

*Ж.В. Штарнова, Д.В. Шармин*

*Тюменский государственный университет, г. Тюмень*

**УДК 372.851**

## **ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ШКОЛЕ**

**Аннотация.** В статье представлено обоснование использования технологии развития критического мышления при изучении тригонометрических функций в школе, представлена разработка урока с применением данной технологии.

**Ключевые слова:** Федеральный государственный образовательный стандарт, педагогические технологии, технология развития критического мышления, тригонометрические функции.

В современной школе требования Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) становятся главной характеристикой качества образования. В основе стандарта лежит системно-деятельностный подход, который связан с большими изменениями деятельности учителя, реализующего стандарт. Помимо этого, ФГОС устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы: личностным, предметным и метапредметным. [1]

Образовательные учреждения стоят перед необходимостью реализации ФГОС, и поэтому учебные занятия должны строиться так, чтобы в полной мере соответствовать требованиям стандарта. Одним из путей, которые сегодня помогут выйти на декларируемые стандартом результаты освоения основных образовательных программ, становятся современные технологии. [2]

Педагогическая технология реализуется в рамках педагогического процесса, в котором субъектами образования выступают учитель и ученик, и

поэтому может быть определена следующим образом: педагогическая технология — это упорядоченная последовательность действий и взаимодействия учителя и ученика, в ходе которых достигаются поставленные учителем и принятые учеником педагогические цели. Для педагогического процесса этими целями являются планируемые результаты обучения, воспитания и развития учеников. [3]

Одним из важных, и в то же время сложных для понимания школьника, разделов математики является тригонометрия. Тригонометрическая линия является одной из центральных линий курса математики. В настоящее время качество знаний учащихся по данному разделу остается невысоким. Это объясняется тем, что тригонометрия является относительно сложным разделом математического цикла и на ее изучение традиционно отводится небольшое количество часов.

Общеобразовательную роль тригонометрии нельзя принижать. Тригонометрический материал традиционно популярен при проведении всевозможных конкурсов, олимпиад и при отборе математически одаренных учащихся, поскольку он чрезвычайно удобен для усложнения заданий. [4] Также тригонометрия находит свое отражение в едином государственном экзамене.

Основой тригонометрии являются тригонометрические функции. При изучении тригонометрических функций в школе учителю целесообразно использовать различные педагогические технологии. К одной из современных педагогических технологий, которая позволяет в полной мере добиться метапредметных результатов обучения, относится технология развития критического мышления (ТРКМ).

Данная технология представляет собой систему методических приемов, которые направлены на развитие у учащихся умений работать с информацией, вырабатывать собственное мнение и правильно выражать свои мысли, сотрудничать и работать в группе, находить ошибки и приводить обоснованные аргументы, навыков рефлексии и самообразования.

Важным в данной технологии является следование трем фазам: вызов, осмысление новой информации, рефлексия и соблюдение определенных условий: активность участников процесса, разрешение высказывать разнообразные «рискованные» идеи и т. д. [5]

Методы данной технологии могут использоваться как элементы урока или урок может быть полностью выстроен в данной технологии.

В качестве иллюстрации ТРКМ приведем разработку урока по теме «Числовая окружность на координатной плоскости». Данная тема является пропедевтикой изучения темы «Тригонометрические функции».

ТРКМ целесообразно использовать при изучении данной темы, т. к. в процессе такого урока учащиеся учатся самостоятельно работать с данным объектом – числовой окружностью на координатной плоскости. Данная технология позволяет надежно закрепить полученные знания в памяти учащихся, т. к. они самостоятельно конструируют эти знания, а также она упрощает усвоение новой информации.

**Целью** урока является формирование умения работать с числовой окружностью на координатной плоскости.

**Образовательные задачи:**

- формировать умение находить декартовы координаты точек числовой окружности и находить числовое значение точки по заданным декартовым координатам.

**Развивающие задачи:**

- способствовать развитию аналитического, критического мышления;
- способствовать повышению интереса к предмету.

**Воспитательные задачи:**

- формировать коммуникативные навыки;
- воспитывать самостоятельность при рассуждениях и решении задач.

**Тип урока:** урок введения нового материала.

ТРКМ целесообразно применять на данном типе урока, т.к. приемы данной технологии направлены в первую очередь на конструирование знаний, активизируют деятельность учащихся на протяжении всего урока.

Данный урок целесообразно проводить в следующем порядке:

1. Организационный этап (3 мин);
2. Актуализация знаний учащихся (7 мин);
3. Изучение нового материала (17);
4. Закрепление знаний (8 мин);
5. Подведение итогов урока и рефлексия (5 мин).

Рассмотрим следующие этапы в рамках ТРКМ. Первый и второй этапы урока – стадия вызова, третий и четвертый этапы – стадия осмысления, пятый этап – стадия рефлексии.

### **Ход урока.**

#### *1. Организационный этап.*

Учитель приветствует учащихся, проверяет готовность класса к уроку. В качестве мотивационного начала урока учитель озвучивает эпиграф – высказывание Рене Декарта: «Для того, чтобы усовершенствовать ум, надо больше размышлять, чем заучивать». Эпиграф позволяет привлечь внимание учащихся и настроить их на предстоящую работу.

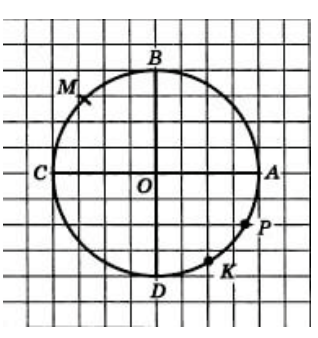
Далее учащиеся высказывают свое мнение по предложенному эпиграфу.

#### *2. Актуализация знаний учащихся.*

В качестве приема актуализации знаний используется прием «Верные, неверные утверждения». Учащимся раздаются карточки с таблицами, в которых содержатся утверждения по теме (Таблица 2). Их задача отметить верные и неверные, по их мнению, утверждения. Данный прием позволяет формировать умение выдвигать версии, аргументировать свое решение, слушать ответы одноклассников и отвечать на поставленные вопросы.

*Таблица 2. Карточки «Верные, неверные утверждения».*

| Утверждение                                       | Верно | Неверно |
|---|-------|---------|
| Верно ли, что длина дуги каждой четверти числовой | ✓     |         |

| Утверждение   | Верно  | Неверно |   |
|---|--|---------|---|
| окружности равна $\frac{\pi}{2}$  |  |         |   |
| Верно ли, что положительное направление обхода окружности – по часовой стрелке    |  | ✓       |   |
| Верно ли, что $M(t) = M(t + 2\pi k)$ , где $k \in Z$                              | ✓  |         |   |
|  | Верно ли, что длина дуги BM равна $\frac{\pi}{6}$  | ✓       |   |
|   | Верно ли, что длина дуги AP равна $\frac{11\pi}{6}$  | ✓       |   |
|   | Верно ли, что длина дуги PB равна $\frac{2\pi}{3}$   | ✓       |   |
|   | Верно ли, что точке D соответствуют все числа вида $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ , где $k \in Z$  |         | ✓ |
|   | Верно ли, что точке P соответствуют все числа вида $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ , где $k \in Z$ | ✓       |   |

После заполнения карточек проводится обсуждение и проверка карточек учащихся. Учащимся предлагается обменяться карточками и выполнить взаимопроверку.

### 3. Изучение нового материала

На стадии осмысления информации учитель предлагает учащимся поработать с макетами числовых окружностей. Учитель предлагает учащимся обратиться к уже имеющимся знаниям с помощью наводящих вопросов. Пример построения диалога представлен в таблице 3.

Таблица 3. Пример построения диалога с учащимися.

| Вопросы учителя  | Ответы учащихся   |
|--|---|
| Чему мы научились на прошлом уроке?  | На прошлом уроке мы научились находить на числовой окружности точку |
| Какие координаты на плоскости мы знаем?  | Декартовы координаты  |
| Как вы думаете, можем мы найти декартовы координаты точек, лежащих на числовой окружности? | Да  |
| Как вы думаете, что для этого нужно в первую очередь?                                      | Построить координатную плоскость                                    |
| Как расположить числовую   | Центр окружности должен совпадать                                   |

|  |   |
|--|---|
| окружность в декартовой системе координат? | с началом координат                           |
| Как вы думаете, какая тема этого урока?    | Числовая окружность на координатной плоскости |

После учитель предлагает учащимся записать тему урока в тетрадь и поставить цель на данный урок, которую они также записывают в тетрадь.

Далее учащиеся получают макеты числовых окружностей на координатной плоскости (Рисунок 1).

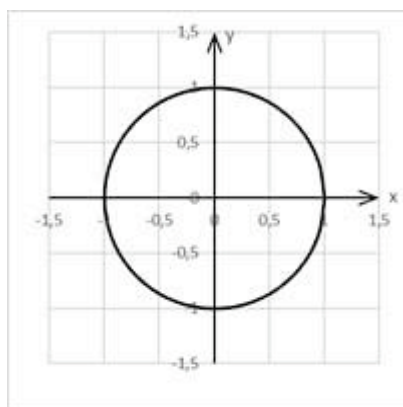


Рис. 1. Макет числовой окружности на координатной плоскости.

Учитель на доске помещает числовую окружность в декартову систему координат. На данном макете учитель предлагает отметить точки  $\frac{\pi}{4}$ ;  $\frac{3\pi}{4}$ ;  $\frac{5\pi}{4}$ ;  $\frac{7\pi}{4}$ . Учащиеся могут самостоятельно выполнить данное задание, т.к. это материал предшествующей темы. Далее применяется стратегия «Идеал».

Учитель вводит проблемную ситуацию с помощью вопроса: как определить координаты, которым соответствует точка  $\frac{\pi}{4}$ ?

Учитель предлагает учащимся высказать свои идеи по поводу того, как решить данную проблему. Проводится мозговой штурм. Данный метод позволяет стимулировать творческую активность учащихся на решение проблемы посредством поиска и развития разнообразных вариантов в условиях свободного обмена ими. [5]

Если верная идея не будет предложена, то учитель переходит к следующему методу. Он предлагает учащимся поработать с текстом учебника,

при этом, отмечая карандашом на полях, какая информация может помочь в решении проблемы.

Учащиеся снова высказывают свои идеи, и совместно с учителем реализуют их. Учащиеся на своих рисунках опускают перпендикуляр из точки  $\frac{\pi}{4}$  на ось  $Ox$  и соединяют эту точку с началом координат. Получается прямоугольный треугольник (Рисунок 2).

Рассмотрим  $\triangle OМН$  (прямоугольный,  $\angle OНМ = 90^\circ$ ). Так как  $\angle MОН = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ , то  $\angle OМН = 45^\circ$  (по теореме о сумме углов треугольника).

Следовательно,  $\triangle OМН$  – равнобедренный ( $ОН = МН$ ). Тогда по теореме Пифагора:  $OM^2 = ON^2 + MN^2$ . Отсюда получаем:

$ОН = \frac{\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Следовательно числу  $\frac{\pi}{4}$  соответствует точка с координатами  $(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$ .

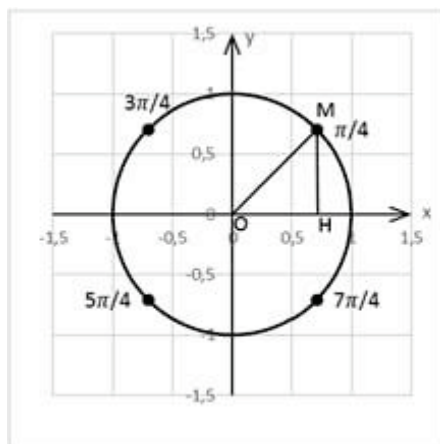


Рис. 2. Макет числовой окружности на координатной плоскости.

Далее учитель предлагает, не выполняя вычисления, назвать координаты точек  $\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$ . Проводится обсуждение. После учитель вводит обозначения  $M(t)$  и  $M(x; y)$  следующим образом: если написано  $M(t)$ , то это значит, что точка  $M$  числовой окружности соответствует числу  $t$ ; если написано  $M(x; y)$ , то это значит, что числа  $x$  и  $y$  являются соответственно абсциссой и ординатой точки  $M$ . Таким образом,  $(x; y)$  – декартовы координаты точки  $M$ , а  $t$  – «криволинейная» координата точки  $M$  на числовой окружности. [6]

После этого учитель предлагает учащимся разделиться на пары и поработать со вторым макетом. Все пары учащихся разделяются на два варианта. Первый вариант работает с точками  $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$ , второй с точками  $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$ . Аналогично с первым макетом они находят координаты точек. По одному представителю из каждого варианта приглашаются к доске, и они объясняют процесс нахождения координат заданных точек.

Таким образом, в результате совместной деятельности, учащиеся смогли найти декартовы координаты заданных точек на числовой окружности, увидели отличие декартовых и криволинейных координат.

#### 4. Закрепление знаний.

На этапе закрепления материала учитель предлагает учащимся выполнить следующие задания [6]:

1. Найдите декартовы координаты заданной точки:

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| а) $M\left(\frac{3\pi}{2}\right);$  | в) $M(-3\pi);$                      |
| б) $M\left(\frac{11\pi}{4}\right);$ | г) $M\left(-\frac{5\pi}{3}\right).$ |

2. Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует заданная точка:

- а)  $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right);$   
б)  $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right);$   
в)  $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right);$   
г)  $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$



Учащиеся самостоятельно выполняют задания. Данные задания направлены на отработку навыков работы с числовой окружностью, позволяют учащимся закрепить понятия декартовых и криволинейных координат. После выполнения учащиеся обмениваются тетрадями и выполнить взаимопроверку.

#### *5. Подведение итогов урока и рефлексия.*

На стадии рефлексии подводятся итоги урока. Учащимся предлагается оценить свою работу на уроке по пятибалльной шкале, где «2» – ничего не понял на уроке; «3» – понял не все и не смог выполнить все задания; «4» – все понял, но не все задания смог выполнить; «5» – все понял и выполнил все задания. Учащиеся выставляют свои оценки в тетрадь. В результате самопроверки у учащихся формируется умения самооценки, критического подхода к своей деятельности, ответственность при выполнении заданий.

После этого учитель предлагает вернуться к цели урока, которую записали в начале урока и проанализировать достигли ее или нет, по желанию учащиеся могут высказаться.

В конце урока учитель задает домашнее задание построить таблицу соответствия криволинейных и декартовых координат. А также номер из учебника, подобный тем заданиям, которые выполнялись на уроке.

Для того, чтобы уроки с применением ТРКМ проходили эффективно учителю необходимо заранее готовиться к уроку, готовить различные дидактические материалы. Темп урока должен быть высоким, учитель должен быть готов корректировать план урока во время самого урока.

Приемы данной технологии позволяют учащимся получить знания, которые будут основаны на понимании, а не на заучивании формул и свойств. Поэтому применение технологии развития критического мышления актуально при изучении тригонометрических функций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования [Электронный ресурс] – URL: <https://fgos.ru/> – (Дата обращения: 25.05.2020).
2. Даутова О.Б. Современные педагогические технологии основной школы в условиях ФГОС / О.Б. Даутова, Е.В. Иваньшина, О.А. Ивашедкина [и др.]. — Санкт-Петербург: КАРО, 2017. — 176 с.
3. Левитес Д.Г. Педагогические технологии: учебник / Д.Г. Левитес. — М.: ИНФРА-М, 2019. — 403 с.
4. Решетников Н.Н. Материалы курса «Тригонометрия в школе». Лекция 1 – 4. / Н.Н. Решетников. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006. – 96 с.
5. Муштавинская, И.В. Технология развития критического мышления на уроке и в системе подготовки учителя : учебно-метод. пособие / И.В. Муштавинская. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : КАРО, 2015. - 144 с.
6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. – 10-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009. – 399 с.: ил.