

**Виталий Петрович КОСЯКОВ<sup>1</sup>**  
**Дмитрий Юрьевич ЛЕГОСТАЕВ<sup>2</sup>**  
**Эмиль Наильевич МУСАКАЕВ<sup>3</sup>**

УДК 519.6 (004.8.032.26)

## **ЗАДАЧА СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ И ЭЛЕМЕНТОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГИДРОПРОВОДНОСТИ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ\***

<sup>1</sup> кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник Тюменского филиала  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН,  
доцент кафедры расходомерии нефти и газа,  
Тюменский государственный университет  
lik.24@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2297-408X

<sup>2</sup> младший научный сотрудник Тюменского филиала  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН,  
старший преподаватель кафедры прикладной и технической физики,  
Тюменский государственный университет  
legostaevdy@yandex.ru; ORCID: 0000-0001-6371-7031

<sup>3</sup> младший научный сотрудник Тюменского филиала  
Института теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН  
musakaev91@gmail.com

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Тюменской области  
в рамках научного проекта № 20-41-720004.

---

**Цитирование:** Косяков В. П. Задача совместного использования теории фильтрации и элементов машинного обучения для решения обратной задачи восстановления гидропроводности нефтяного месторождения / В. П. Косяков, Д. Ю. Легостаев, Э. Н. Мусакаев // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 113-129.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-113-129

---

**Аннотация**

Настоящая работа посвящена методике, предполагающей совместное использование элементов машинного обучения и физически содержательной фильтрационной модели. Предложено использование сети радиальных базисных функций для решения задачи восстановления гидропроводности в межскважинном пространстве для нефтяного месторождения. Показано преимущество предлагаемого подхода по сравнению с классическими методами интерполяции применительно к задачам восстановления фильтрационно-емкостных свойств межскважинного пространства. В работе рассмотрен алгоритм взаимодействия методов машинного обучения, фильтрационной модели, механизм разделения входных данных, вид общей целевой функции, включающей в себя физические и экспертные ограничения. Исследования проводились на примере симметричного элемента нефтяного месторождения. Предлагаемая процедура поиска решения включает в себя решение прямой и сопряженной задачи.

**Ключевые слова**

Фильтрация, математическое моделирование, обратные задачи, качество прогнозирования, подземная гидродинамика, машинное обучение, радиальные базисные функции.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-113-129**

**Введение**

Разработка месторождений углеводородов является сложной технологической и научной задачей. С целью повышения эффективности добычи создаются и поддерживаются цифровые гидродинамические модели, позволяющие прогнозировать поведение пластовой системы при реализации различных сценариев разработки месторождения и корректировать план необходимых технологических мероприятий. При этом точность и устойчивость получаемого прогноза являются мерой качества используемой математической модели. Для получения достоверного прогноза при использовании гидродинамических моделей проводят процедуру адаптации, которая заключается в поиске решения обратной задачи. В результате чего находятся или уточняются параметры модели.

Одна из основных проблем при решении обратных задач заключается в невозможности получения гарантированно единственного решения [2]. Подобная ситуация приводит к необходимости проведения многовариантных расчетов и на этапе адаптации, и на этапе прогнозирования. Дополнительным неблагоприятным фактором является низкое качество исходной информации, которое может заключаться как в отсутствии части данных, так и в противоречивости данных. Встречается как внутренняя, так и внешняя противоречивость данных. Первую можно исключить на этапе анализа и подготовки данных в рамках одного из шагов технологического процесса построения модели. Вторая может проявить себя только на последующих шагах, что в условиях необходимости проведения процедуры адаптации модели может привести к неверному подбору параметров, при помощи которых будет нивелироваться несогласованность.

Инструменты машинного и глубокого обучения получили в последнее время широкое распространение в различных областях науки и техники. В частности, многие работы посвящены исследованию возможности применения алгоритмов глубокого обучения в нефтяной отрасли [5, 8, 10]. Интерес к машинному обучению в нефтяной отрасли объясняется нарастающей цифровизацией нефтегазовой отрасли и накоплением больших объемов данных об объекте исследования. Область машинного обучения направлена на выявление существенных закономерностей, которые далеко не всегда носят тривиальный характер, на основе большого объема данных. В условиях неполноты и неопределенности исходных данных алгоритмы машинного обучения способны восстанавливать управляющие закономерности и показывать приемлемые результаты в ситуациях, когда применение физически содержательных моделей затруднительно. Однако наряду с преимуществами алгоритмы машинного обучения обладают своими недостатками, среди которых можно выделить: чувствительность к объему исходной информации, несоответствие полученного решения физическим законам (законам сохранения), сложности с интерпретацией полученных результатов. Актуальным вопросом в связи с этим является использование физически содержательной модели совместно с алгоритмами машинного обучения, позволяющее извлекать дополнительную информацию из доступных данных и обеспечивающее получение интерпретируемых физически содержательных результатов.

В настоящей работе на примере упрощенной связки «геологическая модель» — «гидродинамическая модель» будет показан пример совместного использования сети радиально-базисных функций в качестве модели машинного обучения и однофазной фильтрационной модели. Модель машинного обучения использована для восстановления поля гидропроводности и выступает в качестве параметризации модели фильтрации. При традиционных подходах для построения карт («кубов») геологических параметров используют стандартные методы интерполяции и экстраполяции, которые заключаются в переносе свойств из некоторых точек на всю расчетную область. При этом контролируется внутренняя согласованность данных для одного параметра (линейная, кригинг, и т. д.) или набора параметров (кокригинг). Полученная в результате гидродинамическая модель и проведенный на ее основе расчет, как правило, не может полностью повторить исторические технологические показатели и нуждается в «адаптации». При подобном подходе процесс «адаптации» осложняется значительными вычислительными затратами, которые необходимы для многократного запуска расчета полной гидродинамической модели.

## Методы

### *Предлагаемый подход*

Основная идея предлагаемого подхода заключается в совместном использовании методов машинного обучения и физически содержательной фильтрационной модели. Что позволит избежать получения неприемлемых с точки зрения физики решений, с одной стороны, и выявить основные закономерности исследуемого объекта с привлечением всего разнообразия данных, с другой.

Схема, описывающая принцип работы традиционного варианта использования методов машинного обучения, представлена на рис. 1а. На рис. 1б представлена схема предлагаемого «гибридного» подхода, где методы машинного обучения объединяются с физически содержательной фильтрационной моделью.

Традиционная схема, представленная на рис. 1а, описывается следующим алгоритмом работы: в модель машинного обучения («МО») подаются входные данные «Д» после чего модель возвращает результат вычислений («Р»). Далее производится сравнение рассчитанных данных с эталонными значениями — вычисляется целевая функция («ЦФ») на основе которой с помощью градиентных методов происходит настройка параметров «МО».

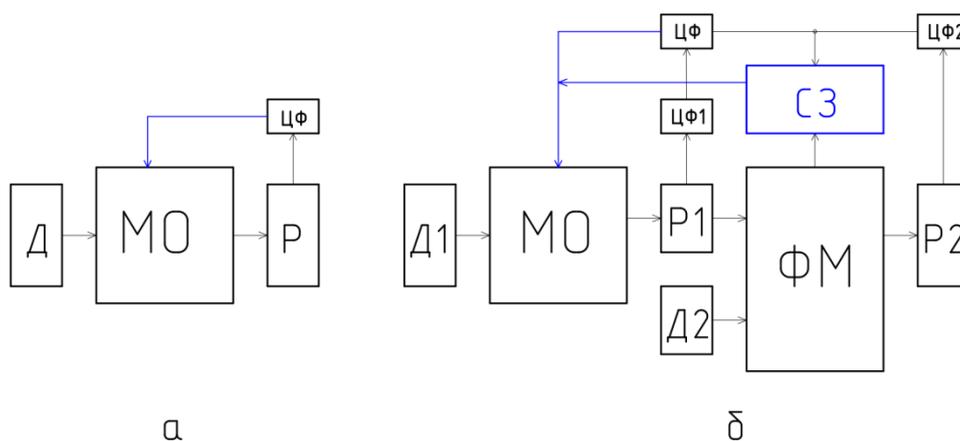


Рис. 1. Схема расчета для классического алгоритма использования МО (а) и предлагаемого алгоритма совместного использования МО и ФМ (б)

«Д» — входные данные, «МО» — вычислительный блок машинного обучения (МО), «Р» — результат вычислений, «ЦФ» — целевая функция (функция потерь), «ФМ» — фильтрационная модель, «Д1» — часть данных подаваемая на вход блоку МО, «Д2» — часть данных подаваемая на вход блоку «ФМ», «Р1» — результат вычислений блока «МО», «Р2» — результат вычислений блока «ФМ», «СЗ» — блок вычисления сопряженной задачи для «ФМ», «ЦФ1» и «ЦФ2» — слагаемые результирующей целевой функции, вычисляемые блоками «МО» и «ФМ»

Fig. 1. Calculation scheme for the classical algorithm for using ML (a) and the proposed algorithm for the combined use of ML and FM (b)

“Д” — input data, “МО” — computational block of machine learning, “Р” — calculation result, “ЦФ” — target function (loss function), “ФМ” — filtering model, “Д1” — part of data submitted to the input of the “МО” block, “Д2” — data part, which is input to “ФМ” block, “Р1” — result of the “МО” block calculations, “Р2” — result of the “ФМ” block calculations, “СЗ” — block of conjugate task calculation for “ФМ”, “ЦФ1”, and “ЦФ2” — parts of the resulting target function, calculated by the “МО” and “ФМ” blocks

Схема предлагаемого «гибридного» подхода представлена на рис. 1б. Алгоритм работы, который заключается в том, что методы машинного обучения объединяются с физически содержательной фильтрационной моделью. При данном подходе на вход «МО» подается часть данных «Д1», рассчитываются значения «Р1», которые вместе с данными «Д2» выступают в качестве входа для расчета «ФМ». Целевая функция («ЦФ») в данном случае комбинирует «ЦФ1» и «ЦФ2», полученные на основе результатов расчетов «Р1» и «Р2» соответственно. Для настройки параметров модели «МО» используются результаты решения сопряженной задачи («СЗ»), которые позволяют рассчитать градиент для фильтрационной части. На рис. 1 синим цветом обозначены элементы, используемые для вычисления градиента целевых функций. Расчет градиента для элементов МО выполняется с помощью стандартной процедуры обратного распространения ошибки. Для ФМ расчет градиента является отдельной трудоемкой задачей, вычислительная сложность которой, как правило, сопоставима или превосходит сложность прямого расчета ФМ. Расчет градиента для ФМ вынесен в отдельный блок решения сопряженной задачи «СЗ».

#### Постановка задачи

Исследование эффективности предлагаемого подхода будет продемонстрировано на примере вычислительного эксперимента поиска профиля гидропроводности для симметричного элемента нефтяного месторождения. Объект разработки эксплуатируется при помощи рядной схемы расстановки скважин (рис. 2). Участок объекта разработки схематично представлен на рис. 2, симметричный элемент (А) выделен синей штрихованной линией.

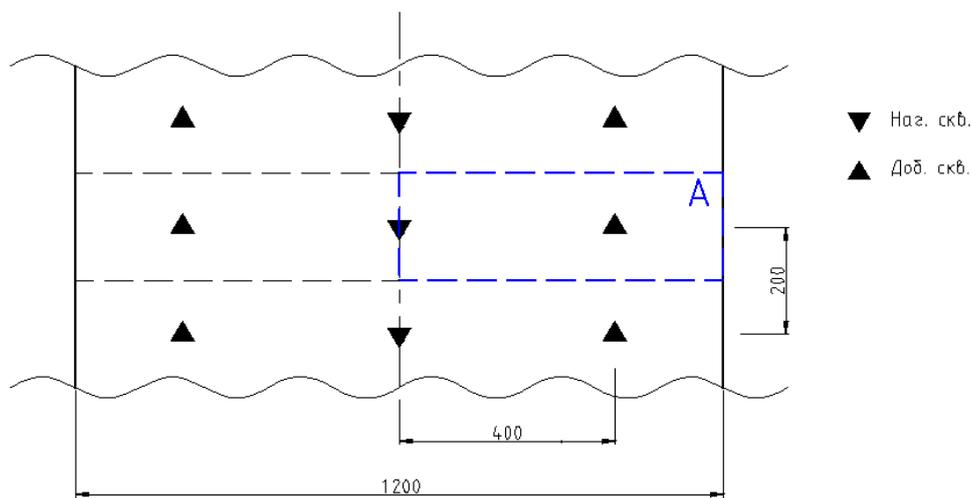


Рис. 2. Схематическое представление участка разработки

Fig. 2. Schematic representation of an oil field development area

Симметричный элемент содержит две скважины, добывающую и нагнетательную, правая граница примыкает к аквиферу с постоянным давлением  $P_{aq}$ . Верхняя и нижняя границы изолированы ввиду допущения о симметричности элемента, на левой границе задается расход жидкости, равный половине приемистости нагнетательной скважины (рис. 3).

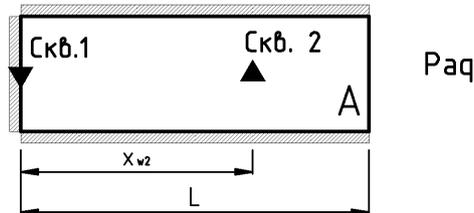


Рис. 3. Схема расчетной области

Fig. 3. Scheme computational domain

#### Математическая модель

Для решения задачи в качестве фильтрационной модели будет использоваться одномерная математическая модель фильтрации слабосжимаемой жидкости [1, 7]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \sigma \frac{\partial P}{\partial x} = h\beta^* \frac{dP}{dt} + \delta(x), \quad (1)$$

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 < x < L \cup x \neq x_w, \\ q_i, & \text{при } x = x_w, \\ q_{aq}, & \text{при } x = L, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\sigma$  — гидропроводность,  $P$  — пластовое давление,  $\beta^*$  — эффективная сжимаемость,  $h$  — эффективная толщина,  $q_j$  — расход жидкости в  $j$  скважине,  $P_0$  — пластовое давление в начальный момент времени  $t = 0$ ,  $q_{aq}$  — удельный расход жидкости через внешнюю границу, который находится по формуле:

$$q_{aq} = \lambda \sigma|_L (P_L - P_{aq}), \quad (3)$$

где  $P_{aq}$  — давления в аквифере  $P_{aq} = P_0$ ,  $\lambda$  — коэффициент продуктивности аквифера.

Обратная задача решается в оптимизационной постановке, которая заключается в минимизации целевой функции  $J$ . Целевая функция характеризует отличие расчетных и фактических данных [7, 9]. В качестве сопоставляемых данных могут быть использованы значения расходов жидкости на скважинах, пластовое давление, гидропроводность пласта вблизи скважин. Помимо слагаемых, характеризующих отличие фактических и расчетных значений, целевая функция содержит слагаемые, отвечающие за выполнение физических и экспертных ограничений. Учет экспертной (априорной) информации, повышающей обусловленность задачи, что в конечном итоге приводит к снижению времени

поиска решения и улучшению качества настройки модели. Таким образом, итоговый целевой функционал может быть записан в виде:

$$J = w_{\sigma} f_{MSE}(\sigma^f, \sigma^c) + w_p f_{MSE}(p^f, p^c) + \sum w_{pnl} f_{pnl}, \quad (4)$$

где  $f_{MSE}$  — среднеквадратичная ошибка (MSE) для расчетных значений гидропроводности и пластового давления,  $w_{\sigma}$  и  $w_p$  — весовые коэффициенты, отвечающие за влияние на целевую функцию значений гидропроводности и пластового давления соответственно, верхние индексы у переменных  $f$  и  $c$  указывают на фактические замеры (*fact*) и расчетные значения (*calc*) соответственно,  $\sum w_{pnl} f_{pnl}$  — сумма штрафных функций, которые выступают в качестве регуляризаторов и позволяют учитывать экспертные и физические ограничения. Среднеквадратичная ошибка записывается следующим образом:

$$f_{MSE}(x^f, x^c) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^f - x_i^c)^2, \quad (5)$$

где  $i$  — номер замера,  $N$  — количество замеров.

В качестве штрафной функций  $f_{pnl}$  был использован квадрат модифицированной функции активации «*SoftPlus*» [6].

$$f_{pnl,ub}(x, ub) = \sum_{i=1}^N (f_{sp}(x_i - ub))^2,$$

$$f_{pnl,lb}(x, lb) = \sum_{i=1}^N (f_{sp}(lb - x_i))^2,$$

где  $lb$  и  $ub$  — нижнее и верхнее ограничение на значение переменных,  $f_{sp}$  — функция «*SoftPlus*». Применение подобной функции позволяет обеспечить гладкость как самой целевой функции, так и ее производной, что положительно сказывается на эффективности применения градиентных методов оптимизации. Кроме того, упрощается подбор весовых коэффициентов  $w_{pnl}$  для штрафных функций, так как размерность значения функции остается сопоставимой с размерностью функций MSE. Штрафные функции используются для учета ограничений как управляющих параметров, так и значений фазовых переменных.

Для решения оптимизационной задачи используется градиентный метод оптимизации, что требует нахождения компонент градиента целевой функции по настраиваемым параметрам, которые можно записать в виде:

$$\frac{\partial J}{\partial u_k} = -\frac{2w_k}{N_k} \sum_{i=1}^{N_{\sigma}} (\sigma_i^f - \sigma_i^c) \frac{\partial \sigma_i^c}{\partial u_k} - \frac{2w_p}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} (p_i^f - p_i^c) \frac{\partial p_i^c}{\partial u_k} + \sum \frac{\partial f_{pnl}}{\partial u_k}, \quad (6)$$

где производную штрафной функции по управляющему параметру  $u$  можно записать в виде:

$$\frac{\partial f_{pnl}}{\partial u_k} = \pm 2w_{pnl} \sum_{j=1}^{N_c} f'_{sp} \frac{\partial x_j^c}{\partial u_k},$$

где  $N_c$  — количество точек, для которых задаются ограничения, знак перед значением определяется видом ограничения,  $x$  — фазовая переменная.

Решение оптимизационной задачи определяется на основе следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial J}{\partial u_k} = 0,$$

которая может быть решена с помощью итерационных методов.

На каждой итерации численно решается прямая задача (1-4) и осуществляется расчет производных целевой функции по настраиваемым параметрам модели [7, 9]. Численное решение прямой задачи находилось методом контрольного объема при использовании неявной схемы по времени.

В качестве метода машинного обучения была выбрана сеть радиально-базисных функций (РБФ), которая представляет собой простейшую разновидность нейронной сети [3, 4]. При исследовании в качестве функции активации использовалась функция Гаусса:

$$\varphi(r) = e^{-(\varepsilon r)^2}, \quad (7)$$

где  $r$  — расстояние от произвольной точки до центра базиса  $c$ ,  $\varepsilon$  — области влияния радиально-базисной функции. Выходом сети является значение интерполируемого параметра в произвольной точке, которое находится по формуле:

$$y = \sum_{i=1}^{Nr} w_i \varphi(r_i) + b,$$

где  $y$  — искомое значение,  $Nr$  — количество базисных точек,  $w$  — веса линейного слоя и  $b$  — свободный член, который в контексте решаемой задачи можно интерпретировать как средний уровень гидропроводности.

Таким образом, сеть радиально-базисных функций содержит 2 слоя: слой радиально-базисных функций с параметрами ( $c_i, \varepsilon_i$ ) и линейный слой с параметрами ( $w_i, b$ ).

## Результаты

### Вычислительный эксперимент

Вычислительный эксперимент был проведен на примере, решения задачи восстановления гидропроводности в одномерной постановке для симметричного элемента (рис. 2) нефтяного месторождения. Решение прямой (фильтрационной) и сопряженной задачи (нахождение производных фазовых переменных)

находилось численно при помощи гидродинамического симулятора разработанного на языке программирования Julia [7]. Обратная задача решалась в оптимизационной постановке, где настраиваемыми (управляющими) параметрами являются:  $c_p, \varepsilon_p, w_p, b$ .

При численном решении целевую функцию (4) необходимо записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 J = & w_\sigma \sum_{i=1}^{N\sigma} (\sigma_i^f - \sigma_i^c)^2 + w_p \sum_{i=1}^{Np} (p_i^f - p_i^c)^2 + \\
 & + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,lb}(\sigma_j^c, \sigma_{lb}) + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,ub}(\sigma_j^c, \sigma_{ub}) + \\
 & + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,lb}(p_j^c, p_{lb}) + \sum_{j=1}^{Nc} f_{pnl,ub}(p_j^c, p_{ub}),
 \end{aligned} \tag{8}$$

где  $N\sigma$  — количество точек с известным значением гидропроводности,  $Np$  — количество точек с известным значением давления,  $Nc$  — количество расчетных узлов,  $\sigma_{lb}$  и  $\sigma_{ub}$  — нижнее и верхнее экспертное ограничение на значение гидропроводности,  $p_{lb}$  и  $p_{ub}$  — нижнее и верхнее экспертное ограничение на значение пластового давления. В качестве исходной информации выступают замеры проницаемости на скважинах, давление в аквифере  $P_{aq}$ . Основные параметры решаемой задачи представлены в таблице 1.

В качестве экспертных ограничений для максимального пластового давления ( $p_{ub}$ ) может выступать максимально возможное давление на забое нагнетательной скважины, обусловленной технологическими ограничениями системы поддержания пластового давления. В качестве нижнего ограничения в рамках

Таблица 1

## Параметры задачи

Table 1

## Problem parameters

№	Параметр	Обозначение	Значения
1	Кол-во расчетных узлов	$Nc$	60
2	Кол-во замеров. гидроп.	$N\sigma$	2
3	Гидроп. на скв. № 1 и № 2 м <sup>3</sup> /МПа/сут.	$\sigma_{w1}, \sigma_{w2}$	10, 5
4	Эксп. ограничения. пласт. дав., МПа	$p_{lb}, p_{ub}$	0, 50
5	Эксп. ограничения. гидроп., м <sup>3</sup> /МПа/сут.	$\sigma_{lb}, \sigma_{ub}$	0, 1 000
6	Начальное пластовое давление, давление в аквифере МПа	$P_0, P_{aq}$	10

Таблица 2

## Режимы работы скважин

Table 2

## Well operation modes

№	$Q_1$ , м <sup>3</sup> /сут.	$Q_2$ , м <sup>3</sup> /сут.	Комментарий/режим
1	8	-8	Стационарный режим
2	0	-2	Режим работы доб. скважины
3	4	-8	Интенсивный отбор
4	12	-16	Интенсивный отбор
5	-2	0	Режим отработки наг. скв.
6	-1	-1	Добыча (2 скв.), без ППД
7	0	-3	Добыча (1 скв.), без ППД
8	8	-6	Перекомпенсация

тестовой задачи было выбрано физическое ограничение — абсолютное значение пластового давления должно быть положительной величиной. Нижнее ограничение для гидропроводности также было выбрано согласно физическому смыслу — значение должно быть положительной величиной, верхнее ограничение принято равным десятикратно увеличенному максимальному значению гидропроводности измеренному на всех скважинах месторождения.

Для решения задачи восстановления профиля гидропроводности в качестве обучающего набора использовались 5 вариантов парных режимов работы скважин (таблица 2, № 1-5). Режимы работы скважин формируются при помощи изменения значений расходов жидкости на скважинах. Необходимо, чтобы набор режимов включал в себя различные варианты режимов, встречающихся на практике. Качество настройки модели будет оцениваться при помощи «экзампонационного набора», состоящего из 3 режимов работы (таблица 2, № 6-8). В таблице 2 положительное значение расхода жидкости соответствует нагнетанию жидкости в пласт (нагнетательная скважина), отрицательное — добыче (добывающая скважина).

*Задача № 1*

На рис. 4 представлены профили гидропроводности для исследуемых вариантов. В качестве исходного варианта («Исх.»), используемого для оценки интерполируемых вариантов используется профиль в виде «ступеньки», характерный для фациальной неоднородности типа «река». Координата изменения значения гидропроводности (300 м) выбиралась отличной от середины расстояния между скважинами (200 м) для демонстрации отличия от варианта, полученного при помощи метода интерполяции ближайшего соседа. Профиль гидропроводности полученный при использовании предлагаемого метода на рис. 4 обозначен как «МО». Решение, полученное в результате применения предлагаемого подхода,

было сопоставлено с известными методами интерполяции, такими как линейная интерполяция («Лин.») и метод интерполяции ближайшего соседа («БС»).

При настройке модели МО положения центров РБФ совпадают с координатами скважин, параметры  $w$  и  $b$  рассчитываются так, чтобы значение гидропроводности вблизи скважин совпадало с фактическими значениями. В процессе настройки модели адаптируются к области влияния РБФ  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  (7).

Из рисунка видно, что все профили проходят через контрольные значения гидропроводности на скважинах, но имеют существенные различия в межскважинной зоне и участке экстраполяции (400-600 м). В случае решения задачи интерполяции гидропроводности отдельно от гидродинамической задачи все полученные профили удовлетворяют минимуму целевой функции MSE (5) для гидропроводности и могут в равной степени быть использованы в дальнейших расчетах.

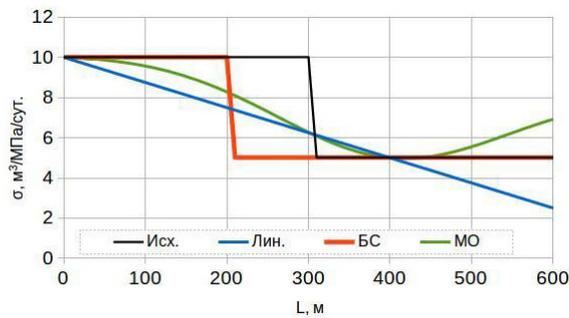


Рис. 4. Профиль гидропроводности для исходного варианта и различных методов интерполяции

Fig. 4. Hydroconductivity profile for the original case and various interpolation methods

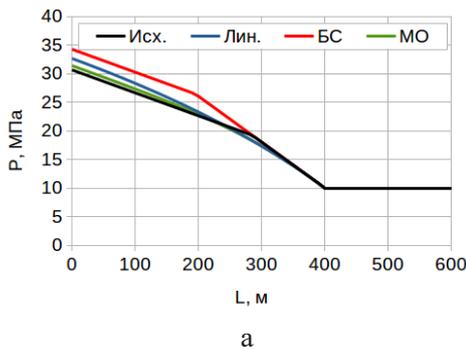


Рис. 5. Профиль давления для различных профилей гидропроводности, где «а» и «б» соответствуют режимам работы скважин № 1 и № 3

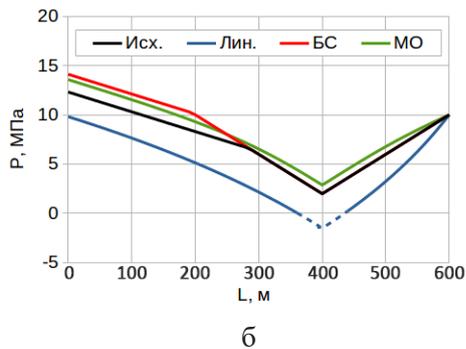


Fig. 5. Pressure profile for different profiles of hydroconductivity, where “а” and “б” correspond to the operating modes of wells No. 1 and No. 3

На основе рассчитанных профилей гидропроводности были рассчитаны профили давления для 5 режимов работы скважин. В качестве примера на рис. 5 приведены профили давления для 2 режимов работы (№ 1 и № 3, рис. 5а и 5б соответственно).

Из рис. 5 видно, что в случае режима работы № 1 профили давления похожи, это объясняется равенством объемов добываемой и закачиваемой жидкости. Интенсивность фильтрационных потоков максимальна в интервале между скважинами и распределение давления определяется средним значение гидропроводности на этом интервале, которое, в свою очередь, отличается между вариантами в пределах 14%. В случае использования режима № 3 (рис. 5б) видно значительное отличие профиля давления для варианта линейной интерполяции, более того, расчетное значение пластового давления становится отрицательным (пунктирная синяя линия) вблизи скважины № 2, что физически невозможно и при использовании целевой функции (8) приведет к срабатыванию «штрафных» слагаемых и росту ее значения. Таким образом, вариант использования линейного метода интерполяции может быть исключен при анализе результатов гидродинамического моделирования. Подобным образом были исследованы все варианты интерполяции для всех режимов работы скважин, значения целевой функции (ЦФ) для обучающего и экзаменационного набора данных представлены в виде гистограммы на рис. 6.

Каждый столбец представляет собой сумму значений ЦФ для каждого режима работы: 5 слагаемых для обучающего набора и 3 слагаемых для экзаменационного

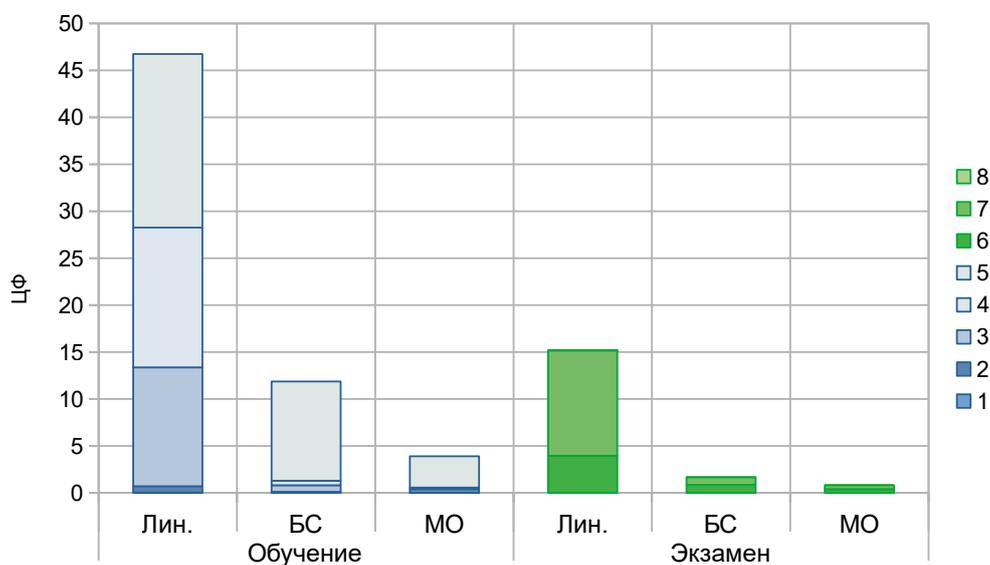


Рис. 6. Значения целевой функции при различных профилях гидропроводности для этапов обучения и экзамена

Fig. 6. Objective function values at different transmissibility profiles for training and exam stages

набора. Сильное отличие вариантов между собой по значению ЦФ объясняется срабатыванием «штрафных функций» при невыполнении ограничений. По значению ЦФ для «обучающего» и «экзаменационного» набора наилучшим является вариант, полученный в результате адаптивного метода — МО, следовательно, полученный в результате его работы профиль гидропрводности должен быть рекомендован к дальнейшему использованию при моделировании.

### Задача № 2

Решение задачи № 2 заключается в поиске профиля гидропроводности более сложной формы, исходный вид которого представлен на рис. 7 (синяя линия). Особенность профиля заключается в том, что между скважинами присутствует участок ( $150 < x < 250$  м) с гидропроводностью в четыре раза меньшей ( $\sigma = 2,5$  м<sup>3</sup>/МПа/сут.), чем в остальной области. Расчетная область и режимы работы скважин были использованы такие же, как в задаче № 1. Значения проницаемости и давления известны только на скважинах.

Для восстановления профиля гидропроводности был использован целевой функционал, который включает в себя слагаемые, отвечающие за MSE для давлений и гидропроводности на скважинах, а также экспертные ограничения для значений гидропроводности и давлений. В качестве настраиваемых параметров выступают: положение центров РБФ ( $c_i$ ), области влияния РБФ ( $\varepsilon_i$ ), веса линейного слоя ( $w_i$ ), а также свободный член ( $b$ ). Количество базисных точек выбрано равным 10.

В качестве данных для обучения использованы режимы работы 1-5 (таблица 1). На рис. 7 приведено сравнение исходного и восстановленного профиля гидропроводности.

Как видно из рис. 7, восстановленный профиль гидропроводности качественно воспроизводит наличие низкопрводимой зоны. Это становится возможным благодаря использованию данных полученных при решении задачи

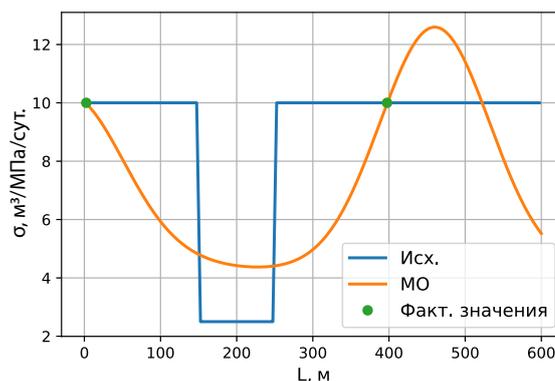


Рис. 7. Сопоставление исходного и восстановленного профиля гидропроводности

Fig. 7. Comparison of the original and the reconstructed profile of hydroconductivity

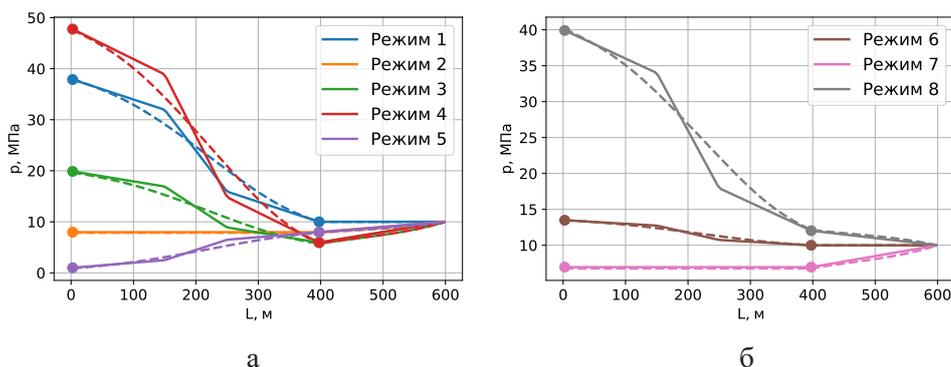


Рис. 8. Профиль давления для различных режимов работы скважин, где «а» и «б» соответствуют режимам, используемым при обучении и тестировании модели

Fig. 8. Pressure profiles for different modes of well operation, where “a” and “б” correspond to the modes used for training and testing of the model

фильтрации. На рис. 8 представлены профили давления для режимов работы скважин, используемых при обучении модели (рис. 8а) и для валидации полученных результатов (рис. 8б).

Как видно из графиков, для всех режимов работы восстановленный профиль гидропроводности позволяет получить хорошее соответствие замерам давления и гидропроводности в контрольных точках.

### Заключение

На примере решения задачи интерполяции гидропроводности для нефтяного месторождения был продемонстрирован подход к совместному использованию физически содержательной модели фильтрации и методов машинного обучения, позволяющий учитывать, помимо геологических данных, знания о режимах работы скважин. Применение радиальных базисных функций в качестве метода интерполяции позволяет значительно улучшить качество настройки модели, и использовать более обширный набор доступной исходной информации. Использование простой гидродинамической модели позволяет восстановить профиль гидропроводности, соответствующий не только замерам геологических параметров, но и обеспечивающий выполнение экспертных и физических ограничений для пластового давления. Таким образом, гидродинамическая модель выступает в роли регуляризатора при решении задачи интерполяции. Для получения удовлетворительного решения необходимо использовать различные режимы работы скважин. Выбор итогового варианта модели необходимо осуществлять при использовании обучающего и экзаменационного набора данных, подобный подход позволяет оценить качество получаемого решения. При совместном использовании методов машинного обучения и фильтрационной модели удалось получить качественный вид профиля гидропроводности при хорошем количественном совпадении расчетных и фактических параметров.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Басниев К. С. Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, Н. М. Дмитриев, Р. Д. Каневская, В. М. Максимов // М.-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2006. 488 с.
2. Закиров И. С. Развитие теории и практики разработки нефтяных месторождений / И. С. Закиров. М.-Ижевск: Ин-т компьютерных технологий, 2006. 356 с.
3. Роженко А. И. Сравнение радиальных базисных функций / А. И. Роженко // Сибирский журнал вычислительной математики. 2018. Том 21. № 3. С. 273-292. DOI: 10.15372/SJNM20180304
4. Broomhead D. H. Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks / D. H. Broomhead, D. Lowe // Complex Systems: Journal. 1988. Vol. 2. No. 3. Pp. 321-355.
5. Ertekin T. Artificial Intelligence Applications in Reservoir Engineering: A Status Check / T. Ertekin, Q. Sun // Energies. 2019. Vol. 12. Art. 2897. DOI: 10.3390/en12152897
6. Glorot X. Deep sparse rectifier neural networks / X. Glorot, A. Bordes, Y. Bengio // The 14<sup>th</sup> International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. 2011. Vol. 15. Pp. 315-323.
7. Kosyakov V. P. Structural and Parametric Identification of an Aquifer Model for an Oil Reservoir / V. P. Kosyakov // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. Vol. 41. No. 7. Pp. 1242-1247. DOI: 10.1134/S1995080220070239
8. Misbahuddin M. Estimating Petrophysical Properties of Shale Rock Using Conventional Neural Networks CNN. / M. Misbahuddin // Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition. 2020. DOI: 10.2118/204272-STU
9. Musakaev E. N. Parameter identification for sector filtration model of an oil reservoir with complex structure / E. N. Musakaev, S. P. Rodionov, D. Yu. Legostaev, V. P. Kosyakov // AIP Conference Proceedings. 2019. Vol. 2125. Art. 030113. DOI: 10.1063/1.5117495
10. Otchere D. A. Application of supervised machine learning paradigms in the prediction of petroleum reservoir properties: Comparative analysis of ANN and SVM models / D. A. Otchere, T. O. Arbi Ganat, R. Gholami, S. Ridha // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2021. Vol. 200. Art. 108182. DOI: 10.1016/j.petrol.2020.108182

Vitaly P. KOSYAKOV<sup>1</sup>  
Dmitry Yu. LEGOSTAEV<sup>2</sup>  
Emil N. MUSAKAEV<sup>3</sup>

UDC 519.6 (004.8.032.26)

**THE PROBLEM OF THE COMBINED USE  
OF FILTRATION THEORY AND MACHINE LEARNING ELEMENTS  
FOR SOLVING THE INVERSE PROBLEM  
OF RESTORING THE HYDRAULIC CONDUCTIVITY  
OF AN OIL FIELD\***

- <sup>1</sup> Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher,  
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences;  
Associate Professor, Department of Oil and Gas Flow Metering,  
University of Tyumen  
lik.24@yandex.ru; ORCID: 0000-0002-2297-408X
- <sup>2</sup> Junior Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences;  
Senior Lecturer, Department of Applied and Technical Physics,  
University of Tyumen  
legostaevdy@yandex.ru; ORCID: 0000-0001-6371-7031
- <sup>3</sup> Junior Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute  
of Theoretical and Applied Mechanics  
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences  
musakaev91@gmail.com

---

\* The research was funded by the RFBR and Tyumen Region, project No. 20-41-720004.

---

**Citation:** Kosyakov V. P., Legostaev D. Yu., Musakaev E. N. 2021. "The problem of the combined use of filtration theory and machine learning elements for solving the inverse problem of restoring the hydraulic conductivity of an oil field". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 2 (26), pp. 113-129.  
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-113-129

**Abstract**

This article presents the methodology involving the combined use of machine learning elements and a physically meaningful filtration model. The authors propose using a network of radial basis functions for solving the problem of restoring hydraulic conductivity in the interwell space for an oil field. The advantage of the proposed approach in comparison with classical interpolation methods as applied to the problems of reconstructing the filtration-capacitive properties of the interwell space is shown. The paper considers an algorithm for the interaction of machine learning methods, a filtration model, a mechanism for separating input data, a form of a general objective function, which includes physical and expert constraints. The research was carried out on the example of a symmetrical element of an oil field. The proposed procedure for finding a solution includes solving a direct and an adjoint problem.

**Keywords**

Filtration, mathematical modeling, inverse problems, forecasting quality, underground hydrodynamics, machine learning, radial basis functions.

**DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-113-129**

**REFERENCES**

1. Basniev K. S., Dmitriev N. M., Kanevskaya R. D., Maksimov V. M. 2006. Underground Hydromechanics. Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Research. 488 pp. [In Russian]
2. Zakirov I. S. 2006. Development of the Theory and Practice of Oil Field Development. Moscow, Izhevsk: Institute of Computer Technologies. 356 pp. [In Russian]
3. Rozhenko A. I., 2018. Comparison of Radial Basis Functions. *Sibirskiy zhurnal vychislitelnoy matematiki*, vol. 21, no. 3, pp. 273-292. DOI: 10.15372/SJNM20180304 [In Russian]
4. Broomhead D. H., Lowe D. 1988. "Multivariable functional interpolation and adaptive networks". *Complex Systems: Journal*, vol. 2, pp. 321-355.
5. Ertekin T., Sun Q. 2019. "Artificial intelligence applications in reservoir engineering: a status check". *Energies*, vol. 12, art. 2897.
6. Glorot X., Bordes A., Bengio Y. 2011. "Deep sparse rectifier neural networks". *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, vol. 15, pp. 315-323.
7. Kosyakov V. P. 2020. "Structural and parametric identification of an aquifer model for an oil reservoir". *Lobachevskii Journal of Mathematics*, vol. 41, pp. 1242-1247. DOI: 10.1134/S1995080220070239
8. Misbahuddin M. 2020. "Estimating Petrophysical properties of shale rock using conventional neural networks CNN". *Society of Petroleum Engineers*. DOI: 10.2118/204272-STU
9. Musakaev E. N., Rodionov S. P., Legostaev D. Yu., Kosyakov V. P. 2009. "Parameter identification for sector filtration model of an oil reservoir with complex structure". *AIP Conference Proceedings*, vol. 2125, art. 030113. DOI: 10.1063/1.5117495
10. Otchere D. A., Arbi Ganat T. O., Gholami R., Ridha S. 2021. "Application of supervised machine learning paradigms in the prediction of petroleum reservoir properties: Comparative analysis of ANN and SVM models". *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 200, art. 108182. DOI: 10.1016/j.petrol.2020.108182