

*К.С. Баранова*

*Научный руководитель – Д. И. Иванов  
Тюменский Государственный Университет, г. Тюмень  
УДК 514.172.45*

## **ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ В СРЕДЕ GEOGEBRA КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ**

**Аннотация:** статья рассказывает об особенностях развития пространственного мышления по средствам решения задач на построение сечений многогранников. В ней предлагается новый подход к изучению темы «Сечение многогранников», а также определяются главные цели системы уроков.

**Ключевые слова:** сечение, многогранник, GeoGebra, пространственное мышление, стереометрия.

На современном этапе развитие образования основывается на индивидуально-личностных потребностях ученика. То есть образование характеризуется переходом от системы, обучающей знаниям, к системе развивающего обучения. Проблема развития пространственного мышления всегда была актуальна, как в целом для образовательных учреждений, так и для всех педагогов. В частности, решить данную проблему пытаются математики, так как в геометрическом образовании важную роль играет формирование пространственного мышления.

В школьном курсе геометрии представлены задачи на построение сечений многогранников и только их решение содержит этапы анализа, построения, доказательства и исследования. Именно поэтому они исключительно уникальны в формировании пространственного мышления.

Анализ методологической и математической литературы, отвечающей на вопросы о развитии пространственного мышления по средствам построения сечений многогранников показал, что изучение таких типов задач проводится эпизодически и, следовательно, отсутствует система, а уровень требований к знаниям и умениям по данной теме снижается. Исходя из этого, развивающий потенциал задач на построение сечений многогранников практически не реализуется. Таким образом, возникает проблема поиска новых средств и методов обучения задач на построение сечений многогранников.

Стереометрия – это раздел евклидовой геометрии, который требует особого внимания. Одним из основных предметов геометрии, изучаемой пространство и объекты в нём, являются геометрические тела, если быть точнее, то в данном разделе рассматриваются тела в совокупности со своей поверхностью. Геометрическим телом называется часть пространства, которая обособляется от всего пространства замкнутой поверхностью (границей) тела.

Геометрическое тело, замкнутая граница которого представима в виде конечного объединения многоугольников называется многогранником. Как любая геометрическая фигура, многогранник состоит из элементов. Во-первых, часть границы, а именно многоугольник, является гранью многогранника, но при этом важно учесть, что он не должен быть частью другого, принадлежащего поверхности, многоугольника. Каждая вершина многоугольника и каждая его сторона является соответственно вершиной многогранника и его ребром.

В наше время о многогранниках известно достаточно много, но для рассмотрения достаточно взять те, которые наиболее часто встречаются не только в задачах по стереометрии, но и в мире, который нас окружает. Таким образом, далее мы будем рассматривать сечения, части представителей правильных выпуклых многогранников: призмы,

параллелепипеда и пирамиды, а также трёх из пяти Платоновых тел: куба, тетраэдра, октаэдра.

Если многогранник пересекается плоскостью, и в результате этого пересечения получается плоская фигура, а именно многоугольник, стороны которого принадлежат граням этой пространственной фигуры, а вершины её рёбрам, то мы получаем сечение многогранника.

Плоскость сечения обычно задаётся, либо тремя точками, либо прямой и точкой, реже она определяется двумя параллельными прямыми или же двумя пересекающимися прямыми. Построение сечения напрямую зависит от того, как определяется плоскость, поэтому все способы можно разделить на методы. Мы рассмотрим следующие из них: аксиоматический (метод следов и метод внутреннего проецирования) и комбинированный метод.

1. Метод следов. В общем случае, секущая плоскость с каждой гранью полиэдра имеет ровно одну общую прямую, которая называется следом плоскости сечения. Очевидно, что количество следов равно количеству пересечений грани и плоскости сечения. Для того чтобы найти след секущей плоскости на грань многогранника, необходимо, дополнительно к указанию, задающих плоскость сечения, точек задать или найти их, параллельные боковому ребру, проекции на плоскость грани.

2. Метод внутреннего проецирования. В случае, когда воспользоваться методом следов затруднительно, то всегда можно воспользоваться методом внутреннего проецирования. Данный метод, безусловно, универсальный, а иногда даже рациональнее других, но часто чертёж получается слишком «нагромождённым». Основная идея метода заключается в нахождении дополнительных точек плоскости сечения по проекциям её известных точек на плоскость основания многогранника и прообразов искомых точек. При выборе, на плоскости основания, проекций искомых точек, важно помнить, что они должны быть связаны с

проекциями тех точек, которые определяют плоскость сечения. Не менее важно то, чтобы количество шагов построения было максимально наименьшим.

3. Комбинированный метод. Комбинированный метод подразумевает возможность и необходимость применения теорем о параллельности, в трёхмерном пространстве, прямых и плоскостей. Применяя данный метод, мы должны ориентироваться на аксиоматические методы, описанные выше и на их алгоритмы построения.

Одной из главных проблем в изучении методов построения сечений многогранников является иллюстрация. Если в случае планиметрии возможно обойтись простым листом бумаги, то в случае, когда требуется изобразить стереометрическое тело, возникает необходимость в другой материальной базе. На сегодняшний день в реальном мире ещё не существует универсальных средств, которые обеспечили бы чёткое наглядное представление полиэдра и его сечения. Большим успехом в этом вопросе пользуется виртуальный мир, так как, на данный момент, именно он предлагает решения по средствам различных геометрических сред. Существует всего два вида геометрических сред, так как для обеспечения наглядности необходимо чтобы геометрический чертёж обладал динамикой и интерактивностью.

GeoGebra в смысле сочетания двух характерных свойств геометрических чертежей является универсальным программным продуктом. Любые геометрические объекты, созданные в данной программе, могут подвергаться различным изменениям. В случае, когда воздействие на один объект, распространяется на остальные, но при этом все соотношения, заданные между объектами и элементами, сохраняются, то мы говорим о интегративной среде. Если же при воздействии на один или несколько исходных объектов, все остальные сохраняют заданные свойства и соотношения, то мы работаем в динамической среде. Таким

образом геометрическая среда GeoGebra является одновременно интегративной и динамической. GeoGebra – это программный продукт, который находится в свободном доступе и является бесплатным. Он предназначен не только для решения задач по стереометрии, но также и для решения задач по планиметрии, алгебре и математическому анализу.

Пространственным мышлением называется, процесс, направленный на получение информации из окружающей нас действительности, и дальнейшая её обработка с целью получения пространственных образов, взаимосвязей и отношений как внутри созданных объектов, так и в совокупности с другими образами. Пространственное мышление является мощным инструментом в решении большого спектра задач, как практической направленности, так и творческой. Следовательно, под таким видом мышления понимается не только, создание пространственных образов, но и любые манипуляции которым мы их подвергаем. Пространственное мышление характеризуется рядом особенностей. Некоторые из них, под влиянием обучения, не подвергаются изменениям, а какие-то корректируются по средствам применения различных технологий обучения.

К устойчивой характеристике психологи относят тип оперирования пространственными образами. Важной его особенностью является то, что он тесно связан с врождёнными способностями индивида качественно создавать пространственные образы и подвергать их трансформации согласно требованиям задач. Выделяют всего три типа оперирования пространственными образами. Первый тип является самым редким и самым низким по уровню развития пространственного мышления. Он встречается у тех, кто пользуется успехом в решении только алгоритмических и логических задач. Обладатели данного типа не способны мысленно подвергать пространственные образы структурным изменениям, но они не лишены возможности изменять их положение в

пространстве. Несмотря на то, что второй тип отличается средним уровнем развития врождённых способностей в сфере конструирования пространственного мира путём мыслительных операций, он является самым распространённым среди людей. Обладатели данного типа могут мысленно работать с расположением в пространстве и структурой продуктов пространственного мышления, но в относительно невысоком темпе. Третий тип находится на самой высшей ступени иерархии. Его обладатели, а это около двадцати процентов от всех людей, способны мысленно с лёгкостью и в высоком темпе совершать серии трансформаций с пространственными образами. Это значит, что каждый пятый человек имеет от природы способности, благодаря которым может подвергать изменению сконструированные в своём сознании пространственные образы по структуре и по отношению расположения в пространстве.

Полнота структуры пространственных образов и широта оперирования ими в процессе пространственного мышления – это две наиболее важные «гибкие» характеристики. Полнота описывает набор элементов, которые входят в продукт пространственного мышления, связи между ними и их динамическое соотношение. В самом пространственном образе находит отражение не только форма и величина элементов, но и их пространственное расположение. Таким образом, динамика пространственного образа – это важнейшая характеристика полноты. Под динамикой понимаются умения мысленно фиксировать любые изменения в содержании продукта пространственного мышления, а также умения произвольно выбирать пространственную опору. Широта – это степень свободы манипулирования продуктами пространственного мышления при учёте основы на которой изначально конструировался образ. Проявлением свободы такого оперирования является лёгкость и быстрота изменения содержания пространственного образа в зависимости от контекста поставленной задачи, то есть видоизменение основы создания.

Из всего вышесказанного получаем, что полнота пространственного образа совершенствуется при помощи содержания курса образовательных программ, а широта оперирования пространственными образами требует внимания. Для её реализации требуется подход, который будет давать возможность не только создавать пространственные образы, но и оперировать ими в соответствии с практическими задачами.

Процесс подготовки к любому уроку – это один из главных элементов педагогической работы. Он непосредственно связан с планированием, то есть с созданием системы, которая в первую очередь отражает порядок уроков и количество отведённых на них часов. Так как сейчас мы имеем большое разнообразие образовательных программ и учебников, то роль планирования значительно возрастает. Подготовка к уроку подразумевает два этапа – это предварительный и непосредственный.

На предварительном этапе разрабатывается перспективный, чаще всего, тематический план. Он составляется для распределения часов внутри выбранной темы. Единство формы и содержания процесса обучения, а также связь всех элементов, учитываются при составлении тематического плана.

Исследование образовательных программ и учебников школьного курса показывает, что количество часов, отведённых на изучение темы: «Сечение многогранников», в среднем составляет три часа. Конечно, в условиях обязательного образования, нельзя выделить на данную тему большее количество часов, чтобы повысить уровень усвоения материала. Но в современных условиях, мы можем реализовать данный подход за счёт создания видео курса по данной теме, который будет доступен всем, включая учеников общеобразовательных учреждений. Для того, чтобы построение сечений многогранников способствовало развитию

пространственного мышления, как пример, можно использовать следующий тематический план.

*Таблица 1.* Тематический план по теме «Сечение многогранников»

№	Тема	Количество часов
1	Многогранники в трёхмерном пространстве	1
2	Метод следов	2
3	Метод внутреннего проецирования	2
4	Комбинированный метод	2
5	Сечение тетраэдра	3
6	Сечение октаэдра	3
	<b>Итого</b>	<b>13</b>

На этапе непосредственной подготовки осуществляется конкретизация обозначенного тематического плана. Составляется план урока, который является своеобразной программой организации учебной деятельности, в которую включены учащиеся и педагог. План позволяет определить систему работы по формированию новых знаний, а также продумать применение различных средств обучения. Сам процесс, как и продукт, планирования урока является творческим аспектом деятельности педагога. В нём полноценно реализуются научно-методические представления и накопленный опыт учителя. Поэтому невозможно существование единственного наилучшего плана какой-либо темы или урока. На основании тех же исследовательских данных, можно предположить, что наиболее эффективным поурочным планированием данной темы, будут конспекты уроков, созданные для достижения следующих целей.

Образовательная цель: обучить способам манипулирования продуктами пространственного мышления при учёте основы на которой изначально конструировался образ. Воспитательная цель: формирование у обучающихся графической культуры. Развивающая цель: развитие пространственного мышления.

Таким образом, применение интерактивных геометрических сред как методическое средство повышения качества образовательного процесса имеет повышенную актуальность. А именно среда Geogebra является оптимальным решением данной проблемы в связи с тем, что она удобна в использовании и доступна, а также развивает наглядные представления не только о пространственных математических объектах, но и об их строении и свойствах. Также был установлен тот факт, что если при построении урока учитывать три типа оперирования пространственным образом, то формирование и развитие пространственного мышления будет наиболее успешно.

Данный материал может быть взят для основы при разработке содержания курса по теме: «Сечение многогранников» направленного на развитие пространственного мышления.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни. Москва: Просвещение, 2014. 255 с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни. 22-е изд. Москва: Просвещение, 2013. 255 с.
3. Бескин Л.Н. Стереометрия. Пособие для учителей средней школы. 2-е, изд., дополненное. Москва: Просвещение, 1971. 410 с.
4. Бутырина В. И. Обучение построению сечений как средство развития пространственного представления на уроках стереометрии // Наука и школа. 2012. С. 86-89.

5. Ермак, Е. А. Развитие пространственного мышления при изучении геометрии: Учебное пособие. Псков: Псковский государственный университет, 2014. 48 с.
6. Ликонцева В. Некоторые аспекты построения курса геометрии в развивающем обучении // Математика. 2000. № 29. С. 31-32.
7. Литвиненко В.Н. Сборник задач по стереометрии с методами решений: Пособие для учащихся. Москва: Просвещение, 1998. 255с.
8. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчицина и [др.]. Под ред. В. А. Гусева. Москва: Издательский центр «Академия», 2004. 368 с.
9. Погорелов А.В. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и профил. уровни. 13-е изд. Москва: Просвещение, 2014. 175 с.
10. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников. Москва: Педагогика, 1980. 147 с.