## МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

## ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ Кафедра моделирования физических процессов и систем

Заведующий кафедрой к. ф.-м. н., Р. М. Ганопольский

# **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА** магистра

## КЛАССИФИКАЦИЯ НИЗКОПРОНИЦАЕМЫХ КОЛЛЕКТОРОВ ПО СТЕПЕНИ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ФИЛЬТРАЦИЮ

16.04.01 Техническая физика Магистерская программа «Физика недр»

Выполнила работу студентка 2 курса очной формы обучения	Насырова Анна Владимировна
Научный руководитель к. фм. н., профессор	Шевелёв Александр Павлович
Рецензент к. т. н., начальник отдела мониторинга разработки месторождений ООО «ТюменьНИИпроект»	Киселёв Данила Алексеевич

Тюмень 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ГЛАВА 1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ФИЛЬТРАЦИИ 7
1.1. ПРИЧИНЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ ФИЛЬТРАЦИИ7
1.2. СПОСБЫ ОПИСАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ
ФИЛЬТРАЦИИ
1.3. ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЗАКОНАМИ
ФИЛЬТРАЦИИ12
ГЛАВА 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НИЗКОПРОНИЦАЕМЫХ КОЛЛЕКТОРОВ И
ОБЗОР КЛАССИФИКАЦИЙ КОЛЛЕКТОРОВ 14
2.1. КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НИЗКОПРОНИЦАЕМЫХ
КОЛЛЕКТОРОВ14
2.2. ОБЗОР ОЦЕНОЧНЫХ КЛАССИФИКАЦИЙ КОЛЛЕКТОРОВ 15
ГЛАВА З. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ 19
3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ 19
3.2. ОБЕЗРАЗМЕРИВАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ
3.3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ КЛАССИЧЕСКОГО ЗАКОНА
ФИЛЬТРАЦИИ
3.4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ С
ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ
ГЛАВА 4. АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ 33
4.1. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ 33
4.2. СРАВНЕНИЕ КРИВЫХ ПАДЕНИЯ ДЕБИТОВ ДЛЯ
КЛАССИЧЕСКОГО ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ И ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ С
ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ
4.3. ПОЛУЧЕНИЕ РАЗМЕРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ВЕЛИЧИН

5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ КЛАССОВ КОЛЛЕКТОРОВ...... 39

5.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ГРАНИЦ КЛАССИФИКАЦИИ КОЛЛЕКТОРОВ ДЛЯ ЗАДАННЫХ ПАРАМЕТРОВ 44

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. КЛАССИФИКАЦИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЛЕКТОРОВ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭФФЕКТАМИ ФИЛЬТРАЦИИ ...... 57

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ...... 58

#### ВВЕДЕНИЕ

Из-за истощения высокопроницаемых пластов в настоящее время вводятся в эксплуатацию пласты с низкой и сверхнизкой проницаемостью, в которых при малых градиентах давления проявляются нелинейные эффекты фильтрации, подтверждаемые лабораторными исследованиями керна [2, 7, 18, 20].

Ранее отклонения от классического закона фильтрации (закона Дарси) в низкопроницаемых коллекторах не подвергались детальному изучению из-за того, что большинство разрабатываемых месторождений были с высокой и средней проницаемостью, в которых течение подчиняется классическому закону фильтрации. Но сейчас исследование коллекторов с низкой и сверхнизкой проницаемостью и особенностей фильтрации в них обрело актуальность из-за возросшего количества таких коллекторов среди вводимых в эксплуатацию.

Низкопроницаемые коллектора относятся к нетрадиционным ресурсам углеводородов, которые отличаются от традиционных повышенной стоимостью разработки из-за применения более сложных и дорогостоящих технологий [19, с. 25], что приводит к большей зависимости их рентабельности от цен на рынке углеводородов и обосновывает необходимость в более точных оценках рентабельности низкопроницаемых коллекторов, чем в случае коллекторов с высокими или средними проницаемостями.

Метод экспертной оценки неточен при рассмотрении рентабельности месторождений с нестандартными свойствами, так как для рассмотрения нетипичных случаев нужно приглашать высококвалифицированных экспертов. При этом четких критериев определения квалификации экспертов, как и метода их подбора для оценки того или иного объекта не разработано. Разные эксперты могут выносить разные оценки по одному и тому же месторождению, но даже согласующиеся оценки разных экспертов не являются надежным признаком достоверности их оценок. Кроме погрешностей из-за недостатка информации при методе экспертной оценки добавляется погрешность, вносимая

4

субъективностью и возможной заинтересованностью экспертов в результатах оценки. Качество оценки также будет зависеть и от квалификации экспертов. Эксперты выносят суждения на основании своего опыта, и научного обоснования у экспертных оценок нет.

Цель работы состоит в представлении инструмента классификации, позволяющего оценивать рентабельность разработки традиционными методами вертикальной скважины в коллекторе с нелинейными эффектами фильтрации, основанного на виде кривых падения безразмерного дебита и их сравнения с кривой падения безразмерного дебита для классического закона фильтрации. Нелинейные эффекты фильтрации в работе учитывались с помощью закона фильтрации с предельным градиентом давления.

Задачи, которые решались в работе: обезразмеривание величин, характеризующих течение флюида в коллекторах с нелинейными эффектами фильтрации, выделение классов коллекторов по виду безразмерной кривой падения дебита, характеристика выделенных классов и оценка влияния нелинейных эффектов фильтрации на рентабельность их разработки.

Объект исследования – низкопроницаемые коллектора с нелинейными эффектами фильтрации. Предмет исследования – безразмерные параметры, характеризующие нелинейную фильтрацию в низкопроницаемых коллекторах.

На основании данных, полученных из расчетов написанной программы, которая определяла безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона при заданном безразмерном предельном градиенте давления были определены уравнения зависимости этих величин друг от друга в каждом классе коллекторов по отдельности и аналогичное уравнение зависимости для всех классов одновременно. Произведено сравнение точности полученных уравнений с результатами расчетов программы.

Методы, которые применялись для осуществления цели работы и решения поставленных задач: моделирование нелинейных эффектов фильтрации при

помощи закона фильтрации с предельным градиентом давления; сравнение, которое применялось для определения классов коллекторов по графикам зависимости безразмерного дебита от безразмерного времени при фильтрации по классическому закону и по закону с предельным градиентом давления при различных значениях безразмерного предельного градиента давления.

Научная новизна работы заключается в предоставлении критериев классификации и оценки рентабельности эксплуатации традиционными методами вертикальной скважины в низкопроницаемом коллекторе с нелинейными эффектами фильтрации на основании вида кривой падения безразмерного дебита и ее сравнения с кривой падения безразмерного дебита и ее сравнения с кривой падения безразмерного дебита и ее сравнения. Для описания нелинейных эффектов фильтрации по классическому закону. Для описания нелинейных эффектов фильтрации от классического закона – значение времени, когда величина безразмерного дебита при фильтрации от классического закона – значение времени, когда величина безразмерного дебита при фильтрации по закону с предельным градиентом давления становятся меньше, чем при фильтрации по классическому закону.

Приводится формула для определения нижней границы значения безразмерного предельного градиента давления, по которой можно определить диапазон классов, к которым может принадлежать коллектор, и сделать вывод о верхней границе рентабельности разработки коллектора вертикальной скважиной с помощью традиционных методов. Выведено соотношение, по которому рассчитывается давление на скважине, нужное для достижения заданного класса коллектора.

В работе использовались источники, в которых рассматриваются возможные причины возникновения нелинейных эффектов фильтрации в низкопроницаемых коллекторах, предлагаются и сравниваются между собой законы фильтрации, описывающие их, приводятся результаты экспериментов по фильтрации жидкостей в кернах с низкой проницаемостью. Также была рассмотрена литература, посвященная классификации и оценке коллекторов по различным параметрам, в том числе коллекторов с низкой проницаемостью.

6

## ГЛАВА 1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ФИЛЬТРАЦИИ

## 1.1. ПРИЧИНЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ ФИЛЬТРАЦИИ

По проведенным в [18] исследованиям было установлено, что при проницаемостях менее  $2,5 \cdot 10^{-3}$  мкм<sup>2</sup> наблюдаются отклонения от классического закона фильтрации. Значения депрессий, при которых проявляются нелинейные эффекты фильтрации сопоставимы со значениями депрессий при разработке, поэтому отклонения от классического закона фильтрации должны учитываться при эксплуатации пластов [18]. На основании экспериментов, представленных в [16], было показано, что нелинейные эффекты фильтрации наблюдаются при однофазных фильтрациях воды в керне с остаточной нефтенасыщенностью и со 100% водонасыщенностью, при однофазной фильтрации нефти в керне с остаточной водонасыщенностью и в случае двухфазной фильтрации воды и нефти в разных соотношениях. Также было установлено, что при абсолютной проницаемости более 0,01 мкм<sup>2</sup> нелинейные эффекты фильтрации практически не проявляются.

На сегодняшний день нет единого мнения о причинах возникновения нелинейных эффектов фильтрации в низкопроницаемых коллекторах [16, 20]. Возможно, отклонение от классического закона фильтрации происходит из-за особого характера граничного слоя, возникающего в результате взаимодействия флюида и поверхности скелета породы, в котором свойства флюида отличаются от свойств в центральной части поры. Например, могут отличаться вязкость или термодинамические параметры [3, 18]. Течение в таких порах начинается только после достижения некоторого значения градиента давления. При увеличении градиента давления в поровых каналах все меньшего радиуса достигаются мидкости, и они начинают участвовать в фильтрации флюида. В коллекторах с высокой проницаемостью эффекты взаимодействия флюида и поверхности скелета породы незаметны из-за большего размера пор. Но, когда проницаемость или радиус пор снижается до определенной величины, силами взаимодействия флюида и поверхности горной породы уже нельзя пренебрегать [16, 20, 23]. Чем меньше капилляры в породе, тем сильнее будут проявляться в ней нелинейные эффекты фильтрации. Возможно, силы взаимодействия флюида и поверхности скелета горной породы — главная причина отклонения фильтрации от классического закона. Структура пор, как и свойства флюида, влияют на течение в низкопроницаемых коллекторах [10].

Уменьшение эффективной толщины граничного слоя жидкости при увеличении градиента давления было установлено в экспериментах по течению деионизированной воды в микротрубках разного сечения, результаты которых представлены в [3]. В этой же работе определено, что нелинейные эффекты фильтрации сильнее проявляются в трубках меньшего радиуса.

Еще одной возможной причиной нелинейных эффектов фильтрации называют проявления неньютоновских свойств флюида, находящегося в низкопроницаемом пласте [20, 23]. В то же время проводились эксперименты, в которых отклонение от классического закона фильтрации в низкопроницаемых коллекторах наблюдалось и в случае фильтрации ньютоновских жидкостей [18]. Возможно, неньютоновские свойства у жидкостей в низкопроницаемых коллекторах проявляются из-за того, что в них влияние взаимодействия флюида и поверхности породы сильнее, чем высокопроницаемых коллекторах, и им нельзя пренебречь [3].

Согласно экспериментальным данным, значение предельного градиента давления уменьшается при увеличении проницаемости коллектора [7, 16, 20]. При этом зависимость предельного градиента давления от проницаемости в разных коллекторах различна [2].

# 1.2. СПОСБЫ ОПИСАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВФИЛЬТРАЦИИ

Одной из величин, с помощью которой описывают отклонение фильтрации от классического закона является начальный градиент давления. Его значение

определяется как точка пересечения оси абсцисс, на которой отмечают градиенты давления, и экстраполированной линейной части кривой зависимости скорости фильтрации от градиента давления. В некоторых работах [2, 7] замечается, что определяемый таким способом начальный градиент давления намного больше, чем наблюдаемый в пластах.

Также выделяют предельный градиент давления – это значение градиента давления, после которого кривая зависимости скорости фильтрации от градиента давления становится линейной. При этих условиях закон фильтрации можно записать в виде [16]:

$$v = -\frac{k}{\mu} (\operatorname{grad} p - H_0), \tag{1.1}$$

где v – скорость фильтрации, k – проницаемость,  $\mu$  – вязкость флюида, grad p – градиент давления,  $H_0$  – начальный градиент давления.

При градиентах давления grad *p* меньших, чем значение предельного градиента давления фильтрацию предлагается описывать уравнением [16]:

$$v = -\frac{k}{\mu} \cdot \varphi(\operatorname{grad} p) \cdot (\operatorname{grad} p - H_0), \qquad (1.2)$$

где  $\varphi(\text{grad } p)$  – функция, характеризующая изменение тангенса угла наклона кривой зависимости скорости фильтрации v от градиента давления grad p.

В квазилинейном законе фильтрации считается, что движение флюида происходит только при градиентах давления больше начального градиента давления (grad  $p > H_0$ ), скорость фильтрации в таких случаях определяется уравнением (1.1). При градиентах давления меньше начального скорость фильтрации считается нулевой, что приводит к недооценке области течения в пласте [6]. Иногда происходит смешение понятий предельного и начального градиента давления, и градиент давления, при котором начинается фильтрация в квазилинейном законе, может называться как предельным, так и начальным.

До сих пор нет единого мнения о существовании начального или предельного градиента давления. Модели с начальным градиентом давления критикуются за ошибки в выводе формул, неточности в экспериментах по его определению, так как из-за погрешности приборов малые скорости потоков могли приниматься за нулевые, и за слишком большие значения предельного градиента давления, получаемые из исследований керна. Также приводится пример месторождения Bakken с низкопроницаемыми пластами, которое успешно разрабатывалось без учета предельного градиента давления [10].

В степенном законе фильтрации при малых скоростях используется степенная зависимость скорости фильтрации от градиента давления [11]:

$$v = -\frac{k}{\mu}a_1 \left(\frac{dp}{dr}\right)^{a_2},\tag{1.3}$$

где *a*<sub>1</sub> – уравновешивающий коэффициент, *a*<sub>2</sub> – показатель степени. При больших скоростях фильтрации может применяться формула (1.1).

Также для описания нелинейной фильтрации в низкопроницаемых коллекторах предлагается использовать уравнение вида [2]:

$$v = -\frac{k(\operatorname{grad} p)}{\mu} \cdot \operatorname{grad} p, \tag{1.4}$$

где зависимость проницаемости k от градиента давления grad p определяется из экспериментальных данных, которую можно описать с помощью уравнения:

$$k(\operatorname{grad} p) = k \cdot \delta(\operatorname{grad} p), \tag{1.5}$$

где  $\delta(\text{grad } p)$  – поправочный коэффициент, зависящий от градиента давления, не превышающий единицы, а значение проницаемости k в правой части уравнения (1.5) считается постоянным. По достижении определенной

величины градиента давления поправочный коэффициент  $\delta$ (grad p) становится равным единице и закон фильтрации, описываемый уравнением (1.4), переходит в классический закон фильтрации.

Также нелинейные эффекты фильтрации описывают с помощью эмпирических зависимостей [16] или кусочно-линейных функций, которые при больших значениях градиентов давления используют уравнение (1.1) [17].

На рисунке 1.1 представлены графики зависимости скорости фильтрации от градиента давления для фильтрации по классическому, квазилинейному, степенному и кусочно-линейному законам фильтрации.



Рис. 1.1. Графики зависимости скорости фильтрации от градиента давления для различных законов фильтрации

## 1.3. ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЗАКОНАМИ ФИЛЬТРАЦИИ

Производятся сравнения численных моделей месторождений, в которых используются различные законы фильтрации.

Модели, использующие классический линейный закон фильтрации в низкопроницаемых коллекторах, завышают накопленный дебит по сравнению с моделями, использующими нелинейные законы фильтрации [2]. Накопленный дебит, рассчитанный моделью с нелинейным законом фильтрации, предложенным в [2] и описываемым формулой (1.4), больше совпадает с промысловыми данными, чем накопленный дебит, рассчитанный моделью с классическим законом фильтрации.

Модели с квазилинейным законом фильтрации завышают фильтрационное сопротивление в пласте, что приводит к тому, что накопленный дебит в таких моделях меньше, чем в случае моделей, учитывающих нелинейную фильтрацию при малых градиентах давления. Поэтому в численных моделях целесообразно использовать нелинейные законы фильтрации, учитывающие течение флюида при градиентах давления меньше начального градиента давления [6].

По результатам моделирования в [7] делается вывод о том, что учет начального градиента давления в численной модели месторождения из низкопроницаемого песчаника увеличивает точность адаптации для отдельных скважин и точность прогнозов для отдельных продуктивных пластов скважины. Из этих результатов делается вывод о том, что начальным градиентом давлением нельзя пренебрегать при моделировании месторождений с горными породами из низкопроницаемого песчаника.

В [17] сравнивались две модели с кусочно-линейными зависимостями скорости фильтрации от градиента давления, которые различались в области малых градиентов давления, с классическим законом фильтрации. Из результатов моделирования было получено, что нелинейные эффекты

фильтрации при абсолютных проницаемостях ниже 10·10<sup>-3</sup> мкм<sup>2</sup> значительно влияют на получаемое в результате моделирования значение коэффициента извлечения нефти и время разработки. Также показано, что поведение части кривой зависимости скорости фильтрации от градиента давления в области низких градиентов давления существенно влияет на результаты моделирования.

Из рассмотренных выше сравнений моделей с различными законами фильтрации можно сделать вывод о том, что в низкпроницаемых коллекторах для повышения точности результатов моделирования нужно учитывать нелинейные эффекты фильтрации, причем заметное влияние на результаты моделирования оказывает вид кривой зависимости скорости фильтрации от градиента давления при малых значениях градиента давления.

# ГЛАВА 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НИЗКОПРОНИЦАЕМЫХ КОЛЛЕКТОРОВ И ОБЗОР КЛАССИФИКАЦИЙ КОЛЛЕКТОРОВ 2.1. КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НИЗКОПРОНИЦАЕМЫХ

#### КОЛЛЕКТОРОВ

В различных стандартах верхняя граница, по которой определяют низкопроницаемые коллектора, находится в пределах до 100 мД. Например, в Китае часто используется величина 50 мД [10]. Низкопроницаемые коллектора в китайских стандартах, в свою очередь, делятся обычные низкопроницаемые коллектора (generally low permeability) со значениями проницаемости в диапазоне 10-50 мД, сверхнизкопроницаемые (extra-low permeability) с проницаемостями 1-10 мД и ультранизкопроницаемые (ultra-low permeability) с проницаемостями 0,1-1 мД [4].

В классификации, предложенной Канадской ассоциацией нетрадиционных ресурсов (CSUR), к коллекторам с низким качеством относятся коллектора с проницаемостями менее 10 мД. Начиная с этого значения проницаемости, коллектора в этой классификации считаются нетрадиционными [19, с. 26].

В характеристике проницаемости пород-коллекторов вне зависимости от типа пустот, представленной в [19, с. 41] к нетрадиционным коллекторам относятся коллектора с проницаемостями менее 1 мД, среди которых по качеству выделяются низкопроницаемые горные породы со значениями проницаемостей в 1-0,1 мД, сверхнизкопроницаемые (0,1-0,01 мД), экстранизкопроницаемые (менее 0,01 мД) и нанопроницаемые с проницаемостью порядка 10<sup>-6</sup> мД.

Как видно из рассмотренных выше критериев определения низкопроницаемых коллекторов, в настоящий момент еще не разработаны четкие и общепринятые критерии определения низкой проницаемости.

Возможно, низкопроницаемый коллектор следует рассматривать как относительное понятие, изменяющееся в зависимости от цены на углеводороды и развития технологий [4].

## 2.2. ОБЗОР ОЦЕНОЧНЫХ КЛАССИФИКАЦИЙ КОЛЛЕКТОРОВ

О качестве пород-коллекторов судят по значениям пористости, проницаемости, плотности и насыщенности пор флюидами [22, с. 152]. Разработано множество классификаций для оценки качества коллекторов по их фильтрационно-емкостным свойствам. Обычно оценочные классификации разрабатываются для определенной литологической группы пород. Кроме оценочных классификаций существуют общие, генетические, морфологические классификации, классификации по типу пустотного пространства и др. [22, с. 161-162]

На коллекторские свойства пород влияет множество параметров, поэтому трудно создать общую и точную классификацию коллекторов [14, с. 206]. Классификация коллекторов позволяет систематизировать и обобщить данные, полученные в результате исследования горных пород, представить их в удобном для понимания виде. С помощью разделения пород по классам могут оценивать промышленную значимость и рентабельность пластов, определять запасы углеводородов, выбирать способы их разработки, рекомендовать различные методы увеличения нефтеотдачи.

В классификации Теодоровича (1943, 1949, 1958) коллектора делятся на три группы: равномерно проницаемые (I группа), неравномерно проницаемые (II группа), трещинные (III группа). Коллектора из I и II групп распределяются в пять классов по значению проницаемости. К V классу, труднопроницаемым коллекторам, относятся коллектора с проницаемостью до 0,001 Д. Считается, что интерес для промышленности представляют коллектора из первых трех классов (проницаемость от 1 Д у I класса и 0,01-0,1 Д у III класса) и иногда коллектора из IV класса (проницаемость 0,001-0,01 Д) [21, с. 231].

В классификации коллекторов Конюхова (1961) выделено три группы, которые различаются по эффективной пористости и семь классов с разной

проницаемостью. В последний, VII класс входят коллектора с проницаемостью 1-10 мД [21, с. 236].

Широко распространена классификация песчано-алевритовых пород по Ханину (1965), состоящая из шести классов коллекторов. Эта классификация учитывает эффективную пористость и проницаемость по газу. Для каждого класса приводится характеристика коллектора по проницаемости и емкости. В классификации Ханина считается, что породы с проницаемостью менее 1 мД, которые принадлежат к VI классу, обычно не имеют промышленного значения [21, с. 234].

Из рассмотренных выше классификаций можно сделать вывод о том, что ранее породы с проницаемостью меньше 1 мД не принимались во внимание как коллектора, в которых возможна рентабельная добыча. Но в настоящий момент разрабатываются месторождения с проницаемостями, близкими или меньшими, чем 1 мД [15].

В более поздних классификациях в качестве определяющих параметров рассматриваются не только пористость и проницаемость, но и другие характеристики коллекторов и находящихся в них флюидов. В [1] предложен метод классификации пластов со сверхнизкой (extra low) проницаемостью, основанный на величинах радиуса поровых каналов, объемной доли подвижного флюида, начального градиента давления, содержания глины. Авторы отмечают, что эти величины независимы друг от друга. В предложенной классификации сверхнизкопроницаемые коллектора разделены на четыре типа, которые определяются по значению параметра комплексной оценки, вычисляемого из четырех перечисленных выше величин. Типы I и II оцениваются как легкие в разработке и заводнении, III тип считается труднее в разработке с закачкой воды. Тип IV определяется как крайне сложный в разработке при текущем уровне развития технологий и для него рекомендуется применять нагнетание газа. Из-за высокой неоднородности пород-коллекторов и, следовательно, невозможности описать характеристики коллектора средними величинами, определение

параметра комплексной оценки и типа коллектора в [1] производится по всей длине скважины.

На основании предложенного в [1] параметра комплексной оценки в [5] сравнивались динамика коэффициента извлечения нефти в низкопроницаемых коллекторах разных типов с заводнением и с закачкой газа. Для I типа коллекторов к большему коэффициенту извлечения нефти приводит закачка воды, а в коллекторах II, III и IV типа коэффициент извлечения нефти больше при закачке газа.

В рассмотренной ранее в параграфе 2.1 классификации Канадской ассоциации нетрадиционных ресурсов кроме проницаемости и качества коллектора также оценивается цена и сложность технологий освоения коллектора. Чем хуже качество коллектора, тем сложнее будут применяемые технологии и тем дороже будет его разработка [19, с. 27].

В [4] оценочный коэффициент, по которому проводилась классификация вычисляется на основании значений эффективной пористости, насыщенности подвижным флюидом, преобладающего радиуса поровых каналов и начального градиента давления. По характерным точкам графика зависимости четырехкомпонентного классификационного коэффициента от проницаемости класса ультранизкопроницаемых (ultra-low) выделили три коллекторов. Коллектора I класса с проницаемостью в 0,5-1 мД успешно эксплуатируются в настоящем, ожидается, что коллектора II класса с проницаемостью в 0,2-0,6 мД смогут эффективно разрабатывать в ближайшем будущем, а эксплуатация коллекторов III класса с проницаемостью до 0,3 мД в настоящий момент вызывает множество трудностей и требует дальнейших исследований.

Создаются классификации для карбонатных коллекторов. В одной из классификаций [8] карбонатные коллектора разделены на четыре типа, которые различаются по виду порового пространства, пористости, проницаемости, медианному радиусу пор и давлению вытеснения. По статистическим данным

была выявлена корреляция между типами коллекторов и их продуктивностью: у карбонатных коллекторов I типа продуктивность наибольшая. Последний, IV тип считается неспособным отдавать нефть.

В [9] карбонатные коллектора разделили на три класса по величине пористости. Для разработки классификации использовалась нейронная сеть с обучением без учителя. І класс в представленной классификации обладает наибольшей пористостью и трещиноватостью. ІІ класс с меньшей пористостью можно разрабатывать с помощью интенсификации притока. Коллектора ІІІ класса нерентабельны в разработке. ІІ класс еще разделили на три подтипа (2-1, 2-2, 2-3) по значениям пористости, проницаемости и коэффициентов упругости. По подтипам II класса оценивается эффективность обработки пласта для интенсификации притока. Подтип 2-3 с высокими значениями пористости, проницаемости и высоким индексом хрупкости (brittleness index) по сравнению с подтипами 2-1 и 2-2 считается наиболее предпочтительным для кислотного гидроразрыва пласта.

## ГЛАВА 3. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ

### 3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется найти и сравнить уравнения зависимости безразмерного дебита от безразмерного времени при классическом законе фильтрации и при законе фильтрации с предельным градиентом давления.

Рассматривается бесконечный пласт мощностью h с пластовым давлением  $p_0$ , в котором находится вертикальная скважина с радиусом  $r_w$ . Разработка скважины проводится традиционными методами. Течение флюида считается одномерным плоскорадиальным.

Начальное условие: давление до запуска скважины одинаково по всему пласту и равно пластовому давлению *p*<sub>0</sub>:

$$p(r,0) = p_0. (3.1)$$

Граничные условия: давление на скважине в момент времени t = 0 устанавливается и в последующие моменты времени поддерживается равным:

$$p(r_w, t) = p_w. aga{3.2}$$

На бесконечном удалении от скважины  $r \to \infty$  давление постоянно и равно пластовому давлению  $p_0$  во все моменты времени:

$$p(\infty, t) = p_0. \tag{3.3}$$

Уравнения зависимости дебита Q от времени t находятся через уравнение пьезопроводности, которое выводится из уравнений неразрывности слабосжимаемой жидкости и закона фильтрации. В случае фильтрации по классическому закону уравнение пьезопроводности решается с помощью автомодельной переменной [13, с. 146]. При фильтрации по закону с предельным градиентом давления для нахождения зависимости дебита Q от времени t используется метод интегральных соотношений [12, с. 96].

Уравнение неразрывности слабосжимаемой жидкости:

$$c_t m \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{u} = 0, \tag{3.4}$$

где  $c_t$  – коэффициент общей сжимаемости пластовой системы, m – коэффициент пористости,  $\vec{u}$  – скорость фильтрации флюида.

Коэффициент общей сжимаемости пластовой системы *c*<sub>t</sub> находится из уравнения:

$$c_t = c_0 s_0 + c_w s_w + c_f, (3.5)$$

где  $c_o$  – коэффициент сжимаемости нефти,  $s_o$  – насыщенность нефтью,  $c_w$  – коэффициент сжимаемости воды,  $s_w$  – насыщенность водой,  $c_f$  – коэффициент сжимаемости горной породы.

Уравнение закона фильтрации записывается в виде [12, с.94]:

$$\nabla p = -\Pi \Phi \left(\frac{u}{\lambda}\right) \frac{\vec{u}}{u},\tag{3.6}$$

где П – характерное значение градиента давления,  $\lambda$  – характерное значение скорости фильтрации,  $\Phi\left(\frac{u}{\lambda}\right)$  – функция, связывающая градиент давления  $\nabla p$  и скорость фильтрации u.

Закон фильтрации (3.6) также можно записать в другом виде [12, с.94]:

$$\vec{u} = -\lambda \psi \left(\frac{|\nabla p|}{\Pi}\right) \frac{\nabla p}{|\nabla p|'},$$
где  $\psi \left(\frac{|\nabla p|}{\Pi}\right) - \phi$ ункция обратная  $\Phi \left(\frac{u}{\lambda}\right).$ 
(3.7)

Уравнения (3.4) и (3.7) можно преобразовать в одно, подставив значение скорости фильтрации  $\vec{u}$  из (3.7) в уравнение неразрывности слабосжимаемой жидкости (3.4) и разделив обе части уравнения на  $mc_t$ . В случае одномерного плоскорадиального течения получится:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\lambda}{mc_t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \psi \left( \frac{1}{\Pi} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right]. \tag{3.8}$$

где *r* – радиальная координата.

#### 3.2. ОБЕЗРАЗМЕРИВАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ

Для нахождения решения поставленной задачи переменные нужно обезразмерить по приведенным ниже соотношениям.

Безразмерное давление определяется по формуле:

$$P = \frac{p - p_w}{p_0 - p_w}.$$
(3.9)

Уравнения для нахождения безразмерной радиальной координаты и безразмерного времени:

$$R = \frac{r}{r_w},\tag{3.10}$$

$$T = \frac{\kappa t}{r_w^2},\tag{3.11}$$

где *и* – коэффициент пьезопроводности, который равен:

$$\varkappa = \frac{k}{\mu m c_t}.$$
(3.12)

В формуле (3.12) *µ* – вязкость флюида, *k* – проницаемость коллектора.

Тогда граничные условия (3.2) и (3.3) в безразмерных переменных, вычисленных по формулам (3.9) и (3.10), примут вид:

$$P(R=1) = \frac{p_w - p_w}{p_0 - p_w} = 0, \tag{3.13}$$

$$P(R \to \infty) = \frac{p_0 - p_w}{p_0 - p_w} = 1.$$
(3.14)

Безразмерный дебит находится по формуле:

$$\check{Q} = \frac{\mu Q}{2\pi k h (p_0 - p_w)}.$$
(3.15)

## 3.3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ КЛАССИЧЕСКОГО ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ

В случае течения по классическому закону фильтрации: характерное значение скорости фильтрации  $\lambda = \frac{k}{\mu}$ , характерное значение градиента давления  $\Pi = 1$ , функция, связывающая скорость фильтрации и градиент давления  $\psi\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\partial p}{\partial r}$ .

Тогда уравнение (3.8) с учетом приведенных выше значений можно записать в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\mu m c_t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial p}{\partial r} \right]. \tag{3.16}$$

Уравнение (3.16) после вычисления производной по радиальной координате *r* и его преобразования с выделением коэффициента пьезопороводности по формуле (3.12) примет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varkappa \left( \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right). \tag{3.17}$$

Чтобы получить безразмерное уравнение пьезопроводности, обе части уравнения (3.17) разделили на разность давлений ( $p_0 - p_w$ ), а также умножили и разделили правую часть уравнения на  $r_w^2$ :

$$\frac{1}{p_0 - p_w} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\varkappa}{r_w^2 (p_0 - p_w)} \left( r_w^2 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{r_w^2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right).$$
(3.18)

После занесения некоторых множителей под знаки производной и переноса множителя перед скобкой из правой части в левую:

$$\frac{\partial\left(\frac{p}{p_0-p_W}\right)}{\partial\left(\frac{\kappa t}{r_W^2}\right)} = \frac{\partial^2\left(\frac{p}{p_0-p_W}\right)}{\partial\left(\frac{r}{r_W}\right)^2} + \frac{r_W}{r} \frac{\partial\left(\frac{p}{p_0-p_W}\right)}{\partial\left(\frac{r}{r_W}\right)}.$$
(3.19)

Это уравнение можно преобразовать в безразмерное уравнение пьезопроводности по формулам (3.9) – (3.11):

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\partial^2 P}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R}.$$
(3.20)

Решение этого уравнения находится через автомодельную переменную [13, с. 146], которая позволяет перейти от дифференциального уравнения с частными производными к обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\xi = \frac{R}{2\sqrt{T}}.$$
(3.21)

Производные безразмерного давления *P*, выраженные через автомодельную переменную *ξ*:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{dP}{d\xi}\frac{d\xi}{dT} = -\frac{R}{4\sqrt{T^3}}\frac{dP}{d\xi} = -\frac{\xi}{2T}\frac{dP}{d\xi'},$$
(3.22)

$$\frac{dP}{dR} = \frac{dP}{d\xi}\frac{d\xi}{dR} = \frac{1}{2\sqrt{T}}\frac{dP}{d\xi} = \frac{1}{2\sqrt{T}}\frac{dP}{d\xi'},$$
(3.23)

$$\frac{d^{2}P}{dR^{2}} = \frac{d}{dR} \left( \frac{dP}{dR} \right) = \frac{d}{dR} \left( \frac{1}{2\sqrt{T}} \frac{dP}{d\xi} \right) = \frac{1}{2\sqrt{T}} \frac{d\xi}{dR} \frac{d^{2}P}{d\xi^{2}} = \frac{1}{4T} \frac{d^{2}P}{d\xi^{2}}.$$
(3.24)

После подстановки производных, выраженных через автомодельную переменную *ξ*, из соотношений (3.22) – (3.24) в безразмерное уравнение пьезопроводности (3.20):

$$\frac{1}{4T}\frac{d^2P}{d\xi^2} + \frac{1}{R}\frac{1}{2\sqrt{T}}\frac{dP}{d\xi} = -\frac{\xi}{2T}\frac{dP}{d\xi}.$$
(3.25)

После умножения обоих частей уравнения (3.25) на 4*T*, переноса слагаемого из правой части уравнения в левую и преобразования:

$$\frac{d^2P}{d\xi^2} + \left(\frac{2\sqrt{T}}{R} + 2\xi\right)\frac{dP}{d\xi} = 0.$$
(3.26)

Первое слагаемое в скобках можно записать через автомодельную переменную (3.21), тогда из (3.26) можно получить обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2P}{d\xi^2} + (\xi^{-1} + 2\xi)\frac{dP}{d\xi} = 0.$$
(3.27)

С заменой  $y = \frac{dP}{d\xi}$  уравнение (3.27) приводится к дифференциальному уравнению вида:

$$\frac{dy}{d\xi} + (\xi^{-1} + 2\xi)y = 0. \tag{3.28}$$

Решение которого:

$$\ln y = -\ln \xi - \xi^2 + C, \tag{3.29}$$

где *С* – константа интегрирования. После потенцирования уравнения (3.29):

$$y = \frac{C_1}{\xi} e^{-\xi^2},$$
 (3.30)

где  $C_1 = e^c$ .

После выполнения обратной замены и интегрирования:

$$P = \int_{\xi}^{\infty} \frac{c_1}{\xi} e^{-\xi^2} d\xi + C_2, \tag{3.31}$$

где *C*<sub>2</sub> – константа интегрирования.

При подстановке граничного условия (3.14) интеграл в (3.31) будет равен нулю, поэтому константа интегрирования C<sub>2</sub>:

$$C_2 = 1.$$
 (3.32)

После интегрирования (3.31) с подстановкой значений автомодельной переменной из (3.21) и значения константы интегрирования *C*<sub>2</sub> из (3.32):

$$P = -\frac{c_1}{2} Ei\left(-\frac{R^2}{4T}\right) + 1,$$
(3.33)

где  $Ei\left(-\frac{R^2}{4T}\right)$  – интегральная показательная функция, которая равна:

$$Ei\left(-\frac{R^2}{4T}\right) = \gamma + \ln\left|-\frac{R^2}{4T}\right| + \sum_{n\geq 1}\left[\frac{1}{n!\cdot n}\left(-\frac{R^2}{4T}\right)^n\right],\tag{3.34}$$

где *ү* ≈ 0,5772156649 – постоянная Эйлера-Маскерони.

После подстановки граничного условия (3.13) в (3.33) можно найти константу интегрирования *C*<sub>1</sub>:

$$P(R=1) = -\frac{c_1}{2} Ei\left(-\frac{1}{4T}\right) + 1 = 0, \qquad (3.35)$$

После выражения константы интегрирования C<sub>1</sub> из (3.35):

$$C_1 = \frac{2}{Ei\left(-\frac{1}{4T}\right)}.$$
(3.36)

После подстановки константы интегрирования  $C_1$  из (3.36) в уравнение для нахождения безразмерного давления (3.33):

$$P = 1 - \frac{Ei\left(-\frac{R^2}{4T}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4T}\right)}.$$
(3.37)

Размерный дебит Q на скважине с радиусом  $r_w$  найдется по формуле:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} r_{w} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_{w}}.$$
(3.38)

Которую с учетом (3.9) и (3.10) можно переписать в виде:

$$Q = \frac{2\pi kh(p_0 - p_w)}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial R}\right)_{R=1}.$$
(3.39)

После подстановки значения дебита *Q* из уравнения (3.39) в формулу для его обезразмеривания (3.15):

$$\check{Q} = \left(\frac{\partial P}{\partial R}\right)_{R=1}.$$
(3.40)

Безразмерный дебит  $\check{Q}$  для классического закона фильтрации найдется подстановкой безразмерного давления из формулы (3.37) в (3.40):

$$\check{Q} = -\frac{2}{Ei\left(-\frac{1}{4T}\right)}e^{-\frac{1}{4T}}.$$
(3.41)

На рис. 3.1 представлен график зависимости безразмерного дебита  $\check{Q}$  от безразмерного времени T для течения по классическому закону фильтрации, полученный по формуле (3.41), в полулогарифмических координатах.



Рис. 3.1. Кривая падения безразмерного дебита при фильтрации по классическому закону

## 3.4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ С ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

Решение для задачи при фильтрации по закону с предельным градиентом давления находится через метод интегральных соотношений [12, с. 96].

Метод интегральных соотношений – приближенный метод решения, который заключается в том, что уравнение пьезопроводности в области возмущения заменяется системой интегральных соотношений. В невозмущенных областях параметры считаются постоянными и равными начальным значениям [12, с. 47-48].

Так как давление *p* в формуле (3.8) находится только в производных, давление *p* в этой формуле можно заменить на возмущение давления  $\tilde{p} = p - p_0$ :

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = \frac{\lambda}{mc_t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \psi \left( \frac{1}{\Pi} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \right) \right]. \tag{3.42}$$

Распределение скоростей фильтрации и принимается в виде [12, с. 96]:

$$u(r,t) = \frac{Q_{\Gamma}(t)}{2\pi rh} \left[ 1 - \frac{r}{l(t)} \right], \ r \le l,$$
(3.43)

где  $Q_{\Gamma}$  – дебит при законе фильтрации с предельным градиентом давления, l(t) – граница зоны возмущения, которая отделяет зону с уже изменившимися параметрами от зоны, где параметры еще остаются равными начальным значениям.

Граница зоны возмущения *l* находится из соотношения материального баланса, которое также является интегральным соотношением:

$$\frac{d}{dt}\int_0^l 2\pi rmhc_t \,\tilde{p}(r,t)dr = -Q_{\Gamma}(t). \tag{3.44}$$

В (3.6) можно также заменить давление p под знаком градиента на возмущение давления  $\tilde{p}$  и выразить его с учетом условия на границе зоны возмущения  $\tilde{p}(l,t) = 0$ :

$$\tilde{p}(r,t) = -\int_{r}^{l(t)} \Pi \Phi\left(\frac{|u(r,t)|}{\lambda}\right) dr.$$
(3.45)

В случае закона фильтрации с предельным градиентом давления: характерное значение градиента давления  $\Pi = G$  (где G – предельный градиент давления), характерное значение скорости фильтрации  $\lambda = \frac{kG}{\mu}$ , функция, связывающая скорость фильтрации и градиент давления  $\Phi\left(\frac{u}{\lambda}\right) = \frac{u}{\lambda} + 1$  [12, с. 97].

После подстановки принятых выше значений параметров в (3.45):

$$\tilde{p}(r,t) = -\int_r^{l(t)} G\left(\frac{\mu}{kG}u + 1\right) dr.$$
(3.46)

Обе части уравнения (3.46) разделили на разность давлений ( $p_0 - p_w$ ), после чего в левой части уравнения выделили безразмерное давление по формуле (3.9), а значение скорости фильтрации *и* выразили из (3.43).

$$P - 1 = -\int_{r}^{l(t)} \left(\frac{\mu}{k} \frac{Q_{\Gamma}}{2\pi r h(p_{0} - p_{w})} - \frac{\mu}{kl} \frac{Q_{\Gamma}}{2\pi h(p_{0} - p_{w})} + \frac{G}{p_{0} - p_{w}}\right) dr.$$
(3.47)

Обезразмеривание предельного градиента происходит по формуле:

$$\Gamma = G \frac{r_w}{p_0 - p_w}.\tag{3.48}$$

Безразмерная граница зоны возмущения находится из соотношения:

$$\check{L} = \frac{l}{r_w}.$$
(3.49)

По формулам (3.10), (3.48) и (3.49) обезразмерили величины в правой части уравнения (3.47):

$$P - 1 = -\int_{R}^{\check{L}} \left( \frac{\check{Q}_{\Gamma}}{R} - \frac{\check{Q}_{\Gamma}}{\check{L}} + \Gamma \right) dR.$$
(3.50)

Уравнение (3.50) после вычисления интеграла и преобразования:

$$P = 1 - \check{Q}_{\Gamma} \left[ \ln \left( \frac{\check{L}}{R} \right) + \left( 1 - \frac{R}{\check{L}} \right) \left( \frac{\Gamma}{\check{Q}_{\Gamma}} \check{L} - 1 \right) \right].$$
(3.51)

Подстановка граничного условия (3.13) приводит соотношение (3.51) к виду:

$$P(R=1) = 1 - \check{Q}_{\Gamma} \left[ \ln(\check{L}) + \left(1 - \frac{1}{\check{L}}\right) \left(1 - \frac{\Gamma}{\check{Q}_{\Gamma}}\check{L}\right) \right] = 0.$$
(3.52)

Из уравнения (3.52) можно выразить безразмерный дебит на скважине  $\check{Q}_{\Gamma}$  при фильтрации по закону с предельным градиентом давления:

$$\check{Q}_{\Gamma} = \frac{1 - \Gamma(\check{L} - 1)}{\ln(\check{L}) + \frac{1}{\check{L}} - 1}, \check{L} \ge 1, \Gamma\check{L} < 1,$$

$$(3.53)$$

где условие  $\check{L} \ge 1$  следует из условия к распределению скоростей фильтрации (3.43). Условие  $\Gamma\check{L} < 1$  получено на основании того, что безразмерный дебит  $\check{Q}_{\Gamma}$  и знаменатель дроби в правой части формулы (3.53) должны быть положительными, тогда и числитель дроби тоже должен быть больше нуля и при допущении, что граница зоны возмущения пласта распространилась достаточно далеко, чтобы пренебречь единицей в скобках числителя дроби в соотношении (3.53). Это условие можно записать в размерных величинах из формул (4.48) и (4.49):

$$\frac{p_0 - p_w}{l} > G. \tag{3.54}$$

Условие (3.54) означает, что фильтрация может происходить только когда градиент давления больше предельного градиента давления *G*.

После подстановки в уравнение для нахождения безразмерного давления P (3.51) значения безразмерного дебита  $\check{Q}_{\Gamma}$  из (3.53):

$$P = 1 + \frac{1 - \Gamma(\check{L} - 1)}{\ln(\check{L}) + \frac{1}{\check{L}} - 1} \left[ \ln\left(\frac{R}{\check{L}}\right) + 1 - \frac{R}{\check{L}} \right] - \Gamma\check{L}\left(1 - \frac{R}{\check{L}}\right).$$
(3.55)

Для обезразмеривания уравнения материального баланса (3.44) обе части уравнения разделили на разность давлений ( $p_0 - p_w$ ). Выражение в левой части соотношения разделили и умножили на  $\frac{\kappa}{r_w^2}$ :

$$\frac{d}{d\left(\frac{\kappa t}{r_{W}^{2}}\right)} \int_{0}^{l} 2\pi rmhc_{t} \frac{\kappa}{r_{W}^{2}} \frac{\tilde{p}(r,t)}{p_{0}-p_{W}} dr = -\frac{Q_{\Gamma}(t)}{p_{0}-p_{W}}.$$
(3.56)

После выделения безразмерных давления и времени по уравнениям (3.9) и (3.11), а также записи коэффициента пьезопроводности по формуле (3.12):

$$\frac{d}{dT} \int_0^l 2\pi r h \; \frac{k}{\mu r_w^2} (P-1) dr = -\frac{Q_{\Gamma}(t)}{p_0 - p_w}.$$
(3.57)

В соотношении (3.57) можно выделить безразмерную радиальную координату и безразмерный дебит:

$$\frac{d}{dT}\int_0^l \frac{r}{r_w} (P-1)d\left(\frac{r}{r_w}\right) = -\frac{\mu Q_{\Gamma}}{2\pi kh(p_0 - p_w)}.$$
(3.58)

После преобразования в безразмерные величины радиальной координаты и дебита по формулам (3.10) и (3.15) соответственно получится обезразмеренное уравнение материального баланса:

$$\frac{d}{dT}\int_0^{\check{L}} R(P-1)dR = -\check{Q}_{\Gamma}.$$
(3.59)

Для того, чтобы вычислить интеграл в (3.59), нужно подставить безразмерное давление *P* из (3.51):

$$\frac{d}{dT}\int_{0}^{\check{L}}R\check{Q}_{\Gamma}\left[\ln\left(\frac{R}{\check{L}}\right) + \left(1 - \frac{R}{\check{L}}\right)\left(1 - \frac{\Gamma}{\check{Q}_{\Gamma}}\check{L}\right)\right]dR = -\check{Q}_{\Gamma}.$$
(3.60)

После вычисления интеграла в (3.60):

$$\frac{d}{dT}\left(-\frac{\check{Q}_{\Gamma}\check{L}^{2}}{4}+\frac{\check{Q}_{\Gamma}\check{L}^{2}}{6}-\frac{\Gamma\check{L}^{3}}{6}\right)=-\check{Q}_{\Gamma}.$$
(3.61)

Обезразмеренное уравнение материального баланса после преобразований в (3.61) приобретает вид:

$$\frac{d}{dT}\left(\check{Q}_{\Gamma}\check{L}^{2}+2\Gamma\check{L}^{3}\right)=12\check{Q}_{\Gamma}.$$
(3.62)

Из обезразмеренного уравнения материального баланса (3.62) можно получить уравнение зависимости безразмерной границы зоны возмущения  $\tilde{L}$  от безразмерного времени T.

Производную безразмерного дебита  $\check{Q}_{\Gamma}$  по безразмерному времени *Т* можно записать как производную от сложной функции:

$$\frac{d\check{Q}_{\Gamma}}{dT} = \frac{d\check{Q}_{\Gamma}}{d\check{L}}\frac{d\check{L}}{dT}.$$
(3.63)

Вычисление производных от слагаемых в скобках уравнения (3.62) с учетом (3.63):

$$\check{L}^2 \frac{d\check{Q}_{\Gamma}}{d\check{L}} \frac{d\check{L}}{dT} + 2\check{L}\check{Q}_{\Gamma} \frac{d\check{L}}{dT} + 6\Gamma\check{L}^2 \frac{d\check{L}}{dT} = 12\check{Q}_{\Gamma}.$$
(3.64)

После подстановки значения  $\check{Q}_{\Gamma}$  из (3.53) в (3.64), вычисления производной и преобразования:

$$\left(\check{L}^{2}\Gamma\frac{6\ln(\check{L})+\frac{6}{\check{L}}-7}{1-\Gamma(\check{L}-1)}-\frac{\check{L}-1}{\ln(\check{L})+\frac{1}{\check{L}}-1}+2\check{L}\right)\frac{d\check{L}}{dT}=12.$$
(3.65)

При малых значениях безразмерного времени *Т* можно считать, что выполняется неравенство:

$$1 \ll \check{L} \ll \Gamma^{-1}. \tag{3.66}$$

Тогда уравнение (3.65) можно записать в виде:

$$2\check{L}d\check{L}\approx 12dT.$$
(3.67)

Из решения дифференциального уравнения (3.67), считая, что в момент времени T = 0 безразмерная граница зоны возмущения  $\check{L} = 0$  можно найти уравнение, описывающее изменение безразмерной границы зоны возмущения с течением безразмерного времени:

$$\check{L} \approx \sqrt{12T}.\tag{3.68}$$

Из соотношения (3.68) и уравнения для обезразмеривания времени (3.11) можно получить размерное значение границы зоны возмущения:

$$l \approx \sqrt{12\varkappa t}.\tag{3.69}$$

В формулу (3.53) можно подставить значение безразмерной границы зоны возмущения  $\check{L}$  из (3.68) и получить уравнение зависимости безразмерного дебита  $\check{Q}_{\Gamma}$  от безразмерного времени *T*:

$$\check{Q}_{\Gamma} = \frac{1 - \Gamma(\sqrt{12T} - 1)}{0.5 \cdot \ln(12T) + \frac{1}{\sqrt{12T}} - 1}, \quad 1 \ll \sqrt{12T} \ll \Gamma^{-1}, \quad (3.70)$$

где учитывается условие (3.66), использованное при выводе зависимости безразмерной границы зоны возмущения *L* от безразмерного времени *T* (3.68).

Диапазон значений безразмерного предельного градиента давления Г для построения зависимостей безразмерного дебита  $\check{Q}_{\Gamma}$  от безразмерного времени *T*, представленных на рис. 3.2, вычислялся подстановкой размерных значений величин в формулу (3.48). Где принималось, что радиус скважины  $r_w = 0,1$  м, давление в невозмущенном пласте  $p_0 = 20$  МПа, давление на скважине  $p_w = 10$  МПа. Максимальное значение предельного градиента давления  $G_{max} = 1$  МПа/м приняли на основании значений предельных градиентов давления из классификаций, представленных в работах [5] и [4]. Тогда по формуле (3.48) максимальный безразмерный предельный градиент давления при параметрах, принятых выше:  $\Gamma_{max} = 0,01$ .

Минимальное значение предельного градиента давления при таких же характеристиках пласта, флюида и скважины приняли равным  $G_{min} = 100$  Па/м. Значения предельного градиента давления такого порядка наблюдались в экспериментах, проведенных в [16]. После обезразмеривания по формуле (3.48) минимальный безразмерный предельный градиент давления при рассматриваемых параметрах:  $\Gamma_{min} = 10^{-6}$ .

На рис. 3.2 изображены графики зависимости безразмерных дебитов  $\check{Q}_{\Gamma}$  от безразмерного времени *T* в полулогарифмических координатах для закона фильтрации с предельным градиентом давления при различных значениях безразмерного предельного градиента  $\Gamma$ , полученные по уравнению (3.70).



Рис. 3.2. Кривые падения безразмерного дебита при фильтрации по закону с предельным градиентом давления

Как видно на рис. 3.2, чем меньше безразмерный предельный градиент давления  $\Gamma$ , тем медленнее уменьшается безразмерный дебит  $\check{Q}_{\Gamma}$  с течением безразмерного времени *T*.

# ГЛАВА 4. АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ 4.1. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Тождественность полученных решений для фильтрации по классическому закону и по закону фильтрации с предельным градиентом давления можно проверить с помощью асимптотического анализа. Для того, чтобы сравнить эти два решения между собой, нужно привести уравнения (3.41) и (3.70) к похожему друг на друга виду.

В уравнении зависимости безразмерного дебита  $\check{Q}_{\Gamma}$  от безразмерного времени *T* при фильтрации по закону с предельным градиентом давления (3.70) безразмерный предельный градиент считается стремящимся к нулю  $\Gamma \rightarrow 0$ . Тогда (3.70) примет вид:

$$\check{Q}_{\Gamma} = \frac{1}{0.5 \cdot \ln(12T) + \frac{1}{\sqrt{12T}} - 1}.$$
(4.1)

При больших значениях безразмерного времени  $T \to \infty$  в уравнении зависимости безразмерного дебита от безразмерного времени при классическом законе фильтрации (3.41) экспонента раскладывается в ряд Тейлора до линейного слагаемого. В интегральной показательной функции  $Ei\left(-\frac{1}{4T}\right)$  оставили три первых слагаемых:

$$\check{Q} = \frac{2}{\ln(4T) + \frac{1}{4T} - 0.5772} \left( 1 - \frac{1}{4T} \right). \tag{4.2}$$

Как видно из рис. 4.1, кривая падения безразмерного дебита  $\check{Q}_{\Gamma}$  при фильтрации с безразмерным предельным градиентом давления  $\Gamma \rightarrow 0$ , полученная из уравнения (4.1), с течением времени сходится с кривой падения безразмерного дебита  $\check{Q}$  при классическом законе фильтрации, полученной из уравнения (4.2).

При малых значениях безразмерного времени *T* наблюдается расхождение графиков. Оно вызвано тем, что уравнение зависимости безразмерного дебита от

безразмерного времени (3.70) при законе фильтрации с предельным градиентом давления было получено приближенным методом интегральных соотношений, поэтому значения безразмерного дебита, полученные по формуле (4.1) при малых значениях безразмерного времени Т не совпадают со значениями, формуле для определения безразмерного полученными по дебита по закону фильтрации (4.2), которое классическому вывели с помощью автомодельной переменной.





По сходимости соотношений (4.1) и (4.2) с течением безразмерного времени *Т* можно сделать вывод о том, что значения безразмерных дебитов, полученные из уравнения (3.70) можно применять для оценки дебитов при фильтрации по закону с предельным градиентом давления.

# 4.2. СРАВНЕНИЕ КРИВЫХ ПАДЕНИЯ ДЕБИТОВ ДЛЯ КЛАССИЧЕСКОГО ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ И ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ С ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

Сравнение производится между кривой падения дебита по классическому закону фильтрации, которая рассчитывается по формуле (3.41) и на рис. 4.2 изображена пунктирной линей, и кривыми падения безразмерного дебита по закону фильтрации с предельным градиентом давления при различных величинах безразмерного предельного градиента давления Г, значения безразмерного дебита для которого рассчитывались по соотношению (3.70).



Рис. 4.2. Сравнение кривых падения безразмерных дебитов при классическом законе фильтрации и законе фильтрации с предельным градиентом давления при разных значениях безразмерного предельного градиента Г

На рис. 4.2 точками отмечены пересечения кривых падения дебита при классическом законе фильтрации и законе фильтрации с предельным градиентом давления. Пересечение кривых происходит в момент времени  $T^*$  – безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона. По достижении безразмерного времени  $T^*$ , безразмерный дебит при законе фильтрации с предельным градиентом давления начинает убывать быстрее, чем при фильтрации по классическому закону.

Как видно из графиков, представленных на рис. 4.2, при уменьшении безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$  безразмерное время  $T^*$  становится больше. То есть безразмерный дебит при фильтрации по закону с предельным градиентом давления дольше соответствует безразмерному дебиту при фильтрации по классическому закону при уменьшении безразмерного предельного градиента  $\Gamma$ .

Была написана программа, код которой представлен в приложении 1, которая находит безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона  $T^*$  для заданного безразмерного предельного градиента давления Г с шагом по безразмерному времени от 0,05 до 5 в зависимости от величины безразмерного предельного градиента давления Г. Безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона  $T^*$  определялось как момент времени, когда безразмерный дебит при фильтрации по закону с предельным градиентом давления, рассчитываемый по формуле (3.70), становится меньше безразмерного дебита при фильтрации по классическому закону, который рассчитывается по формуле (3.41). Результаты вычисления программой безразмерных времен  $T^*$  и безразмерного дебита  $\tilde{Q}_{\Gamma}$  для различных значений безразмерного предельного градиента давления Г представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

36

	Безразмерное время начала	Безразмерный дебит <b>Ž</b> в
везразмерный предельный	отклонения фильтрации от	момент безразмерного
прадиентт	классического закона Т*	времени Т*
10-2	7,25	0,684
5.10-3	17,65	0,534
10-3	199	0,327
5.10-4	606	0,277
10-4	8702	0,202
5.10-5	$2,82 \cdot 10^4$	0,181
10-5	$4,55 \cdot 10^5$	0,145
5.10-6	$1,54 \cdot 10^{6}$	0,133
10-6	$2,72 \cdot 10^7$	0,112

Результаты расчетов безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона с помощью программы

Из сравнения вида кривых падения безразмерного дебита, изображенных на рис. 4.2, и данных таблицы 4.1 можно сделать вывод о том, что значение безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$  характеризует степень проявления нелинейных эффектов фильтрации в коллекторе: чем больше величина  $\Gamma$ , тем раньше проявляются нелинейные эффекты фильтрации и тем быстрее уменьшается безразмерный дебит после достижения безразмерного времени  $T^*$ .

## 4.3. ПОЛУЧЕНИЕ РАЗМЕРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ВЕЛИЧИН

По формулам обезразмеривания величин (3.11), (3.15), (3.48) можно получить данные таблицы 4.1 в размерном виде. Параметры, требующиеся для расчетов размерных величин из таблицы 4.1, принимаются равными: проницаемость k = 0,25 мД, пористость m = 0,1, вязкость флюида  $\mu = 3$  мПа·с, коэффициент общей сжимаемости пластовой системы  $c_t = 2 \cdot 10^{-3}$  МПа<sup>-1</sup>, радиус скважины  $r_w = 0,1$  м, пластовое давление  $p_0 = 20$  МПа, давление на скважине  $p_w = 10$  МПа, мощность пласта h = 10 м. Полученные результаты расчетов размерных величин предельного градиента давления *G*, времени начала отклонения фильтрации от классического закона  $t^*$  и дебита Q в момент времени  $t^*$  представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2

# Результаты расчетов размерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона

Предельный градиент G, атм/м	Время начала отклонения фильтрации от классического закона <i>t</i> *	Дебит <i>Q</i> в момент времени <i>t</i> <sup>*</sup> , м <sup>3</sup> /с
10	3 мин	4,30.10-5
5	7 мин	3,36.10-5
1	1 ч	2,05.10-5
0,5	4 ч	1,74.10-5
0,1	2 сут	1,27.10-5
5.10-2	8 сут	1,14.10-5
10-2	4 мес	9,11.10-6
5.10-3	1 год	8,36.10-6
10-3	21 год	7,03.10-6

Как видно из таблицы 4.2, размерное время отклонения фильтрации от классического закона  $t^*$  при рассмотренных значениях параметрах флюида, пласта и скважины находится пределах от нескольких минут при значениях предельного градиента давления *G* порядка 10 атм/м до десятков лет при значениях предельного градиента давления *G* порядка 100 Па/м.

## ГЛАВА 5. КЛАССИФИКАЦИЯ КОЛЛЕКТОРОВ, В КОТОРЫХ ПРОЯВЛЯЮТСЯ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ФИЛЬТРАЦИИ

### 5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ КЛАССОВ КОЛЛЕКТОРОВ

По виду кривых падения безразмерного дебита было выделено четыре класса коллекторов, которые характеризуются различной степенью влияния нелинейных эффектов на фильтрацию в них.

На рис. 5.1 в полулогарифмическом масштабе сплошными линиями проведены кривые падения безразмерного дебита для значений безразмерных предельных градиентов давления Г, которые приняты для предлагаемой классификации коллекторов как граничные. Линиями из точек изображены кривые падения безразмерного дебита с промежуточными значениями безразмерного предельного градиента давления Г. Пунктирной линией изображена кривая падения безразмерного дебита для классического закона фильтрации. Дебиты для фильтрации по закону с предельным градиентом давления считались по формуле (3.70), а для фильтрации по классическому закону по соотношению (3.41).



Рис. 5.1. Кривые падения безразмерного дебита для граничных и промежуточных значений безразмерного предельного градиента давления Г

К I классу коллекторов относятся коллектора с безразмерным предельным градиентом давления  $\Gamma < 10^{-6}$ . Как видно из рис. 5.1 кривые падения безразмерного дебита в коллекторах I класса начинают отклоняться от классического закона фильтрации через значительный промежуток безразмерного времени. Например, для граничного значения предельного градиента  $\Gamma = 10^{-6}$  безразмерное время начала отклонения от классического закона фильтрации, рассчитанное по программе из приложения 1, составит  $T^* = 2,72 \cdot 10^7$ .

Во II классе коллекторов с безразмерным предельным градиентом, находящемся в диапазоне  $\Gamma \in (10^{-6}; 10^{-5})$ , отклонение от классического закона фильтрации начинается раньше, чем в коллекторах I класса. Безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона, полученное по расчетам программы из приложения 1, находится в пределах  $T^* \in (4,55 \cdot 10^5; 2,72 \cdot 10^7)$ .

К коллекторам III класса относятся коллектора с безразмерным предельным градиентом в диапазоне величин  $\Gamma \in (10^{-5}; 10^{-3})$ . Безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона находится в интервале  $T^* \in (199; 4,55 \cdot 10^5)$ . Из кривых падения безразмерных дебитов на рис. 5.1 видно, что уменьшение дебита после достижения безразмерного времени  $T^*$  в коллекторах III класса происходит сильнее, чем в коллекторах двух предыдущих классов.

К IV классу относятся коллектора, в которых сильно проявляются нелинейные эффекты фильтрации. Безразмерный предельный градиент давления в коллекторах IV класса  $\Gamma > 10^{-3}$ . Кривая падения безразмерного дебита начинает отклоняться от классического закона фильтрации через малый промежуток времени после начала фильтрации, и безразмерный дебит после

достижения безразмерного времени  $T^*$  уменьшается намного быстрее, чем при фильтрации по классическому закону. Для граничного значения безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma = 10^{-3}$  безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона фильтрации:  $T^* = 199$ .

В таблице 5.1 представлены граничные значения безразмерного предельного градиента давления Г и безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона *T*<sup>\*</sup> для каждого класса.

Таблица 5.1

Класс	Граничные значения безразмерного предельного градиента давления Г	Граничные значения безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона <i>T</i> *
Ι	< 10 <sup>-6</sup>	$> 2,72 \cdot 10^{7}$
II	$10^{-6} \dots 10^{-5}$	$4,55 \cdot 10^5 \dots 2,72 \cdot 10^7$
III	$10^{-5} \dots 10^{-3}$	$4,55 \cdot 10^5 \dots 199$
IV	> 10 <sup>-3</sup>	< 199

Классификация коллекторов с нелинейными эффектами фильтрации

# 5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ БЕЗРАЗМЕРНЫМ ВРЕМЕНЕМ НАЧАЛА ОТКЛОНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ОТ КЛАССИЧЕСКОГО ЗАКОНА И БЕЗРАЗМЕРНЫМ ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

С помощью метода наименьших квадратов вычислили уравнения, связывающие величины безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона  $T^*$  и безразмерного предельного градиента давления Г для всех классов коллекторов вместе и для каждого класса коллекторов отдельно. Затем полученные по уравнениям значения безразмерного времени  $T^*$  сравнивались со значениями, полученными с помощью программы, код которой представлен в приложении 1.

Уравнение для всех классов коллекторов, описывающее зависимость всего диапазона значений безразмерного времени  $T^*$  от безразмерного предельного градиента давления Г:

$$T^* = 2,06 \cdot 10^{-3} \Gamma^{-1,69},\tag{5.1}$$

Погрешность между полученными в программе и рассчитанными по формуле (5.1) значениями безразмерного времени  $T^*$  для рассмотренных значений безразмерного предельного градиента давления Г представлены в таблице приложения 2 и могут достигать 36%.

Формула, описывающая зависимость между  $T^*$  и  $\Gamma$  для I класса:

$$T^* = 3,34 \cdot 10^{-4} \Gamma^{-1,82},\tag{5.2}$$

для II класса:

$$T^* = 5,89 \cdot 10^{-4} \Gamma^{-1,78},\tag{5.3}$$

для III класса:

$$T^* = 1,75 \cdot 10^{-3} \Gamma^{-1,68}, \tag{5.4}$$

для IV класса:

$$T^* = 8,92 \cdot 10^{-3} \Gamma^{-1,44}. \tag{5.5}$$

Погрешности значений безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона  $T^*$ , полученные для рассмотренных значений безразмерного предельного градиента давления Г по формулам для первых двух классов коллекторов (5.2) и (5.3), как показано в приложении 2, не превышают 5% по сравнению со значениями, рассчитанными программой из приложения 1, а погрешность формул для коллекторов III (5.4) и IV класса (5.5) не превышает 6% и 7% соответственно по сравнению с результатами расчетов программы. Как видно из данных, представленных в приложении 2, по формулам зависимости безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона  $T^*$  от безразмерного предельного градиента давления Г для каждого класса в отдельности (5.2) – (5.5) получаются более точные значения безразмерного времени  $T^*$ , чем при расчетах по общей для всех классов формуле (5.1).

Из полученных уравнений зависимости  $T^*$  от  $\Gamma$  для каждого класса коллекторов (5.2) – (5.5), уравнений обезразмеривания (3.11), (3.48) и формулы для определения коэффициента пьезопроводности (3.12) можно получить отдельное для каждого класса соотношение, по которому можно оценивать размерное время начала отклонения фильтрации от классического закона  $t^*$ , если известны остальные параметры. Класс коллектора определяется по величине безразмерного предельного градиента  $\Gamma$ , вычисляемого по формуле (3.48), и таблице 5.1.

Для I класса коллекторов уравнение для определения времени начала отклонения фильтрации от классического закона:

$$t^* = 3,34 \cdot 10^{-4} \frac{c_t m \mu}{k} r_w^2 \, \Gamma^{-1,82}.$$
(5.6)

Аналогичное уравнение для II класса:

$$t^* = 5,89 \cdot 10^{-4} \frac{c_t m \mu}{k} r_w^2 \, \Gamma^{-1,78},\tag{5.7}$$

для III класса:

$$t^* = 1,75 \cdot 10^{-3} \frac{c_t m \mu}{k} r_w^2 \, \Gamma^{-1,68},\tag{5.8}$$

для IV класса:

$$t^* = 8,92 \cdot 10^{-3} \frac{c_t m \mu}{k} r_w^2 \, \Gamma^{-1,44}.$$
(5.9)

Также по уравнениям (5.6) - (5.9) можно оценивать проницаемость k, если выразить ее из соответствующей классу коллектора формулы и если известно

время начала отклонения фильтрации от классического закона *t*<sup>\*</sup> и остальные параметры в используемой формуле.

Например, если предполагается, что время начала отклонения фильтрации от классического закона  $t^* = 15$  дней, предельный градиент давления G = 5000 Па/м, пористость m = 0,1, вязкость флюида  $\mu = 3$  мПа·с, коэффициент общей сжимаемости  $c_t = 2 \cdot 10^{-3}$  МПа<sup>-1</sup>, радиус скважины  $r_w = 0,1$  м, пластовое давление  $p_0 = 20$  МПа, давление на скважине  $p_w = 10$  МПа.

Безразмерный предельный градиент давления, рассчитанный по формуле (3.48), будет  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-5}$ . По полученному значению безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$  и данным таблицы 5.1 рассматриваемый коллектор принадлежит к III классу. Для коллекторов III класса проницаемость k выражается из формулы (5.8):

$$k = 1,75 \cdot 10^{-3} \frac{c_t m \mu}{t^*} r_w^2 \, \Gamma^{-1,68}.$$
(5.10)

Проницаемость коллектора III класса, рассчитанная по формуле (5.10) и приведенным выше параметрам будет равной k = 0,14 мД.

Если предположить, что  $t^* = 3$  года, предельный градиент давления G = 500 Па/м, а остальные параметры остаются теми же, то безразмерный предельный градиент давления будет  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-6}$ , что по таблице 5.1 соответствует II классу коллектора. Тогда проницаемость выражается из формулы (5.7):

$$k = 5,89 \cdot 10^{-4} \frac{c_t m\mu}{t^*} r_w^2 \, \Gamma^{-1,78}.$$
(5.11)

Найденная по соотношению (5.11) проницаемость составит k = 0,10 мД.

# 5.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ГРАНИЦ КЛАССИФИКАЦИИ КОЛЛЕКТОРОВ ДЛЯ ЗАДАННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Значения размерных величин предельного градиента давления G и времени начала отклонения фильтрации от классического закона  $t^*$  рассчитывались по

значениям безразмерных величин  $\Gamma$  и  $T^*$ , представленным в таблице 5.1 и по соотношениям, (3.11), (3.12) и (3.48) при тех же параметрах, что были предложены в параграфе 4.3. Результаты расчетов представлены в таблице 5.2.

Таблица 5.2

# Размерные значения классификации коллекторов для рассматриваемых параметров

Класс	Граничные значения предельного градиента давления <i>G</i> , атм/м	Граничные значения времени начала отклонения фильтрации от классического закона <i>t</i> *
Ι	< 10 <sup>-3</sup>	> 21 года
II	$10^{-3} \dots 10^{-2}$	4 мес – 21 год
III	$10^{-2} \dots 1$	1 ч – 4 мес
IV	> 1	< 1 ч

Из данных таблицы 5.2 видно, что фильтрация в коллекторах I класса будет значительное время соответствовать классическому закону: возможно, скважину закроют еще до того, как нелинейные эффекты фильтрации успеют заметно повлиять на снижение безразмерного дебита, поэтому можно считать, что нелинейные эффекты фильтрации в коллекторах I класса незначительно влияют или даже не влияют на дебит и рентабельность скважин.

В коллекторах II класса возможно наблюдение нелинейных эффектов фильтрации и снижение дебита по сравнению с коллекторами с классическим законом фильтрации за время эксплуатации скважины. Рентабельность разработки коллекторов II класса будет меньше, чем коллекторов с аналогичными параметрами и классическим законом фильтрации.

В коллекторах III класса будут наблюдаться отклонение фильтрации от классического закона за время эксплуатации скважины и более быстрое снижение дебита относительно коллектора с классическим законом фильтрации. Коллектора III класса могут быть малорентабельными или нерентабельными в разработке из-за более быстрого, чем в коллекторах II класса снижения

безразмерного дебита после начала отклонения фильтрации от классического закона.

Коллектора IV класса нерентабельны в разработке из-за быстрого проявления нелинейных эффектов фильтрации и резкого снижения дебита после достижения безразмерного времени *T*<sup>\*</sup>.

В приложении 3 представлена расширенная таблица, описывающая классы коллекторов, в которую, кроме граничных значений безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$  и безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона  $T^*$  для каждого класса коллекторов из таблицы 5.1, включены приведенные выше характеристики влияния нелинейных эффектов фильтрации на безразмерный дебит и рентабельность разработки, а также уравнения, связывающие значение  $T^*$  со значением  $\Gamma$  в пределах каждого класса коллекторов (5.2) – (5.5).

Из формулы обезразмеривания предельного градиента давления  $\Gamma$  (3.48) можно заметить, что при изменении величины давления на скважине  $p_w$  возможно изменение класса коллектора и рентабельности разработки. Чтобы отсрочить начало снижения дебита из-за нелинейных эффектов фильтрации (увеличить безразмерное время  $T^*$ ) и повысить рентабельность эксплуатации, нужно уменьшить давление на скважине  $p_w$ .

# 5.4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА СКВАЖИНЕ ДЛЯ РЕНТАБЕЛЬНОЙ РАЗРАБОТКИ И ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ КОЛЛЕКТОРА

Если известны радиус скважины  $r_w$ , пластовое давление  $p_0$ , предельный градиент давления G, то из соотношения (3.48) можно выразить давление на скважине  $p_w$  и, подставив необходимый для рентабельной разработки безразмерный предельный градиент давления  $\Gamma$ , найти значение давления на скважине  $p_w$ , которое требуется для того, чтобы разработка стала рентабельной:

$$p_w = p_0 - \frac{Gr_w}{\Gamma}.$$
(5.12)

Например, чтобы коллектор с предельным градиентом давления G = 1000 Па/м, пластовым давлением  $p_0 = 20$  МПа и радиусом скважины  $r_w = 0,1$  м принадлежал к коллекторам II класса (по таблице 5.1 максимальное значение безразмерного предельного градиента для II класса  $\Gamma = 10^{-5}$ ), нужно, чтобы давление на скважине, рассчитанное по формуле (5.12),  $p_w < 10$  МПа. Если в соотношение (5.12) подставить  $\Gamma = 10^{-6}$ , верхнее граничное значение для коллекторов I класса, то значение давления на скважине  $p_w$  получится отрицательным, что означает невозможность достижения такого значения безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$  и I класса рентабельности при рассматриваемых параметрах коллектора.

Также из формулы (5.12) можно вывести соотношение, ограничивающее значение безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$  снизу из-за того, что величина давления на скважине должна быть положительной  $p_w > 0$ :

$$\Gamma > G \frac{r_w}{p_0}.\tag{5.13}$$

По значению безразмерного предельного градиента давления, получаемого из соотношения (5.13), можно определить диапазон классов, к которому может принадлежать коллектор при его разработке вертикальной скважиной с помощью традиционных методов, и оценить верхнюю границу его рентабельности.

Для рассмотренных в текущей главе параметров коллектора безразмерный предельный градиент давления, рассчитанный по формуле (5.13),  $\Gamma > 5 \cdot 10^{-6}$ . Полученная величина означает, что коллектор с такими свойствами не может принадлежать к коллекторам I класса, так как превышает граничное значение  $\Gamma$  для коллекторов I класса (см. таблицу 5.1). В зависимости от установленного давления на скважине  $p_w$ , он будет принадлежать ко II, III или IV классу коллекторов.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Была разработана классификация низкопроницаемых коллекторов с нелинейными эффектами фильтрации на основании вида кривой падения безразмерного дебита В вертикальной скважине, разрабатываемой традиционными методами, и значений безразмерного предельного градиента давления Г. В представленной классификации коллектора разделены на четыре класса по степени влияния на коллектор нелинейных эффектов фильтрации. Для каждого класса коллектора приведена оценка степени влияния нелинейных эффектов фильтрации на безразмерный дебит по сравнению с дебитом при классическом законе фильтрации и снижения рентабельности по сравнению с аналогичным коллектором, в котором фильтрация происходит по классическому закону.

В коллекторах I класса значение времени начала отклонения фильтрации от классического закона близко ко времени эксплуатации скважины, дебит в коллекторах I класса может соответствовать дебиту при классическом законе фильтрации в течение долгого промежутка времени или даже весь период разработки скважины, поэтому при оценке рентабельности коллекторов I класса нелинейные эффекты фильтрации можно не учитывать.

В коллекторах II класса будут наблюдаться проявление нелинейных эффектов фильтрации за время эксплуатации скважины, снижение дебита и рентабельности по сравнению с классическим законом фильтрации. Но, скорее всего, разработка коллекторов II класса остается рентабельной.

Нелинейные эффекты фильтрации в коллекторах III класса могут привести к малорентабельности или нерентабельности разработки из-за более раннего начала отклонения фильтрации от классического закона и более быстрого снижения безразмерного дебита, чем в коллекторах предыдущих классов.

Коллектора IV класса можно считать нерентабельными, так как отклонение от классического закона фильтрации происходит быстро и

нелинейные эффекты фильтрации приводят к резкому снижению кривой падения дебита по сравнению с кривыми падения безразмерного дебита предыдущих классов коллекторов.

В работе представлены формулы, связывающие величины безразмерного времени начала отклонения фильтрации от классического закона T\* и безразмерный предельный градиент давления Г для каждого класса коллектора. Произведена погрешности оценка ИХ ПО сравнению co значениями безразмерного времени  $T^*$ , полученного по представленной в приложении 1 программе, для определенных значений безразмерного предельного градиента давления Г. Погрешность значений безразмерного времени  $T^*$ , рассчитанных по формуле для соответствующего значению безразмерного предельного градиента давления Г классу коллекторов, не превышает 10% от рассчитанных программой. Также была получена аналогичное соотношение для всего диапазона изменения безразмерного предельного градиента давления Г, включающая в себя все классы коллекторов. Погрешность рассчитанных по нему величин безразмерного времени  $T^*$ ПО сравнению с результатами расчетов программы ДЛЯ рассмотренных значений безразмерного предельного градиента давления Г может достигать 36%. Поэтому для более точной оценки безразмерного времени T\* нужно пользоваться формулой, связывающей эту величину и безразмерный предельный градиент давления Г для класса, к которому принадлежит рассматриваемый коллектор. Эти же уравнения следует использовать, если требуется оценить какой-либо другой параметр, который можно выразить из этой формулы, например, проницаемость k, если известны другие параметры, входящие в формулу.

Приведено уравнение, по которому можно рассчитать нужное для заданного класса коллектора значение давления на скважине  $p_w$ , зная значения предельного градиента давления G, радиуса скважины  $r_w$  и пластового давления  $p_0$ , а также соотношение для оценки нижней границы безразмерного предельного градиента давления  $\Gamma$ , которая может показать невозможность

принадлежности коллектора к классам с малым влиянием нелинейных эффектов фильтрации на рентабельность разработки, и по которой можно определить верхнюю границу рентабельности на основании характеристик классов коллекторов, к которым может принадлежать коллектор с рассматриваемыми параметрами. Код программы, рассчитывающей безразмерное время начала отклонения фильтрации от классического закона

Программа написана на языке Object Pascal в среде разработки Lazarus.

#### Файл Unit1.pas:

unit Unit1;

{\$mode objfpc}{\$H+}

interface

uses

Classes, SysUtils, Forms, Controls, Graphics, Dialogs, StdCtrls, ActnList;

#### type

{ TForm1 }

TForm1 = class(TForm)

ResultMemo: TMemo;

StartCountButton: TButton;

GammaEdit: TEdit;

GammaLabel: TLabel;

ResultLabel: TLabel;

procedure StartCountButtonClick(Sender: TObject);

private

public

end;

var

Form1: TForm1;

implementation

{\$R \*.lfm}

{ TForm1 }

procedure TForm1.StartCountButtonClick(Sender: TObject);

var

Gamma, T, Q\_C, Q\_G, dT: real;

begin

```
Gamma := StrToFloat(GammaEdit.Text);
```

if Gamma > 0.001 then

begin

```
dT := 0.05;
```

```
T := 0.05;
```

end

else

if Gamma >= 1E-06 then begin

```
dT := 0.5;
```

```
T := 0.5
```

end

else

begin

dT := 5;

T := 5;

end;

$$Q_C := -2*\exp(-1/(4*T))/(0.5772156649 - \ln(4*T) - 1/(4*T) + 1/4 * \exp(-2*\ln(4*T)) - 1/(2*3*3) * \exp(-3*\ln(4*T)) + 1/(2*3*4*4) * \exp(-4*\ln(4*T)));$$

```
Q_G := (1-Gamma^*(sqrt(12^*T)-1))/(0.5^*ln(12^*T)+1/sqrt(12^*T)-1);
```

while  $Q_C < Q_G$  do

begin

T := T + dT;

 $\begin{aligned} Q_C &:= -2*\exp(-1/(4*T))/(0.5772156649 - \ln(4*T) - 1/(4*T) + 1/4 * \exp(-2*\ln(4*T)) - 1/(2*3*3) * \exp(-3*\ln(4*T)) + 1/(2*3*4*4) * \exp(-4*\ln(4*T))); \end{aligned}$ 

```
Q_G := (1-Gamma*(sqrt(12*T)-1))/(0.5*ln(12*T)+1/sqrt(12*T)-1);
```

end;

 $ResultMemo.Lines.Add('T=' + FloatToStr(Gamma) +' T*=' + FloatToStr(T) + ' Q_C=' + FloatToStr(Q_C) + ' Q_G=' + FloatToStr(Q_G));$ 

end;

end.

#### Файл project.lpr:

program project1;

{\$mode objfpc}{\$H+}

uses

{\$IFDEF UNIX}{\$IFDEF UseCThreads}

cthreads,

```
{$ENDIF}{$ENDIF}
```

Interfaces,

Forms, Unit1

{\$R \*.res}

begin

RequireDerivedFormResource:=True;

Application.Scaled:=True;

Application.Initialize;

Application.CreateForm(TForm1, Form1);

Application.Run;

end.

### Скриншоты программы:

😻 Расчет времени начала отклонения Т*	-	×
Безразмерный предельный градиент давления Г 0,001		
Результаты вычислений		
Вычислить		

🤓 Расчет времени начала отклонения Т* —	×
Безразмерный предельный градиент давления Г 0,001	
Результаты вычислений Г=0,001 T*=198,650000000011 Q_C=0,327355532274458 Q_G=0,327353615403451	
Вычислить	

			<b>T</b> *		<b>T</b> *	п
			Т по	Погрешность	Тпо	Погрешность
Класс	Г	<i>Т</i> * по	формуле	по формуле	общей	по общей
101000	•	программе	для класса		формуле	формуле
			(5.2) – (5.5)	для класса, 70	(5.1)	(5.1), %
	10-7	1,79·10 <sup>9</sup>	$1,84 \cdot 10^9$	2,5	1,39·10 <sup>9</sup>	22
	2,5.10-7	3,35·10 <sup>8</sup>	3,46.108	3,3	2,96·10 <sup>8</sup>	12
Ι	5.10-7	9,52·10 <sup>7</sup>	9,81·10 <sup>7</sup>	3,0	9,18·10 <sup>7</sup>	3,6
	7,5.10-7	4,57·10 <sup>7</sup>	4,69·10 <sup>7</sup>	2,6	4,62·10 <sup>7</sup>	1,1
	10-6	$2,72 \cdot 10^7$	$2,78 \cdot 10^7$	2,0	2,84·10 <sup>7</sup>	4,4
	10-6	$2,72 \cdot 10^7$	$2,82 \cdot 10^7$	3,5	$2,84 \cdot 10^7$	4,4
	2,5.10-6	5,27·10 <sup>6</sup>	$5,52 \cdot 10^{6}$	4,6	6,04·10 <sup>6</sup>	15
II	5.10-6	$1,54 \cdot 10^{6}$	1,61·10 <sup>6</sup>	4,2	$1,87 \cdot 10^{6}$	22
	7,5·10 <sup>-6</sup>	7,54·10 <sup>5</sup>	7,81·10 <sup>5</sup>	3,5	9,44·10 <sup>5</sup>	25
	10-5	4,55·10 <sup>5</sup>	4,68·10 <sup>5</sup>	2,8	5,81·10 <sup>5</sup>	28
	10-5	4,55·10 <sup>5</sup>	$4,40.10^{5}$	3,5	5,81·10 <sup>5</sup>	28
	5.10-5	$2,82 \cdot 10^4$	$2,94 \cdot 10^4$	4,5	$3,82 \cdot 10^4$	36
III	10-4	8702	9184	5,5	11854	36
	5·10 <sup>-3</sup>	606	614,8	1,5	781	29
	10-3	198,65	191,9	3,4	242	22
	10-3	198,65	186,4	6,2	242	22
	7,5·10 <sup>-3</sup>	47,95	49,81	3,9	51	7,3
IV	5·10 <sup>-3</sup>	17,65	18,36	4,0	15,94	9,7
	2,5·10 <sup>-3</sup>	10,35	10,24	1,1	8,04	22
	10-2	7,25	6,77	6,7	4,94	32

Погрешности определения безразмерного времени отклонения фильтрации от классического закона по различным формулам

<sup>3</sup> Г-
= 1,75 · 10 <sup>-3</sup> Γ <sup>-</sup>
* = 5,89 · 10 <sup>-4</sup> [ <sup>-</sup>
'* = 3,34 · 10 <sup>-4</sup> Γ <sup>-</sup>
Уравнение зависим Т*(Г) для класса

Классификация и характеристика коллекторов с нелинейными эффектами фильтрации

## Приложение 3

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

[1] Advantageous Reservoir Characterization Technology in Extra LowPermeability Oil Reservoirs / Y. Luo, Z. Yang, L. Meng, S. Li // Journal ofEngineering.2017.Vol.2017.P.1-9.URL:https://www.hindawi.com/journals/je/2017/6705263/ (дата обращения: 22.01.2020)

[2] Behavior of Flow through Low-Permeability Reservoirs / Q. Lei, W. Xiong, J. Yuan [и др.] // Society of Petroleum Engineers. 2008. Paper SPE-113144-MS.

[3] Characteristics of micro scale nonlinear filtration / L. Yang, L. Qun, L. Xiangu, X. Hanmin // Petroleum Exploration and Development, Vol. 38. Issue 3, 2011.P. 336–340.

[4] Classification and Evaluation of Ultra-Low Permeability Reservoirs in the Changqing Oilfield / X. Ran, A. Li, J. Zhao, S. Li // International Petroleum Technology Conference. 2013. Paper IPTC-16603-MS.

[5] Longitudinal Reservoir Evaluation Technique for Tight Oil Reservoirs / Y.
Luo, Z. Yang, Z. Tang [и др.] // Advances in Materials Science and Engineering. 2019.
Vol. 2019. P. 1-8. URL: https://www.hindawi.com/journals/amse/2019/7681760/
(дата обращения: 22.01.2020)

[6] Non-Darcy flow numerical simulation for low-permeability reservoirs / J. Xu, R. Jiang, L. Xie [и др.] // Society of Petroleum Engineers. 2012. Paper SPE-154890-MS.

[7] Numerical Simulation Method and Laboratory Experiments of Starting Pressure Gradient in Tight Sandstone Oil Reservoirs / S. Wang, X. Tan, S. Zhang [и др.] // Society of Petroleum Engineers. 2017. Paper SPE-186349-MS.

[8] Petrophysical Characterization and Fractal Analysis of Carbonate Reservoirs of the Eastern Margin of the Pre-Caspian Basin / F. Sha, L. Xiao, Z. Mao, C. Jia // Energies. 2018. Vol. 12. Issue 1. P. 1-17. URL: https://www.mdpi.com/1996-1073/12/1/78/htm (дата обращения: 22.01.2020)

[9] Petrophysical Rock Classification, Permeability Estimation, and Elastic Moduli Assessment in Tight Carbonate Reservoirs: A Case Study in Tarim Field, China / Y. Zhou, Z. Heidari, D. Zhu, A.D. Hill // Society of Petroleum Engineers. 2017. Paper SPE-187516-MS.

[10] Progress on Flow Mechanism in Low Permeability Formation / H. Guo, F. Wang, Y. Li [и др.] // Procedia Engineering. 2015. Vol. 126. P. 466-470. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705815036139 (дата обращения: 14.09.2019)

[11] Well Test Interpretation Model on Power-law Non-linear Percolation Pattern in Low-permeability Reservoirs / L. Shun, Z. Kai, T. Ze-we // Society of Petroleum Engineers. 2010. Paper SPE-132271-MS.

[12] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах Москва: Недра, 1984. 211 с.

[13] Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. Москва: Недра, 1993. 416 с.

[14] Бурлин Ю.К., Конюхов А.И., Карнюшина Е.Е. Литология нефтегазоносных толщ: учебное пособие для вузов. Москва: Недра, 1991. 286 с.

[15] Климов Д.С., Закиров Э.С. Новый подход к разработке месторождений нефти и газа с низкопроницаемыми коллекторами // Экспозиция нефть газ. 2018. № 3 (63). С. 46-50.

[16] Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Анализ и интерпретация результатов лабораторных исследований керна Приобского месторождения / В.А. Байков, Р.Р. Галеев, А.В. Колонских [и др.] // Вестник ОАО «НК «Роснефть». 2013. №2. С. 8-12.

[17] Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Влияние на технологические показатели разработки месторождения / В.А. Байков, Р.Р.

Галеев, А.В. Колонских [и др.] // Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть». 2013. №2. С. 17-19.

[18] Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Лабораторные фильтрационные исследования керна Приобского месторождения / В.А. Байков, А.В. Колонских, А.К. Макатров [и др.] // Вестник «НК «Роснефть». 2013. №2. С. 4-7.

[19] Нефть и газ низкопроницаемых сланцевых толщ – резерв сырьевой базы углеводородов России / О.М. Прищепа, О.Ю. Аверьянова, А.А. Ильинский, Д. Морариу. [под ред. О.М. Прищепы]. Санкт-Петербург: ФГУП «ВНИГРИ», 2014. 323 с.

[20] Сюаньжань Л. Нелинейная фильтрация воды в низкопроницаемых коллекторах // Научно-технический сборник Вести газовой науки. 2015. №3 (23). С. 116-121.

[21] Ханин А.А. Породы-коллекторы нефти и газа и их изучение. Москва: Недра, 1969. 368 с.

[22] Чернова О.С. Основы геологии нефти и газа. Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2008. 372 с.

[23] Шагапов В.Ш., Дударева О.В. Проявление нелинейных эффектов фильтрации в низкопроницаемых коллекторах при переменных режимах функционирования скважины // Вестник Томского государственного университета. 2016. №1 (39). С. 102-114.