Э.Р. Хайрнасов

Тюменский государственный университет, г. Тюмень

УДК 372.851

ИНДУКТИВНЫЙ МЕТОД В РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПЯТОГО КЛАССА

Аннотация. В статье рассматривается математическая индукция и индуктивное умозаключение как эффективный способ решения олимпиадных задач пятого класса.

Ключевые слова: олимпиадная математика, математическая индукция, анализ, рассуждение.

Реализация эвристического подхода в процессе обучения математике предполагает использование эвристических методов и приемов обучения, а также различных типов нестандартных задач. Реализация эвристического подхода в математическом образовании способствует формированию у пятиклассников навыков выбора оптимальных методов и средств, с помощью продуктивного и рационального решения олимпиадных математических задач; способствует развитию рефлексивного опыта, обобщенных знаний и способов мыслительной деятельности и решения задач с помощью эвристических методов. Основным видом эвристической деятельности пятиклассников в обучении математике выступает решение нестандартных задач. Развитию эвристического мышления способствует обучение школьников разным видам эвристик на различных этапах решения нестандартной задачи.

Для успешного решения олимпиадных задач по математике пятикласснику необходимы следующие знания и умения: личностные знания и умения (интерес к математике, обучаемость, трудолюбие, работоспособность умение управлять своим эмоциональным состоянием, умение распределять время в процессе решения задач и др.); познавательные умения и навыки (он может проводить: анализ, синтез, классификацию, сравнение, абстрагирование, аналогию); навыки и умения использования общематематических методов (рассуждения от противного, методов математической индукции и др.) в процессе решения задач; навыков решения нестандартных задач; умения анализировать условие задачи.

Одним из эффективных инструментов для решения математических задач является метод индукции: логическая и математическая. Метод эффективен в решении олимпиадных задач. Далее мы рассмотрим разные точки зрения на индукцию и убедимся на примерах в эффективности этого метода.

Метод математической индукции – это нередко встречающийся способ доказательства и решений задач в олимпиадной математике средней школы. В работах А.А. Малчиевой, С.А. Николаевой, И.Л. Тимофеевой, А.А. Темербековой и др. отмечается, что в школьном курсе математики метод математической индукции изучает поверхностно, т.к. в школьной программе на него отводится мало времени.

Рассматривая роль метода математической индукции в науке, С.А. Николаева отмечает, большое значение индуктивных выводов в экспериментальных науках. По ее мнению, они лежат в основе дальнейших дедуктивных умозаключений; «наблюдение и индукция оказываются полезными и в дальнейшем для уточнения сделанных предположений» [2; 4].

Анализ литературы показал, что метод математической индукции в школьном курсе математики является средством обучения решению нестандартных задач, т. к. «на его принципе основано решение многих задач и доказательств» [4; 226]. Изучения метода математической индукции согласно требованиям ФГОС включено в программы с физико-математическим профилем [3; 28].

Описывая метод математической индукции как метод доказательства утверждений, А.А. Оленев, А.В. Назаренко отмечают, что «метод математической индукции может использоваться для обучения учащихся применению метода математической индукции в решении задач на: делимость и кратность; равенств и неравенств; тождеств; свойств числовых последовательностей и суммы» [3; 28].

Индукция – это метод получения общего суждения из частных высказываний. Например, индивид на основе наблюдений за сменой сезонов делает следующий вывод: времена года сменяют друг друга в определенном порядке, т. е. имеется определенная закономерность. А.А Темербекова, Малчиева отмечают, что индукция строится на основе анализа и сравнения, данных наблюдения или эксперимента. При этом многократность повторения какого-либо факта приводит к индуктивному обобщению [4; 228].

Принято рассматривать математическую индукцию, как инструмент для математического доказательства. Она используется для доказательства справедливости утверждения относительно натуральных чисел. Считается, что определение математической индукции введено Б. Паскалем.

Пример: число 130 делится на 5.

Все числа, оканчивающиеся нулем, делятся на 5.

Особенностью применения метода математической индукции является то, что индукция может приводить к ошибочному результату. Нередко математическая индукция может быть логически необоснованна. Получается, что индукция может приводить к верным выводам, так и к ошибочным [4; 228].

В методических пособиях по математической индукции индуктивное рассуждение объясняется на основе костей домино. Если мы повалим одну стоящую костяшку на ребре, то за ней последуют и остальные доминошки [5; 10].

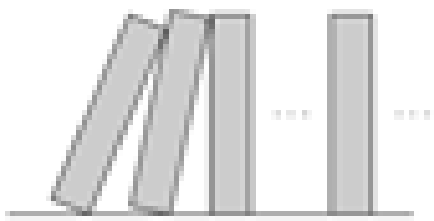

Рис. 1. Индукция в действии

Задача, иллюстрирующая использование метода математической индукции представлена в таблице 1:

Таблица 1. Анализ использования метода математической индукции для решения задачи

Условия задачи	Решение	Схема индуктивного рассуждения
Игорь нарисовал треугольник. А Сережа решил, что на треугольнике не хватает линий, поэтому он провел *n* прямых, которые разделили треугольник на части. Докажите, что хотя бы одна из частей является треугольником	По условию задачи прямые делят треугольник на части. Значит, они не совпадают со сторонами треугольника. Пусть первая прямая пересекает одну из сторон треугольника, тогда она пересечет и вторую строну треугольника. В результате мы получим в одной из частей треугольник. Добавим вторую прямую, которая пересекает первую внутри прямоугольника. Она тоже будет образовывать треугольник. Добавим третью прямую, которая пересекает первую и вторую прямую внутри прямоугольника. Она тоже будет образовывать треугольник. Значит, при пересечении треугольника прямой в одной из частей образуется треугольник.	За базу индукции мы взяли *n*=1 (количество прямых). Проверили истинность этого утверждения, что найдется хотя бы одна часть, которая будет являться треугольник. Далее проверили это при n=2;3 и так далее. Заметили, что в каждом таком случае находится хотя бы один треугольник.

Данный пример иллюстрирует, что в процессе решения задачи *методом математической индукции* в задаче выделяется последовательность утверждений, которые доказываем по очереди. Получаем следующую схему доказательства при помощи индукции. Существует последовательность утверждений $(У_1, У_2, У_3, \dots, У_n)$. Мы доказываем, что $У_n$ верно, принимая все предыдущие $У_k$, где $k<n$. Теперь мы можем утверждать, что все $У_n$ являются верными. *n* – будет называться параметром индукции. Мы доказали утверждение $У_n$ индукцией по *n* [5; 10].

В.М. Зюзьков, объясняя методику использования метода математической индукции в процессе решения школьниками задач отмечает, что общее утверждение получается на основе изучения частных примеров. При этом учащийся должен обнаружить некоторый образец или шаблон, который удовлетворяет условиям задачи [1; 151].

В логике, как и математике, используется два вида индуктивных рассуждений – полная и неполная индукция. Рассмотрим два примера применения логической индукции на основе задач из олимпиадной математики.

Принцип полной индукции заключается в переборе метод перебора конечного числа случаев для доказательства утверждения. Данный метод используется только для конечного числа случаев, исчерпывающих все возможности [2; 6].

Задача. Собрались островитяне Алеша, Вася и Саша. Алеша сказал: «Мы все трое рыцари», Вася сказал: «Мы все трое лжецы». Саша промолчал. Скажите, кто из них кто?

Выпишем в таблицу все возможные ситуации, таких ситуаций – 8. Вариант 1 не подходит, так как в нем лгун Вася был бы прав, проверим вариант 2. В варианте 2 все складно – два лжеца сообщили ложь, рыцарь промолчал. Проверим остальные варианты. 3, 4, 7 и 8 можно сразу отбросить – в них Вася рыцарь, но говорит при этом «Мы все лжецы», явное противоречие. Так как Вася лжец, то Алеша говорит неправду, значит, он не рыцарь и варианты 5 и 6 невозможны.

Таблица 2. Всевозможные ситуации задачи

	1	2	3	4	5	6	7	8
Алеша	Л	Л	Л	Л	Р	Р	Р	Р
Вася	Л	Л	Р	Р	Л	Л	Р	Р
Саша	Л	Р	Л	Р	Л	Р	Л	Р

Так как математика оперирует чаще всего бесконечными множествами, а проверка бесконечного множества частных случаев для человека затруднительна, метод применение метода полной индукции ограничено.

Метод, когда в процессе решения задачи не рассматриваются всевозможные случаи, называется неполной индукцией [4; 227].

Задача. У Миши есть три кубика – красный, желтый и синий. Каким количеством способов можно поставить их в ряд?

Обозначим кубики первыми буквами их цветов: К, Ж, С. Если на первое место поставить кубик К, то два остальных можно поставить двумя способами –

ЖС и СЖ. Затем, если поставить на первое место кубик Ж, то аналогично это даст еще два способа и, если поставить на первое место кубик С, – еще два способа. Всего 2+2+2=6 способов.

Так в решении этой задачи не рассмотрены все возможные случаи, то эта задача решена при помощи метода неполной индукции.

Таким образом, на примерах мы продемонстрировали эффективность применения метода математической и логической индукции, как полной, так и неполной индукции. Метод математической индукции становится особенно эффективным, когда явно задан параметр индукции. В тех случаях, когда параметр индукции и шаг индукции не заданы явно, можно перейти к методу логической индукций. В таком случае из частных высказываний мы получим более общее суждение. Получается, что метод математической индукции является производной от логической индукции.

Метод индукции может использоваться для обучения учащихся решению задач продвинутого уровня по темам: четность, рыцари и лжецы, комбинаторика, геометрические задачи и других.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зюзьков В.М. Введение в математическую логику: учеб. пособие. – Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2017. – 258 с.
2. Метод математической индукции: методическое пособие для учителей и учащихся / автор-сост. С.А. Николаева. – Ядрин, 2015. – 28 с.
3. Оленев А.А., Назаренко А.В. Метод математической индукции в системе компьютерной алгебры MAPLE // Научное обозрение. Педагогические науки. № 6. 2020. – URL: https://science-pedagogy.ru/pdf/2020/6/2334.pdf (дата обращения: 07.05.2021).
4. Темербекова А.А., Малчиева А.А. Метод математической индукции как эффективный метод доказательства гипотез // Информация и образование: границы коммуникаций INFO. 2018. №10 (18). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metod-matematicheskoy-induktsii-kak-effektivnyy-metod-dokazatelstv-gipotez (дата обращения: 06.05.2021).
5. Шень А.Ш. Математическая индукция. 5-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2016. – 32 с.