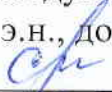


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра алгебры и математической логики


РЕКОМЕНДОВАНО К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Заведующий кафедрой
к.э.н., доцент
 С.В. Вершинина
15.01.2022 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистерская диссертация

**МЕХАНИЗМЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5-6 КЛАССАХ**

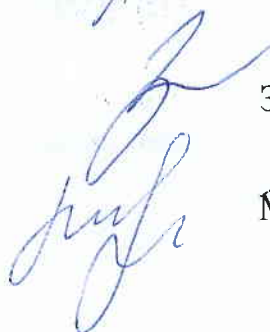
44.04.01 Педагогическое образование
Магистерская программа «Современное математическое образование»

Выполнила работу
студентка 3 курса
заочной формы обучения



Мусякаева Евгения Илдаровна

Научный руководитель
доцент, к.п.н.



Зубова Елена Александровна

Рецензент
преподаватель, к.п.н.

Мечник Софья Валерьевна

Тюмень
2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5 – 6 КЛАССАХ.....	7
1.1. СУЩНОСТЬ ПОНЯТИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКА ГРАМОТНОСТЬ»	7
1.2. ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У УЧАЩИХСЯ 5 – 6 КЛАССОВ	19
1.3. АНАЛИЗ ЗАДАНИЙ ПО ДИАГНОСТИКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ.....	27
ВЫВОД ПО ГЛАВЕ 1.....	46
ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5 – 6 КЛАССАХ.....	47
2.1. ЗАДАНИЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ И КРИТЕРИИ ЕЁ ОЦЕНИВАНИЯ	47
2.2. ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РАЗВИТИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5 – 6 КЛАССАХ	55
2.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ...	70
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2	75
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	76
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	79

ВВЕДЕНИЕ

Актуализация. Современное математическое образование призвано воспитать грамотную и компетентную личность, способную реализовать свой потенциал в производственной и творческой деятельности во взрослой жизни. Формирование математической грамотности, к составляющим которой входят терминологическая грамотность, вычислительная и графическая культура, является одним из средств реализации этой цели школьного образования.

Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса [Концепция развития математического образования].

В последнее время в образовании часто появляется понятие «грамотность», однако само понятие не является новым и существует с конца X – начала XI века. В середине XX века происходит пересмотр, переосмысление и расширение понятия «грамотность». В 1965 году на Всемирном конгрессе министров просвещения в Тегеране было предложено использовать термин «функциональная грамотность» [Фролова, с. 180]. Функциональная грамотность включает в себя: математическую грамотность, финансовую грамотность, естественнонаучную грамотность, глобальные компетенции, читательскую грамотность, креативное и критическое мышление.

Основным толчком к началу обсуждения проблемы математической грамотности послужило проведение мониторингового исследования PISA (Programme for International Student Assessment), в котором оценивается функциональная грамотность учащихся [Рослова, с. 63]. Выяснилось, что результаты российских школьников в данном исследовании далеки от первых мест, так например, в 2015 году Российская Федерация (РФ) занимает 23 место, а в 2018 году 30 место среди других стран участниц. Вследствие чего 26 декабря 2017 года правительством Российской Федерации была утверждена программа «Развитие образования» (постановление №1642), одной из целью которой является «...повышение позиций Российской Федерации в

международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) не ниже 20 места в 2025 году, в том числе: ... по математической грамотности - не ниже 22 места...» [Об утверждении государственной программы...].

Весомый вклад в исследование математической грамотности сделан такими учеными как Рослова Л.О., Краснянская К.А., Квитко Е.С., Ковалева Г.С., Денищева Л.О., Карамова И.И., Чашечникова А.С., в частности:

- исследование понятия «математическая грамотность» (Губанова, Лебедева, Евтыхова);
- формирование математической грамотности учащихся (Богдан, Егупова, Епишева);
- экспериментальной апробации технологий мониторинга математической грамотности (Волкова).

Различные подходы к определению термина «математическая грамотность» позволяют рассматривать это понятие как:

- способность человека математически мыслить и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира (Ковалёва);
- способность индивидуума идентифицировать и осмысливать роль математики в мире, способность делать основательные математические суждения, возможность математической деятельности, отвечающей запросам настоящего и будущего как творческого, конструктивного, заинтересованного и сознательного гражданина (Иванов, Митрофанов, Соколова);

- составляющую математической культуры (Губанова, Лебедева);
- важную составляющую математической компетентности (Борисова).

Составляющими математической грамотности являются:

- терминологическая грамотность;
- правильный математический язык (устный и письменный);
- вычислительная и графическая культура (Епишева).

Исходя из вышесказанного нами определена проблема, которая нуждается в решении: как использовать возможности контекстно-ориентированных задач для развития математической грамотности учащихся 5-6 классов.

Объект исследования: формирование математической грамотности обучающихся в 5 – 6 классах.

Предмет исследования: учебно-методический инструментарий по формированию математической грамотности обучающихся в 5-6 классах на уроках математики

Цель исследования: разработать и апробировать учебно-методический инструментарий развития математической грамотности обучающихся в 5-6 классах на уроках математики средствами контекстно-ориентированных задач.

Гипотеза исследования состоит в предположении о том, что если в процессе обучения математики в 5-6 классах использовать контекстно-ориентированные задачи, то это позволит повысить уровень математической грамотности у школьников.

Задачи исследования:

- 1) на основе педагогической, научной и методической литературы раскрыть понятие «математическая грамотность», а также проанализировать результаты школьников по математической грамотности;
- 2) разработать математический инструментарий по формированию математической грамотности и критерии его оценивания;
- 3) проведение педагогического эксперимента;
- 4) выполнить обработку полученных результатов педагогического эксперименты и сделать выводы.

Методологической основой исследования послужили концепции, теории, положения, документы, фундаментальные и прикладные работы, которые составляют теоретико-методологическую основу исследования:

- концепция развития математического образования;
- программа «Развитие образования»;

- национальный проект «Образование»;
- результаты тестирования «PISA»;
- работы Рословой Л.О., кандидат педагогических наук, заведующий лабораторией математического общего образования и информатизации, Институт стратегии развития образования Российской академии образования, главный редактор журнала «Математика».

Практическая значимость исследования состоит в том, что материалы работы могут быть использованы учителями математики при разработке уроков.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5-6 КЛАССАХ

1.1. СУЩНОСТЬ ПОНЯТИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКА ГРАМОТНОСТЬ»

Математическая грамотность – это способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в различных контекстах. Она включает математические соображения и применение математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и прогнозирования явлений. Она помогает понять роль математики в мире, делать аргументированные умозаключения и решения, необходимые людям как творческим, активным и мыслящим гражданам.

Богдан С.М. в своих работах рассматривал понятие информационной грамотности; Борисова А.М. изучала задания на формирование математической грамотности; Волкова Т.Н. изучала вопрос использования практико-ориентированных задач в обучении математике учащихся основной школы Губанова М.И., Лебедева Е.П. выявили проблемы и перспективы формирования функциональной грамотности школьников; Евтыхова Н.М. рассматривала краеведение на уроках математики как часть формирования функциональной математической грамотности младших школьников.

Кочурова Е.Э. изучала возможности формирования математической грамотности во внеурочной деятельности, с использованием нестандартных математических задач.

Мочалыгина И.А. выявила роль дополнительного образования в повышении математической грамотности.

Пожарова Г.А. изучила возможности практико-ориентированных задач как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся.

Рослова Л.О. определила понятие функциональной математической грамотности и методы ее формирования.

Скворцова Г.Р. определила уровни математической грамотности и предложила три уровня заданий для ее проверки.

Дендебер И.А., Харьковский Н.П. разработали таксономию учебных заданий и ситуаций, направленных на формирование, развитие и оценку функциональной грамотности учащихся

Радченко Н.Ф. предложил формирование функциональной грамотности детей на основе диагностики, реализации принципа наглядности и интересообразования.

Стативкина Н.А. рассмотрела возможности развития функциональной грамотности на уроках математики на основе применения знаний в знакомой ситуации

Столяренко О.В. предложил технологию конструирования интересообразующих заданий, направленных на формирование и развитие функциональной грамотности обучающихся.

В современном мире понимание математики является чрезвычайно важным для подготовки молодых людей к жизни. Увеличение количества проблем и ситуаций, с которыми молодежь сталкивается каждый день, в том числе и в профессиональных контекстах, нуждается определенного уровня понимания математики, способности к математическому обоснованию и использованию математических инструментов, чтобы в дальнейшем эти проблемы можно было полностью осознать и решить. Математика является критически важным инструментом для молодежи, поскольку проблемы и вызовы ожидают молодое поколение и в личном, и в профессиональном, и в общественном, и в научном аспекте жизни [Скворцова, с. 116].

Математическая грамотность позволяет оценить способности учащихся формулировать, применять и интерпретировать математику в разных контекстах, а не на математических знаниях и умениях низкого уровня. Определение, предназначено описывать умения учащихся математически обосновывать и использовать математические понятия, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснение и прогнозирование явлений.

Данная концепция математической грамотности служит основой для развития у учащихся глубокого понимания чисто математических понятий, а также предоставляет им преимущества в познании абстрактного мира математики.

В определении математической грамотности особое ударение стоит делать на необходимости развития умения учащихся применять математику в жизненном контексте, для чего необходимо обеспечить их богатым опытом использования математики на занятиях в учебном заведении. Кроме того, мотивация почти всех учащихся к изучению математики растет, когда они видят связь того, чему они учатся, с окружающим миром и другими дисциплинами.

Конечно же, математическая грамотность не имеет возрастных ограничений. Математическая грамотность не является свойством, которое человек может иметь или не иметь. Это, вероятнее всего, такое свойство, которое приобретают непрерывно, благодаря чему одни лица становятся более математически грамотными, чем другие. В то же время, потенциал для ее развития есть всегда.

В формулировке определение математической грамотности основной акцент сделан на активном овладении математикой, которое включает математические рассуждения и применение математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и прогнозирования явлений. В частности использование в определении глагола «формулировать», «использовать» и «интерпретировать» указывают на три процесса, которые будут осуществлять ученики во время активного решения задач. Математическая формулировка ситуаций предполагает выявление возможностей применения и использования математики, то есть способность увидеть, что для понимания или решения определенной проблемы может быть применена математика. Это означает умение трансформировать предложенную ситуацию в такую форму, в которой она будет подлежать математической обработке, для чего ее математически структурируют и формулируют

математическим языком, определив переменные и сделав упрощающие предположения, которые помогут решить соответствующую задачу [Мацкевич, Крупник, с. 256].

Применение математики предполагает математические рассуждения и применение математических понятий, процедур, фактов и инструментов для получения математического решения. Это означает проведение вычислений, преобразование алгебраических выражений, использование уравнений и других математических моделей, анализ информации с использованием диаграмм и графиков, предоставление математического описания или объяснения и использование математических инструментов для решения задач. Математическая интерпретация предполагает размышления над математическими решениями и результатами и соотнесение их с контекстом задачи. Это означает оценивание математических решений или их обоснование в отношении к контексту задачи и определение того, являются ли результаты уместными и имеют ли они смысл в конкретной ситуации.

Поскольку человек применяет математику и математические инструменты для решения проблем в жизненном контексте, его работа состоит из серии этапов. На рисунке 1 отражены основные конструкты в концепции оценки математической грамотности и связи между ними [Терешин, с 24].

На рисунке 1 указано, что математическая грамотность занимает определенное место в контексте проблемы, возникающей в реальном мире.

Контекстные категории, определяют сферы жизни, где возникают проблемные ситуации. Контекст может быть личного характера и включать проблемы, которые могут предстать перед человеком, его семьей или другой группой людей. Другие проблемы могут принадлежать к общественному (сосредоточены на определенной общине – местной, национальной или мировой), профессионального (сосредоточенные на свете труда) или научного (в котором есть ссылка на применение математики в мире природы или технологий) контекстов. Задачу также характеризует происхождение математического явления, лежащее в основе проблемы. Широкие классы

явлений, для анализа которых была создана математика, разделяют на четыре категории математического содержания: количество, неопределенность и данные, изменения и зависимости, пространство и форма, представленная на рисунок 1.

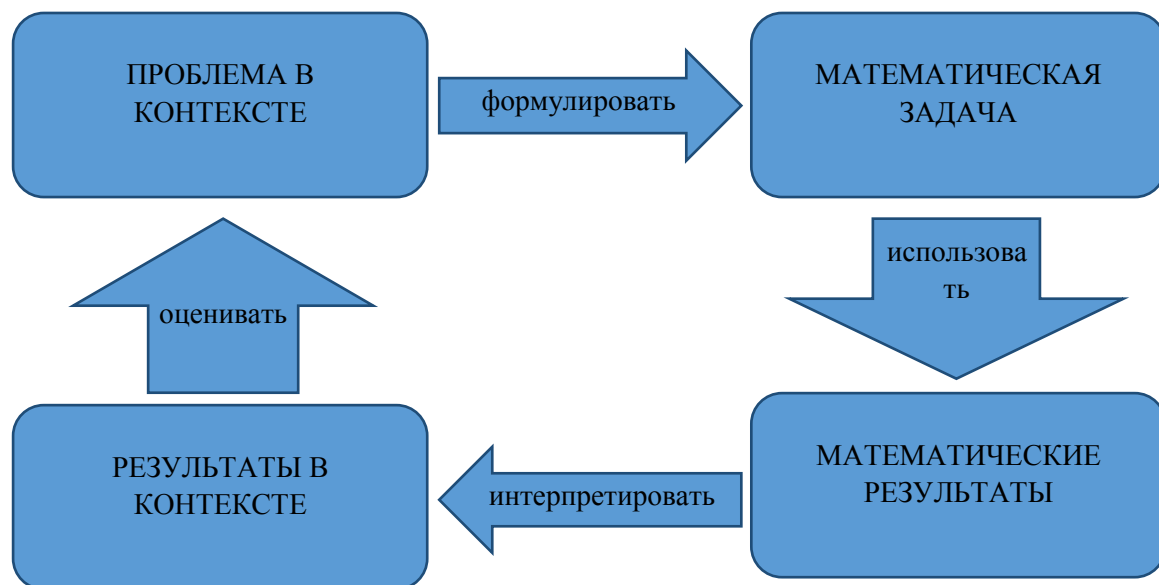


Рис. 1. Модель математической грамотности

Проблема в контексте реального мира:

- содержание категории математики: количество; неопределенность и данные; изменения и зависимости; пространство и форма;
- контекстные категории: личностная; общественное; профессиональная; научная;
- математическое мышление и деятельность;
- математические понятия, знания и умения;
- общие математические умения: воспринимать-сообщать; представлять; выстраивать стратегии; математизировать; аргументировать и размышлять; использовать символы, формальную и техническую языки и операции; использовать математические инструменты;
- процессы: формулировать; применять; интерпретировать/оценивать.

Для решения таких контекстных задач человек должен применять математическое мышление и математические действия. На рисунке 1 указана потребность человека опираться на разные математические понятия, знания и умения во время выполнения работы. На такие математические знания человек опирается тогда, когда он представляет и сообщает математическую информацию, разрабатывает стратегии, аргументирует или доказывает что-то и т.д. Такие математические действия охарактеризованы с точки зрения семи общих математических умений, приведенных в перечне на рисунке 1.

Во время выполнения работы, которая требует формулирования задачи, применение математических понятий, процедур или интерпретации математического решения, для поиска ответа у человека одновременно и успешно активируются его математические умения, опирающиеся на математическое содержание соответствующих тем.

Визуализация цикла математического моделирования на рисунке 1 отображает идеализированную и упрощенную версию этапов, которые начинаются с «проблемы в контексте». Лицо, которое решает задачу, пытается найти соответствующее математическое содержание в проблемной ситуации и формулирует ситуацию по математической позиции в соответствии с представленными понятиями и связями, делая упрощающие предположения. Таким образом, лицо, решающее задачу, превращает такую «проблему в контексте» в «математическую задачу», подлежащую математической обработке.

Стрелка, направленная вниз на рисунке 1, символизирует работу, выполняемую во время применения лицом, решающим задачу, математических понятий, процедур, фактов и инструментов для получения «математических результатов». Обычно этот этап предполагает математические соображения, обработка, превращение и вычисления. После того «математические результаты» необходимо интерпретировать с точки зрения начальной проблемы («результаты в контексте»). На этом этапе предполагается, что лицо, решающее задачу, интерпретирует, применяет и оценивает математические

результаты и их обоснованность в контексте проблем реального мира. Эти процессы – формулировка, применения и интерпретации математики – являются ключевыми компонентами и цикла математического моделирования, и определение математической грамотности. Каждый из этих трех процессов опирается на общие математические умения, которые в свою очередь опираются на математические знания личности, решающей задачу, в пределах отдельной темы.

Цикл моделирования является центральным в определении ученика как лица, задействованного в процессе решения задачи. Вместе с тем необходимость участвовать в цикле моделирование возникает не всегда. Часто случается так, что значительные части цикла математического моделирование выполняют другие, а конечный пользователь выполняет лишь некоторые шаги этого цикла.

Например, иногда предоставляются такие математические представления, как графики или уравнения, которые можно непосредственно использовать для того, чтобы ответить на определенный вопрос или сделать определенное заключение. В реальности лицо, решающее задачи, иногда может переходить от процесса к процессу, возвращаясь к ранее принятым решениям и предположениям. Каждый из процессов цикла может вызвать значительные трудности и нуждаться в неоднократном возвращении к предыдущим шагам.

Использование понятия «разнообразные контексты» в определении математической грамотности является мотивированным и ориентированным на конкретные контексты, которые не столь важны, но четыре категории, которые выбираются для использования в инструментах тестирования (личный, общественный, профессиональный и научный), отражают широкий круг ситуаций, в которых лицо может иметь возможность использовать математику. Такое определение также акцентирует внимание на том факте, что математическая грамотность помогает человеку осознавать роль, которую играет математика в мире, а также помогает делать аргументированные

умозаключения и принимать решения, необходимые этому человеку как творческому, активному и мыслящему гражданину.

В определении математической грамотности речь идет также об использовании математических инструментов. К этим инструментам относятся разные физические и цифровые приборы, программное обеспечение и вычислительные устройства. В XXI веке компьютерные математические инструменты достаточно широко используются в работе, и со временем они станут все более популярными. С появлением таких новых тенденций в профессиональной деятельности человека все чаще возникает потребность в математическом решении проблем, а значит, и в использовании логических соображений, что требует более высокого уровня математической грамотности [Леонтьев, с. 127].

В определении математической грамотности речь идет о способности человека формулировать, применять и интерпретировать математику. Эти три слова – формулировать, применять и интерпретировать – обеспечивают полезную и значимую структуру организации математических процессов, описывающих, что человек делает для сочетания контекста проблемы с математикой и, таким образом, для решения проблемы. В каждой из математических задач уделяется внимание одному из трех математических процессов: формулировка ситуаций математически; применение математических понятий, фактов, процедур и размышлений; интерпретация, применение и оценка математических результатов.

Для учителей, очень важно понимать, насколько эффективно учащиеся способны участвовать в каждом из этих действий. Процесс формулировки показывает, насколько эффективно они могут в проблемных ситуациях и дальше задействовать соответствующую математическую структуру, чтобы представить определенную контексто-центрированную проблему в математической форме. Процесс применения показывает, насколько хорошо учащиеся могут выполнять вычисления и операции, а также использовать известные им математические понятия и факты для решения проблемы,

сформулированной математически. Процесс интерпретации показывает, насколько эффективно учащиеся могут анализировать математические решения или выводы, интерпретировать их в контексте проблемы из реальной жизни и определять обоснованность результатов или выводов. Способность учащихся пользоваться математикой для решения различных проблем и применять ее в разных ситуациях зависит от умений, связанных со всеми этими тремя процессами; понимание эффективности учащихся в каждой категории может помочь в принятии важных образовательных решений как на общегосударственном уровне, так и на уровне политики, проводимой учебным заведением [Фирсов, с. 5].

Под словом формулировать в определении математической грамотности говорится о способности личности видеть и выявлять возможности использования математики и дальше предоставлять контексто-центрированной проблеме необходимую математическую структуру в определенной форме. В процессе математического формулировке ситуаций человек решает, может ли он отыскать математическую сущность проблемы с целью ее анализа и решения. Он переносит проблему по обстоятельствам реальной жизни в математику и наделяет реальную жизненную проблему математической структурой и представляет ее в определенной форме. Далее он обдумывает проблему и находит в ней определенные ограничения и предположения.

В частности, такой процесс математического формулирования ситуаций включает в себя следующие действия [Краснянская, Денищева, с. 72]:

- определять математические аспекты проблемы, которая описана в контексте реальной жизни, и обнаруживать значимые переменные;
- распознавать математическую структуру (в частности закономерности, зависимости и последовательности) в проблемах или ситуациях;
- упрощать проблему или ситуацию с целью сделать ее пригодным для математического анализа;

- устанавливать ограничения и предположения для математической модели, вытекающей из контекста;
- представлять ситуацию математически, используя соответствующие переменные, символы, диаграммы и стандартные модели;
- представлять проблему другим способом, в частности организовывать ее согласно математическим понятиям и делать соответствующие предположения;
- понимать и объяснять связь между специальным языком проблемы, то есть языком, который соответствует контексту, и на формальном языке и символами, необходимыми для представления этой проблемы в математической форме;
- переводить проблему на математический язык или представлять ее другим способом;
- определять соответствующие аспекты проблемы известным задачам или математическим понятиям, фактам или процедурам;
- использовать технологические инструменты (например, электронные таблицы или возможности графического калькулятора) для отображения математической зависимости, которая описана математической моделью процесса или явления.

Под словом применять в определении математической грамотности речь идет о способности человека использовать математические понятия, факты, процедуры и рассуждения для решения сформулированных математическим языком задач и получение математических выводов. В процессе использования математических понятий, фактов, процедур и проведения соображений для решения задач человек осуществляет математическую деятельность, необходимую для получения результатов и нахождение математического решения (например, выполнение арифметических вычислений, решение уравнений, получение логических выводов из математических предположений, выполнение операций в символьной форме, считывание математической информации из таблиц и графиков, изображение фигур в пространстве и

операции с ними, анализ данных и т.п.). Человек работает с моделью проблемной ситуации, выявляет закономерности, устанавливает связи между математическими объектами, а также приводит математическую аргументацию. Соответствующие процессы применения математических понятий, фактов, процедур и соображений включают в себя следующие действия [Мочалыгина, с. 41]:

- разрабатывать и реализовывать стратегии для нахождения математических решений;
- использовать математические инструменты, в том числе и технологии, для нахождения точных и приближенных результатов;
- применять математические факты, правила, алгоритмы и структуры в процессе нахождения решений;
- выполнять операции с числами, графическими и статистическими данными и информацией, алгебраическими выражениями и уравнениями, а также геометрическими образами;
- строить диаграммы, графики и геометрические конструкции, извлекать из них математическую информацию;
- использовать разные виды представления информации и осуществлять переходы между ними в процессе нахождения решений;
- делать обобщения на основе результатов применения математических процедур с целью нахождения решений;
- осмысливать математическую аргументацию и объяснять и подтверждать математические результаты.

Под словом интерпретировать в определении математической грамотности речь идет о способности человека осмысливать и подвергать сомнению математические решения, результаты или выводы и интерпретировать их в контексте проблем реальной жизни. Этот процесс включает возврат к контексту проблемы и определение обоснованности результатов и их смысла в контексте проблемы [Пожарова, с. 63].

Эта категория математических процессов охватывает как «интерпретацию», так и «оценку» – процессы, обозначены стрелками в приведенной выше модели математической грамотности на практике (Рисунок1). Лицам, вовлеченным в эти процессы, может быть предложено сконструировать решение и дать объяснение и рассуждение в контексте проблемы, одновременно осмыслив и процесс моделирования, и его результаты. Подобный процесс интерпретации, применения и оценивания математических решений в частности включает следующие действия [Скворцова, с. 117]:

- интерпретировать математический результат в контексте реального мира;
- оценивать обоснованность математического решения в контексте реальной проблемы;
- понимать, как реальная ситуация обуславливает последствия применения математических процедур или моделей, что позволяет формулировку суждений относительно контекста о том, каким образом полученные результаты могут быть скорректированы или применены;
- объяснять причины наличия или отсутствия смысла в математическом результате или выводе, ввиду определенного контекста рассматриваемой проблемы;
- понимать объем и пределы математических понятий и математических решений;
- критически осмысливать и устанавливать пределы модели, используемой для решения проблемы.

1.2. ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ

Общеизвестно, что математика имеет широкие возможности для развития логического мышления человека, его алгоритмической культуры, умения моделировать ситуацию. Математический аппарат применяется не только при изучении других школьных дисциплин, но и в ходе профессиональной деятельности, в частности, математическое моделирование широко используется для решения задач из разных областей науки, экономики, производства. Об этом говорится и в программах по математике для общеобразовательных учебных заведений. Именно поэтому очень важно, чтобы в процессе обучения математике в школе уделялось внимание формированию математической культуры учащихся, развитию их математической грамотности.

Березин С. под математической грамотностью понимают умение правильно применять математические термины, наличие необходимых знаний и сведений для выполнения работы (решения проблемы) в конкретной предметной области. Хотя, по мнению Чашечниковой А.С., данное понятие должно также включать в себя не только терминологическую грамотность, но и правильный математический язык (устный и письменный), вычислительную и графическую культуру [Краснянская, Денищева, с. 70].

В программе математики для 5-11 классов отмечается, что математика имеет широкие возможности для интеллектуального развития личности, развития логического мышления, пространственных представлений и воображения, алгоритмической культуры, моделировать ситуации и т.д. То есть, возникает вопрос об обучении учащихся элементам математического моделирования. Математическое моделирование широко используется для решения задач из разных отраслей науки, экономики, производства. Практические навыки и умения по математике необходимы для будущей деятельности школьников.

Программа для классов с углубленным изучением математики разработана для учащихся, которые в будущем изберут специальности теоретической и прикладной математики или специальности тех отраслей, которые нуждаются в развитом математическом аппарате для изучения и анализа закономерностей реальных явлений и процессов. К задачам этой программы в том числе относится и «формирование у учащихся представления о роли математики в познании действительности, осознании математических знаний как неотъемлемой составляющей общей культуры человека, необходимом условии полноценной жизни в современном обществе и аппарате научного познания; создание устойчивой положительной мотивации к обучению», то есть уже непосредственно говорится, что математические знания являются неотъемлемой составляющей общей культуры. Также одной из задач является интеллектуальное развитие личности, прежде всего развитие у учащихся логического мышления и пространственного воображения, алгоритмической, информационной и графической культуры, памяти, внимания, интуиции [Борисова, с. 37].

В программе отмечается, что выпускник общеобразовательного учебного заведения должен успешно применять усвоенные знания в прикладном аспекте, применять математические модели при изучении окружающей среды, в частности, в курсах физики и других учебных предметов (информатики, астрономии, химии, биологии, экономики и т.п.), распознавать проблемы, которые можно решить математическими методами, формулировать их на математическом языке, исследовать и решать эти проблемы, используя математические знания и методы, интерпретировать полученные результаты с учетом конкретных условий и целей исследования, выполнять статистическую обработку полученных результатов.

Программа уровня стандарта определяет содержание обучения предмету, направленное на завершение формирования у учащихся представления о математике как элементе общей культуры. При этом не предполагается, что в

дальнейшем выпускники школы будут продолжать изучать математику или связывать с ней свою профессиональную деятельность [Пожарова, с. 62].

Программа академического уровня задает несколько более широкое содержание и более высокие требования к его усвоению по сравнению с уровнем стандарта. Изучение математики на академическом уровне предполагается прежде всего в тех случаях, когда она тесно связана с профильными предметами и обеспечивает их эффективное усвоение. Кроме того, по этой программе осуществляется математическая подготовка старшеклассников, не определившихся по направлению специализации [Пожарова, с. 63].

Программа профильного уровня предполагает углубленное изучение предмета с ориентацией на будущую профессию, непосредственно связанную с математикой или ее приложениями [Пожарова, с. 63].

Программа профильного уровня предназначена для организации обучения математике в классах математического, физического и физико-математического профилей. В этих программах задача формирования у учащихся научного мировоззрения, представлений об идеях и методах математики, ее роли в познании действительности, осознания математических знаний как неотъемлемой составляющей общей культуры человека, необходимого условия полноценной жизни в современном обществе; устойчивой положительной мотивации к обучению и интеллектуальное развитие личности, прежде всего развитие у учащихся логического мышления и пространственного воображения, алгоритмической, информационной и графической культуры, памяти, внимания, интуиции» аналогичны программе для классов с углубленным изучением математики. То есть математическая культура касается не только тех учащихся, избравших своим профилем математику, но и учащихся классов других профилей.

Если говорить об уровне стандарта, то он предусматривает одну из главных задач своего курса обеспечения условий для достижения каждым учеником практической компетентности. А это в свою очередь означает, что

выпускник общеобразовательного учебного заведения в том числе умеет строить и исследовать простейшие математические модели реальных объектов, процессов и явлений, связанных с ними задач, с помощью математических объектов, соответствующих математических задач.

Ключевой целевой установкой стандарта является математическая грамотность. Целью формирования математической грамотности у школьников является:

- терминологическая грамотность;
- правильный математический язык (устный и письменный);
- вычислительная и графическая культура.

В программе математики для 5-11 классов 2006 года говорится о формировании осознания учащимися математических знаний как важной неотъемлемой составляющей общей культуры человека. О том, что изучение математики должно способствовать формированию общеучебных умений, культуры речи, четкости и точности мысли, критичности мышления, способности ощущать красоту идеи, метода решения задачи или проблемы, таких человеческих качеств, как настойчивость, сила воли, способность к преодолению трудностей.

В программе школьного курса математики указываются следующие общеобразовательные цели обучения:

- формирование отношения учащихся к математике как неотъемлемой составляющей общей культуры человека, необходимого условия его полноценной жизни в современном обществе на основе ознакомления с идеями и методами математики как универсального языка науки и техники, эффективного средства моделирования и исследования процессов и явлений окружающего мира;
- обеспечение овладения учащимися на математическом языке, понимание ими математической символики, математических формул и моделей как позволяющих описывать общие свойства объектов, процессов и явлений;

– формирование способности логически обосновывать и доказывать математические утверждения, применять математические методы в процессе решения учебных и практических задач, использовать математические знания и умения при изучении других учебных предметов;

– развитие умений работать с учебником, прорабатывать математические тексты, искать и использовать дополнительную обучающую информацию, критически оценивать полученную информацию и ее источники, выделять главное, анализировать, делать выводы, использовать полученную информацию в личной жизни [Кытманова, с. 23].

В 5 классе учащиеся в основном изучают натуральные числа и действия над ними, делая уклон на решение уравнений и, особенно, текстовых задач. Именно на последние следует обратить особое внимание, поскольку большая их часть по сути являются прикладными, например, задачи экономического содержания или задачи на движение. Поскольку у учащихся преобладает в этот период образная память, то процесс решения задачи следует начать с наглядного изображения (схемы). Затем необходимо перейти к анализу задачи, но перед этим необходимо вспомнить основные соотношения между величинами (если это задача на движение, то это расстояние-время-скорость, если это задача экономического содержания, то это количество-цена-стоимость). После этого необходимо определить, что нам известно, что нужно найти, что для этого необходимо знать и т. д. На этом этапе предпочтительнее фронтальные методы работы, что способствует развитию как логического мышления, так и навыков математического языка. Непосредственно при решении необходимо обратить внимание на запись условия и решения.

В курсе математики 5 класса особое место занимает достаточно большое количество геометрического материала. Именно здесь возникает больше возможностей по реализации практического подхода к обучению математике. Иногда учащиеся без проблем определяют площадь прямоугольника, но вопрос типа «определи площадь листа из тетради» у некоторых из них вызывает сложности. Поэтому особое внимание следует уделять практическим задачам,

где необходимо не только вычислить, но и измерить. Например, можно вырезать из бумаги определенные фигуры, состоящие из прямоугольников и предложить учащимся определить их площадь.

Особое внимание прикладным задачам следует уделить при изучении процентов, в сущности, вся эта тема прикладная. Единственное, что здесь необходимо уделить наиболее значительное внимание задачам экономического содержания [Ковалёва, с. 154].

В 6 классе первой темой является деление натуральных чисел. Учащиеся обычно воспринимают данную тему, но по данной теме малое количество прикладных задач в учебнике. Именно поэтому здесь учителю необходимо самому разработать определенное количество задач практического содержания самостоятельно, из расчета, чтобы минимум одна такая задача присутствовала на каждом уроке.

Большое пространство для использования практических и контекстных задач дает тема: «Отношение и пропорция». Именно здесь большое количество задач способствует развитию межпредметных связей, особенно с такой наукой как география. Поэтому при изучении масштаба следует использовать как можно больше наглядности: географические карты, атласы, глобус, планы построек и т.д. Применительно к длине круга рекомендуется использовать задачи, в которых фигурируют предметы, близко знакомые ученикам, например, велосипедное колесо, крышка колодца и т.д. При изучении диаграмм хоть один из уроков рекомендуется провести в компьютерном кабинете, что также будет способствовать межпредметным связям.

Далее учащиеся работают с рациональными числами, которые традиционно вводятся через понятие температуры (выше нуля, ниже нуля) и понятий ниже уровня моря, выше уровня моря. Но в дальнейшем контекстные задачи почти не применимы. Поэтому желательно учителю некоторые упражнения разработать самостоятельно, рекомендуется экономическое содержание. При изучении координатной плоскости желательно уделить время межпредметным связям с географией.

Сформулируем принципы развития математической грамотности у учащихся основной школы:

1. Использование комбинированных, нестандартных задач, направленных на повторение уже пройденного материала и закрепление изучаемого материала.

Задачи такого типа должны активизировать познавательную активность учащихся, научить их нестандартно мыслить, смотреть на задачу глобально, приучить разбивать задачу на элементарные подзадачи. При этом дети должны научиться строить логическую цепочку соображений таким образом, чтобы простыми и небольшими шагами прийти к искомому результату.

2. Использование математического диктанта как обязательный этап урока.

Математический диктант каждого урока можно и необходимо делать качественно разным. Это обусловлено тем, что данный этап урока может быть направлен на развитие логической культуры (логические задачи), развитие математической речи (правописание терминов), развитие вычислительной культуры (задания на вычисление), графической культуры (отыскание точек по графику, работа с таблицами). Математический диктант не должен отнимать много времени на уроке – не более 5 минут. Также он может представлять любой этап урока.

3. Постоянное усовершенствование вычислительной техники учащихся на протяжении всего срока их обучения.

Часто учащимся основной школы трудно интерпретировать числовую информацию в разных формах. Учащиеся довольно редко используют рациональный подсчет, не раскрывают для себя весь потенциал преобразования числовых выражений (свойства арифметических действий, основное свойство дроби и др.). Учащиеся недостаточно уверенно владеют вычислительными стратегиями (сочетанием устных, письменных и (инструментальных вычислений), пренебрегают промежуточным контролем и проверкой правдоподобности результата. Ошибки в расчетах сбивают с пути, намеченного

для достижения результата, а внимание, сосредоточенное на осмыслении хода решение задачи переносится на преодоление трудностей, связанных с вычислениями [Губанова, Лебедева, с. 66].

4. Использование межпредметных связей на уроках математики.

Полезно предлагать учащимся задачи, пересекающиеся с другими предметами. Можно предложить задачи с физическим содержанием. Такие задачи должны помочь заинтересовать детей в изучении математики и других предметов. Показать прикладную сторону предмета, развить математический и алгоритмический язык. То есть, умение переводить задачу на язык математики, решать ее с помощью математики, и переводить ответ на язык запроса.

5. Систематизация и обобщение знаний учащихся.

Один из важных принципов формирования математической грамотности учащегося – это формирование у него целостного представления о предмете математики и всего изучаемого материала. Ученик должен иметь целостное представление по каждой содержательной линии, которую он изучал, а не отдельные знания, которые не пересекаются друг с другом.

Для учащихся полезно давать классификацию того или иного понятия, например:

- классификация основных приемов решения задач по их типу;
- классификация решения уравнений по их виду;
- классификация преобразований выражений.

Полезно составление учителем, учениками вместе с учителем и самими учащимися самостоятельно обобщающих таблиц.

Таким образом. проведенный анализ психолого-педагогической литературы и практики обучения математике позволил сформулировать определенные принципы, которые необходимо использовать учителям в процессе обучения математике для развития математической грамотности школьников.

1.3. АНАЛИЗ ЗАДАНИЙ ПО ДИАГНОСТИКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Задания по диагностике математической грамотности направлены на определение развития общих математических умений. Общие математические умения – это такой набор когнитивных способностей, которые имеют ученики или которые они могут приобрести с целью понимать мир с математической позиции, быть задействованными в нем и решать проблемы. С повышением уровня математической грамотности личность способна использовать больший размер собственных общих математических умений.

Выделяют семь общих математических умений при диагностике математической грамотности [Ярулов, с. 56]:

- коммуникация (восприятие и сообщение).

Математическая грамотность предполагает обладание коммуникативными умениями. Лицо воспринимает наличие определенного вызова в проблемной ситуации, и у него возникает стимул распознать и понять такую ситуацию. Чтение, понимание и придание смысла высказываниям, вопросам, задачам или объектам дает возможность личности сформировать ментальную модель ситуации, являющуюся важным шагом в понимании, уточнении и формулировании задачи. В процессе решения промежуточные результаты, возможно, придется подытожить и представить в конкретной форме. Позже, когда решение будет найдено, лицу, решающему задачу, возможно, придется представить по-другому и свое решение, его объяснение и/или аргументацию.

- математизация.

Математическая грамотность может предусматривать превращение задачи, касающейся реального мира, в чисто математическую форму, заключающуюся в структурировании, концептуализации, формулировании предположений и/или построении модели. Также математическая грамотность может предусматривать толкование и оценку математического результата или

математической модели относительно первоначальной проблемы. Термин «математизация» используется для описания общей математической деятельности.

– представление.

Очень часто математическая грамотность предполагает представление математических объектов и ситуаций. Этот процесс может потребовать их выбора, интерпретации, использования различных видов представления и преобразования с целью зафиксировать ситуацию, установить связь с проблемой или представить полученные результаты. Такое представление может выглядеть как графики, таблицы, диаграммы, рисунки, уравнения, формулы и т.д.

– аргументация и рассуждения.

Математическое умение, называемое аргументацией и рассуждением, задействовано на разных стадиях и в различных действиях, связанных с математической грамотностью. Это умение включает логические общепринятые процессы мышления, такие как осмысление различных аспектов проблемы и установление связи между ними, благодаря чему становится возможным делать умозаключения, проверять приведенные аргументы или обеспечивать аргументацию утверждений или решение задач.

– выстраивание стратегий для решения задач.

Математическая грамотность часто требует выстраивания стратегий для математического решения задач. Выстраивание предполагает ряд процессов критического контроля, направляющего личность на эффективное распознавание, формулирование и решение проблем. Это умение характеризуют как выбор или выстраивание плана (стратегии) использования математики для решения задач, возникающих из задачи или контекста, а также как умение реализовать этот план. Это математическое умение может пригодиться на любых этапах процесса решения задачи.

– использование символов, формальных и технических языков и операций.

Математическая грамотность требует использования символов, формальных и технических языков и операций. Это умение подразумевает регулируемые математическими правилами понимание, интерпретацию, использование алгебраических выражений и преобразование их в рамках математического контекста (в том числе числовые выражения и операции). Это умение включает понимание и использование формальных концепций на основе определений, правил и формальных систем, а также использование алгоритмов действий с этими объектами. Используемые символы, правила и формальные системы будут различаться в зависимости от того, какие конкретные математические знания необходимы для решения конкретной задачи, требующей математической формулировки, нахождения решения и/или интерпретации полученного результата.

- использование математических инструментов.

Последнее математическое умение среди тех, кто составляет основу математической грамотности на практике, заключается в способности использовать математические инструменты. Математические инструменты включают физические инструменты, например, измерительные приборы, а также калькуляторы и компьютерные инструменты, которые становятся все более доступными. Это умение подразумевает знания о различных инструментах, которые могут способствовать математической деятельности, способности использовать их, а также знания об ограничении таких инструментов. Математические инструменты также могут играть важную роль в представлении результатов. Описанные выше математические умения в разной степени проявляют себя в каждом из трех математических процессов.

Эти четыре категории характеризуют математическое содержание, которое важно для этой дисциплины, и иллюстрируют широкие содержательные группы тестовых заданий, которые используются для диагностики математической грамотности [Ковалёва, с. 156]:

- изменения и зависимости;
- пространство и форма;

- количество;
- неопределенность и данные.

Благодаря этим четырем категориям математическое содержание может быть организовано таким образом, что обеспечит охват различных тем в тестовых задачах, сосредоточение на важных математических явлениях и одновременно позволит избежать чрезмерной детализации, которая будет мешать сосредоточенно работать над важными и интересными проблемами, в основе которых лежат реальные ситуации.

Категория «изменения и зависимости». Как в реальном, так и в смоделированном мире между предметами и обстоятельствами имеется огромное количество временных и постоянных зависимостей, в которых изменения происходят в системах взаимосвязанных объектов или в тех случаях, когда элементы оказывают влияние друг на друга. Во многих случаях эти изменения происходят с течением времени, в других – изменения в одном объекте или нескольких связанных с изменениями в другом объекте. Некоторые из этих изменений носят дискретный характер, другие происходят непрерывно. Овладение этой категорией математики предполагает понимание фундаментальных типов изменений и способность определять, когда они происходят, для использования соответствующей математической модели для описания и прогнозирования изменений. В математическом смысле это означает моделирование изменений и зависимостей с помощью соответствующих функций или уравнений, а также создания, интерпретации и графического изображения символических зависимостей и наоборот. Изменения и зависимости можно наблюдать во многих разнообразных явлениях, например, в росте количества организмов, в музыке, в цикличности времен года, в погодных условиях, в уровнях занятости населения и в экономических условиях. Такие аспекты традиционного математического содержания, как функции и алгебра, включая алгебраические выражения, уравнения и неравенства, табличные и графические представления, являются главными в описании, моделировании и интерпретации изменений. Кроме того,

важно для определения и интерпретации изменений и зависимостей четкое осознание целого и его частей. Некоторые интересные зависимости можно обнаружить во время геометрических измерений, например, как может изменяться периметр фигуры с изменением ее площади или какие зависимости есть между длинами сторон треугольников.

Категория «пространство и форма» включает широкий спектр явлений нашего визуального и физического мира: модели, свойства предметов, расположения и ориентации, представление предметов, кодирование и декодирование визуальной информации, навигация и динамическое взаимодействие с реальными формами и их представлениями. Пространство и форма лежат в основе геометрии, но эта содержательная категория выходит за пределы традиционного содержания геометрии, ее значения и методов и опирается на другие математические подотрасли, например, пространственную визуализацию, измерение и алгебру. К примеру, формы могут изменяться, а точка при движении описывать некоторое геометрическое место точек, а, следовательно, исследование этих процессов требует использования функций. В эту содержательную категорию также входят преобразования форм и их интерпретация, требующая применения различных инструментов – от программ динамической геометрии до систем глобального позиционирования (GPS). Математическая грамотность в вопросах пространства и формы включает целый ряд математических процессов, например, понимание перспективы (как в живописи), составление и чтение карт, преобразование форм с помощью технологий и без них, интерпретация видов трехмерных сцен с разных позиций и построение изображений геометрических форм [Губанова, Лебедева, с. 67].

Количество, возможно, является наиболее распространенным и важнейшим математическим понятием, касающимся взаимодействия с миром и функционированием в нем. Оно включает определение количества атрибутов объектов, зависимостей, ситуаций в мире, понимание разнообразных представлений таких определений количеств, а также оценивания

интерпретаций и аргументов на основе количества. Для определения количества чего-либо в реальной жизни необходимо понимать процесс измерения, производить вычисления, знать единицы измерений, числовые тенденции и закономерности и т.д. С точки зрения категории количества, главными аспектами математической грамотности являются аспекты количественного обоснования, например, числовые значения, различные представления чисел, точность вычислений, устные расчеты, оценка обоснованности результата.

Определение количества – это основной метод описания и измерения разнообразия свойств определенных аспектов мира. Это действие позволяет моделировать ситуации, проверять изменения и зависимости, описывать пространство и форму и манипулировать ими, организовывать и интерпретировать данные, измерять и оценивать неопределенность и т.д. В рамках математической грамотности категория количества охватывает знания чисел и числовых операций, применяемых в разных условиях.

В науке, технике и повседневной жизни неопределенность является обычным явлением. Итак, неопределенность – это явление, содержащееся в центре математического анализа многих проблемных ситуаций. Чтобы исследовать такие ситуации, была изобретена теория вероятностей и статистика, а также методы представления и описания данных. Категория «неопределенность и данные» включает определение места изменений в процессах, осознание количественной оценки этих изменений, признание неопределенности и погрешности в измерениях и знание о вероятности. Кроме того, в нее входят формирование, интерпретация и оценка выводов, сделанных в ситуациях, для которых характерна неопределенность. Представление и интерпретация данных – это ключевые понятия этой категории. Неопределенность есть в научном прогнозировании, результатах опросов общественного мнения, прогнозах погоды и экономических моделях [Кытманова, с. 23].

Вариативность касается производственных процессов, результатов тестов и исследований; случайность имеет принципиальное значение во многих мероприятиях, связанных с отдыхом. В традиционной обучающей программе темы вероятности и статистики обеспечивают формальные средства описания моделирования и интерпретации конкретного класса явления неопределенности, а также учат делать соответствующие умозаключения. Кроме того, знание чисел и алгебраических аспектов (например, графиков и символического представления) помогает успешно решать проблемы в рамках этой содержательной категории.

Рассмотрим примеры заданий для диагностики математической грамотности.

1. Музыкальный хит-парад (Рисунок 2).

Первая задача называется "Музыкальный хит-парад". Она состоит из стимула, содержащего текстовую информацию и диаграмму, которая отображает продажи компакт дисков четырех музыкальных групп на протяжении шести месяцев.

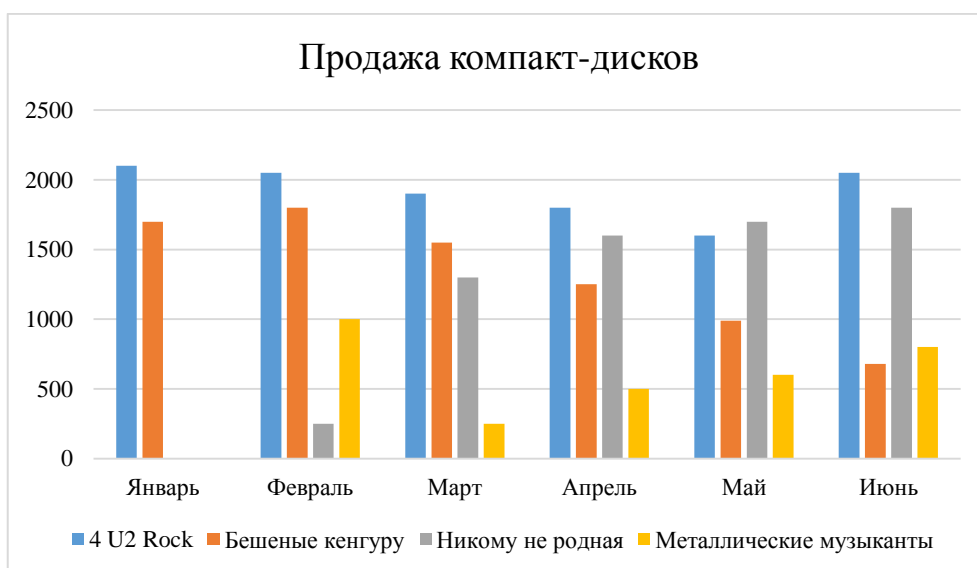


Рис. 2. Задание: «Музыкальный хит-парад»

В январе вышли новые компакт-диски групп «4 U2 Rock» и «Бешеные кенгуру». После этого в феврале вышли компакт-диски групп «Никому не

родная» и «Металлические музыканты». На диаграмме показаны продажи компакт-дисков этих групп с января по июнь

Задание 1: Музыкальный хит-парад.

Сколько компакт-дисков продала в апреле группа «Металлические музыканты»?

- A) 250;
- B) 500;
- C) 1000;
- D) 1270.

Задание 2: Музыкальный хит-парад

В каком месяце группа «Никому не родная» впервые продала больше компакт-дисков, чем группа «Бешеные кенгуру»?

- A) такого месяца не было;
- B) в марте;
- C) в апреле;
- D) в мае.

Задание 3: Музыкальный хит-парад

Менеджер группы «Бешеные кенгуру» взволнован из-за того, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Продажу какого количества компакт-дисков этой группы стоит ожидать в июле, если та же негативная тенденция будет сохраняться и дальше?

- A) 70 компакт-дисков;
- B) 370 компакт-дисков;
- C) 670 компакт-дисков;
- D) 1340 компакт-дисков.

Каждая из задач этой группы отнесена в категорию «неопределенность и данные», поскольку учащимся предлагают прочитать, интерпретировать и использовать данные, представленные на диаграмме.

Каждое из них принадлежит к общественной контекстной категории, поскольку данные связаны с публичной информацией о продаже музыкальной продукции, которую можно найти в газете, музыкальном журнале или в сети Интернет. Первые две задачи – это образцы из категории процессов «интерпретация, применение и оценка математических результатов», потому что эти задачи требуют интерпретации информации, отраженной на диаграмме; третье задание соответствует категории применения математических фактов, понятий, процедур и рассуждений, потому что оно сосредоточено на применении процедурных знаний с целью оперирования математическим представлением и осуществлением дальнейших умозаключений.

Задача 1 побуждает непосредственно прочесть данные из диаграммы, чтобы ответить на вопрос, связанный с контекстом.

Учащиеся должны сориентироваться по приведенной информации, определить, какая группа данных указывает на продаже компакт-дисков определенной группы, которая часть диаграммы представляет данные продаж на конкретный месяц для этой группы, и прочесть значение «500 компакт-дисков» на вертикальной оси. Текст простой и четкий с очень низким коммуникативным требованием. Необходимая стратегия является прямой: только найти определенную информацию на диаграмме. Требование математизации состоит в том, чтобы было сделано умозаключение по ситуации с продажами непосредственно по графической модели.

Умение представлять необходимо применить на низком уровне: нужно только прочесть значение из диаграммы.

Задание 2 несколько сложнее. Чтобы ответить на вопросы, учащиеся должны отследить связь между двумя группами данных, изображенными на диаграмме, обращая внимание на то, каким образом эти связи изменяются в течение указанного периода, с целью осознать, что указанная в задаче ситуация впервые возникла в апреле.

Выполнение задачи предполагает владение умением сообщать на том же уровне, что и выполнение задания 1. Стратегия решения требует немного

большого, поскольку несколько элементов двух групп данных необходимо сравнить между собой. Требование математизации побуждает сделать умозаключение относительно ситуации с продажами, воспользовавшись диаграммой. Требование представления несколько выше по сравнению с заданием 1, где необходимо только считать из диаграммы одно значение: теперь нужно сравнить две группы данных и переменную, обозначающую время. Требование использования символов, формального и технического языков и операций остается на низком уровне, поскольку необходимо только качественное сравнение, а требование аргументации и рассуждения несколько выше, потому что необходимо осуществить небольшое количество последовательных рассуждений.

Задание 3 определенным образом отличается от первых двух тем, что основное внимание в нем уделено пониманию математических связей, отраженных на диаграмме и использованию этих связей для прогнозирования продаж в следующем месяце.

Задача сохраняет связь с контекстом, но прежде всего оно нуждается в работе с приведенной математической информацией. Один из способов сделать это – считать из диаграммы значение данных за месяцами, определить приемлемое среднее значение ежемесячного снижения показателей и применить то же снижение к последнему месяцу. Требование сообщения остается низким. Основной проблемой является то, что участники могут отвлекать группы данных, касающиеся других групп.

Необходимая стратегия решения, безусловно, является более сложной, чем у первых двух задачах, и для ее реализации необходимо определенное наблюдение. Нужно решить, например, стоит ли использовать все пять точек данных с февраля по июнь для этой группы, а вместо этого использовать среднее значение с февраля до июня, а также стоит ли точно рассчитать, нарисовать или визуализировать линию тренда, или достаточно только работать с общей оценкой средних показателей, отмечая при этом, что каждый месяц падение объема продаж растет несколько больше, чем на одно вертикальное

разделение шкалы. Требование математизации предполагает определенное оперирование предоставленной моделью в контексте. Кроме того, нужно сделать некоторые вычисления (несколько раз вычесть многоцифровые числа, прочитав значение на шкале), что повышает требование к умению использовать символы, формальную и техническую речь и операции. Требование представления предполагает определение тенденции, отраженной на диаграмме. Также для решения задачи нужно сделать небольшое количество последовательных рассуждений.

1. Фудзи (Рисунок 3)

Рассмотрим группу задач «Фудзи». Первая задача предполагает простой множественный выбор, а вторая и третья – требуют открытого ответа с использованием чисел. Задания 1 и 3 относятся к содержательной категории «количество», потому что у них учащиеся должны производить расчеты с датами и результатами измерений, а также выполнять преобразования.

В задании 2 центральным понятием является скорость, и потому оно относится к содержательной категории «изменения и зависимости».

Каждая из этих задач принадлежит к общественной контекстной категории, потому что данные касаются информации об общем доступе к горе Фудзи и его пешеходной дорожке. Первые две задачи являются примером категории процесса математической формулировки ситуаций, поскольку основным требованием этих задач является создание математической модели, которая может ответить на поставленные вопросы.



Рис. 3. Гора Фудзи – это знаменитый дремлющий вулкан в Японии

Задание 3 относится к категории «применение математических фактов, понятий, процедур и рассуждений», потому что основное требование в нем – вычислить среднее значение, учитывая надлежащее преобразование единиц измерения, следовательно, эффективно работать с математическими деталями задачи, а не только связывать эти детали с ее контекстными элементами.

Задание 1: Фудзи

Гора Фудзи открыта для восхождения на нее только с 1 июля по 27 августа ежегодно. За этот период около 200 000 человек восходят на гору Фудзи.

Сколько в среднем людей восходит на гору Фудзи каждый день?

- A) 340;
- B) 710;
- C) 3400;
- D) 7100;
- E) 7400.

Задание 2: Фудзи

Пешеходная дорожка Готемба, ведущая в сторону вершины горы Фудзи, имеет длину около 9 км.

Туристы должны возвращаться с 18-километровой прогулки не позже 20:00. Тимофей рассчитал, что он может идти вверх со средней скоростью 1,5 километра в час, а спускаться вдвое быстрее. Эта скорость учитывает перерывы в пищу и время для отдыха.

С помощью показателей скорости, рассчитанных Тимофеем, определите, не позднее какого часа он должен начать свое путешествие, чтобы вернуться к 20:00?

Задание 3: Фудзи

Тимофей надел шагомер, чтобы подсчитать свои шаги при походе по дорожке Готемба. Его шагомер показал, что он прошел 22500 шагов вверх.

Рассчитайте длину шага Тимофея во время его восхождения по 9-километровой дорожке Готемба. Дайте ответ в сантиметрах (см).

Задача 1 предполагает вычисление среднего количества туристов в день. Текст достаточно простой и четкий; он не создает высокого коммуникативного требования. Требование к выстраиванию необходимой стратегии – умеренное, потому что нужно определить количество дней, учитывая приведенные даты, и воспользоваться ими для вычисления средних показателей. Такое многошаговое решение требует определенного наблюдения, которое так же является частью требования выстраивания стратегии.

Требование математизации в этой задаче очень низкое, потому что необходимые данные указаны непосредственно (количество туристов в день).

Также низкое и требование применения умение представления: привлечена только числовая информацию и текст. Необходимые технические знания и умения включают знание того, как находить среднее значение, умение вычислять количество дней между указанными датами, выполнять деление и правильно округлять результат. Требование аргументации и рассуждений низкое. Это задача средней сложности.

Задача 2 значительно сложнее. Требование сообщения – низкое, подобное требованию сообщения в задании 1. Задание требует только числового ответа. Требование к выстраиванию необходимой стратегии намного сложнее, поскольку нужно составить план из трех основных частей: вычислить время восхождения вверх и вниз, учитывая показатели средней скорости, а затем определить время начала восхождения, учитывая время окончания похода и их длительность. Уровень нужной математизации умеренно высокий: математизация предполагает такие аспекты, как понимание того, что время на передышку входит в общее время похода и осознание того, что учитываем длину пешеходной дорожки дважды: сначала при вычислении времени подъема, а затем при вычислении времени спуска. Требование представления – минимальная: требуется только интерпретация текста.

Требование использования символов, формального и технических языков и операций умеренно высок: все расчеты относительно просты (хотя деление на десятичную дробь – «1,5 км/ч» – может вызывать трудности), но нуждаются в

определенной точности, а также необходимо помнить формулу для вычисления времени по скорости и расстоянию.

Также умеренно высоко требование аргументации и рассуждений.

Задание 3 также достаточно сложное. Главное внимание в нем уделено вычислению средней длины шага с учетом расстояния и количества шагов; также необходимо выполнить преобразование единиц измерения.

Коммуникативное требование в этой задаче, как и в предыдущих, осталось низким, поскольку текст достаточно четкий и простой для интерпретации, а в ответе достаточно записать число. Требование к выстраиванию необходимой стратегии решения задача 3 подобна той, что и в задании 1: обе задачи предусматривают нахождение среднего значения. Хотя в обеих задачах используют подобную модель для нахождения среднего значения, задача 3 в большей степени требует аргументации и соображений, чем задача 1. В задании 1 нужно вычислить количество людей, восходящих на гору Фудзи ежедневно, учитывая общее количество туристов за указанный период. Задание 3 требует вычисление «длины шага» с учетом общего расстояния и общего количества шагов.

Задание 3 требует больше соображений, чтобы учесть зависимость между указанным расстоянием и длиной. Требование математизации в задании 3 тоже выше, чем у предыдущих. Правильное понимание контекста реального мира, в том числе факта, что длина шага может быть около 50 см (но не 500 см или 0,5 см), также полезно для контроля реалистичности ответа. Требование использования символов, формального и технического языков и операций достаточно высоко, поскольку приходится делить маленькую величину (9 км) на большую (22 500 шагов) и использовать известный коэффициент преобразования. Требование представления низкое, поскольку в задании используют только текст.

2. РОК-КОНЦЕРТ

Следующая задача «Рок концерт». Тестовая задача «Рок-концерт» относится к категории общественного контекста, потому что описанная в ней

ситуация касается организации концертного мероприятия, хотя и с опорой на личный опыт пребывания зрителя в толпе. Она классифицирована как задача содержательной категории «количество», потому что нужно выполнить арифметические действия с числами; также в нем имеются элементы категории «пространство и форма».

Задание: Рок-концерт

Для проведения рок-концерта зрителям была зарезервирована прямоугольная площадка размером 100 м на 50 м. Все билеты на концерт распродали, и площадка была полностью заполнена стоявшими друг возле друга фанатами.

Какое из этих значений, по вашему мнению, является лучшей оценкой количества посетивших концерт людей?

- A) 2 000;
- B) 5 000;
- C) 20 000;
- D) 50 000;
- E) 1000000.

Эта задача требует применения каждой из трех категорий процессов, но, в первую очередь, – формулировки ситуации математически с целью осмысление предлагаемой контекстной информации (размер и форма площадки; все билеты на концерт распроданы; фанаты стоят) и придание ей математической формы. Также есть необходимость выявить недостающую информацию, но сделать это с помощью оценки, полученной с опорой на собственные знания и опыт в реальной жизни. Именно в этой задаче нужно построить модель площадки на одного человека или для группы фанатов. Не выходя за пределы математики, лицо, решающее задачу, должно применить математические понятия, факты, процедуры и размышления, чтобы сопоставить общую площадь концертной площадки и площадь, занятую одним лицом, с количеством фанатов, выполняя при этом необходимые количественные сравнения. Для проверки обоснованности решения и оценки вариантов ответа по сравнению с

математическими результатами проведенных вычислений необходимо применить умение интерпретации, применения и оценивания математических результатов

Альтернативная модель – представить фанатов, которые стоят рядами, заполняя всю площадку, и оценить их количество, умножив количество рядов на количество фанатов в каждом ряду. Лица, которые решают эту задачу и имеют надлежащие умение построения математических моделей, могут считать модель с использованием рядов и столбцов эффективной, несмотря на контраст между ней и типичным поведением фанатов на рок-концертах.

Правильный ответ не зависит от того, какая именно из моделей будет применена для решение этой задачи.

Во время выполнения этой задачи возникает необходимость применить следующие основные математические умения:

- коммуникация (восприятие – сообщение) – активируется на довольно низком уровне: нужно прочесть и понять текст.

- математизация – задача имеет высокое требование относительно применения этого умения, потому что решение задачи требует определенных предположений относительно площади места, которое занимает лицо, стоя среди толпы, а также создание базовой модели, например, $(\text{количество фанатов}) \times (\text{средняя площадь для одного человека}) = (\text{площадь площадки})$. Лицо должно представить ситуацию или представить ее схематически как часть процесса построения модели с целью соотнести площадь, которую занимает один фанат с площадью площадки;

- выстраивание стратегии – умение, необходимое для решения этой задачи на нескольких этапах, а именно когда нужно решить, какой подход выбрать, когда нужно представить, какую модель можно использовать для нахождения площади, а также когда необходимо уяснить потребность в применении определенной процедуры для проверки модели и ее валидации. Одна из стратегий решения заключается в установлении площади для одного человека и умножении ее на количество людей, указанное в каждом варианте

ответа и сравнение результата с предоставленными в задании условиями. Можно сделать наоборот: начать с площади площадки и действовать в обратном порядке, используя каждый вариант ответа для вычисления соответствующего площади для одного человека и выбора лучшего варианта, соответствующего установленным в задании критериям;

- использование символов, формального и технического языков и операций – необходимое для реализации любой принятой стратегии, заключающейся в интерпретации и использования приведенных измерений, и выполнение необходимых вычислений с целью установить связь между площадью площадки и площадью, которую занимает одно лицо;

- аргументация и рассуждение – необходимость применить это умение возникает, когда нужно осмыслить связь между построенной моделью, полученным решением и реальным контекстом с целью валидации использованной модели и проверки правильности выбранного варианта;

- использование математических инструментов – не активируется.

3. КЛУМБЫ (Рисунок 4)

Садовник имеет 32 метра деревянного забора и хочет обнести им клумбу.

Он выбирает форму клумбы из таких вариантов:

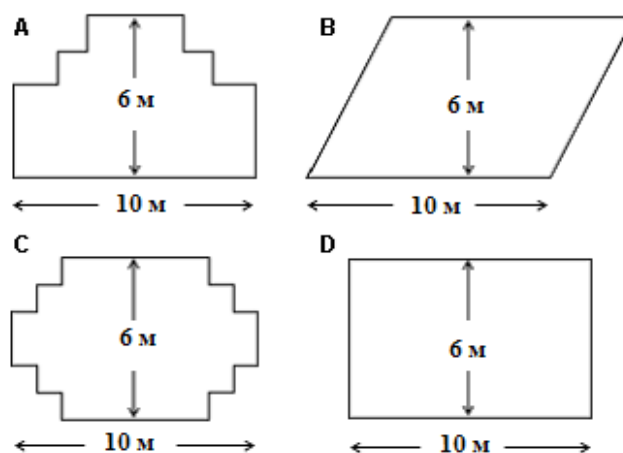


Рис. 4. Задание «Клумбы», варианты клумб

Обведите «Да» или «Нет» (Таблица 1) для каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит ли 32 м изгороди, чтобы обнести ею клумбу.

Задание «Клумбы», выбор варианта ответа

Форма клумбы	Хватит ли 32 м изгороди, чтобы обнести ею клумбу	
Форма А	Да	Нет
Форма В	Да	Нет
Форма С	Да	Нет
Форма D	Да	Нет

Задание относится к содержательной категории «пространство и форма», потому что оно рассматривает свойства фигур. Оно связано с профессиональной контекстной категорией, потому что в нем говорится о работе садовода. По процессу задание относится к категории применения математических понятий, фактов, процедур и рассуждений, потому что для его решения необходимо применить процедурные знания к конкретным математическим объектам. Задача также определенной мерой требует интерпретации, применения и оценки математических результатов, поскольку необходимо связать представленные математические объекты с контекстуальным элементом – ограничением длины имеющегося деревянного забора.

Его можно решить, применив геометрические знания и размышления. В задании предоставлено достаточно информации, чтобы сделать возможным вычисление точного периметра форм А, С и D, для которых он одинаков и составляет 32 метра.

Однако относительно формы В не предоставлено достаточной информации, следовательно, необходимо применить другой подход. Размышления могут быть такими: тогда как сумма длин «горизонтальных» отрезков для каждой из четырех фигур является одинаковой, боковые (наклонные) стороны формы В длиннее суммы "вертикальных" отрезков каждой из других фигур.

Умение коммуникации применяется для чтения и понимание задачи, а также для того, чтобы связать приведенную в тексте информацию с графическим изображением четырех клумб.

Задание представлено в понятной математической форме, следовательно, требование математизации не актуально. Размышления с использованием объектов реального мира, например, учет длины стандартных частей деревянного ограждения, а также геометрии углов не используются в процессе решения; ключевые умения, необходимые для решение этой задачи – это аргументация и рассуждения, с помощью которых можно определить, что форма В имеет периметр, больше чем длина имеющегося ограждения, и уяснить, что длина каждого отдельного «вертикального» отрезка формы А неизвестна, но известна их общая длина (как и в форме С – применительно к «вертикальным» и «горизонтальным» отрезкам).

Выстраивание стратегии включает осознание того, что необходима информация о периметре который можно найти, несмотря на тот факт, что длины некоторых отдельных отрезков неизвестны.

Символы, формальные и технические языки и операции используются при оперировании понятием «периметр». Требование применения математических инструментов для решения задачи не актуально.

ВЫВОД ПО ГЛАВЕ 1

Математическая грамотность – это способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в различных контекстах. Определение, предназначено описывать умения учащихся математически обосновывать и использовать математические понятия, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснение и прогнозирование явлений.

Целью формирования математической грамотности у школьников является: терминологическая грамотность; правильный математический язык (устный и письменный); вычислительная и графическая культура

Принципы развития математической грамотности у учащихся основной школы:

- 1) использование комбинированных, нестандартных задач, направленных на повторение уже пройденного материала и закрепление изучаемого материала;
- 2) использование математического диктанта как обязательный этап урока;
- 3) постоянное усовершенствование вычислительной техники учащихся на протяжении всего срока их обучения;
- 4) использование межпредметных связей на уроках математики;
- 5) систематизация и обобщение знаний учащихся.

Задания по диагностике математической грамотности направлены на определение развития общих математических умений. Выделяют семь общих математических умений при диагностике математической грамотности: коммуникация (восприятие и сообщение); математизация; представление; аргументация и рассуждения выстраивание стратегий для решения задач; использование символов, формальных и технических языков и операций; использование математических инструментов.

ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5 – 6 КЛАССАХ

2.1. ЗАДАНИЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ И КРИТЕРИИ ЕЁ ОЦЕНИВАНИЯ

Тема: Натуральные числа и действия с ними

1. а) Марат знает, что нужно экономить воду, поэтому моется под душем, а не в ванне. На душ используется 20 л воды, для ванны – в 5 раз больше. Сколько воды сэкономит Марат за месяц, если он моется 9 раз в месяц?

б) Если мы не закроем кран, когда чистим зубы, то зря выльется 3л воды. Дима и Оля чистят зубы два раза в день. За прошедшую неделю Дима забыл закрыть кран 2 раза, а Оля только один раз закрыла. Сколько воды утекло зря из-за невнимательности детей?

в) Если неплотно закрыть кран, то за час из него вытечет пол-литровая банка воды. Сколько воды вытечет за сутки?

2. а) Для производства 4000м^2 бумаги вырубают 1га леса. Сколько вырубали леса, чтобы напечатать учебник «Математика 5 класс» для всех учеников вашего класса.

б) Лиственный лес, площадь которого 1га, может за год задержать 68 т пыли. Посчитайте сколько пыли осталось в воздухе, через издательство вашего учебника.

3. а) Обычная лампа накаливания на 100 Ватт в час работы использует 100 ватт электроэнергии. Сколько электроэнергии использует эта лампочка за месяц (30 дней) непрерывной работы по 12 часов в день?

б) Энергосберегающая лампа на 100 Ватт использует за час работы 15 Ватт. Подсчитайте сколько электроэнергии сэкономит человек за месяц (30 дней) непрерывной работы энергосберегающей лампочки по 12 часов в день.

4. а) Ежедневно каждая семья выбрасывает не менее двух ведер мусора. Сколько мусора насобирает семья за год, если в году 52 недели? Сколько это в килограммах, если в ведре 10кг?

б) Сколько мусора выкидывают жители нашего городка, если у нас проживает около 5 000 семей?

в) Сколько нужно тракторов, чтобы вывезти этот мусор, если на трактор можно погрузить 5т мусора?

5. Световая площадь окон в классе должна равняться $\frac{1}{5}$ площади пола. На складе есть три вида краски:

а) Коричневый – 50 кг

б) Красная –15 кг

в) Черная – 25 кг

Можно ли покрасить пол в 11 кабинетах нашей школы одинаковой площади краской одного цвета, если световая площадь окон равна 9,6 м²?

6. Предположим, что население вашего города 40 000 человек. Предположим, что половина населения — мужчины, и половина мужчин бреется каждое утро. Большинство из тех, кто бреется, оставляют воду включенной во время бритья, а другие включают воду для полоскания бритвы и умывания. В среднем бритье занимает 6 минут. Проточная вода течет через полуоткрытый кран при скорости 2 л в минуту. Среднее количество воды, потребляемой только для полоскания, составляет всего 1 л в минуту. Вопрос:

А: сколько воды будет потребляться каждый год, если каждое утро все бритые мужчины оставят воду включенной во время бритья?

Б: сколько воды будет потребляться, если эти же мужчины будут включать воду только для полоскания бритвы и умывания?

Тема: Обыкновенные дроби

1. Чтобы сделать ремонт в комнате бабушки, мама закупила 12 рулонов обоев. Для оклейки двух стен необходимо по 4 рулона обоев, третьей — 2

рулона, а четвертой — 1 рулон. Какая часть обоев необходима для того, чтобы оклеить каждую из стен? Какая часть обоев останется?

2. Начертите квадрат со стороной 4 см. Разделите его на 16 равных частей. Закрасьте 5 частей красным карандашом и 7 частей — синим. Запишите с помощью дроби, какая часть квадрата: 1) закрашена красным карандашом; 2) закрашена синим карандашом, 3) не закрашена. Какая из этих частей самая большая? Самая маленькая?

3. Для закупки канцтоваров в школу родители потратили $\frac{4}{15}$ суммы, которую потратили для ремонта комнаты. Сколько потратили родители на канцтовары, если на ремонт они потратили 2400 руб?

4. Площадь комнаты Леночки составляет $\frac{4}{5}$ 5 площади комнаты Саши. У кого большая комната и на сколько, если площадь комнаты Саши равна 20 м^2 ?

5. Сколько дней длится первый семестр, если его $\frac{3}{5}$ составляют 72 дня?

6. Клумба - это фигурный цветочный участок в форме геометрической фигуры (круга, овала, квадрата, треугольника, прямоугольника) или звездчатая, диаметром от 0,75 м до 6 м и более. Поверхность ее всегда немного выпуклая с уклоном, а растения на клумбе сажают так, чтобы они образовывали узор или рисунок. Такие цветники служат как места для отдыха.

7. Одна сторона клумбы треугольной формы равна 2 м, вторая — на $\frac{1}{7}$ м меньше первой, а третья — на $\frac{5}{7}$ меньше первой стороны.

1) Какова длина неизвестных сторон клумбы?

2) Найдите периметр клумб.

3) Сколько будет стоить ограждение всей клумбы самшитом, если цена 1 саженца - 50 руб, а высаживают их на расстоянии 25 см друг от друга?

8. Аленка заплатила за печенье $17\frac{3}{25}$ руб, а за конфеты ей нужно заплатить $35\frac{7}{25}$ руб. Мама дала Лене для покупки 60 руб. Хватит Аленке денег на покупку конфет? Если да, то сколько денег останется у Аленки?

9. Наводнение на Закарпатье в середине декабря 2017 года считается крупнейшим в их истории за последние 20 лет. Стихийное бедствие произошло из-за интенсивных осадков в виде дождя и снега, в результате чего резко повысился уровень воды в реках, особенно в низменных (Виноградовский и Иршавский районы). Пик наводнения пришелся на 15-17 декабря. Наутро 14 декабря уровень воды в реках Закарпатья поднялся от $\frac{3}{2}$ м $2\frac{1}{2}$ м. На утро 17 декабря максимальный подъем воды по реке Тиса составлял $3\frac{1}{2}$ м.

1) На сколько метров увеличился уровень воды в реках Закарпатья 14 декабря?

2) На сколько метров увеличился уровень воды в Тисе с 14 по 17 декабря?

10. Источником информации для составления годового отчета является следующая таблица (Таблица 2.):

Таблица 2

Задание 10: источник информации

Количество учащихся	Высокий уровень	Достаточный уровень	Средний уровень
221	25	93	103

Необходимо подготовить отчет итогов учебного года:

1. % учащихся, имеющих высокий уровень _____ %
2. % учащихся, имеющих достаточный уровень _____ %
3. % учащихся, имеющих средний уровень _____ %
4. % учащихся, имеющих начальный уровень _____ %

11. Марат решил провести ремонт дачного домика. Необходимо оклеить стены обоями и покрасить пол. Размеры стен в комнате $342,5$ м, окно – 2 м², дверь – 2 м².

1. Чему равна площадь пола?
2. Сколько рулонов обоев надо купить, если рулон обоев имеет ширину 60 см и длину 10 м?

3. Сколько банок краски массой 1 кг нужно купить в магазине, если расход краски на 1 м^2 составляет 150 г.

Тема: Процентные расчеты

1. По результатам медицинского осмотра в 2020 году миопия диагностирована у 21 ученика школы (всего 209 учащихся); в 2021 году у 41 ученика (всего 226 учащихся). Какой процент составляет это заболевание в каждом году.

В 2020 году 15 ученикам гимназии был поставлен диагноз кифосколиоз, в 2021 году 20 ученикам. На сколько процентов выросло число заболевших.

2. По данным массивов карточек учета пожаров, поступивших от территориальных органов управления области в течение 2020 года, в результате пожаров погибли 1 819 человек, в том числе 65 детей; 1 474 человека получило травмы, из них 144 ребенка. Вычислите, какой процент пострадавших в каждом из случаев составляют дети.

3. В течение 2017 года в области в среднем ежедневно возникало 228 пожаров, в 2016 году этот показатель был равен 203. Как и на сколько процентов изменилось количество пожаров? (Рисунок 5).



Рис. 5. Диаграмма к заданию 3

4. Масса Земли 5975 квинтиллионов тонн. Масса железа составляет 37.04% от всей массы Земли. Масса воды на планете составляет 9%. Какая масса железа на нашей планете? Какая масса воды на Земле?

5. Доля батареек в бытовом мусоре 0,05% массы. Доля токсичных веществ от батареек в бытовом мусоре 50%. Узнайте о том, из чего изготавливается батарейка. Какая доля ее массы приходится на ядовитые

вещества: ртуть, кадмий, марганцевые соединения, натриевые хлориды. Посчитайте какая масса каждого из этих веществ попадает в окружающую среду из привезенных за год 300 мл штук батареек.

6. Одна батарейка отравляет 20 м^2 земли. В лесной зоне-это место обитания 1 ежа, 2 деревьев, 2 кротов и 2 тысяч дождевых червей. Какую площадь леса и сколько лесных жителей спасет ученик от загрязнения, если использованные 4 батарейки из фонарика не выбросит в мусор, а сдаст на утилизацию до ближайшего пункта.

7. Гусеница бабочки капустницы съедает за месяц 10 кг капусты. Синица съедает каждый день 100 гусениц. Сколько капусты спасает за 30 дней семья синиц, которая состоит из самки, самца и 4 птенцов, если птенец съедает гусениц в 2 раза меньше, чем взрослая синица?

8. Гектар леса поглощает и очищает за год 18 млн м^3 воздуха, то есть столько, сколько выдыхают 200 человек. Узнайте количество жителей вашего города. Сколько гектаров зеленых насаждений необходимо городу, в котором вы живете? Проанализируйте, есть ли нужное количество насаждений в вашем городе

9. Предлагаю построить диаграмму по такой информации. Продолжительность жизни кедра составляет 2500 лет, дуба 1500 лет, липы - 800 лет, сосны 450 лет, ели - 350 лет, березы 150 лет, ивы - 100 лет.

PISA выделяет 6 уровней по оценке математической грамотности (Таблица 3).

Таблица 3

Критерии и уровни оценивания математической грамотности

Уровень	Умения учащегося
6	На уровне 6 учащиеся могут осмысливать, обобщать и использовать информацию, полученную ими на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций, и применять свои знания в нетипичных контекстах. Они могут интегрировать информацию из различных источников и представленную в различных формах, а также свободно преобразовывать и переходить от одной формы к другой. На этом уровне учащиеся способны

	<p>демонстрировать высокий уровень математического мышления и рассуждений. Вместе с оперированием математическими символами и формальными математическими операциями, и зависимостями эти ученики способны сознательно применять свое понимание или прибегать к интуиции и предсказаниям с целью разработки подходов и стратегий решения новых проблемных ситуаций. На этом уровне учащиеся способны формулировать и точно комментировать свои действия и рассуждения относительно полученных результатов, интерпретаций и аргументов, а также объяснять уместность их использования в определенной ситуации.</p>
5	<p>На уровне 5 учащиеся могут разрабатывать модели сложных проблемных ситуаций и работать с ними, выявлять их ограничения и устанавливать предположения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения сложных задач, которые соответствуют этим моделям. На этом уровне ученики могут целенаправленно работать с задачей и хорошо развитые умения мыслить и рассуждать, применять надлежащие формы представления информации, использовать собственную интуицию и описывать рассматриваемую ситуацию формально или с помощью символов. Они способны осмысливать свою работу и могут формулировать и сообщать свои интерпретации и рассуждения.</p>
4	<p>На уровне 4 учащиеся могут эффективно работать с подробными моделями сложных конкретных ситуаций, которые могут иметь определенные ограничения или требуют установления определенных предположений. Ученики могут выбирать и интегрировать информацию, представленную в различных формах, в том числе и в символической, непосредственно связывая ее с различными аспектами реального мира. На этом уровне ученики могут использовать ограниченный диапазон развитых умений и могут рассуждать, проявляя определенную интуицию в несложных ситуациях. Основываясь на собственных интерпретациях, аргументах и действиях, они могут выстраивать и приводить свои объяснения и доказательства.</p>
3	<p>На уровне 3 учащиеся могут выполнять четко описанные процедуры, в том числе и нуждающиеся последовательного принятия решений. Они способны выбирать и применять простые стратегии для решения задач. На этом уровне учащиеся могут интерпретировать и использовать различные формы</p>

	<p>представления информации из разных источников и рассуждать, непосредственно опираясь на нее. Они обычно демонстрируют определенную способность оперировать процентами, обычными и десятичными дробями и работать с пропорциональными зависимостями. Приведенные ими ответы свидетельствуют о способности придавать элементарную интерпретацию полученных результатов и проводить рассуждения.</p>
2	<p>На уровне 2 учащиеся могут интерпретировать и узнавать ситуации в контекстах, которые (ситуации) не требуют большего, чем прямых умозаключений. Они могут извлекать соответствующую информацию лишь из одного источника и использовать информацию, представленную только в одной форме. На этом уровне, учащиеся могут применять базовые алгоритмы, формулы, процедуры или правила для решения задач, в которых приходится иметь дело с натуральными числами. Они способны буквально интерпретировать результаты.</p>
1	<p>На уровне 1 учащиеся могут выполнять задания относительно известных им контекстов, в которых всю необходимая информация приведена, а сами задачи четко сформулированы. Они способны находить информацию и выполнять простые процедуры в соответствии с прямыми указаниями в явно описанных ситуациях. Они могут выполнять действия, которые являются очевидными и непосредственно вытекают из условия.</p>

2.2. ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РАЗВИТИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В 5 – 6 КЛАССАХ

Педагогический эксперимент по развитию математической грамотности обучающихся 6 классов состоял из трех этапов:

1) констатирующий этап – первичная диагностика сформированности математической грамотности обучающихся, разработка заданий по формированию математической грамотности.

2) формирующий этап – проведение системы уроков с целью развития математической грамотности обучающихся.

3) контрольный этап – проведение вторичной диагностики уровня развития математической грамотности обучающихся.

В педагогическом эксперименте приняли участие обучающиеся 6 А класса МБОУ СОШ № 1 г. Тарко-Сале Пуровского района в количестве 25 человек.

На констатирующем этапе эксперимента обучающимся была предложена диагностическая работа.

1. Дедушка решил построить деревянный забор длиной 20 м.

1) Помогите дедушке вычислить, сколько столбов для этого нужно, если ставить их на расстоянии 2 м друг от друга (размерами столбов пренебречь).

2) Для установки забора требуется 7 ч. Дедушка планирует начать работу в 8 час. В котором часу дедушка завершит работу, если он сделает, перерыв на обед с 11.00 до 12.00?

3) Сколько денег потратит дедушка на приобретение материалов для забора, если стоимость одного столба – 80 руб., а секции между столбами – 240 руб.?

2. На уроке трудового обучения девушки получили задание сшить треугольную косынку, размеры которой: 50 см, 50 см, 75 см. Маша выполнила задачу точно. У Даши каждая сторона косынки получилась на 1 см короче, а у Ксюши – на 5 см длиннее. Девушки решили украсить свои косынки кружевом.

1) Сколько сантиметров кружева нужно купить каждой девочке, чтобы обшить свою косынку (припусками на сшивание пренебречь)?

2) Кому из девушек придется покупать больше кружева и на сколько?

3) Кто из девушек потратит меньше всего кружева?

3. Семья решила оклеить обоями стены в одной из комнат. Комната имеет размеры 3,5 м х 4 м х 2,5 м. В комнате есть одно окно размерами 1,2 м х 2,5 м и двери размерами 0,9 м х 2 м.

1) Найдите площадь окна.

2) Найдите площадь двери.

3) Сколько квадратных метров обоев понадобится для того, чтобы обклеить стены?

Результаты выполнения диагностической работы представлены в таблице 4.

Таблица 4

Результаты выполнения диагностической работы

	1 задача			2 задача			3 задача		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Выполнили без ошибок	20	16	15	15	15	20	24	24	18
Допустили ошибки	-	3	7	7	5	5	-	-	2
Не справились	5	6	3	3	5	-	1	1	5

В первой задаче допущены следующие ошибки:

1. Неправильный подсчет количества столбов: вместо 11 ответили 10.

2. Неправильный подсчет времени окончания работы.

3. Неправильный подсчет столбов, и как результат неправильное определение стоимости всех материалов, при этом затраты на секции определены верно. Трое учащихся произвели неверные вычисления.

Во второй задаче допущены ошибки:

1. Неправильное определение периметра треугольника, так как не учли, что каждая сторона уменьшилась на 1 см или увеличилась на 5 см.

2. Как следствие первой ошибки, неправильный подсчет длины кружева.

В третьей задаче допущены ошибки:

1. Ошибки в вычислении площади.
2. При нахождении площади стен, не учли наличие окна и двери.

Уровни сформированности математической грамотности обучающихся 6 А класса представлены на диаграмме (Рисунок 6).

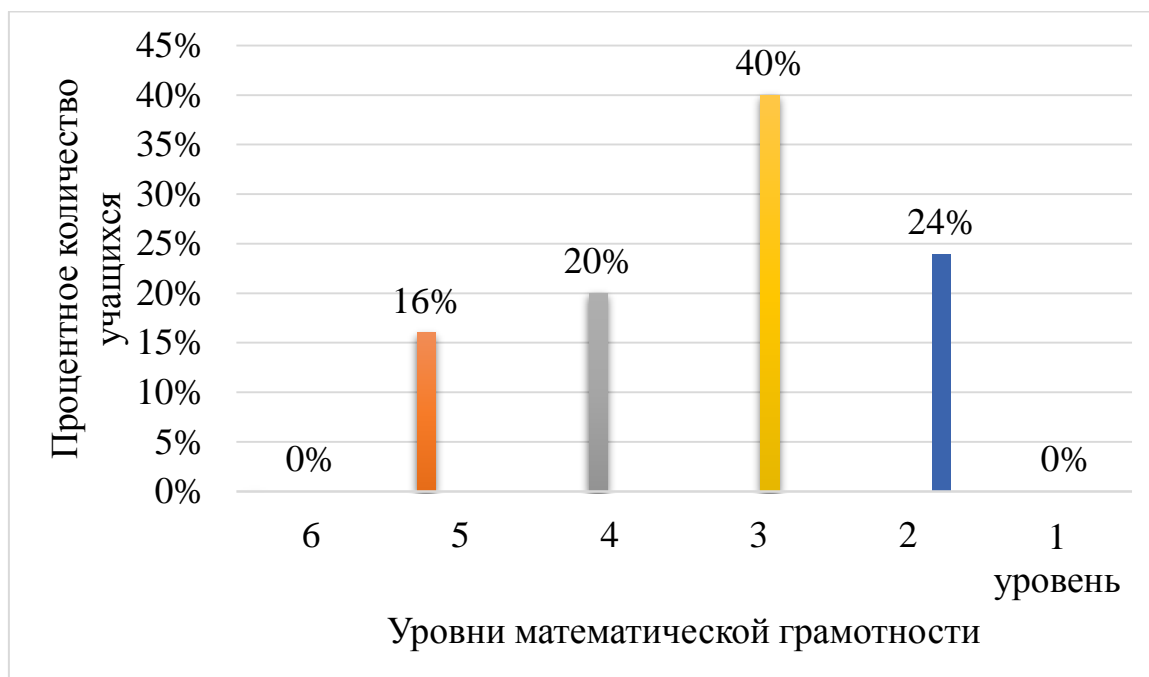


Рис. 6. Уровни сформированности математической грамотности обучающихся на констатирующем этапе

Таким образом, 5 уровень математической грамотности представлен 4 учащимися – ребята выполнили работу допустив 1 ошибку, 4 уровень представлен 5 учащимися - ребята выполнили работу допустив до 3 ошибок, 3 уровень математической грамотности показали 10 учащихся, выполнив работу не в полном объеме (не справились с 2 заданиями), и 2 уровень продемонстрировали 6 учащихся выполнив работу не в полном объеме, при этом не справились с 4 заданиями.

На формирующем этапе эксперимента нами были проведены уроки математики, направленные на развитие математической грамотности. Приведем фрагменты проведенных уроков.

Тема: Решение упражнений по теме «Обычные дроби»

Цель: Систематизировать знания по темам «Десятичные дроби», «Обыкновенные дроби». Проверить у учащихся умение выполнять действия с дробями, решать задачи, имеющие практическое содержание, развивать творческие и интеллектуальные способности учащихся. Воспитывать коллективистские качества, чувство ответственности.

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Актуализация опорных знаний

- 1) Какую дробь называют правильной?
- 2) Как добавить дроби с разными знаменателями?
- 3) Как сравнить дроби с одинаковыми знаменателями?
- 4) Как сравнить дроби с единицей?
- 5) Какие числа называются взаимнообратными?
- 6) Как выполнить умножение (деление) обыкновенных дробей?
- 7) Каково основное свойство обыкновенной дроби?
- 8) На что указывает числитель (знаменатель) дроби?
- 9) Как найти дробь от числа?
- 10) Как найти число по его дроби?
- 11) Как превратить обыкновенную дробь в десятичную и наоборот?

III. Решение задач

1. Самая маленькая птица на земле – колибри, а самая большая – страус. Вес колибри 0,18 кг, что составляет 0,000002 веса страуса. Найти вес страуса.

Решение: $0,18\text{кг}:0,000002=180000\text{г}:2=90000\text{г}=90\text{кг}$ – вес страуса

2. Предельный возраст воробья – 14 лет, что составляет $\frac{7}{12}$ возраста кукушки, или $\frac{7}{15}$ возраста курицы, или $\frac{7}{50}$ возраста сокола. Найти предельный возраст кукушки, курицы и сокола.

Решение:

$$1) 14 : \frac{7}{12} = 14 \cdot \frac{12}{7} = 4 \text{ (годы)} - \text{предельный возраст кукушки}$$

$$2) 14 : \frac{7}{15} = 14 \cdot \frac{15}{7} = 30 \text{ (лет)} - \text{предельный возраст курицы.}$$

$$3) 14 : \frac{7}{50} = 14 \cdot \frac{50}{7} = 100 \text{ (лет)} - \text{предельный возраст сокола.}$$

3. Предельный возраст льва – 35 лет, что составляет $\frac{7}{40}$ предельного возраста слона. Найдите предельный возраст слона.

Решение:

$$35 : \frac{7}{40} = 35 \cdot \frac{40}{7} = 200 \text{ (лет)} - \text{предельный возраст слона.}$$

4. Скорость полета стрижа – 1600м/мин, скорость скворца – составляет $\frac{3}{4}$, ястреба – $\frac{7}{16}$ скорости стрижа. Найти скорость полета скворца и ястреба.

Решение:

$$1) 1600 \cdot \frac{3}{4} = 1600 : 4 \cdot 3 = 1200 \text{ (м/мин.)} - \text{скорость полета скворца}$$

$$2) 1600 \cdot \frac{7}{16} = 1600 : 16 \cdot 7 = 700 \text{ (м/мин.)} - \text{скорость полета ястреба}$$

5. Кровь составляет $\frac{1}{13}$ массы тела человека. 54% всей крови находится в кровеносных сосудах, 20% – в печени, 16% – в селезенке, 10% – в подкожных сосудах. Сколько крови в каждой части, если масса человека 65 кг?

Решение:

$$1) 65 \cdot \frac{1}{13} = 5 \text{ (кг)} - \text{масса всей крови}$$

$$2) 5 \cdot 0,54 = 2,7 \text{ (кг)} - \text{в кровеносных сосудах}$$

$$3) 5 \cdot 0,2 = 1 \text{ (кг)} - \text{крови в печени}$$

$$4) 5 \cdot 0,16 = 0,8 \text{ (кг)} - \text{крови в селезенке.}$$

$$5) 5 \cdot 0,1 = 0,5 \text{ (кг)} - \text{крови в подкожных сосудах}$$

6. Длина реки Амударья составляет 2500 км. По равнине река протекает 0,6 своей длины, а 30% этого участка – судоходные, определить длину судоходной части реки.

Решение:

1) $2500 \cdot 0,6 = 1500$ (км) – протекает река равниной.

2) $1500 \cdot 0,3 = 450$ (км) – составляет судоходная часть.

7. Из 640 важнейших культурных растений земного шара $\frac{5}{8}$ происходит из Азии, $\frac{5}{32}$ – из Северной и Южной Америки, а $\frac{5}{64}$ – из Африки. Сколько культурных растений происходит из других частей света.

Решение

1) $640 \cdot \frac{5}{32} = 640 : 32 \cdot 5 = 100$ (растений) – происходит из Северной и Южной Америки

2) $640 \cdot \frac{5}{8} = 640 : 8 \cdot 5 = 400$ (растений) – происходит из Азии

3) $640 \cdot \frac{5}{64} = 640 : 64 \cdot 5 = 50$ (растений) – происходит из Африки

4) $100 + 400 + 50 = 550$ (растений) – происходит из Азии, Африки, Америки

5) $640 - 550 = 90$ (растений) – происходит из других частей света

8. Наибольшая глубина Атлантического океана составляет 8,5 км, Тихого – на 2,3 км больше, а Северо – Ледовитого – в 2 раза меньше наибольшей глубины Тихого океана. Какова величайшая глубина Северного Ледовитого океана?

Решение:

1) $8,5 + 2,3 = 10,8$ (км) – самая большая глубина Тихого океана.

2) $10,8 : 2 = 5,4$ (км) – самая большая глубина Северо-Ледовитого океана.

9. Ширина Керченского пролива 4,3 км, что составляет $\frac{1}{20}$ ширины Берингового пролива. Какова ширина Берингового пролива?

Решение:

$$4,3 : \frac{1}{20} = 86 \text{ (км)} - \text{ширина Берингового пролива.}$$

10. Длина орбиты Луны 2400000 км. Какое расстояние проходит Луна за 1 сутки и за 1 час, если полный оборот вокруг Земли совершает за 27,3 суток?

Решение:

$$1) \quad 2400000 : 27,3 = 2400000 : \frac{82}{3} = 2400000 \cdot 3 : 82 = 87804,876$$

(км) – проходит Луна в сутки.

$$2) \quad 87804,876 : 24 = 3658,5365 \text{ (км)} - \text{за 1 час.}$$

11. Космическая ракета с образцами Лунной почвы 21 сентября 1970 года в 10 часов 43 минуты стартовала с Луны и 24 сентября в 8 часов 26 минут совершила посадку на Землю. Вычисли скорость ракеты.

Решение:

1) $13\text{ч}17\text{мин} + 24\text{ч} + 24\text{ч} + 8\text{ч}26\text{мин} = 69\text{ч}43\text{мин}$ – была в полете ракета

$$2) \quad 360000 * 60 : 4183 = 5163,758 \text{ (км/час)}$$

$$3) \quad 5163,758 : 60 = 86 \text{ км/ч}$$

$$4) \quad 86 : 60 = 1,4 \text{ (км/с)}$$

12. Масса первого искусственного спутника Земли составляет 83,6 кг, а второго – 508,3 кг. На сколько килограммов второй спутник тяжелее первого? Сколько процентов масса второго спутника составляет от массы первого?

VI. Итог урока.

Тема: Диаграммы

Цель урока: Совершенствовать решение задач по диаграммам, формировать навыки самостоятельной работы. Учить работе с дополнительной литературой, умению находить необходимый материал. Научить строить диаграммы по заведомым данным. Воспитывать уважение к другим.

Ход урока:

I. Организационный момент.

II. Актуализация опорных знаний

1) Какие диаграммы вы знаете?

- 2) Что общего между ними?
- 3) Для чего используют диаграммы?
- 4) Объясните, как строят круговую диаграмму?
- 5) Объясните, как строят столбчатую диаграмму?
- 6) Для чего в жизни можно использовать диаграммы?

III. Решение задач

1. Определите по круговой диаграмме (Рисунок 7), процентное отношение карамели ко всем конфетам в магазине, если батончики составляют 8%. Результат округлите до целых.



Рис. 7. Задание «Процентное отношение карамели»

2. Постройте диаграмму содержания витамина С (мг в 100 г) в лимоне – 50 мг, красном перце – 260 мг, апельсине – 70 мг, черной смородине – 220 мг и сухом шиповнике – 1200 мг.

Решение:

для построения круговой диаграммы надо круг поделить на пять секторов пропорционально содержанию витамина С, т.е. выполнить пропорциональное деление $50 : 260 : 70 : 220 : 1200$. Пусть k -коэффициент пропорциональности, тогда $260 \cdot k = 50$. Отсюда, $50 = 10, 260 = 52, 70 = 14, 220 = 44, 1200 = 240$. Следовательно круг нужно разделить на сектора с углами: 10, 52, 14, 44 и 240. По этим данным с помощью транспортира строим круговую диаграмму (Рисунок 8).



Рис. 8. Решение задачи 2 «Витамин С»

Вопросы к диаграмме:

1. Верно ли, что лимон является основным источником витамина С?
2. В каком продукте содержится наибольшее количество витамина С?
3. В каком продукте содержится наименьшее количество витамина С?
4. Во сколько раз в сухом шиповнике витамина С содержится больше, чем в лимоне?
5. Во сколько раз в апельсине витамина С содержится меньше, чем в сухом шиповнике?
6. Какой продукт по количеству витамина С находится на втором месте?
7. На сколько больше витамина С содержится в красном перце, чем в черной смородине?

3. В супермаркет завезли продукты: мясо – 240 кг , лук –120 кг , картофель –300 кг, сахара – 60 кг. Построить круговую диаграмму.

Решение:

для построения круговой диаграммы нужно круг поделить на четыре сектора пропорционально массе привезенного товара, т.е. выполнить пропорциональное деление $240 : 120 : 300 : 60$. Пусть k -коэффициент

пропорциональности, тогда 120 . Отсюда, $240 = 240 \cdot 0,5 = 120, 120 = 60, 300 = 150, 60 = 30$. Следовательно, круг нужно разделить на сектора с углами: $120, 60, 150, 30$. По этим данным с помощью транспортира строим круговую диаграмму (Рисунок 9).

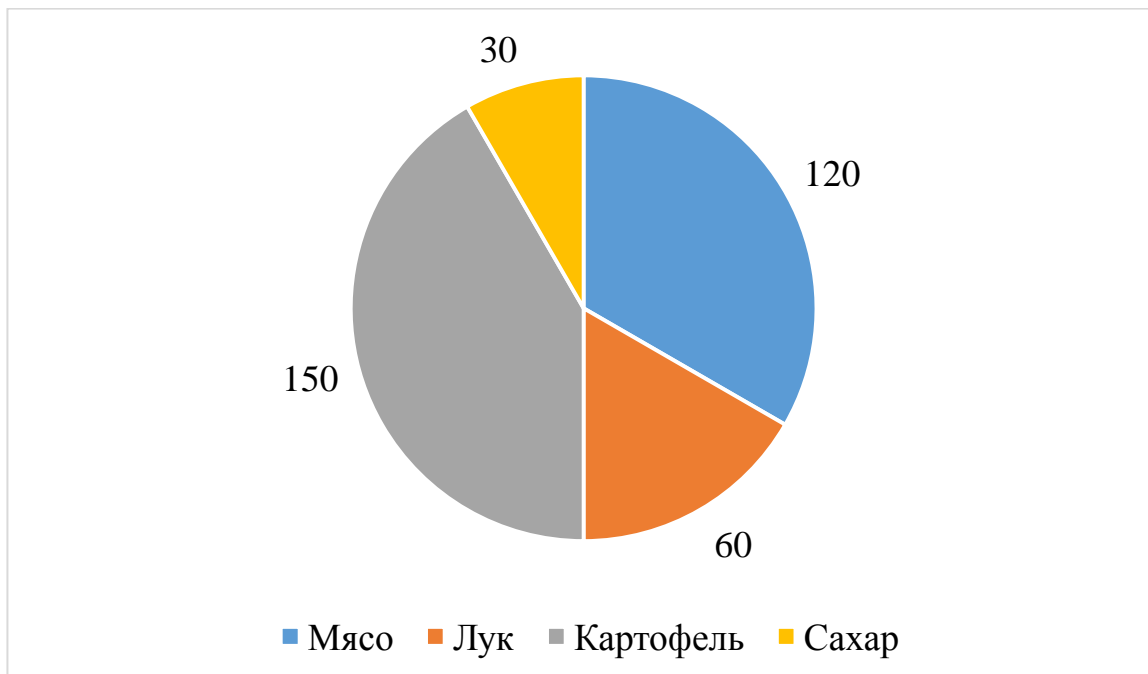


Рис. 9. Решение задачи 3 «Продукты»

4. Обучение в школе – 6 часов, отдых – 2 часа, выполнение домашних заданий – 3 часа, чтение художественной литературы – 1 час, игра на компьютере – 1 час, смотрит телевизор – 2 часа, на употребление пищи – 1 час, сон – 8 часов.

Решение:

для построения круговой диаграммы нужно круг поделить на восемь секторов пропорционально часам режима, т.е. выполнить пропорциональное разделение $6 : 2 : 3 : 1 : 1 : 2 : 1 : 8$. Пусть k -коэффициент пропорциональности, тогда 2 . Отсюда, $6 = 6 \cdot 15 = 90, 2 = 30, 3 = 15, 8 = 120$. Следовательно, круг нужно разделить на сектора с углами: $90, 30, 45, 15, 15, 30, 15, 120$. По этим данным постройте диаграмму. По данным таблицы (Таблица 4) постройте круговую диаграмму.

Данные к 4 заданию

Возраст в годах	Белки (г)	Жиры (г)	Углеводы (г)	Всего граммов
11 – 14	80	70	300	450

IV. Итог урока.

Тема. Диаграммы. Столбчатые диаграммы.

Цель урока: Научить выяснять, какую круговую или столбчатую диаграмму необходимо строить в зависимости от данных задания. Развивать логику, математический язык, умение делать выводы. Совершенствовать умение строить столбчатые диаграммы.

Ход урока.

I. Организационный момент.

II. Решение задач

1. Постройте круговую диаграмму площадей океанов нашей планеты.

Решение:

Мировой океан состоит из четырех океанов с площадями:

1. Тихий океан – 179 млн. км²
 2. Атлантический – 93 млн. км²
 3. Индийский – 75 млн. км²
 4. Северный Ледовитый – 13 млн. км²
1. $179 + 93 + 75 + 13 = 360$ млн. км² – площадь Мирового океана.
 2. Таким образом, на 1% диаграммы приходится 1 млн км² (Рисунок 10)
 3. 179 млн. км² – 179, 93 млн. км² – 93, 75 млн. км² – 75, 13 млн. км² – 13.

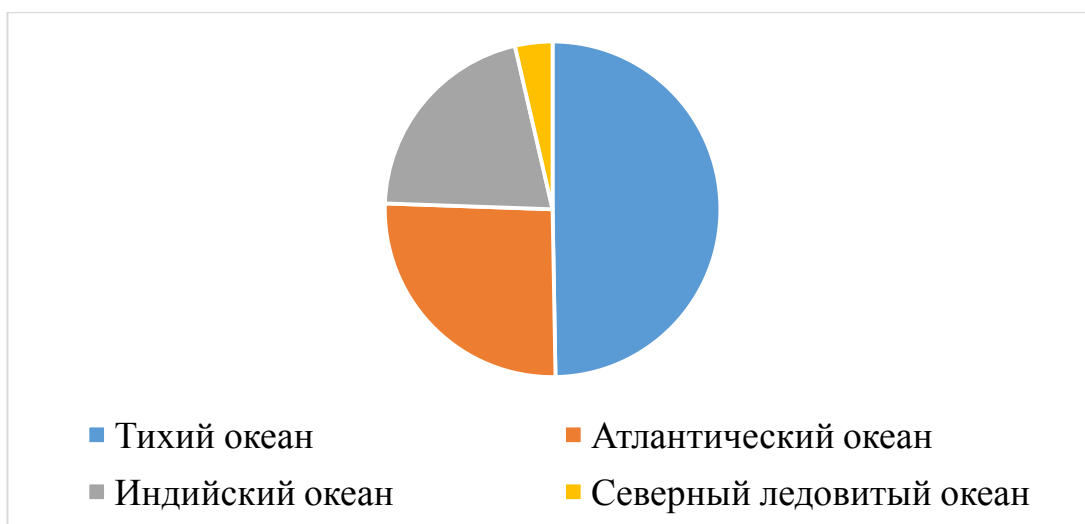


Рис. 10. Диаграмма «Площади океанов»

По диаграмме мы видим, что Тихий океан не только самый большой, но и занимает почти точную половину всего Мирового океана.

Рассмотрим вторую задачу. Четыре ближайшие планеты к Солнцу называют планетами земной группы. Найдём в энциклопедии расстояния от Солнца до каждой из них:

- до Меркурия – 58 млн. км
- до Венеры – 108 млн. км
- до Земли – 150 млн. км
- до Марса – 228 млн. км

Учитель: Круговая диаграмма показывает, какой вклад расстояние до каждой планеты имеет в сумме всех расстояний. Но сумма всех расстояний не имеет для нас смысла. Полный круг не соответствует никакой величине. Так как сумма всех величин не имеет для нас смысла, то и нет смысла строить круговую диаграмму. В данном случае лучше построить столбчатую диаграмму.

Таким образом, если вы задумались, какую лучше диаграмму вам строить – круговую или столбчатую, то необходимо ответить на вопрос:

Нужна ли вам сумма всех величин?

Имеет ли она смысл?

Хотите ли вы видеть вклад каждой величины в общую, в сумму?

Решение: построим столбчатую диаграмму. 50млн. км – 1см на диаграмме (Рисунок 11).

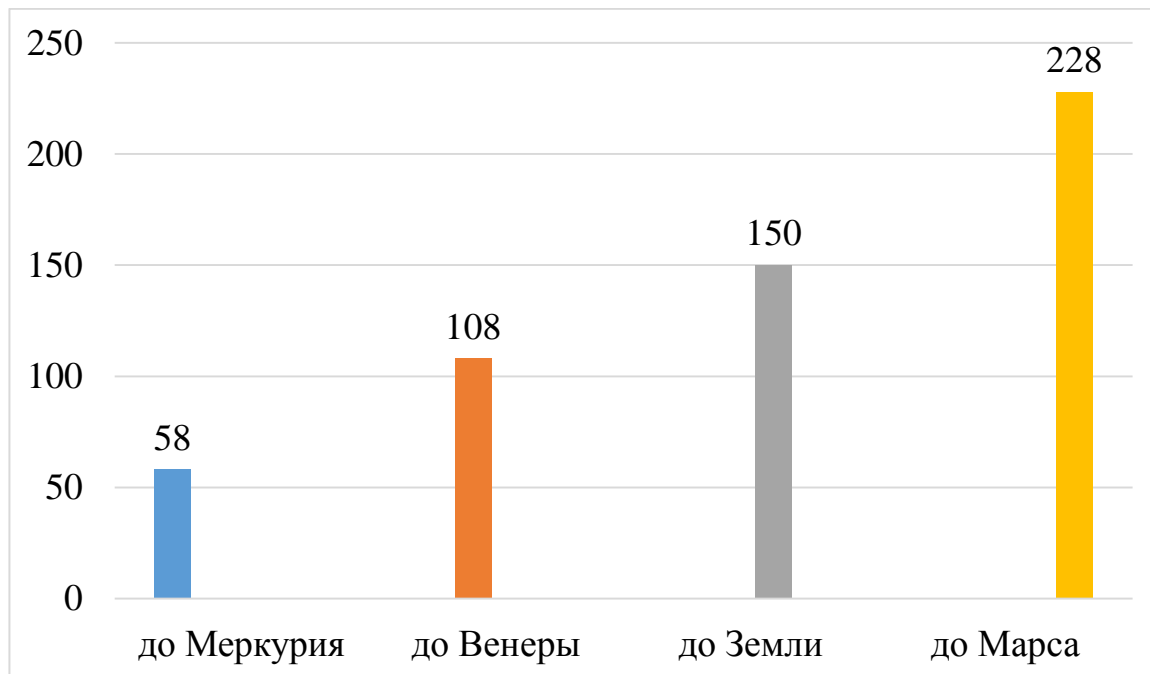


Рис. 11. Диаграмма «Расстояние от Солнца до планет»

На столбчатой диаграмме сразу видно наименьшее и наибольшее расстояние, также видим, что каждое следующее расстояние увеличивается примерно на одну и ту же величину – 50 млн. км.

Задача. Прочти диаграмму. Какое животное живет дольше? Сколько живет в среднем обезьяна, собака, крокодил? (Рисунок 12)

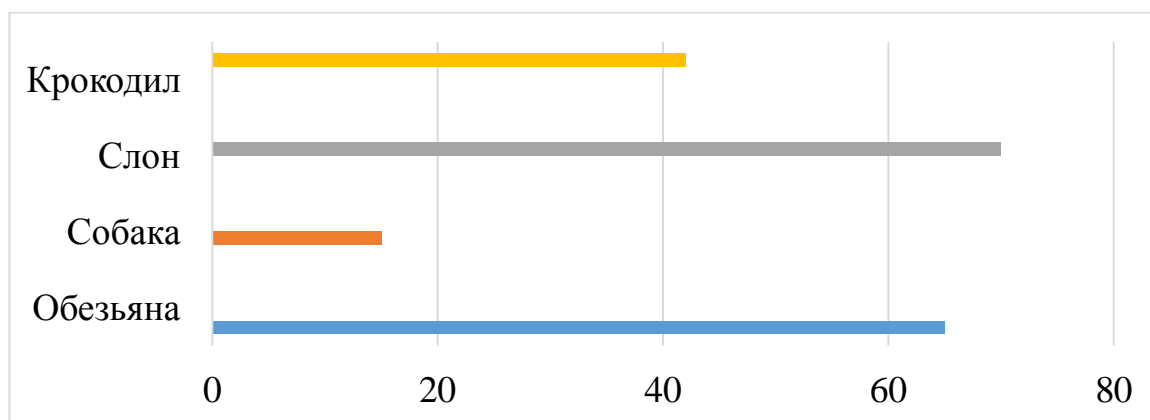


Рис. 12. Диаграмма «Возраст животных»

Задача 1. В 6 классе каждый из 18 учащихся посещают один из кружков: спортивный, математический или музыкальный в таком отношении 5:3:1. Сколько учеников посещают каждый кружок? По этим данным постройте столбчатую диаграмму?

Решение: коэффициент пропорциональности 2. Построим столбчатую диаграмму по следующим данным: 10 учащихся посещают спортивный, 6 – математический и 2 – музыкальный кружки. 1см – 2 ученика (Рисунок 13).

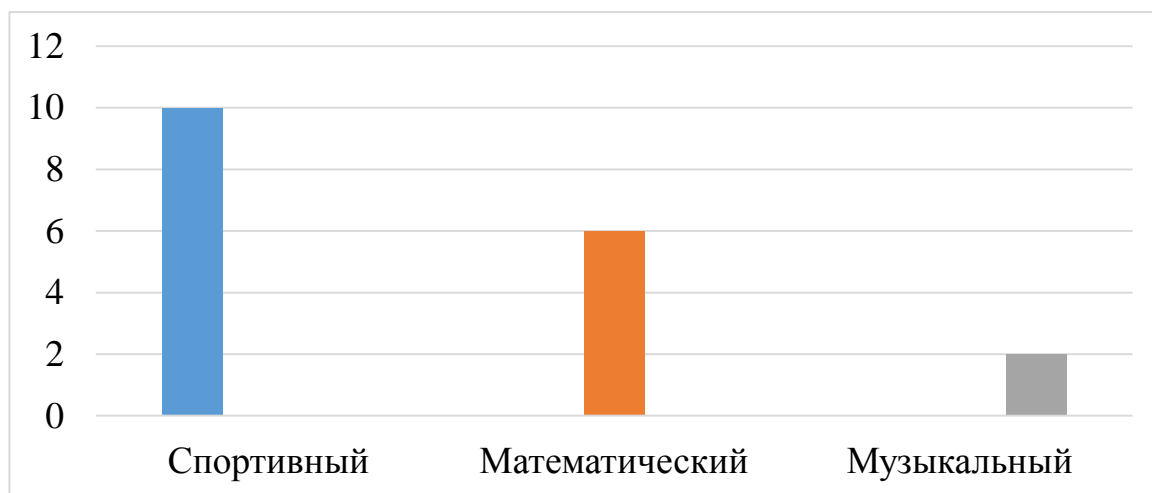


Рис. 13. Диаграмма «Посещение кружков»

Посмотрим, как диаграмма в реальной жизни помогает.

Задача. Информация о количестве уроков по основным предметам в шестом классе в год (Таблица 5).

Таблица 5

Количество уроков по предметам

Предметы	Русский язык	Русская литература	Английский язык	История	Математика	Технология	Физическая культура	Информатика	Музыка
Количество уроков	125	70	70	70	140	70	105	35	35

Таблица не очень удобна для восприятия. А за диаграммой мы видим по каким предметам уроков больше года, а каких меньше (Рисунок 14).

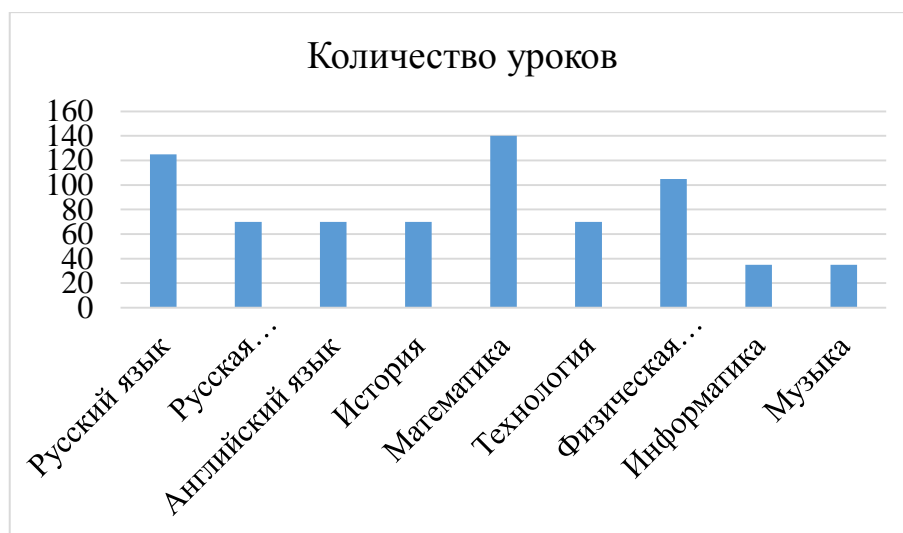


Рис. 14. Диаграмма «Количество уроков по предметам»

По данной диаграмме можно увидеть по какому предмету больше уроков за год, в каких предметах одинаковое количество уроков, во сколько раз уроков по математике больше уроков по информатике.

Постройте диаграмму по данным таблицы (Таблица 6):

Таблица 6

Дневная норма питания

Завтрак	Второй завтрак	Обед	Полдник	Ужин	Всего
20	15	40	10	15	100

В данном случае лучше построить круговую диаграмму (Рисунок 15), так как по ней можно увидеть, какой процент составляет каждая величина от общих 100.



Рис. 15. Диаграмма «Дневная норма питания»

IV. Итог урока

2.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для подведения итогов педагогического эксперимента и анализа результатов нами был проведен контрольный этап эксперимента.

На контрольном этапе эксперимента обучающимся была предложена диагностическая работа.

1. Три рассказа занимают 34 страницы. Первый занимает 6 страниц, а второй – в 3 раза меньше, чем третий. Сколько страниц занимает второй рассказ?

Постройте круговую диаграмму, изображающую распределение страниц из книг в процентах.

2. Редактор стенгазеты 8-го класса поместил заметку: «На школьных соревнованиях быстрее всех пробежал стометровку ученик класса Коля. Остальные призеры пришли к финишу в таком порядке: Миша, Паша, Федя. И удивительно – с одной и той же разницей в скорости. Коля потратил на эту дистанцию 12 с, Миша – 13 с, Паша – 14 с, Федя – 15 с». Проверьте, прав ли наш журналист. Для этого заполните таблицу (Таблица 7).

Таблица 7

Задание 2 контрольного этапа эксперимента.

	Коля	Миша	Паша	Федя
	12	13	14	15
м/с				

В последней строке поместите разность скоростей каждого мальчика и предыдущего. Действительно ли разница в скорости одна и та же?

Скорость какого из мальчиков ближе к средней скорости бегунов? Результат дайте в виде диаграммы.

3. Среди 24 учеников 6-го класса был проведен опрос по посещению ими танцевального, спортивного, театрального и художественного кружков

после уроков. По результатам опроса построена диаграмма, которая изображена на рисунке 16. Используя диаграмму, установите:

1. Какое количество учащихся посещает танцевальный и художественный кружки;
2. На сколько больше шестиклассников посещают спортивный кружок, чем театральный?

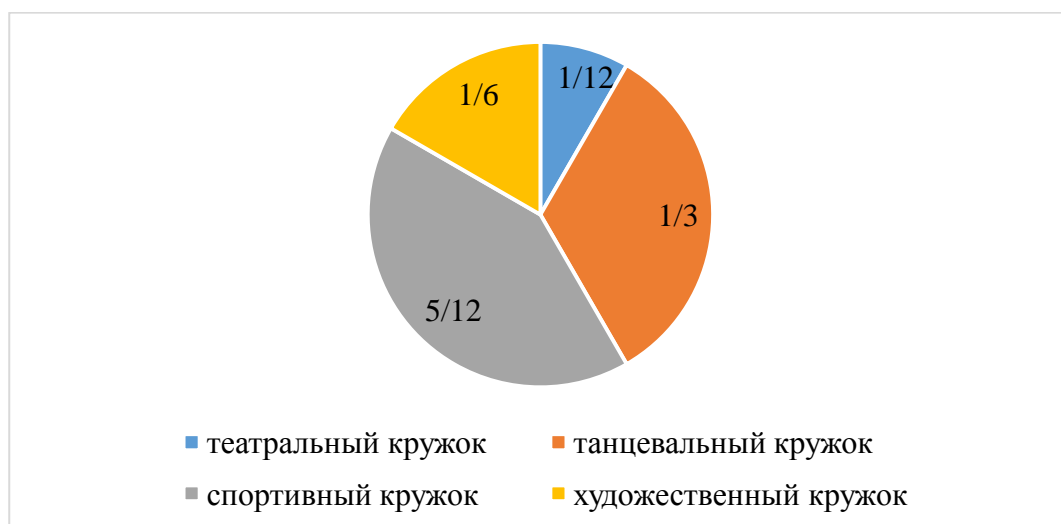


Рис. 16. Диаграмма задание 3 контрольного этапа эксперимента

Результаты выполнения диагностической работы представлены в таблице 8.

Таблица 8

Результаты выполнения диагностической работы на контрольном этапе.

	1 задача	2 задача	3 задача
Выполнили без ошибок	21	17	16
Допустили ошибки	3	5	6
Не справились	1	3	3

В первой задаче допущены следующие ошибки:

1. Неправильное определение процентного состава страниц и соответственно неверное построение диаграммы.

Во второй задаче допущены ошибки:

1. Неправильное определение скорости в м/с.

2. Как следствие первой ошибки, неправильное построение диаграммы.

3. Неправильное определение средней скорости.

В третьей задаче допущены ошибки:

1. Неправильное определение количества учащихся в группах.

Уровни сформированности математической грамотности обучающихся 6 А класса представлены на диаграмме (Рисунок 17).

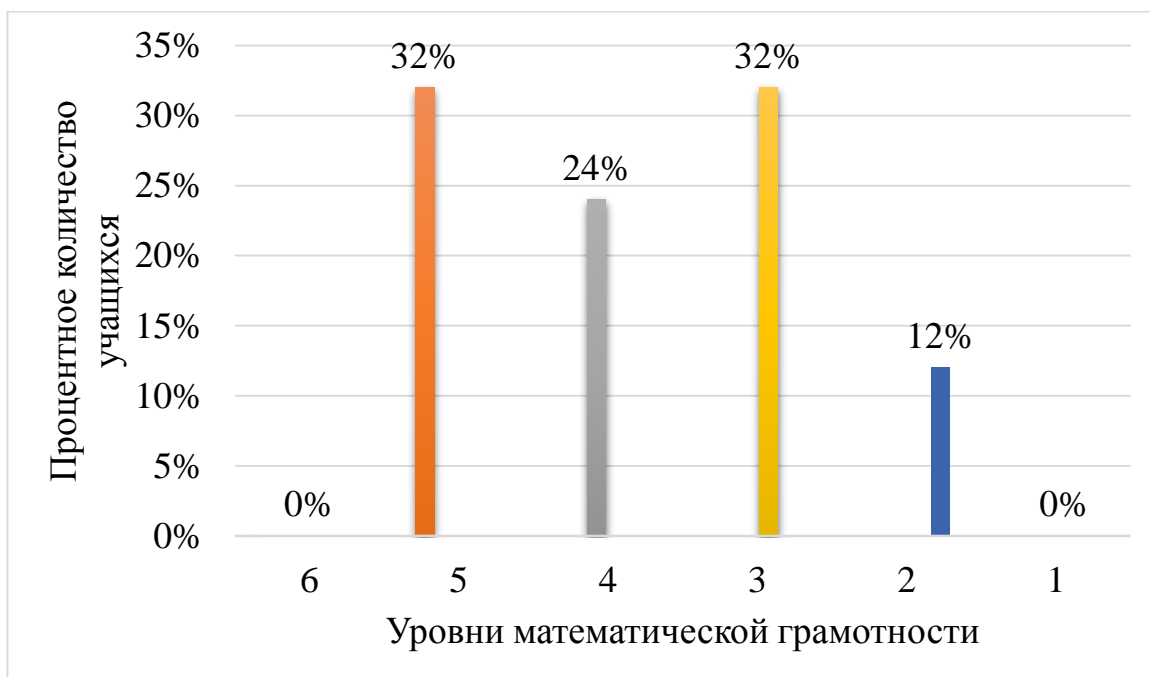


Рисунок 17. Уровни сформированности математической грамотности обучающихся на контрольном этапе

Таким образом, 5 уровень математической грамотности представлен 8 учащимися – ребята выполнили работу допустив 1 ошибку, 6 уровень представлен 5 учащимися - ребята выполнили работу допустив до 3 ошибок, 3 уровень математической грамотности показали 8 учащихся, выполнив работу с 5 ошибками, и 2 уровень продемонстрировали 4 учащихся выполнив работу не в полном объеме, при этом не справились с 1 заданием.

Представим сравнительные данные на диаграмме (Рисунок 18).

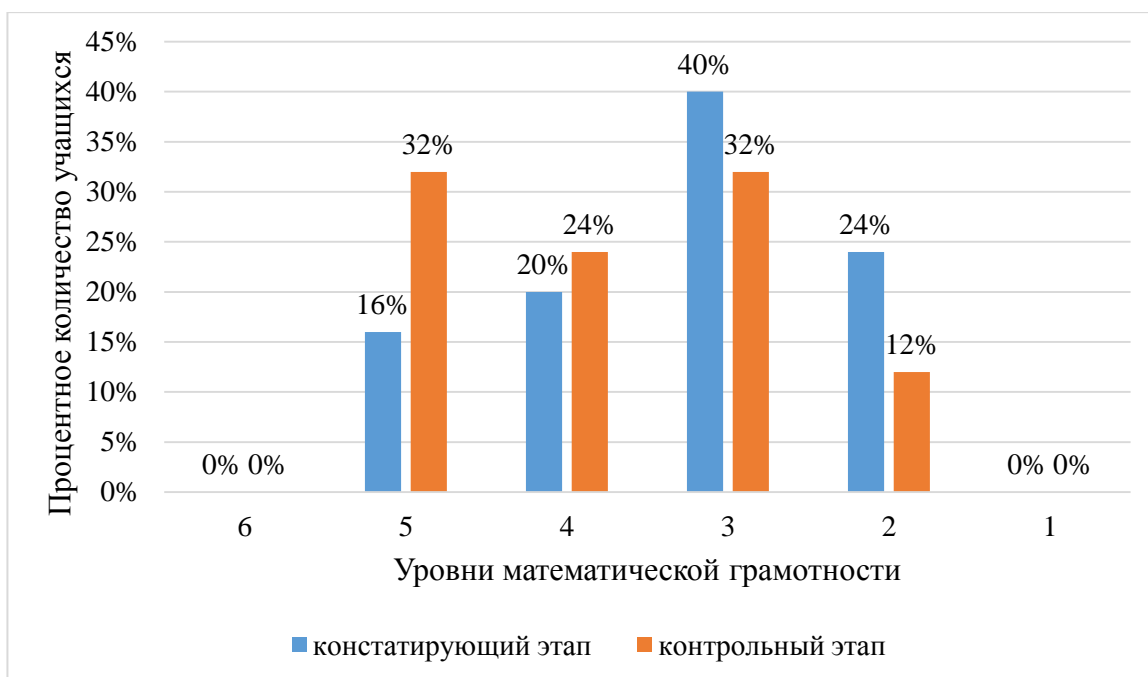


Рис.18. Сравнительные данные на констатирующем и контрольном этапах

Таким образом, количество обучающихся демонстрирующий 5 уровень математической грамотности увеличилось на 16% (4 обучающихся), 4 уровень показали на 4% больше учащихся (1 человек), количество обучающихся показавших 3 уровень уменьшилось на 8% (2 обучающихся) и 2 уровень сформированности математической грамотности показали на 12% меньше обучающихся (3 человека) по сравнению с констатирующим этапом.

Проверим уровень значимости полученных результатов (Таблица 9) с помощью критерия Стьюдента (Таблица 10).

Таблица 9

Уровни учащихся на констатирующем и контрольных этапах.

	Констатирующий уровень	Контрольный уровень
1	5	5
2	5	5
3	5	5
4	5	5
5	4	5
6	4	5
7	4	5
8	4	5
9	4	4
10	3	4
11	3	4

12	3	4
13	3	4
14	3	4
15	3	3
16	3	3
17	3	3
18	3	3
19	3	3
20	2	3
21	2	3
22	2	3
23	2	2
24	2	2
25	2	2

Результат: $t_{\text{ЭМП}}=4.8$

Таблица 10

Критическое значение критерия Стьюдента.

t _{кр}	
$p \leq 0,05$	$p \leq 0,01$
2,06	2,8

Полученное эмпирическое значение t (4.8) находится в зоне значимости (Рисунок 19).

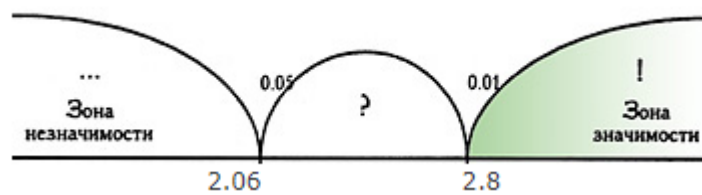


Рис. 19. Ось значимости критерия Стьюдента

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

В практической части исследования нами разработаны задания на формирование математической грамотности по темам: натуральные числа и действия с ними, процентные расчеты, обыкновенные дроби

Определены критерии и уровни оценивания математической грамотности.

Проведен педагогический эксперимент по развитию математической грамотности обучающихся 6 классов, который состоял из трех этапов: констатирующего, формирующего и контрольного.

По результатам констатирующего этапа, 5 уровень математической грамотности представлен 4 учащимися – ребята выполнили работу допустив 1 ошибку, 4 уровень представлен 5 учащимися - ребята выполнили работу допустив до 3 ошибок, 3 уровень математической грамотности показали 10 учащихся, выполнив работу не в полном объеме (не справились с 2 заданиями), и 2 уровень продемонстрировали 6 учащихся выполнив работу не в полном объеме, при этом не справились с 4 заданиями.

На формирующем этапе эксперимента нами были проведены уроки математики, направленные на развитие математической грамотности.

Для подведения итогов педагогического эксперимента и анализа результатов нами был проведен контрольный этап эксперимента.

По результатам контрольного этапа, 5 уровень математической грамотности представлен 8 учащимися – ребята выполнили работу допустив 1 ошибку, 4 уровень представлен 5 учащимися - ребята выполнили работу допустив до 3 ошибок, 3 уровень математической грамотности показали 8 учащихся, выполнив работу с 5 ошибками, и 2 уровень продемонстрировали 4 учащихся выполнив работу не в полном объеме, при этом не справились с 1 заданием.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическая грамотность – это способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в различных контекстах. Определение, предназначено описывать умения учащихся математически обосновывать и использовать математические понятия, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснение и прогнозирование явлений. Включает математические размышления и применение математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и прогнозирования явлений, помогает понять роль математики в мире, делать аргументированные умозаключения и принимать решения, необходимые людям как творческим, активным и мыслящим гражданам.

Целью формирования математической грамотности у школьников является: терминологическая грамотность; правильный математический язык (устный и письменный); вычислительная и графическая культура

Принципы развития математической грамотности у учащихся основной школы:

- б) использование комбинированных, нестандартных задач, направленных на повторение уже пройденного материала и закрепление изучаемого материала;
- 7) использование математического диктанта как обязательный этап урока;
- 8) постоянное усовершенствование вычислительной техники учащихся на протяжении всего срок их обучения;
- 9) использование межпредметных связей на уроках математики;
- 10) систематизация и обобщение знаний учащихся.

Задания по диагностике математической грамотности направлены на определение развития общих математических умений. Выделяют семь общих математических умений при диагностике математической грамотности: коммуникация (восприятие и сообщение); математизация; представление;

аргументация и рассуждения выстраивание стратегий для решения задач; использование символов, формальных и технических языков и операций; использование математических инструментов.

Для формирования математической грамотности эффективно применение контекстных задач. Контексты – аспекты личностного мира индивидуума, в котором рассматривают проблемы; ситуации, в которых лицо может иметь возможность использовать математику. Умение работать в пределах контекста является очень значимым и ставящим перед обучающимся, который решает задачи, дополнительные требования. Контексты распределены на четыре контекстные категории: личностная, общественная, профессиональная и научная.

В процессе решения контекстных задач развиваются общие математические умения – набор математических умений, являющихся основой математических процессов в том числе и математической грамотности в целом; набор когнитивных способностей, который имеют ученики или которые они могут приобрести с целью понимать мир с математической позиции, быть задействованными в нем и решать проблемы. С повышением уровня математической грамотности обучающиеся способны применять больший объем своих общих математических умений. Выделяет семь общих математических умений: коммуникация (восприятие и сообщение); математизация – способность преобразовывать задачу, касающуюся реального мира, в чисто математическую форму; представление – способность представлять математические объекты и ситуации в форме графиков, таблиц, диаграмм, рисунков, уравнений, формул и т.д.; аргументация и рассуждение – способность осуществлять логические общепринятые процессы мышления; выстраивание стратегий для решения задач – способность осуществлять ряд процессов критического контроля, что направляет на эффективное распознавание, формулировку и решение проблем; использование символов, формального и технического языков и операций; использование математических инструментов.

В практической части исследования нами разработаны задания на формирование математической грамотности по темам: натуральные числа и действия с ними, процентные расчеты, обычные дроби

Определены критерии и уровни оценивания математической грамотности.

Проведен педагогический эксперимент по развитию математической грамотности обучающихся 6 классов, который состоял из трех этапов: констатирующего, формирующего и контрольного.

По результатам констатирующего этапа, 5 уровень математической грамотности представлен 4 учащимися – ребята выполнили работу допустив 1 ошибку, 4 уровень представлен 5 учащимися - ребята выполнили работу допустив до 3 ошибок, 3 уровень математической грамотности показали 10 учащихся, выполнив работу не в полном объеме (не справились с 2 заданиями), и 2 уровень продемонстрировали 6 учащихся выполнив работу не в полном объеме, при этом не справились с 4 заданиями.

На формирующем этапе эксперимента нами были проведены уроки математики, направленные на развитие математической грамотности.

Для подведения итогов педагогического эксперимента и анализа результатов нами был проведен контрольный этап эксперимента.

По результатам контрольного этапа, 5 уровень математической грамотности представлен 8 учащимися – ребята выполнили работу допустив 1 ошибку, 6 уровень представлен 5 учащимися - ребята выполнили работу допустив до 3 ошибок, 3 уровень математической грамотности показали 8 учащихся, выполнив работу с 5 ошибками, и 2 уровень продемонстрировали 4 учащихся выполнив работу не в полном объеме, при этом не справились с 1 заданием.

Таким образом, цель работы достигнута, задачи решены, гипотеза подтверждена.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Басюк В.С., Ковалева Г.С. Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1. № 4 (61). С. 13-33. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_39249302_60620553.pdf (дата обращения 29.06.20).
2. Богдан С.М., Титова Е.Т. Реализация концепции развития математического образования (проект) // Методист, 2016. № 2. С. 7-11. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28300773> (дата обращения 29.06.20).
3. Борисова А.М. О заданиях на формирование математической грамотности / А. М. Борисова // Математика в школе. 2015. № 9. С. 35-42. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24957403> (дата обращения 05.09.20).
4. Волкова Т.Н. Использование практико-ориентированных задач в обучении математике учащихся основной школы // Математика и математическое образование: современные тенденции и перспективы развития. Сборник научных трудов по материалам II заочной Всероссийской научно-практической конференции. 2017. С. 173–176.
5. Ганичева Е.М. Формирование математической грамотности обучающихся / Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования. Вологда: ВИРО, 2021. 84 с.
6. Губанова М.И., Лебедева Е.П. Функциональная грамотность младших школьников: проблемы и перспективы формирования // Начальная школа плюс до и после. 2009. №12. С. 65-68.
7. Далингер В.А. Методика обучения математике. Традиционные сюжетно-текстовые задачи: учебное пособие для вузов. 2-е изд., испр. и доп. Москва: Юрайт, 2020. 174 с.
8. Евтыхова Н.М. Краеведение на уроках математики как часть формирования функциональной математической грамотности младших

школьников // Вестник Майкопского государственного технологического университета. 2018 .Вып. 3. С. 66-72.

9. Егупова М.В. Прикладная направленность обучения математике в историческом контексте // Математика в школе. 2007. №2. С. 65-71.

10. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: книга для учителей. Москва: Просвещение, 2003. 223 с.

11. Ермоленко В.А. Функциональная грамотность в современном контексте. Москва: Институт теории и истории педагогики, 2002. 119 с.

12. Иванов Д.А., Митрофанов К.Г., Соколова О.В. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий: учеб. метод. пособие. Москва: АПКиППРО, 2005. 101 с.

13. Ковалёва Г.С. PISA – 2018: Результаты международного исследования // Школьные технологии. 2018. № 1. С. 154-163.

14. Концепция развития математического образования в Российской Федерации: распоряжение Правительства РФ №2506-р: от 24 декабря 2013 года: по состоянию на 18.06.20. Москва: Министерство образования и науки РФ. 10 с.

15. Кочурова Е.Э. Занимательная математика: возможности формирования математической грамотности во внеурочной деятельности // Вестник Белгородского института развития образования. 2019. Т. 6. № 3. С. 37-43.

16. Кочурова Е. Э. Нестандартные математические задачи для развития творческих способностей учащихся // Начальное образование. 2018. № 4. С. 16-23.

17. Краснянская К.А., Денищева Л.О. Сравнительная оценка математической грамотности 15-летних учащихся в рамках международного исследования // Математика в школе. 2005. № 3. С. 70-77.

18. Кытманова Е.А. Формирование функциональной грамотности на уроках математики в основной школе: выпускная квалификационная работа бакалавра: 44.03.05. Лесосибирск: СФУ; ЛПИ-филиал СФУ, 2021. 74 с.
19. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии. Москва: Смысл, 2016. 528 с.
20. Мацкевич В.В., Крупник С.А. Функциональная грамотность // Всемирная энциклопедия: Философия. Минск: Харвест, 2001. 312 с.
21. Мочалыгина И.А. Роль дополнительного образования в повышении математической грамотности // Открытая школа. 2018. № 1. С. 40-42 .
22. Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие образования»: постановление Правительства РФ №1642: от 26 декабря 2017 г.: по состоянию на 18.06.20. Москва: [б.и.], 2020. 210 с.
23. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Министерства образования и науки РФ №1897: от 17 декабря 2010 г.: по состоянию на 18.06.20. 41 с.
24. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA-2018. URL: [www. centeroko. ru](http://www.centeroko.ru) (дата обращения 07.07.20)
25. Паспорт национального проекта «Образование»: президиум Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам №16: от 24 декабря 2018г.: по состоянию на 18.06.20. 89с
26. PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK. URL: <https://pisa2021-maths.oecd.org/> (дата обращения 07.07.20)
27. Подлипский О.К. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ КАК НАПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ШКОЛЕ // МНКО. 2020. №6 (85). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/funktsionalnaya-gramotnost-kak-napravlenie-razvitiya-matematicheskogo-obrazovaniya-v-shkole> (дата обращения: 01.12.2021).

28. Пожарова Г.А. Практико-ориентированные задачи как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся // Молодой ученый. 2021. №1(343). С.62-64. URL: <https://moluch.ru/archive/343/77263/> (дата обращения: 02.08.21)

29. Скурихина Ю.А. Практико-ориентированные задачи по математике. 5-6 класс: учебное пособие. КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС, 2019. 192 с.

30. Рослова Л.О. В поиске путей развития математической грамотности учащихся // Педагогические измерения. 2017. № 2. С. 63-68.

31. Рослова Л.О., Бачурина М.А. Содержание математического образования в контексте формирования функциональной математической грамотности // Образовательное пространство в информационную эпоху. 2019. С. 1054-1068.

32. Рослова Л.О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. 2018. № 10. С. 48–55.

33. Рослова Л.О., Краснянская К.А., Квитко Е.С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1. № 4 (61). С. 58-79. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_39249304_65449044.pdf (дата обращения 29.06.20).

34. Скворцова Г. Уровни математической грамотности: от воспроизведения к размышлениям. Три уровня заданий для проверки компетентности // Сельская школа. 2009 .№ 2. С. 115-120.

35. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики.: книга для учителя. Москва: Просвещение, 1990. 96 с.

36. Тюко В.В. Формирование функциональной грамотности учащихся в процессе решения математических текстовых задач // Актуальные проблемы психологии и педагогики в современном образовании: материалы международной заочн. науч.-практич. конф. 2017. С. 302-304. URL:

https://www.elibrary.ru/download/elibrary_29418278_38163125.pdf (дата обращения 29.06.20).

37. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики // Математика в школе. 2006. №6. №7. С. 2-13.

38. Формирование, развитие и оценка функциональной грамотности обучающихся: решения и находки: материалы межрегиональной с международным участием научно-практической конференции (Воронеж, 07 ноября 2019 г.): в 2-х ч. / под общей редакцией И.А. Дендебера, М.В. Дюжаковой.– Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2019. – Часть 2. – 256 с

39. Фролова П.И. К вопросу об историческом развитии понятия «Функциональная грамотность» в педагогической теории и практике // Наука о человеке: гуманитарные исследования. 2016. №1 (23). С. 179-185.

40. Фруммин И.Д. Компетентностный подход как естественный этап обновления содержания образования // Педагогика развития: ключевые компетентности и их становление: Материалы 9-й научно-практической конференции. Красноярск, 2003. 55 с.

41. Хуторской А.В. Ключевые компетентности и образовательные стандарты //Интернет журнал «Эйдос». 2002. №2. С. 58-64.

42. Шайхелисламов Р.Ф. Попастъ в десятку: готовность регионов к реализации задач, связанных с формированием функциональной грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика 2019. Т. 1. № 4 (61). С. 218-235.

43. Ярулов А.А. Познавательная компетентность школьников // Школьные технологии. 2004. №2. С.43-84.