$ , который основывается на следствии из теоремы Больцано-Коши:

Пусть непрерывная функция  $f(x) \in C([a, b])$ , тогда если  $sign(f(a)) \neq sign(f(b))$ , то  $\exists c \in [a, b]: f(c) = 0$ .

Таким образом, сам алгоритм выглядит следующим образом:

1. Находим середину отрезка  $c = a+(b - a)/2$ ;
2. Рассчитываем  $f(a)$ ,  $f(c)$  для каждого уравнения;
3. Если знаки различаются, то  $b=c$ , иначе  $a=c$ , и переходим к пункту 1.

Выполняется до тех пор, пока  $f(c)$  не будет меньше необходимой точности.

Но, так как мы решаем систему уравнений, то необходимы некоторые доработки, так как, допустим, при одной итерации мы сократили наш отрезок должным образом, а при следующей, когда поменялись и другие расходы, наше решение уже оказалось вне данного отрезка, то необходимо снова его расширить. К тому же, ограничиваем отрезок так, что левая граница не может быть меньше нуля. Условием выхода является то, что все  $f(c)$  меньше необходимой точности, расход которых не равен нулю, таким подходом мы избегаем ситуаций, когда давление в каком-либо из источников выше, чем в другом, и, на узле, данный поток передавливает слабый и не даёт ему пройти.

Рассмотрим работу на примере системы (7). Возьмем отрезок  $[0, 1000000]$ .

Тогда,

$$f(a) = \begin{cases} 44 \\ 44 \\ 44 \end{cases} \quad f(c) = \begin{cases} -598.55 \\ -598.55 \\ -414.97 \end{cases} \quad f(b) = \begin{cases} -2526.20 \\ -2526.20 \\ -1791.86 \end{cases}$$

Для всех трёх уравнений знаки отличаются у  $f(a)$  и  $f(c)$ , поэтому  $b=500000$ .

$$f(a) = \begin{cases} 44 \\ 44 \\ 44 \end{cases} \quad f(c) = \begin{cases} -116.64 \\ -116.64 \\ -70.74 \end{cases} \quad f(b) = \begin{cases} -598.55 \\ -598.55 \\ -414.97 \end{cases}$$

Аналогично предыдущему шагу,  $b=c=250000$ .

$$f(a) = \begin{cases} 44 \\ 44 \\ 44 \end{cases} \quad f(c) = \begin{cases} 3.84 \\ 3.84 \\ 15.31 \end{cases} \quad f(b) = \begin{cases} -116.64 \\ -116.64 \\ -70.74 \end{cases}$$

На этом шаге уже получаем различные знаки у  $f(c)$  и  $f(b)$ , поэтому  $a=125000$ .

$$f(a) = \begin{cases} 3.84 \\ 3.84 \\ 15.31 \end{cases} \quad f(c) = \begin{cases} -46.36 \\ -46.36 \\ -20.54 \end{cases} \quad f(b) = \begin{cases} -116.64 \\ -116.64 \\ -70.74 \end{cases}$$

Продолжая аналогичные итерации, найдём, что расход для трубопроводной сети с рисунка 6 будет равен:

$$\begin{cases} Q_1 = 102204.2785 \\ Q_2 = 102204.2785 \\ Q_3 = 228535.7143 \end{cases} \quad (8)$$

Если подставим эти корни в систему (7), то увидим, что система разрешилась с точностью до  $10^{-8}$ .

## Раздел 2.2. Математические модели аппаратов

Для начала оговорю, что целью тренажера является выполнение расчётов в реальном времени без абсолютной точности этих вычислений. Существуют программы, которые высчитывают изменения параметров аппаратов с максимально возможной точностью, но для этого требуется очень много времени, а цель заключается не в этом. Главное, показывать более-менее адекватную работу аппарата, но с высокой скоростью вычислений.

Рассмотрим аппараты и основные формулы, которые используются при их расчётах:

- Доливная ёмкость

Вся информация в этом пункте взята из работы Матиаса Мюллера «Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications». [6]

Для моделирования поступающей жидкости, использовался алгоритм SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) – метод сглаженных частиц, подразумевающий разделение всей массы жидкости на множество взаимодействующих частиц. Он заключается в численном решении системы уравнений Навье-Стокса, описывающих движения жидкости. Основная идея метода заключается в том, что каждая частица физически влияет на своих ближайших соседей. Описывается это следующей формулой:

$$A(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(r - r_j, h) \quad (9)$$

где  $A$  – значение некоторой физической величины,  $m$  – масса частицы,  $\rho$  – плотность,  $W$  – функция-ядро, которая показывает, какое количество конкретной величины нужно позаимствовать у частицы, находящейся на расстоянии  $r$  от интересующей нас точки, где  $h$  – радиус ядра.

Градиент  $A$  равен:

$$\nabla A(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(r - r_j, h) \quad (10)$$

В эйлеровой сетке изометрические жидкости описываются полем скорости, полем плотности и полем давления. Это задается двумя уравнениями, первое из которых гарантирует сохранение массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0 \quad (11)$$

В то время как уравнение Навье-Стокса формулирует сохранение импульса:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \nabla v \right) = -\nabla p + f^{ext} + \mu \nabla^2 v \quad (12)$$

где  $\mu$  – вязкость жидкости,  $v$  – скорость жидкости.

Использование частиц существенно упрощает эти два уравнения. Во-первых, уравнение (11) заменяют формулой вычисления плотности частицы. Во-вторых, выражение в скобках из левой части уравнения (12) можно заменить на  $dv/dt$ , поскольку частицы движутся с жидкостью, то частная производная поля скоростей – это производная скорости частиц по времени, а это значит, что  $v \nabla v$  не требуется при расчётах систем частиц. Таким образом, мы получаем:

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + f^{ext} + \mu \nabla^2 v \quad (13)$$

В правой части, у нас находятся сила давления, внешние силы и вязкость. Их сумма, обозначим её как  $f$ , определяет изменение импульса частиц из левой части. Отсюда, получаем формулу ускорения для частицы:

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{f_i}{\rho_i} \quad (14)$$

где  $v$  – скорость частицы  $i$ , а  $f$  и  $\rho$  – сила воздействия и плотность частицы  $i$ .

Применяя правило SPH (9), сила давления будет вычисляется по формуле:

$$f_i^{pres} = -\nabla p(r_i) = -\sum_j m_j \frac{p_j}{\rho_j} \nabla W(r_i - r_j, h) \quad (15)$$

К сожалению, эта сила не симметрична, когда взаимодействуют только две частицы. Поскольку градиент ядра равен нулю в его центре, частица  $i$  использует только давление частицы  $j$ . Поэтому силы давления не будут симметричны.



Поэтому данное выражение заменяется на другое, которое так же подходит для данной цели:

$$f_i^{pres} = - \sum_j m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W(r_i - r_j, h) \quad (16)$$

где  $j$  – соседи частицы  $i$ ,  $p_i, p_j = k(\rho_i - \rho_0)$ , где  $k$  – газовая постоянная, а  $\rho_0$  – плотность жидкости в состоянии покоя.

Плотность частицы вычисляется с помощью (9):

$$\rho(r) = \sum_j m_j \frac{\rho_j}{\rho_j} W(r - r_j, h) = \sum_j m_j W(r - r_j, h) \quad (17)$$

Данная сила давления (16) симметрична, поскольку использует среднее арифметическое давлений взаимодействующих частиц.

Вычислим силу вязкости через (9):

$$f_i^{visc} = \mu \nabla^2 v(r) = \mu \sum_j m_j \frac{v_j}{\rho_j} \nabla^2 W(r - r_j, h) \quad (18)$$

Эта сила тоже не симметрична, потому что поле скоростей изменяется от частицы к частице. Существует естественный путь для симметризации сил вязкости с различными скоростями:

$$f_i^{visc} = \mu \sum_j m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r - r_j, h) \quad (19)$$

Из внешних сил на частицы действует сила гравитации, столкновения. Эти силы прикладываются непосредственно к частицам без использования SPH. Когда частицы сталкиваются с твердыми объектами, то отражается компонента скорости перпендикулярно к поверхности объекта.

Стабильность, точность и скорость метода зависит от выбора ядра, которое является интерполяцией многочисленных опытов:

$$W_{poly6}(r, h) = \frac{315}{64\pi h^9} \begin{cases} (h^2 - r^2)^3 & 0 \leq r \leq h \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (20)$$

Данное ядро используется во всех случаях, кроме двух, так как если это ядро использовать для вычисления силы давления, то, поскольку частицы очень близки друг к другу, сила отталкивания исчезает, потому что градиент ядра в центре

приближается к нулю. Следующее ядро, с ненулевым градиентом вблизи центра, которая моделирует необходимые силы отталкивания, решает эту проблему:

$$W_{spiky}(r, h) = \frac{15}{\pi h^6} \begin{cases} (h - r)^3 & 0 \leq r \leq h \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (21)$$

Вязкость – это явление, вызванное трением, которое уменьшает кинетическую энергию жидкости, превращая её в повышение температуры. Следовательно, вязкость должна иметь только сглаживающий эффект на поле скоростей. Однако, если мы будем использовать ядро (20) для расчетов, то возникающие в результате силы не всегда обладают этим свойством, так как для двух близких друг к другу частиц, лапласиан сглаженного поля скоростей может стать отрицательным, что приведёт к увеличению силы, которая увеличит скорость частицы. Таким образом, для вычисления силы вязкости, используется третье ядро:

$$W_{visc}(r, h) = \frac{15}{2\pi h^3} \begin{cases} -\frac{r^3}{2h^3} + \frac{r^2}{h^2} + \frac{h}{2r} - 1 & 0 \leq r \leq h \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (22)$$

Лапласиан которого положителен всюду со следующими дополнительными свойствами:

$$\begin{aligned} \nabla^2 W(r, h) &= \frac{45}{\pi h^6} (h - r) \\ W(|r| = h, h) &= 0 \\ \nabla W(|r| = h, h) &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

- Компрессор

Основной расчётной формулой компрессора является определение его производительности.

$$Q = \lambda z F s n; [7]$$

$Q$  – производительность компрессора, м<sup>3</sup>/мин;

$\lambda$  – объемный КПД компрессора;

$z$  – коэффициент, зависящий от типа компрессора (например, если компрессор двойного действия, то  $z = 2$ );

$F$  – площадь поперечного сечения поршня, м<sup>2</sup>;

$s$  – длина хода поршня, м;

$n$  – скорость вращения вала компрессора, об/мин;

$$\lambda = 1 - c \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right];$$

$c$  – величина вредного пространства;

$P_1$  – начальное давление, МПа;

$P_2$  – давление сжатия (какое должно быть на выходе из компрессора), МПа;

$m$  – показатель политропы;

$$F = \frac{\pi d^2}{4};$$

$d$  – диаметр поршня, м;

$\pi$  – число Пи;

- Насос

Реализован путём задания характеристики, которая характеризуется кривой, показывающей зависимость подачи от создаваемого напора. Когда клапан начинает медленно открываться, перекачиваемая среда приходит в движение. За счет этого часть энергии привода преобразуется в кинетическую энергию жидкости. Поддержание первоначального давления становится невозможным. Характеристика насоса приобретает форму падающей кривой. Теоретически характеристика насоса пересекается с осью подачи. Тогда вода обладает только кинетической энергией, то есть давление уже не создается. Однако, так как в системе трубопроводов всегда имеет место внутреннее сопротивление, в реальности характеристики насосов обрываются до того, как будет достигнута ось

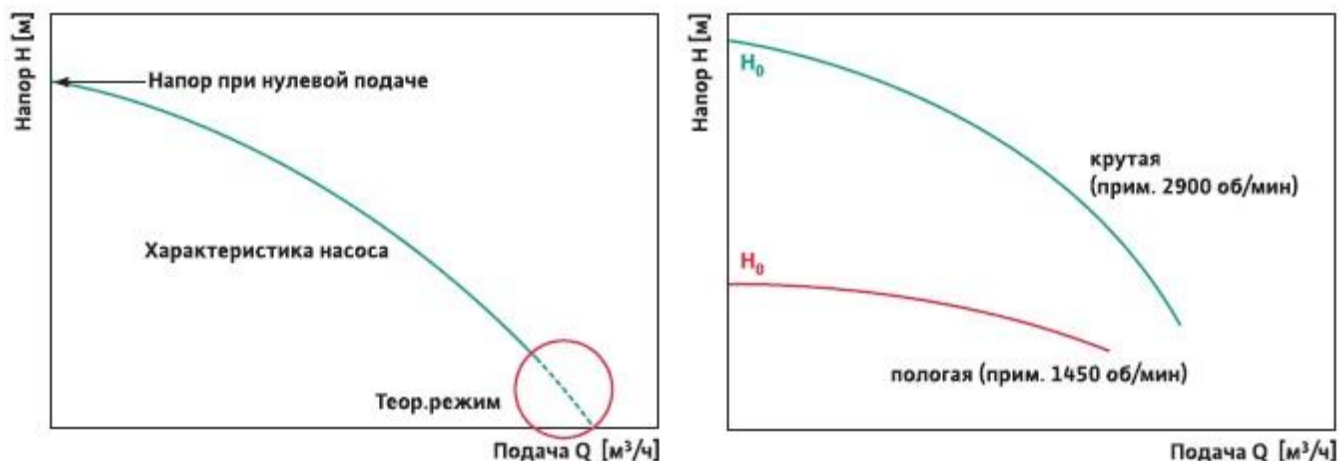


Рисунок 6. Характеристика насоса

### Раздел 2.3. Графический пользовательский интерфейс

Для выполнения данной задачи, потребовалось изучение библиотеки Qt. Библиотека QT предназначена для разработки GUI, разработанная компанией Trolltech AS. Она является безусловным лидером среди имеющихся средств разработки межплатформенных программ на языке C++. [9]

Так как данная задача связана только с программированием, то опустим описание проведенных работ, а перейдем сразу к результату. Рассмотрим некоторые реализованные экраны.

Пульт управления бурильщика, с левой стороны экрана, моделирующий управление талевой системой, клиньями, насосами и ротором, а так же отображающий на экране необходимые показания датчиков. С правой стороны, сама буровая установка, которая позволяет моделировать спуско-подъемные операции и бурение скважины (Рис. 7).

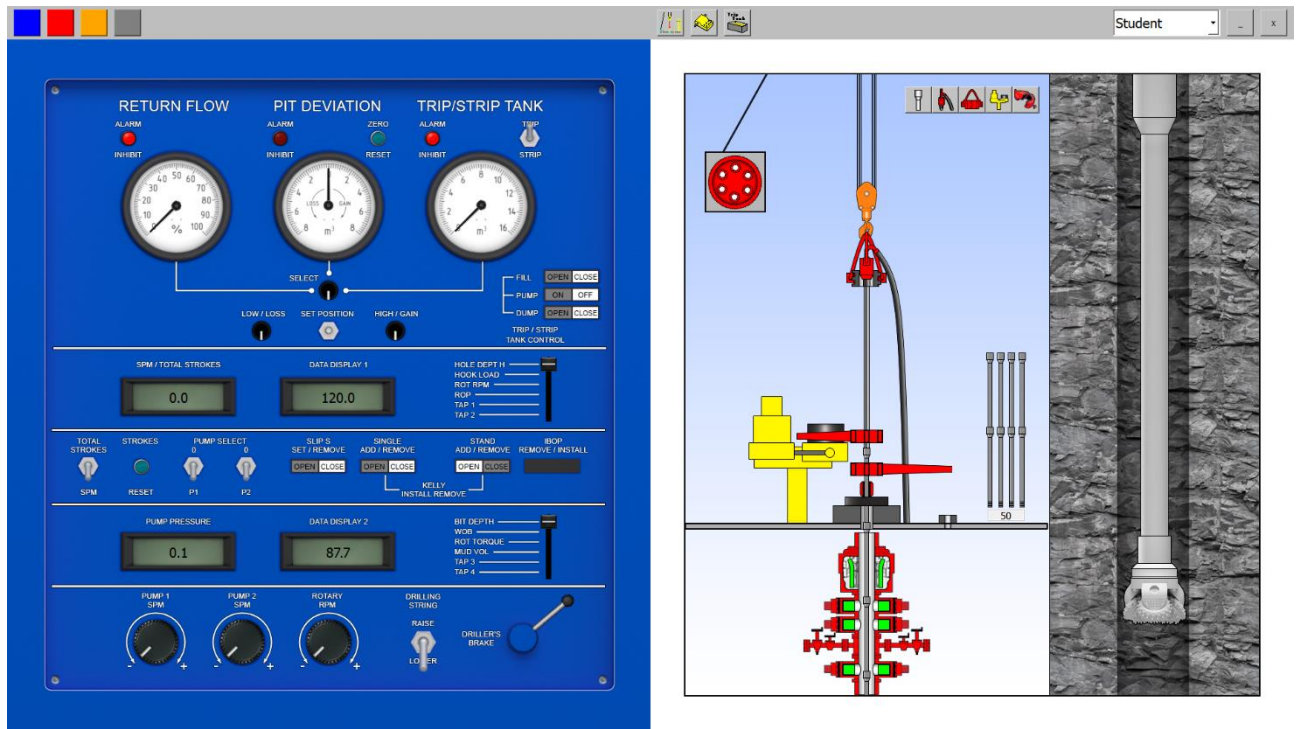


Рисунок 7. Пульт управления бурильщика и буровая установка.

Экран управления превентора – рабочий элемент комплекта противовыбросового оборудования, с которого осуществляется открытие и закрытие задвижек, а так же контроль показания датчиков. С правой стороны, экран циркуляции бурового раствора с открывающимися окнами управления элементами (Рис. 8).

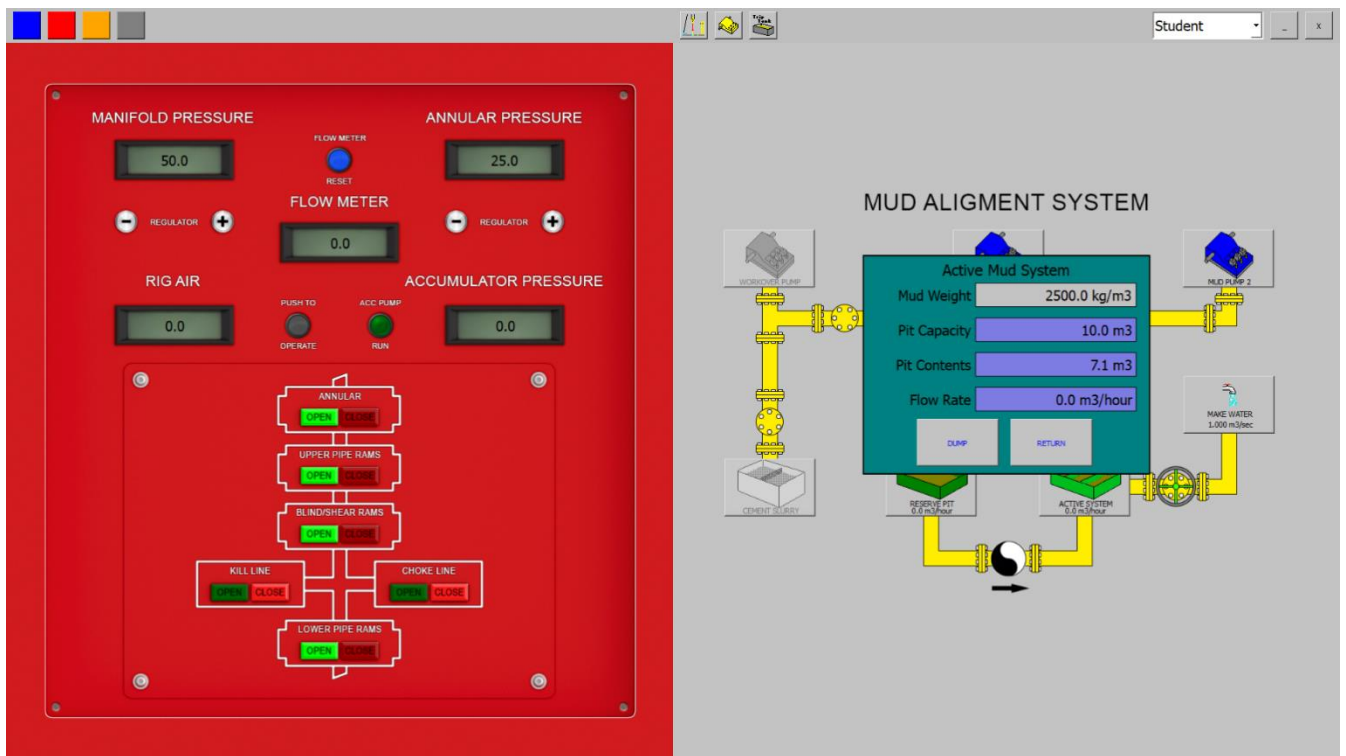


Рисунок 8. Управление превентором и циркуляцией бурового раствора.

Далее требовалось возможность изменения параметров данных элементов. Задания параметров буровой колонны (начальная длина, внешний и внутренний диаметр, масса, количество доступных труб и т.п.), обсадной колонны (начальная глубина спуска, внешний и внутренний диаметр, масса), задание пласта (глубина, содержание флюида, его плотность, под каким давлением, проницаемость пласта, пористость, коэффициент абразивности), свойства ёмкостей (плотность бурового раствора, объемы ёмкостей), параметры насосов. Всё это доступно к настройке из меню конфигурации (Рис. 9). Далее мы уже выбираем необходимый нам пункт и редактируем его (Рис. 10).

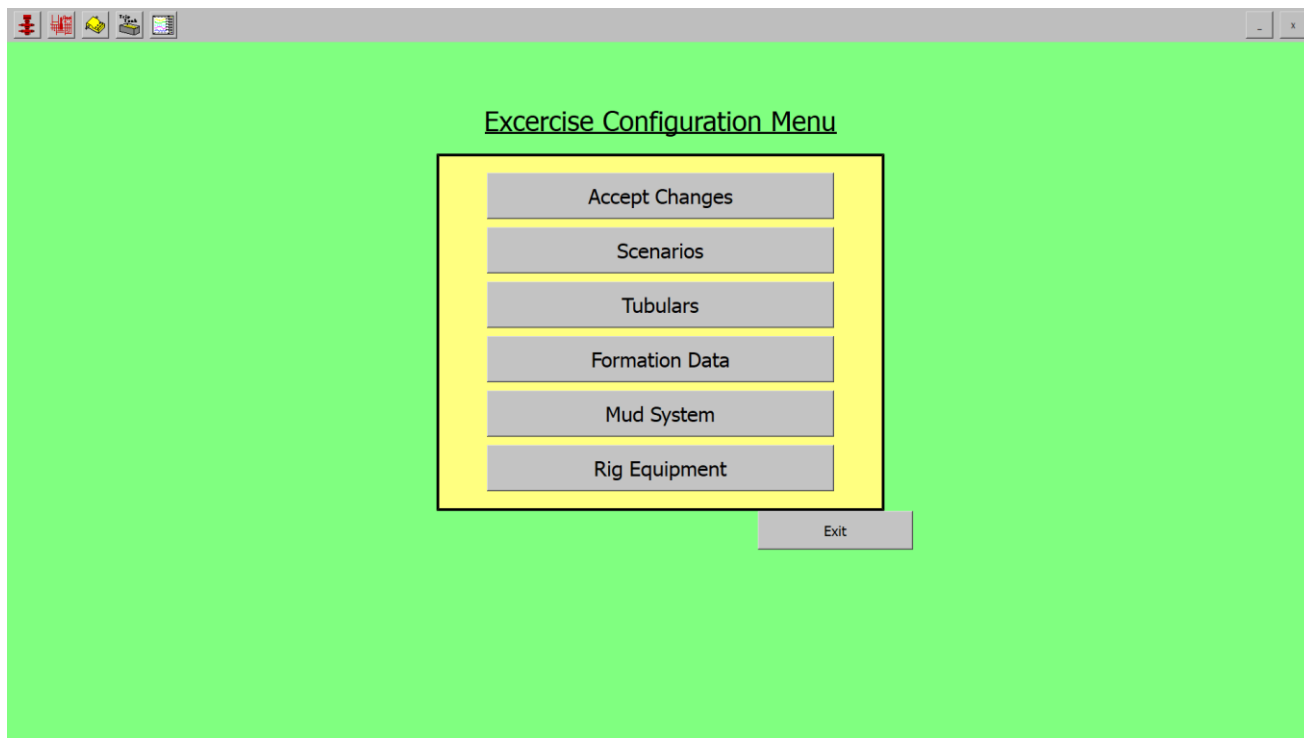


Рисунок 9. Меню перехода к изменению параметров.

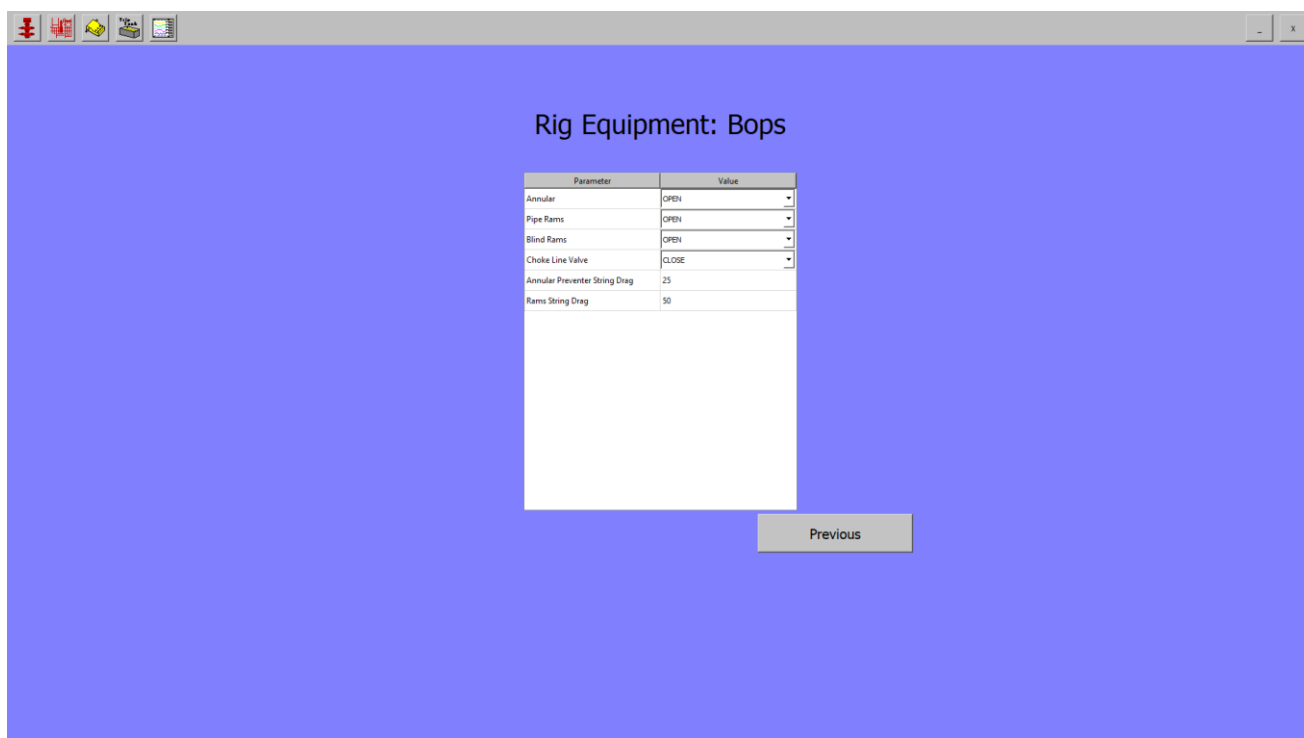


Рисунок 10. Изменение параметров.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Итогом настоящей работы, посвященной разработке имитационного компьютерного тренажера, являются следующие результаты.

1. Реализовано вычисление массового расхода трубопроводной сети.
2. Реализованы математические модели аппаратов, которые являются участниками трубопроводной сети, показывающие их работу исходя из массового расхода сети.
3. Разработан графический интерфейс пользователя, моделирующий оборудование и сооружения буровой установки.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Википедия, «Задвижка,» [В Интернете]. Available: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Задвижка>.
- [2] К. Д.В., «Работа центробежного насоса в трубопроводной сети,» [В Интернете]. Available: [www.isuct.ru/dept/chemkiber/piaht/edu/index.php?page=intro.inc..](http://www.isuct.ru/dept/chemkiber/piaht/edu/index.php?page=intro.inc..)
- [3] Т. Мария. [В Интернете]. Available: Трубопровод.рф.
- [4] Википедия, «Графический интерфейс пользователя,» [В Интернете]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Graphical\\_user\\_interface](https://en.wikipedia.org/wiki/Graphical_user_interface).
- [5] «СП42-101-2003 «Общие положения по проектированию и строительству газораспределительных систем из металлических и полиэтиленовых труб»,» [В Интернете]. Available: [http://www.ohranatruda.ru/ot\\_biblio/normativ/data\\_normativ/40/40511/](http://www.ohranatruda.ru/ot_biblio/normativ/data_normativ/40/40511/).
- [6] M. Müller, "Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications," 2003. [Online]. Available: <http://matthias-mueller-fischer.ch/publications/sca03.pdf>.
- [7] «Расчёт компрессоров,» [В Интернете]. Available: [http://www.intech-gmbh.ru/compr\\_calculation\\_and\\_selection.php](http://www.intech-gmbh.ru/compr_calculation_and_selection.php).
- [8] «Характеристика насосов,» [В Интернете]. Available: [http://www.agrovodcom.ru/info\\_nasos\\_character.php](http://www.agrovodcom.ru/info_nasos_character.php).
- [9] «Библиотека Qt,» [В Интернете]. Available: [https://ru.opensuse.org/Библиотека\\_Qt](https://ru.opensuse.org/Библиотека_Qt).
- [10] «Уравнение Клапейрона-Менделеева,» [В Интернете]. Available: <http://www.hemi.nsu.ru/ucheb156.htm>.

- [11] «Газовые смеси,» [В Интернете]. Available:  
[http://ispu.ru/files/u2/book2/TD2\\_19-06/6.1.html](http://ispu.ru/files/u2/book2/TD2_19-06/6.1.html).
- [12] «Расчёт массы и объема тела,» [В Интернете]. Available:  
<http://phscs.ru/physics7/mass-volume>.
- [13] «Адиабатический процесс,» [В Интернете]. Available:  
<http://physics-lectures.ru/molekulyarnaya-fizika-i-termodinamika/9-9-adiabaticeskij-process/>.