

Гузель Талгатовна БУЛГАКОВА¹

Андрей Ришадович ШАРИФУЛЛИН²

Марат Ринатович СИТДИКОВ³

УДК 536.2:532.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА ПРИ ЗАКАЧКЕ И ОЧИСТКЕ ТРЕЩИНЫ*

¹ доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики,
Уфимский государственный авиационный технический университет
bulgakova.guzel@mail.ru; ORCID: 0000-0001-8030-1791

² кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры математики,
Уфимский государственный авиационный технический университет
sharifullinar@mail.ru; ORCID: 0000-0002-0958-778X

³ кандидат технических наук, главный специалист, Тетаком (г. Уфа)
maratsitdikov@mail.ru; ORCID: 0000-0002-5051-3213

Аннотация

При составлении дизайна гидравлического разрыва пласта (ГРП) для высокотемпературных пластов важно знать изменение температуры в трещине ГРП в процессе закачки жидкости разрыва в пласт. Профиль температуры в трещине ГРП необходим для расчета оптимального состава жидкости разрушения, в состав которой обязательно входят сшивающий (сшиватель) и разрушающий агент (брейкер), концентрация которых рассчитывается по величине температуры на конце трещины. В настоящее время эта концентрация рассчитывается исходя из максимальной температуры пласта, что

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 1741020226 p_a).

Цитирование: Булгакова Г. Т. Математическое моделирование теплопереноса в вертикальной трещине гидроразрыва пласта при закачке и очистке трещины / Г. Т. Булгакова, А. Р. Шарифуллин, М. Р. Ситдилов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Том 6. № 2 (22). С. 41-62.

DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-2-41-62

может привести к снижению эффективности ГРП, т. к. брейкер не полностью разрушит сшитый гель. Следовательно, при выводе скважины на режим после стимуляции может произойти вынос проппанта, сведя эффективность стимуляции к нулю. В связи с этим оптимизация процесса принятия решений при проектировании гидроразрыва пласта в терригенных и карбонатных коллекторах путем расчета оптимальных параметров технологических жидкостей на основе прогнозирования процессов тепломассопереноса, происходящих в процессе обработки, является весьма актуальной задачей. Разработан инструмент для повышения эффективности дизайна гидроразрыва пласта на основе математического моделирования температурных полей в трещине ГРП при ее развитии и в период технологического отстоя. Математическая модель, описывающая динамику температуры в трещине ГРП с учетом утечки жидкости в пласт, представляет эволюционное уравнение конвективного теплопереноса с источником, который определяется как плотность теплового потока из пласта. Чтобы проверить адекватность модели динамики температуры в трещине ГРП, представлена модель восстановления температуры в трещине с последующей адаптацией результатов моделирования на фактических данных. Разработанные математические модели могут быть использованы в симуляторах ГРП.

Ключевые слова

Математическое моделирование, тепломассообмен, трещина гидроразрыва пласта, идентификация параметров модели.

DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-2-41-62

Введение

Технология гидравлического разрыва пласта (ГРП) широко используется в нефтяной промышленности. При этом в пласт закачивается технологическая жидкость, температура которой обычно ниже температуры пласта. Из-за этого происходит охлаждение пласта вокруг трещины и ствола скважины. Также во время данного процесса происходит утечка жидкости из трещины, которая вызывает неравномерное распределение температуры вокруг разрушенной зоны.

Впоследствии, во время периода технологического отстоя, ближайшая область к трещине нагревается из-за теплового потока из породы. Таким образом, околоскважинная зона подвергается охлаждению и потом снова нагревается. Изменения температуры фиксируются при помощи датчиков распределения температуры. В последнее время волоконно-оптический датчик распределения температуры широко используется в качестве инструмента для мониторинга гидроразрыва пласта. Эта технология предлагает непрерывный мониторинг в реальном времени, что позволяет наблюдать динамические температурные профили во время многоступенчатой обработки трещины.

Многие нефтяные и газовые скважины, требующие стимуляции притока, имеют высокие температуры на уровне забойных отверстий. Температура пласта может превышать 90 °С при температуре закачки 20-30 °С. При разработке дизайна методов стимуляции скважин обычно не учитывается влияние переход-

ных температурных полей на свойства рабочих жидкостей. Это пренебрежение вызывает значительную ошибку, которая допускается при расчете концентраций шивателей и деструкторов (брейкеров). При существующих технологиях нельзя измерить температуру в самих трещинах ГРП, однако имеется возможность измерить температуру на забое скважины, во время или сразу после стимуляции скважины. Такие измерения показывают, что ствол скважины и поверхность трещины резко охлаждаются при прохождении закачиваемой прохладной жидкости. Этот результат был предсказан в работах [13, 14, 16, 18]. Чтобы корректно интерпретировать данные измерения температуры в ходе стимуляции скважины, необходимы теоретические модели. Из числа самых ранних температурных моделей одна, рассмотренная в [18], представляла собой температурные профили как функцию времени и глубины для вертикальных скважин с однофазным потоком. Это исследование было первым, несколько элементарным, но весьма важным в развитии тепловой модели в трещине ГРП. Аналитическое решение, полученное введением некоторых упрощающих предположений, удобно для экспресс-расчетов без использования специальных методов численного анализа. В [13] представлена модификация модели [18], исключая предположение о пренебрежении аккумуляцией тепла в трещине. В [14] представлена температурная модель трещины, включающая расчет теплопередачи между трещиной и пластом. В [16] рассмотрены аналитические решения тепловых моделей в трещинах PKN (Perkins, Kern, Nordgren) и KGD (Khristianovich, Geertsma, de Klerk) [1] в сочетании с двумерным течением жидкости для гидроразрыва. В [19] представлен менее строгий подход для быстрого решения распределения температуры для различных геометрий трещины ГРП. Предложенная модель учитывает постоянную температуру нагнетательной жидкости и начальную температуру пласта в качестве граничных условий, а также постоянную ширину трещины. В [20] разработана математическая модель теплового поля в трещине ГРП для интерпретации данных датчиков температуры и давления вблизи мест перфорации в вертикальной скважине во время распространения разрыва и после закрытия скважины, но в модели не учитывается приток жидкости из пласта и трещины. В [15] предложен метод интерпретации данных датчиков температуры и давления, который основан на моделировании распределения температуры во время закачки и закрытия горизонтальной скважины с несколькими трещинами, имеющими фиксированную геометрию. В [10] представлена трехмерная тепловая модель ГРП для определения температурных профилей внутри и вокруг трещины с использованием псевдо-3D-модели распространения трещины. Эффект влияния трещины ГРП при измерении нестационарной температуры в добывающей скважине на основе аналитической модели исследовался в работе [6]. Полученные результаты показали возможность использования аналитических моделей для расчетов изменения температуры в скважинах с ГРП. В работе [9] на основе численного моделирования неизоэнтальной фильтрации жидкости с учетом эффекта Джоуля — Томсона и адиабатического эффекта исследуется распределение температуры в пласте с трещиной гидроразрыва.

Многие существенные параметры ГРП сильно зависят от распределения температуры в трещине. Температура влияет на:

- вязкость жидкостей ГРП и, следовательно, скорость осаждения пропанта;
- устойчивость жидкостей ГРП (пены, эмульсии);
- эффективность сшивающего (разрушающего) агента.

Актуальность выбранной темы исследования заключается в необходимости при составлении дизайна ГРП прогнозировать изменение температуры на конце трещины ГРП в процессе закачки жидкости разрыва в трещину. Профиль температуры в трещине ГРП необходим для расчета оптимального состава жидкости разрыва. При этом обязательным этапом работы является проверка адекватности исследуемых моделей термодинамических процессов в трещине ГРП в ходе ее развития на фактических данных, полученных во время освоения скважины после стимуляции. Разработанные математические модели могут быть использованы в симуляторах ГРП.

Математическая модель теплообмена в трещине ГРП при закачке пропанта

Рассматривается одиночная вертикальная скважина с вертикальной трещиной ГРП. Тепловой поток в вертикальном направлении не учитывается, рассматривается только конвективный перенос тепловой энергии вдоль трещины по оси X и кондуктивный теплообмен на боковой поверхности трещины вдоль оси Y . Как показано на рис. 1, ось X параллельна направлению распространения трещины, проходит через ее центр. Ось Y параллельна направлению утечки жидкости из трещины в пласт.

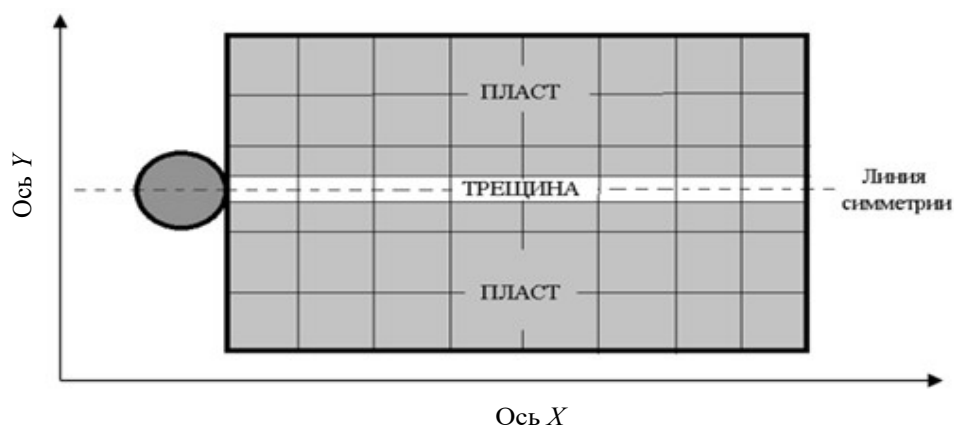


Рис. 1. Геометрия задачи (элемент симметрии)

Fig. 1. Geometry of the problem (symmetry element)

При построении математической модели распределения температуры в вертикальной трещине с проницаемыми стенками приняты допущения:

- 1) трещина ГРП имеет равномерную ширину (прямоугольное сечение);
- 2) высота трещины равна толщине проницаемой однородной зоны;
- 3) поток жидкости разрыва пласта в трещине линейный, а направление теплового потока перпендикулярно боковой поверхности трещины;
- 4) жидкость в трещине считается несжимаемой;
- 5) давление в трещине постоянно и равно давлению закачки жидкости разрыва;
- 6) рассматриваются две сопряженных одномерных задачи;
- 7) теплообмен между жидкостью и пластом происходит мгновенно;
- 8) жидкость гидроразрыва является ньютоновской жидкостью.

Математическая модель распределения температуры в вертикальной трещине ГРП с проницаемыми стенками использует осредненные по сечению трещины значения температуры $T(x, t)$ и скорости $v(x, t)$.

Интегральный закон сохранения тепловой энергии в индивидуальном объеме трещины ГРП записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \varepsilon_T dV &= \int_{V(t)} \left(\frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + \operatorname{div}(\varepsilon_T v) \right) dV = \\ &= -2 \int_{\Sigma_s} \varepsilon_T u_l ds + 2 \int_{\Sigma_s} q_n ds, \end{aligned} \tag{1}$$

где ρ — плотность жидкости; ε_T — объемная плотность тепловой энергии; v — скорость частиц жидкости в направлении оси Ox ; u_l — скорость утечки жидкости в пласт через боковую поверхность трещины; q_n — плотность теплового потока из пласта; T — температура в трещине; Σ_s — площадь боковой поверхности трещины. В уравнении (1) учитывается, что объемная плотность тепловой энергии зависит только от температуры:

$$\varepsilon_T = \int_0^T \rho c dT. \tag{2}$$

После применения к интегралам теоремы о среднем уравнение (1) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} \rho_f c_f h_f w_f L + \rho_f c_f v h_f w_f L \frac{\partial T}{\partial x} &= \\ &= -2Th_f \rho_f c_f L u_l + 2\alpha h_f L q_n, \end{aligned} \tag{3}$$

при этом плотность теплового потока из пласта задается в виде:

$$q_n = \alpha(T_{rw} - T), \tag{4}$$

где α — коэффициент теплообмена; L, h_f, w_f — полудлина, высота и средняя ширина трещины соответственно; ρ_f, c_f — плотность и удельная теплоемкость жидкости соответственно; T_{rw} — температура в пограничном слое пласта, прилежащем к стенке трещины, рассчитывается из балансового уравнения, рассмотренного ниже.

Скорость частиц в жидкости в направлении оси Ox :

$$v = \frac{Q_t}{2w_f h_f}. \quad (5)$$

Начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} T(x, t = 0) &= T_0, \\ T(x = 0, t) &= T_{inj}, \end{aligned} \quad (6)$$

где T_0 — начальная температура пласта; T_{inj} — температура на забое скважины при нагнетании.

Расчет теплового поля в пласте

Тепловое поле в пласте формируется за счет кондуктивного и конвективного (утечка из трещины) теплопереноса:

$$(\rho c)_{ma} \frac{\partial T_r}{\partial t} = \lambda_{ma} \frac{\partial^2 T_r}{\partial y^2} - \rho_f c_f u_l \frac{\partial T_r}{\partial y}, \quad (7)$$

где приняты обозначения: $(\rho c)_{ma} = m\rho_f c_f + (1 - m)\rho_s c_s$ — эффективная теплоемкость единицы объема пористой породы (пористой матрицы); ρ_s, c_s — плотность и удельная теплоемкость скелета породы; $\lambda_{ma} = m\lambda_f + (1 - m)\lambda_s$ — эффективная теплопроводность; λ_f, λ_s — теплопроводности жидкости и скелета породы соответственно.

Начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} T_r(t = 0, x, y) &= T_0, \\ T_r(x, y \rightarrow \infty, t) &= T_0, \\ T_r(x, y = 0, t) &= T, \end{aligned} \quad (8)$$

где T_r — температура пласта.

Уравнение (7) приводится к безразмерному виду введением безразмерных переменных:

$$\frac{\partial T_{rd}}{\partial t_d} = \frac{\lambda_{ma} t_0}{L_r^2 (\rho c)_{ma}} \cdot \frac{\partial^2 T_{rd}}{\partial y_d^2} - \frac{\rho_f c_f u_l t_0}{L_r (\rho c)_{ma}} \cdot \frac{\partial T_{rd}}{\partial y_d}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} T_r &= T_{rd} T_0, & t &= t_d t_0, & x &= x_d L, \\ y &= y_d L_r, & \tau &= \tau_d t_0, \end{aligned}$$

где t_0 — время закачки жидкости в пласт; t_d — безразмерное время; T_d — безразмерная температура; x_d, y_d — безразмерные координаты; L_r — характерный размер резервуара.

Для оценки безразмерных коэффициентов в полученном безразмерном уравнении (9) для простоты принимается $L_r = L$, остальные значения берутся из таблиц 1 и 2. Расчеты показали, что безразмерный коэффициент при старшей производной в правой части уравнения (9) имеет порядок 10^{-10} , а безразмерный коэффициент при первой производной в правой части имеет порядок 10^{-4} .

Полученные оценки позволяют ввести предположение о наличии температурного пограничного слоя. Изменение температуры в пласте T_f определяется главным образом за счет конвективного (утечка из трещины) теплопереноса.

В уравнении (4) теплообмен с породой рассчитывается через температуру пограничного слоя. При рассмотрении теплового пограничного слоя в математической модели упрощается математический анализ рассматриваемого явления, при этом сохраняются его основные закономерности [3, 5].

Толщина пограничного слоя выражается через коэффициент теплообмена α и теплопроводность породы λ [5]: $\delta = \lambda/\alpha$. Для $\alpha = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°С})$ ширина пограничного слоя лежит в диапазоне $0,05 \div 0,15 \text{ м}$, $\lambda = 1 \div 3 \text{ Дж}/(\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{°С})$.

Скорость утечки жидкости

Скорость утечки жидкости — это важный параметр при разработке схемы проведения (дизайна) гидроразрыва пласта, существенно влияющий на эффективность выполняемых ГРП. В расчетах используется уравнение для скорости утечек, полученное Р. Д. Картером [12]:

$$u_l = \frac{C_l}{\sqrt{t - \tau(x)}}, \quad (10)$$

где C_l — коэффициент утечки, характеризующийся проницаемостью пористой породы; $\tau(x)$ — момент времени, в который фронт жидкости L_f прошел точку x [12].

Это означает: $\tau(L_f(\tau')) = t'$, $0 < t' < t$, т. е. $\tau(x)$ есть обратная к $L_f(t)$ функция. В работе [17] на основе модели развития трещины РКН предложена формула для расчета времени $\tau(x)$: $\tau(x) = ((\pi x h_f C_l)/Q_i)^2$, где Q_i — заданный расход жидкости на скважине на одно крыло трещины ГРП.

Коэффициент теплообмена

Интенсивность теплообмена характеризуется коэффициентом теплообмена α , который определяется по формуле [5]: $\alpha = (Nu \cdot \lambda)/l$, где Nu — число Нуссельта; l — определяющий размер, м; λ — коэффициент теплопроводности жидкости при средней температуре, $\text{Дж}/(\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{°С})$.

Для пластины определяющий размер вычисляется через площадь и периметр: $l = (Lh_f)/(2(L + h_f))$.

В работе [11] решена задача об определении среднего значения коэффициента теплообмена в единичной трещине при закачке жидкости. Эти значения лежат в интервале $20 \div 30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°С})$ для исходных данных, представленных в таблице 2.

Расчет температуры в пограничном слое пласта

Уравнение (7) интегрируется по ширине пограничного слоя δ . После применения теоремы о среднем оно сводится к уравнению для расчета температуры в тепловом пограничном слое

$$(\rho c)_{ma} \frac{\partial T_{rw}}{\partial t} \delta = \lambda_{ma} \left(\frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=\delta} - \frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) - \rho_f c_f u_l (T_r \Big|_{y=\delta} - T_r \Big|_{y=0}) \quad (11)$$

с соответствующими начальными граничными условиями:

$$\begin{aligned} T_{rw}(0, y) &= T_0, & T_r \Big|_{y=\delta} &= T_{rw}, & T_r \Big|_{y=0} &= T_f, \\ \lambda_{ma} \frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=\delta} &= 0, & \lambda_{ma} \frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \alpha (T_{rw} - T_f). \end{aligned} \quad (12)$$

Найдем ширину пограничного слоя, используя уравнение для температуры пласта (7). В данном уравнении введем обозначения: $C = ((\rho_f c_f)/(\rho c)_{ma}) u_p$, $D = \lambda_{ma}/(\rho c)_{ma}$.

Выполняя замену переменных: $z = y - 2C\sqrt{t - t_0(x)}$, $\tau = t - t_0(x)$, уравнение (7) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial T_r}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 T_r}{\partial z^2}, \quad -2C_l \sqrt{\tau} \leq z < \infty, \quad \tau \geq 0. \quad (13)$$

Начальные и граничные условия (12) примут вид:

$$\begin{aligned} T_r(t = 0, z) &= T_0, \\ T_r(\tau, z \rightarrow \infty) &= T_0, \\ T_r(\tau, z = -2C_l \sqrt{\tau}) &= T_{inj}. \end{aligned} \quad (14)$$

В такой постановке задача допускает автомодельное решение [7]:

$$T_{rw}(\tau, z) = T_{inj} + (T_0 - T_{inj}) \Phi, \quad (15)$$

$$\Phi = \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4D\tau}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{C_l}{\sqrt{D}}\right)}{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{C_l}{\sqrt{D}}\right)} = \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{y - 2C\sqrt{t - t_0(x)}}{\sqrt{4D(t - t_0(x))}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{C_l}{\sqrt{D}}\right)}{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{C_l}{\sqrt{D}}\right)}. \quad (16)$$

Полученное решение позволяет оценить область интегрирования уравнения баланса тепла в пористой среде (7). Интервал интегрирования может быть определен таким образом, чтобы температура отличалась не более чем на 0,5% от температуры пласта на границе интервала. Если проводимость является доминирующим механизмом, это означает, что

$$T_{rw}(\tau, z) = 0,995 T_0. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (15) с учетом выражения для Φ (16), после соответствующих упрощений получаем:

$$\operatorname{erf}\left(\frac{y - 2C\sqrt{t - t_0(x)}}{\sqrt{4D(t - t_0(x))}}\right) = A, \quad (18)$$

где $A = \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{c_l}{\sqrt{D}}\right)\right) \frac{0,995 T_0 - T_{inj}}{T_0 - T_{inj}} - \operatorname{erf}\left(\frac{c_l}{\sqrt{D}}\right)$.

Из уравнения (18) определяется функция $y(x, t)$ — фронт утечек. При времени t , равном времени закачки, $y(0, t) = \delta$ — искомой ширине пограничного слоя, которая будет использоваться для расчета температуры пограничного слоя по формуле (7).

Результаты расчетов

При выполнении численных расчетов задается L — полудлина трещины. Динамика развития трещины ГРП (таблица 1) определяется в дизайне ГРП.

Таблица 1

Table 1

Динамика роста трещины ГРП

Hydraulic fracturing growth with time

Длина L , м	20	40	60	80	100	120
Реальное время t , мин	10	20	30	40	50	60

Для расчета температуры в пограничном слое пласта была найдена ширина пограничного слоя по формуле (15). На рис. 2 представлен график фронта утечек $y(x, t)$ при различном времени t в точке $x = 0$ (на забое скважины). Как видно из рис. 2, максимальное значение $y(0, t)$ на период закачки 60 мин не превышает 0,15 м. Это значение было использовано в качестве ширины пограничного слоя δ для численного расчета температуры пограничного слоя пласта по формуле (8). Входные данные для численных расчетов представлены в таблице 2. Численные расчеты выполнены с использованием конечно-разностных схем [7].

На рис. 3 представлены кривые распределения температуры в трещине ГРП на конец закачки. Кривая 3 соответствует модели без учета утечек жидкости в пласт, т. е. $u_l = 0$. Кривая 1 соответствует модели (3)-(8), учитывающей охлаждение пласта за счет утечек жидкости из трещины ГРП. При отсутствии утечек жидкости из трещины температура в трещине выше температуры, рассчитанной с учетом утечек. Наибольшая разность температур наблюдается на конце трещины. Для сравнения рассчитана температура в трещине по модели с учетом утечек (1)-(2), но в предположении, что пласт не охлаждается (кривая 2 на рис. 3). Температура пограничного слоя остается равной начальной температуре пласта: $T_{rw}(t, y) = T_0$. Как видно из рис. 3, в этом случае кривые 2 и 3 совпадают, т. е. соответствующие модели дают практически одинаковые результаты. Расчеты выполнены для коэффициента утечки жидкости $C_l = 4,0 \cdot 10^{-5}$ м/√с. Следовательно, при расчете температуры трещины необходимо учитывать эффект остывания пласта вблизи поверхности трещины. Уменьшение температуры

жидкости на кончике трещины при принятых исходных данных составляет более 20 °С. Поэтому при дальнейших расчетах корректно пользоваться моделью (7)-(8), которая учитывает температуру пограничного слоя пласта, рассчитанную по модели (11)-(12).

Таблица 2

Входные данные для численных расчетов

Table 2

Typical values of design parameters used in model calculations

Величина	Обозначение	Единица измерения	Входные данные
Температура на забое скважины при нагнетании	T_{inj}	°С	20
Начальная температура породы (пористой матрицы)	T_0	°С	80
Объемный расход проппанта на одно крыло трещины	Q_t	м ³ /мин	2
Коэффициент теплообмена	α	Вт/(м ² · °С)	20
Высота трещины	h	м	30
Полудлина трещины (максимальное значение)	L	м	120
Теплопроводность проппанта	λ_{fr}	Дж/(с · м · °С)	1,130
Теплопроводность породы	λ_s	Дж/(с · м · °С)	1,510
Теплопроводность жидкости	λ_f	Дж/(с · м · °С)	0,674
Плотность породы	ρ_s	кг/м ³	2 700
Удельная теплоемкость породы	c_s	Дж/(кг · °С)	920
Удельная теплоемкость проппанта	c_{pr}	Дж/(кг · °С)	2 090
Плотность проппанта	ρ_{pr}	кг/м ³	1 650
Удельная теплоемкость жидкости	c_f	Дж/(кг · °С)	4 000
Плотность жидкости	ρ_f	кг/м ³	1 000
Средняя ширина трещины	w_{fr}	м	0,005
Пористость трещины	m_{fr}	д. ед.	0,400
Пористость породы	m	д. ед.	0,180
Внутренний диаметр обсадной колонны	d_{iw}	м	0,130
Внешний диаметр НКТ	d_{enkt}	м	0,889

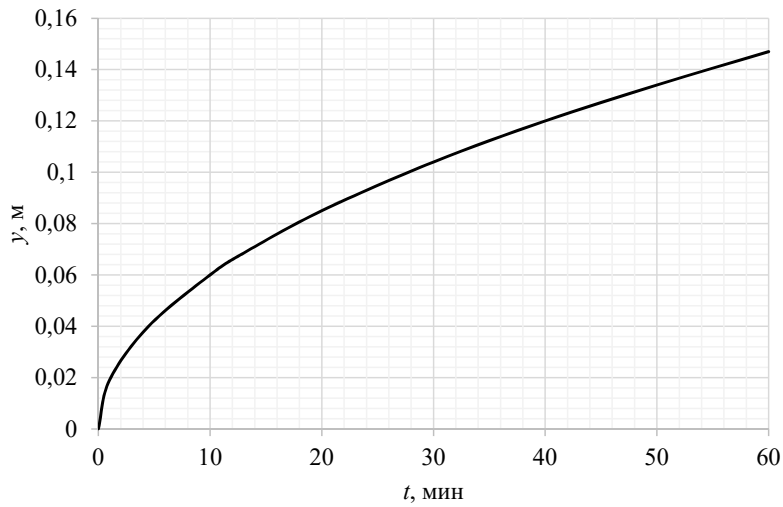


Рис. 2. График фронта утечек в точке $x = 0$

Fig. 2. Position of the leak-off front with time at $x = 0$

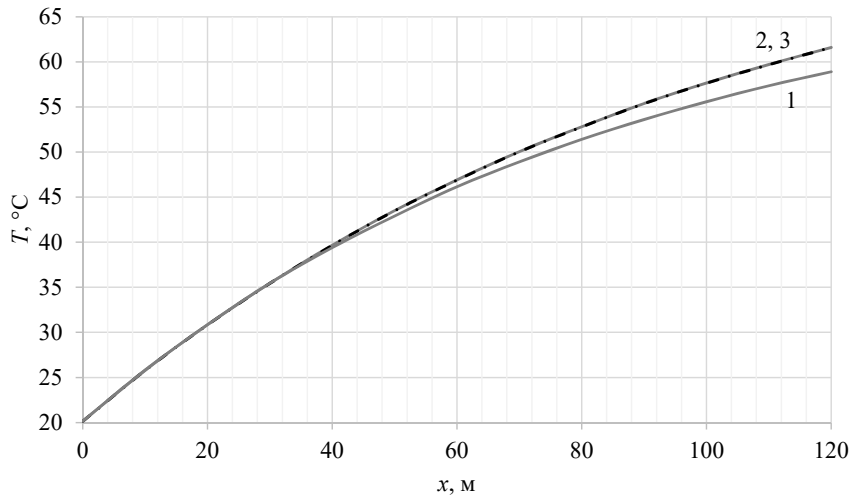


Рис. 3. Распределение температуры по длине трещины на конец закачки $t = 60$ мин:
 1 — расчетная температура по модели (3)-(8);
 2 — расчетная температура с учетом утечек жидкости при постоянной пластовой температуре;
 3 — расчетная температура без утечек жидкости в пласт

Fig. 3. Fracture temperature profiles at the end of injection $t = 60$ min:
 1 — calculated temperature by model (3)-(8);
 2 — calculated temperature with leak-off at constant reservoir temperature;
 3 — calculated temperature without fluid leak-off

Численно рассчитана температура в трещине при различных значениях коэффициента утечки C_l . Все представленные на рис. 4 результаты получены на конец периода закачки ($t = 60$ мин).

Как видно из рис. 4, коэффициент утечки может сильно влиять на значение температуры в трещине на конец закачки. Это связано с тем, что при увеличении коэффициента утечки температура пограничного слоя пласта понижается, т. е. область, прилегающая к боковой поверхности трещины ГРП, значительно охлаждается.

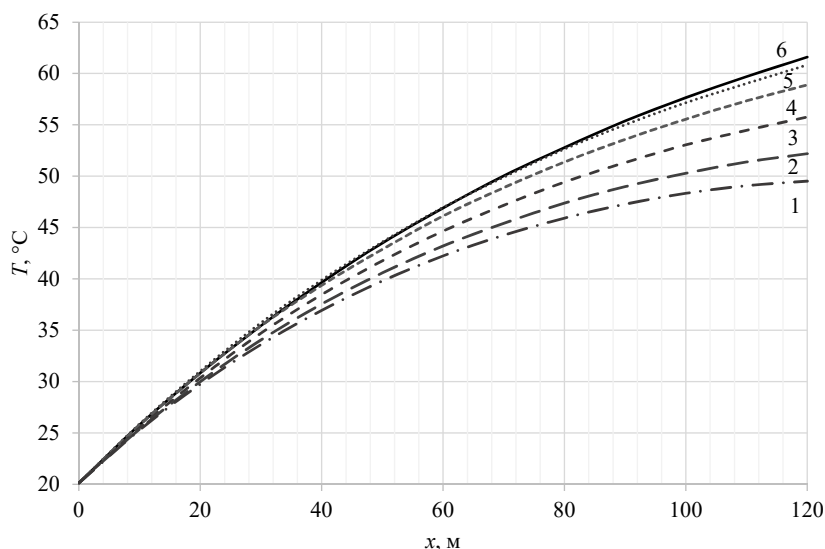


Рис. 4. Профиль температуры в трещине ГРП при различных значениях коэффициента утечки на момент времени $t = 60$ мин:

- 1 — $C_l = 1,2 \cdot 10^{-4}$ м/√с;
- 2 — $C_l = 1,0 \cdot 10^{-4}$ м/√с;
- 3 — $C_l = 7,0 \cdot 10^{-5}$ м/√с;
- 4 — $C_l = 4,0 \cdot 10^{-5}$ м/√с;
- 5 — $C_l = 2,0 \cdot 10^{-5}$ м/√с;
- 6 — без утечек

Fig. 4. Fracture temperature profiles for different leak-off coefficient at the end of injection $t = 60$ min:

- 1 — $C_l = 1.2 \cdot 10^{-4}$ m/√s;
- 2 — $C_l = 1.0 \cdot 10^{-4}$ m/√s;
- 3 — $C_l = 7.0 \cdot 10^{-5}$ m/√s;
- 4 — $C_l = 4.0 \cdot 10^{-5}$ m/√s;
- 5 — $C_l = 2.0 \cdot 10^{-5}$ m/√s;
- 6 — without leak-off

Также была рассчитана температура трещины при различных значениях скорости закачки жидкости в трещину и различных значениях коэффициента теплопроводности породы. Результаты представлены на рис. 5 и 6.

На рис. 5 представлены расчеты температуры вдоль трещины при скоростях закачки 2, 3 и 4 м³/мин.

Из рис. 5 видно, что увеличение скорости закачки жидкости даже в 1,5 раза приводит к значительному понижению температуры породы. Чем выше скорость закачки жидкости, тем больше холодной массы поступает в трещину ГРП, что приводит к гораздо более медленному восстановлению температуры во время технологического отстоя трещины ГРП после прекращения закачки пропанта.

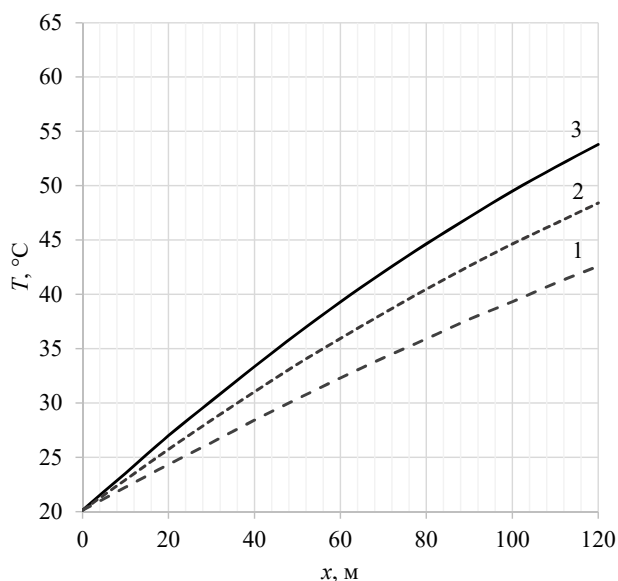


Рис. 5. Профиль температуры трещины при различных значениях скорости закачки жидкости на момент времени $t = 60$ мин:

1 — скорость закачки $4 \text{ м}^3/\text{мин}$;
 2 — скорость закачки $3 \text{ м}^3/\text{мин}$;
 3 — скорость закачки $2 \text{ м}^3/\text{мин}$

Fig. 5. Fracture temperature profiles for different injection rates at the end of injection $t = 60$ min:

1 — injection rate $4 \text{ м}^3/\text{мин}$;
 2 — injection rate $3 \text{ м}^3/\text{мин}$;
 3 — injection rate $2 \text{ м}^3/\text{мин}$

Процесс формирования теплового поля в трещине ГРП очень чувствителен к типу породы — карбонатам или песчаникам. Теплопроводность песчаников может вчетверо превосходить теплопроводность карбонатов. Из рис. 6 видно, что при увеличении коэффициента теплопроводности породы происходит падение температуры внутри трещины. Охлаждение породы в приграничной зоне за счет утечки жидкости происходит быстрее при более высокой теплопроводности породы.

Уменьшение температуры пограничного слоя вызывает, в свою очередь, снижение темпа нагрева жидкости в трещине ГРП. Но при более высокой теплопроводности породы процесс восстановления температуры будет происходить быстрее.

Для верификации формулы расчета ширины пограничного слоя численно рассчитана температура пласта вдоль оси Oy через 60 мин после начала закачки. График температуры пласта в точке $x = 0$ представлен на рис. 7.

Из рис. 7 видно, что значительное изменение температуры пласта происходит в пределах $0,15 \text{ м}$, что подтверждает правильность расчета ширины пограничного слоя.

Таким образом, при расчете температуры трещины при закачке жидкости в пласт корректно пользоваться моделью (7)-(8), которая учитывает температуру пограничного слоя пласта, определяемую моделью (11)-(12).

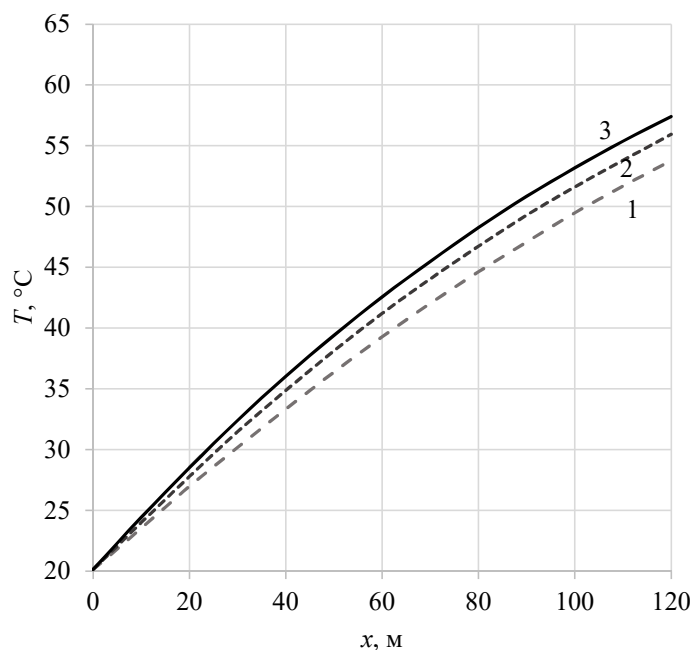


Рис. 6. Профиль температуры в трещине ГРП при изменении коэффициента теплопроводности породы на момент времени $t = 60$ мин:
 1 — $\lambda_s = 4,5 \text{ Дж}/(\text{с} \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{C})$;
 2 — $\lambda_s = 3,0 \text{ Дж}/(\text{с} \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{C})$;
 3 — $\lambda_s = 1,5 \text{ Дж}/(\text{с} \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{C})$

Fig. 6. Fracture temperature profiles for different rock thermal conductivity at the end of injection $t = 60$ min:
 1 — $\lambda_s = 4.5 \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C})$;
 2 — $\lambda_s = 3.0 \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C})$;
 3 — $\lambda_s = 1.5 \text{ J}/(\text{s} \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C})$

Математическая модель изменения температуры в трещине ГРП в процессе очистки трещины ГРП

Постановка задачи

После прекращения закачки пропанта скважина выдерживается определенное время (период технологического отстоя), в течение которого в пласте и трещине восстанавливаются давление и температура (рис. 8), инициируется приток технологической жидкости из трещины и пласта. На забое скважины устанавливается специальный датчик, записывающий динамику изменения температуры и давления. Полученные фактические данные по давлению и температуре на забое скважины позволяют выполнить валидацию модели теплообмена в трещине ((7)-(8), (11)-(12)).

Рассматривается математическая модель изменения температуры в трещине ГРП в процессе извлечения технологической жидкости из трещины и пласта в период технологического отстоя или вывода скважины на режим.

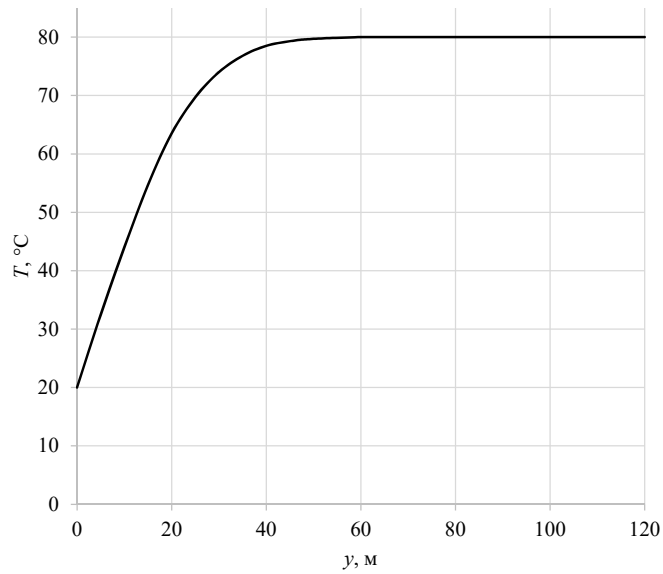


Рис. 7. График температуры пласта в точке $x = 0$ через 60 мин после начала закачки

Fig. 7. Reservoir temperature profile at $x = 0$, 60 min from the start of injection

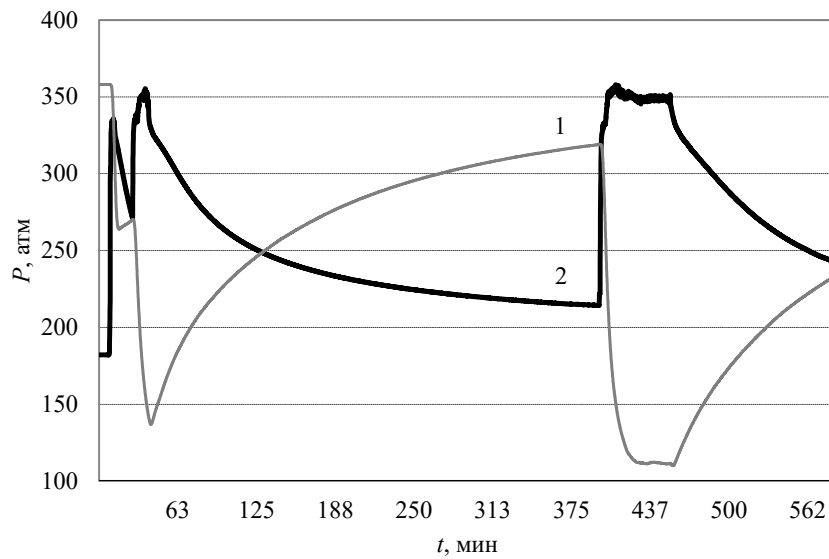


Рис. 8. Изменение забойного давления и температуры от времени после окончания стимуляции скважины:
1 — температура,
2 — забойное давление

Fig. 8. Bottomhole pressure and temperature as a function of time after completion of well stimulation:
1 — temperature,
2 — bottomhole pressure

Из условия баланса энергии для элементарного объема трещины ΔV шириной w_f , высотой h_f , полудлиной L формулируется математическая модель для расчета температуры вдоль трещины ГРП:

$$(\rho c)_{eff} w_f \frac{\partial T}{\partial t} - \rho_f c_f v(t) w_f \frac{\partial T}{\partial x} = 2\alpha_r (T_{rw}(x) - T(x)). \quad (19)$$

Значения переменного дебита $q(t)$ в каждый конкретный момент времени для скважины с открытым затрубным пространством определяется выражением: $q(t) = (f_{затр} / (\rho_f g)) (dP_c / dt)$, $f_{затр} = (\pi(d_{iw}^2 - d_{enkl}^2)) / 4$. Здесь введены следующие обозначения: $v(t) = (q(t)) / (2w_f h_f)$ — скорость потока на одно крыло трещины, м/с; P_c — переменное забойное давление, Па; $f_{затр}$ — площадь сечения затрубного (кольцевого) пространства, м²; d_{iw} — внутренний диаметр обсадной колонны, м; d_{enkl} — внешний диаметр насосно-компрессорной трубы (НКТ), м; $(\rho c)_{eff} = \rho_f c_f m_{fr} + (1 - m) \times \rho_{pr} c_{pr}$ — эффективная теплоемкость единицы объема трещины, Дж/(кг · °С); m_{fr} — пористость трещины, д. ед.

Начальные и граничные условия

В начальный момент времени температура в трещине $T = T(0, x)$ равна распределению температуры $T_{fr}(x)$ на конец закачки проппанта.

Температура пограничного слоя пласта равна температуре пограничного слоя на конец закачки, тепловой поток равномерный по всей длине трещины:

$$T(t = 0, x) = T_{fr}(x). \quad (20)$$

Граничное условие на скважине соответствует условию отсутствия закачки:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0. \quad (21)$$

Из решения уравнения (19) с соответствующими начальными и граничными условиями (20)-(21) определяется динамика изменения температуры на забое скважины $T(x=0, t)$ в период технологического отстоя скважины после интенсификации.

Расчет температуры $T_{rw}(x)$ в пограничном слое пласта в уравнении (19) выполняется аналогично модели (11)-(12), но без учета утечек жидкости из трещины. Уравнение (7) интегрируется при условии $u_i = 0$: $(\rho c)_{eff} \int_0^\delta \frac{\partial T_r}{\partial t} dy = \lambda_{eff} \int_0^\delta \frac{\partial^2 T_r}{\partial y^2} dy$. Применяя теорему о среднем, получаем:

$$(\rho c)_{eff} \frac{\partial T_{rw}}{\partial t} \delta = \lambda_{eff} \left(\frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=\delta} - \frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=0} \right). \quad (22)$$

Воспользуемся граничными условиями:

$$\lambda_{eff} \frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = 0, \quad \lambda_{eff} \frac{\partial T_r}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\alpha_r (T_{rw} - T_f), \quad (23)$$

где α_r — внутренний коэффициент теплообмена.

Численное решение задачи (19)-(23) дает возможность оценить параметры модели: коэффициенты теплообмена α , α_r , коэффициент утечек C_l в уравнении (7).

Идентификация параметров модели связана с решением обратных задач, которые являются некорректными, т. е. неустойчивыми относительно входных данных. Для повышения устойчивости обратных задач разработаны регуляризирующие алгоритмы, учитывающие различную априорную информацию, которые позволяют сузить область решения обратной задачи. Дополнительные предположения обращают некорректные проблемы в корректные. Использование дополнительной (априорной) информации качественного характера дает метод квазирешения В. К. Иванова [2]. В качестве априорной информации используются данные из известных источников [8]. В этом случае за решение обратной задачи принимается элемент (α, α_r, C_l) , доставляющий минимум функционалу невязки (24) на множестве, которое может рассматриваться как класс корректности для данной задачи. По существу, найденный элемент (α, α_r, C_l) является квазирешением некорректной задачи [2].

Был построен итерационный алгоритм для минимизации функционала (24) по каждому параметру [4].

На рис. 9 представлены результаты сравнения численных расчетов, выполненных по модели (19)-(23), кривая 1 с фактической зависимостью температуры на скважине (кривая 2) от времени в период очистки трещины. Для значений элемента (α, α_r, C_l) : $\alpha = 21 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$, $\alpha_r = 1,9 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$, $C_l = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}/\sqrt{\text{с}}$ — получен минимум функционала:

$$\Phi = \sum_n (T_{\text{факт}}^n - T_{\text{расч}}^n)^2, \quad (24)$$

где $T_{\text{факт}}^n = T_{\text{факт}}(t^n)$ — фактическая температура, измеренная на забое скважины в моменты времени t^n ; $T_{\text{расч}}^n = T_{\text{расч}}(t^n)$ — расчетная температура.

Относительная погрешность расчетов — менее 2%. Таким образом, основной вклад в динамику температуры на забое скважины вносит тепловой поток из пласта, вызванный теплообменом между пластом и трещиной.

Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с фактическими данными, что доказывает адекватность математической модели, представленной в статье.

Заключение

Решены задачи, моделирующие процессы тепломассопереноса, протекающие при закачке жидкости-носителя с пропантом в высокотемпературный пласт и в течение последующего извлечения жидкости-носителя из трещины гидроразрыва пласта. Для прогнозирования процессов тепломассопереноса использованы классические аналитические и численные методы моделирования неизотермической фильтрации в системе «пласт — трещина» с учетом термодинамических эффектов.

В ходе вычислительного эксперимента установлено, что температура жидкости в трещине ГРП во время закачки намного ниже, чем температура пласта. Максимальная температура достигается на конце трещины, но при этом ниже пластовой температуры более чем на $20 \text{ }^\circ\text{С}$.

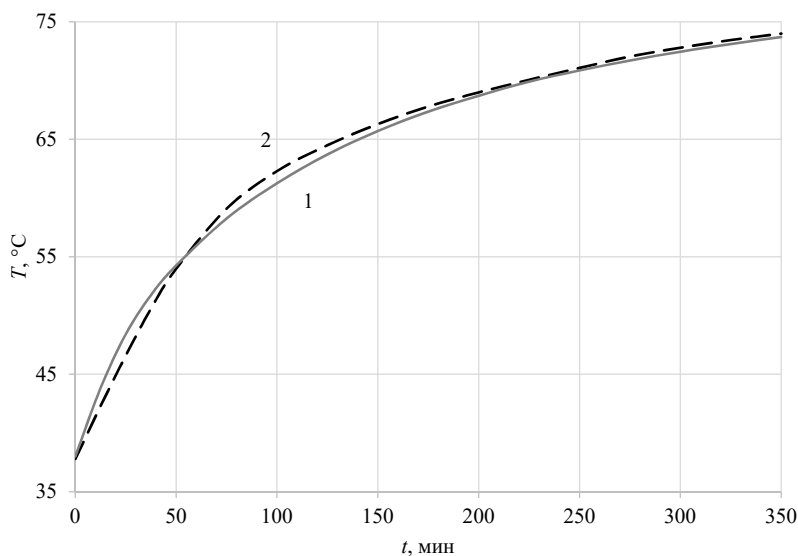


Рис. 9. Зависимость температуры на забое скважины от времени в процессе вывода скважины на режим:
1 — расчетная кривая,
2 — фактическая температура

Fig. 9. Bottomhole temperature vs. time in the process of bringing the well into stable production:
1 — calculated temperature,
2 — actual bottomhole temperature

Знание профиля температуры в трещине ГРП позволяет грамотно обосновать выбор сшивающего агента и брейкера, рассчитать их оптимальную концентрацию, выполнить оптимальное моделирование транспорта проппанта в трещине, что повысит экономическую эффективность проекта ГРП.

Выполнены калибровка и адаптация разработанной математической модели по фактическим данным ранее проведенных ГРП на скважинах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Есипов Д. В. Математические модели гидроразрыва пласта / Д. В. Есипов, Д. С. Куранаков, В. Н. Лапин, С. Г. Чёрный // Вычислительные технологии. 2014. Том 19. № 2. С. 33-61.
2. Иванов В. К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения // В. К. Иванов, В. В. Васин, В. П. Танана. М.: Наука, 1978. 206 с.
3. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой / Л. Г. Лойцянский. М.: Физматлит, 1962. 479 с.
4. Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Легова. 3-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2008. 544 с.
5. Петухов Б. С. Теплообмен в движущейся однофазной среде. Ламинарный пограничный слой / Б. С. Петухов. М.: МЭИ, 1993. 352 с.

6. Рамазанов А. Ш. Оценка влияния теплоемкости трещины ГРП на измерения нестационарной температуры в скважине / А. Ш. Рамазанов, А. М. Шарипов // Каротажник. 2016. № 5 (263). С. 81-86.
7. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. М.: Наука, 1989. 429 с.
8. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике / Л. И. Седов. 9-е изд., перераб. М.: Наука, 1981. 448 с.
9. Шарафутдинов Р. Ф. Численное исследование температурного поля в пласте с трещиной гидроразрыва / Р. Ф. Шарафутдинов, А. А. Садретдинов, А. М. Шарипов // Прикладная механика и техническая физика. 2017. № 4. С. 153-162.
10. Amini K. A three-dimensional thermal model for hydraulic fracturing / K. Amini, M. Y. Soliman, W. V. House // SPE Annual Technical Conference and Exhibition (28-30 September, Houston, Texas, USA). 2015. Paper SPE-174858-MS. DOI: 10.2118/174858-MS
11. Bai B. Local heat transfer characteristics of water flowing through a single fracture within a cylindrical granite specimen / B. Bai, Y. He, X. Li, S. Hu, X. Huang, J. Li, J. Zhu // Environmental Earth Sciences. 2016. Vol. 75. No. 22. P. 1460. DOI: 10.1007/s12665-016-6249-2
12. Carter R. D. Appendix I: Derivation of the General Equation for Estimating the Extent of the Fractured Area / R. D. Carter // Drilling and Production Practice / ed. by G. C. Howard, C. R. Fast. New York: American Petroleum Institute, 1957. Pp. 267-268.
13. Hagoort J. Ramey's wellbore heat transmission revisited / J. Hagoort // SPE Journal. 2004. Vol. 9. No. 4. Pp. 465-474. Paper SPE-87305-PA. DOI: 10.2118/87305-PA
14. Kamphuis H. A new simulator for the calculation of the in situ temperature profile during well stimulation fracturing treatments / H. Kamphuis, D. R. Davies, L. P. Roodhart // Journal of Canadian Petroleum Technology. 1993. Vol. 32. No. 5. Pp. 38-47.
15. Li X. Temperature behavior during multistage fracture treatments in horizontal wells / X. Li, D. Zhu // SPE Asia Pacific Hydraulic Fracturing Conference (24-26 August, Beijing, China). 2016. Paper SPE-181876-MS. DOI: 10.2118/181876-MS
16. Meyer B. R. Heat transfer in hydraulic fracturing / B. R. Meyer // SPE Production Engineering. 1989. Vol. 4. No. 4. Pp. 423-429. Paper SPE-17041-PA. DOI: 10.2118/17041-PA
17. Nordgren R. P. Propagation of a vertical hydraulic fracture / R. P. Nordgren // SPE Journal. 1972. Vol. 12. No. 4. Pp. 306-314. Paper SPE-3009-PA. DOI: 10.2118/3009-PA
18. Ramey H. J. Wellbore heat transmission / H. J. Ramey // Journal of Petroleum Technology. 1962. Vol. 14. No. 4. Pp. 427-435. Paper SPE-96-PA. DOI: 10.2118/96-PA
19. Schechter R. S. Oil Well Stimulation / R. S. Schechter. 1st edition. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1992. 602 p.
20. Seth G. Numerical model for interpretation of distributed-temperature-sensor data during hydraulic fracturing / G. Seth, A. C. Reynolds, J. Mahadevan // SPE Annual Technical Conference and Exhibition (19-22 September, Florence, Italy). 2010. Paper SPE-135603-MS. DOI: 10.2118/135603-MS

Guzel T. BULGAKOVA¹
Andrey R. SHARIFULLIN²
Marat R. SITDIKOV³

UDC 536.2:532.5

**MATHEMATICAL MODELING HEAT AND MASS TRANSFER
IN A VERTICAL HYDRAULIC FRACTURE CRACK DURING
INFLATION AND CLEANING***

¹ Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Mathematics,
Ufa State Aviation Technical University
bulgakova.guzel@mail.ru; ORCID: 0000-0001-8030-1791

² Cand. Sci. (Tech.), Senior Researcher, Department of Mathematics,
Ufa State Aviation Technical University
sharifullinar@mail.ru; ORCID: 0000-0002-0958-778X

³ Cand. Sci. (Tech.), Chief Specialist, Tetakom LLC (Ufa)
maratsitdikov@mail.ru; ORCID: 0000-0002-5051-3213

Abstract

When designing hydraulic fracturing for high-temperature formations, it is important to know the temperature change in the fracture during the injection of fracturing fluid. The temperature profile in the hydraulic fracture is necessary to calculate the optimal composition of the fracturing fluid, which necessarily includes a crosslinker (crosslinker) and a breaker (breaker), the concentration of which is calculated by the temperature at the end of the crack. Currently, this concentration is calculated based on the maximum temperature of the formation, which can lead to a decrease in the efficiency of hydraulic fracturing, since a breaker will not completely destroy the crosslinked gel. Therefore, when a well is brought

* The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research
(grant No. 17-41-020226 r_a).

Citation: Bulgakova G. T., Sharifullin A. R., Sitdikov M. R. 2020. "Mathematical modeling heat and mass transfer in a vertical hydraulic fracture crack during inflation and cleaning". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 6, no. 2 (22), pp. 41-62.

DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-2-41-62

into operation after the stimulation, proppant removal may occur, reducing the effectiveness of stimulation to zero. In this regard, the optimization of the decision-making process in the design of hydraulic fracturing in terrigenous and carbonate reservoirs by calculating the optimal parameters of process fluids based on predicting heat and mass transfer processes occurring during processing is a very urgent task. A tool has been developed to improve the design efficiency of hydraulic fracturing based on mathematical modeling of temperature fields in a hydraulic fracture during its development and during the period of technological sludge. A mathematical model that describes the temperature dynamics in a hydraulic fracture taking into account fluid leakage into the formation represents the evolutionary equation of convective heat transfer with a source, which is defined as the density of the heat flux from the formation. To check the adequacy of the model of temperature dynamics in a hydraulic fracture, a model of temperature recovery in a fracture is presented with the subsequent adaptation of simulation results to actual data. Developed mathematical models can be used in hydraulic fracturing simulators.

Keywords

Mathematical modeling, heat and mass transfer, hydraulic fracture, identification of model parameters.

DOI: 10.21684/2411-7978-2020-6-2-41-62

REFERENCES

1. Esipov D. V., Kuranakov D. S., Lapin V. N., Cherny S. G. 2014. "Mathematical models of hydraulic fracturing". Computational technology, vol. 19, no 2. pp. 33-61. [In Russian]
2. Ivanov V. K., Vasin V. V., Tanana V. P. 2002. Theory of Linear Ill-Posed Problems and Its Applications. Boston: Brill Academic Pub. [In Russian]
3. Lojczyanskij L. G. Laminar Boundary Layer. 1962. Moscow: Fizmatlit. [In Russian]
4. Panteleev A. V., Letova T. A. 2008. Optimization methods in examples and tasks: textbook. 3rd edition. Moscow: Vysshaya shkola. [In Russian]
5. Petuxov B. S. 1993. Heat Transfer in a Moving Single-Phase Medium. Laminar Boundary Layer. Moscow: MEI. [In Russian]
6. Ramazanov A. Sh., Sharipov A. M. 2016. "Assessment of the influence of the heat capacity of a hydraulic fracture on measurements of unsteady temperature in a well". Karotazhnik, no. 5 (263), pp. 81-86. [In Russian]
7. Samarskij A. A., Gulin A. V. 1989. Numerical methods. Moscow: Nauka. 429 pp. [In Russian]
8. Sedov L. I. Similarity and Dimension Methods in Mechanics. 1981. 9th edition. Moscow: Nauka, 448 pp. [In Russian]
9. Sharafutdinov R. F., Sadretdinov A. A., Sharipov A. M. 2017. "Numerical investigation of the temperature field in a reservoir with a hydraulic fracture". Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, vol. 58, no. 4, pp. 702-709. [In Russian]
10. Amini K., Soliman M. Y., House W. V. 2015. "A three-dimensional thermal model for hydraulic fracturing". SPE Annual Technical Conference and Exhibition

- (28-30 September, Houston, Texas, USA). Paper SPE-174858-MS.
DOI: 10.2118/174858-MS
11. Bai B., He Y., Li X., Hu S., Huang X., Li J., Zhu J. 2016. "Local heat transfer characteristics of water flowing through a single fracture within a cylindrical granite specimen". *Environmental Earth Sciences*, vol. 75, no. 22, art. 1460.
DOI: 10.1007/s12665-016-6249-2
 12. Carter R. D. 1957. Appendix I: Derivation of the General Equation for Estimating the Extent of the Fractured Area. In: G. C. Howard, C. R. Fast (eds.). *Drilling and Production Practice*, pp. 267-268. New York: American Petroleum Institute.
 13. Hagoort J. 2004. "Ramey's wellbore heat transmission revisited". *SPE Journal*, vol. 9, no. 4, pp. 465-474. Paper SPE-87305-PA. DOI: 10.2118/87305-PA
 14. Kamphuis H., Davies D. R., Roodhart L. P. 1993. "A New Simulator for the Calculation of the in Situ Temperature Profile During Well Stimulation Fracturing Treatments". *Journal of Canadian Petroleum Technology*, vol. 32, no. 5, pp. 38-47.
 15. Li X., Zhu D. 2016. "Temperature behavior during multistage fracture treatments in horizontal wells". *SPE Asia Pacific Hydraulic Fracturing Conference (24-26 August, Beijing, China)*. Paper SPE-181876-MS. DOI: 10.2118/181876-MS
 16. Meyer B. R. 1989. "Heat Transfer in Hydraulic Fracturing". *SPE Production Engineering*, vol. 4, no. 4, pp. 423-429. Paper SPE-17041-PA. DOI: 10.2118/17041-PA
 17. Nordgren R. P. 1972. "Propagation of a vertical hydraulic fracture". *SPE Journal*, vol. 12, no. 4, pp. 306-314. Paper SPE-3009-PA. DOI: 10.2118/3009-PA
 18. Ramey H. J. 1962. "Wellbore heat transmission". *Journal of Petroleum Technology*, vol. 14, no. 4, pp. 427-435. Paper SPE-96-PA. DOI: 10.2118/96-PA
 19. Schechter R. S. 1992. *Oil Well Stimulation*. 1st edition. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall.
 20. Seth G., Reynolds A. C. Mahadevan J. 2010. "Numerical model for interpretation of distributed-temperature-sensor data during hydraulic fracturing". *SPE Annual Technical Conference and Exhibition (19-22 September, Florence, Italy)*. Paper SPE-135603-MS. DOI: 10.2118/135603-MS