

Альберт Эдуардович БРАНД¹
Юрий Евгеньевич ЯКУБОВСКИЙ²

УДК 330.354+519.86

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОКОЛЕНИЙ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ИЗДЕЛИЙ
НА КОНКУРЕНТНОМ РЫНКЕ**

¹ аспирант кафедры алгебры и математической логики,
Тюменский государственный университет
brand.albert@yandex.ru

² доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедры прикладной механики,
Тюменский индустриальный университет
yakubov@tyuiu.ru

Аннотация

Статья посвящена исследованию процесса распространения поколений промышленных изделий на конкурентном рынке и оценке влияния характеристик поколений изделий и дестабилизирующих факторов на объем их продаж. В качестве характеристик используются уровень инновационности и конкурентоспособности поколений, дано их определение и математическая формализация. В исследовании используются обобщенная модель Ф. Басса, положения концепции «многопродуктовой конкуренции» Р. Петерсона и В. Махаджана и концепции об изменчивости поведения потребителей разных поколений Т. Ислама и Н. Мида. Получена модель распространения поколений промышленных изделий конкурирующих брендов на дуопольном рынке с учетом дестабилизирующих факторов. На основе модели построены уравнения, устанавливающие связь между долями потребителей конкурирующих поколений изделий.

Цитирование: Бранд А. Э. Математическое моделирование распространения поколений промышленных изделий на конкурентном рынке / А. Э. Бранд, Ю. Е. Якубовский // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 2 (26). С. 206-222.
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-206-222

В качестве базы для апробации выступают статистические данные распространения поколений стационарных игровых консолей компаний Sony и Microsoft на глобальном и региональном рынках. Для идентификации параметров модели и определения наличия и тесноты связи применяются корреляционно-регрессионный анализ и метод наименьших квадратов. Полученные результаты демонстрируют высокий уровень корреляции между объемом продаж каждого поколения консолей и характеристиками поколений консолей. Установлено, что с увеличением оказываемого влияния со стороны конкурента уменьшается кумулятивная доля рынка рассматриваемого поколения изделия и с увеличением уровня инновационности поколения изделия увеличивается его уровень конкурентоспособности. Полученные результаты обработки прогнозных и фактических данных распространения поколений демонстрируют значительное влияние дестабилизирующих факторов на процесс распространения поколений. Теоретическая значимость работы состоит в развитии модели распространения поколений промышленных изделий для частного случая с дуальной структурой рынка. Практическая значимость заключается в получении расчетных значений связи между объемом продаж каждого поколения консолей и их характеристиками.

Ключевые слова

Поколения инноваций, распространение инноваций, уровень инновационности, уровень конкурентоспособности, стационарные игровые консоли, дестабилизирующие факторы.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-206-222

Введение

Формирование инновационной экономики, характеризующееся активным использованием результатов научно-технического прогресса реальным сектором экономики, оказало значительное влияние на теорию диффузии инноваций, расширив классическую модель распространения инноваций в виде товаров длительного пользования на монопольном рынке.

На фоне происходящей глобализации и цифровизации формируются новые сетевые формы кооперации и консолидации науки и производства, оптимизируются цепочки поставок материалов и комплектующих, сокращается жизненный цикл технологий и оборудования. Указанные обстоятельства, сопровождаемые общей нестабильностью и ускорением технологических и социальных изменений, порождают качественно новую конкурентную среду.

Возрастающая роль и значимость конкуренции отмечена как на федеральном уровне в ряде национальных проектов и государственных программ, так и на международном в ежегодных докладах Всемирного экономического форума о глобальной конкурентоспособности. По результатам исследования аналитического центра при Правительстве Российской Федерации за 2015-2020 гг. около 50% опрошенных отечественных предприятий оценивают рыночную

среду как «высоко конкурентную» и «очень высоко конкурентную» с увеличением числа конкурентов [3]. Возникающая конкурентная борьба, направленная на удержание и рост собственной доли рынка, становится для производителей ведущим фактором постоянного улучшения характеристик своей продукции.

Как следствие, среди отечественных и зарубежных ученых высокую актуальность приобрело исследовательское направление, посвященное математическому моделированию распространения товаров на олигопольном рынке. Научные работы Р. Петерсона и В. Махаджана [15], Ф. Паркера и Х. Гатингнона [13] дали мощный импульс в математической формализации и количественной оценке конкуренции в диффузионных моделях.

Однако в настоящее время большинство научных работ сфокусировано на исследовании распространения товаров на олигопольном рынке без учета смены поколений товаров. Одной из причин сложившейся ситуации является отсутствие единого определения и подхода к количественной и качественной оценке конкурентоспособности [2]. Не менее значимым является необходимость учета возрастающей нестабильности, проявляющейся в возникновении дестабилизирующих факторов, оказывающих влияние на процесс распространения каждого поколения и его отклонение от прогнозных значений. Наиболее сильно указанным факторам подвержены материальные промышленные изделия.

В соответствии с вышеизложенным целью статьи является исследование процесса распространения поколений промышленных изделий на конкурентном рынке и оценка влияния характеристик поколений изделий и дестабилизирующих факторов. В качестве характеристик поколений изделий используются уровень инновационности и конкурентоспособности поколений.

Исследование является продолжением работы [1], посвященной оценке связи между уровнем инновационности и процессом распространения поколений промышленных изделий.

Теоретическую базу исследования составляют: обобщенная модель Ф. Басса, положения концепции «многопродуктовой конкуренции» Р. Петерсона и В. Махаджана и концепции изменчивости поведения потребителей разных поколений Т. Ислама и Н. Мида; в качестве метода исследования используется корреляционно-регрессионный анализ с применением метода наименьших квадратов; для апробации результатов исследования используются статистические данные о продажах поколений стационарных игровых консолей компаний Sony и Microsoft на глобальном и региональном рынках.

На основе проведенного сравнительного анализа релевантной научной литературы в рамках теории диффузии инноваций в работе применяется следующий понятийный аппарат: уровень инновационности поколения изделия определяется как количественное значение совокупности воспринимаемых потребителями (клиентами) изменений, вносимых в поколение и определяющих его потребительскую новизну; уровень конкурентоспособности поколения изделия определяется как количественное значение свойства поколения изделия превосходить конкурирующие изделия по совокупности воспринимаемых потребителями параметров

и оказывать воздействие на их количественные показатели распространения (скорость и объем продаж).

Структурно статья представлена тремя основными разделами: в первом разделе изложен обзор научной проработанности вопроса, позволяющий сформулировать направление исследования. Во втором разделе приводятся и описываются математическая модель и метод исследования. В третьем разделе демонстрируются результаты исследования. В конце статьи обсуждаются полученные результаты, их теоретическая и практическая значимость, а также дальнейшие перспективы исследования.

Степень научной проработанности вопроса

Модель распространения изделия с учетом дестабилизирующих факторов может быть записана в виде нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\frac{dF(t)}{dt} = g(t, F(t), x(t))[1 - F(t)]. \quad (1)$$

Модель имеет вид задачи Коши и представляет собой обобщенную модель Ф. Басса (Generalized Bass Model, GBM) [4] с начальным условием $F(0) = F_0$ и граничными условиями $F \in [0; 1]$, где $dF(t)/dt$ — скорость распространения изделия или скорость роста доли потребителей; $F(t)$ — кумулятивная доля потребителей за время t (по отношению к рыночному потенциалу); $g(t, F(t), x(t)) = (p + qF(t))x(t)$ — коэффициент диффузии интерпретируемый как вероятность покупки в момент времени t ; $[1 - F(t)]$ — кумулятивная доля потенциальных потребителей (неосвоенная часть рынка); p — коэффициент инновации, представляющий собой «эффект рекламы» при предположении, что потребители-новаторы узнают об изделии из СМИ или случайно; q — коэффициент имитации, выражающий эффект «из уст в уста», при предположении, что потребители-имитаторы узнают об изделии от действующих потребителей; t — время; $x(t)$ — функция дестабилизирующих факторов, $x(t) \in [0; +\infty)$.

Первоначально параметр $x(t)$ содержал функцию изменения цены изделия и описывал маркетинговые стратегии компании [4]. Однако последующие исследования показали, что назначение параметра $x(t)$ может быть расширено до учета дестабилизирующих факторов, влияющих на процесс распространения. Так, в работе [8] при моделировании истощения запасов сырой нефти и природного газа $x(t)$ описывал политические, экологические и технологические факторы. В исследовании [7] $x(t)$ использовался для учета государственных стимулирующих мер и институциональных барьеров при прогнозировании внедрения фотоэлектрических систем в различных странах. Схожее исследование проведено [6] для оценки распространения технологии ветроэнергетики с учетом стимулирующих мер на рынках США и Европы.

При $x(t) = 1$ уравнение (1) сводится к классической модели Ф. Басса, при которой процесс распространения описывается логистической S -кривой,

симметричной относительно точки t^* на временном отрезке $[0; 2t^*]$, то есть $F(t - 1) = F(t + 1)$ при $t \in [0; t^*]$. При $x(t) > 1$, процесс распространения ускоряется с течением времени и скорость прироста доли потребителей увеличивается, при $x(t) < 1$ процесс распространения замедляется и скорость прироста доли потребителей уменьшается.

Дифференциальное уравнение (1) относится к уравнениям Рикатти и может быть решено аналитически в предположении постоянства параметров p, q и при начальном условии $F(0) = F_0$. При $F_0 = 0$ и $X(t) = \int_0^t x(t) dt$ решение примет следующий вид [4]:

$$F(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)X(t)}}{1 + \left(\frac{q}{p}\right) e^{-(p+q)X(t)}}. \quad (2)$$

В приведенных исследованиях отмечается, что модель GBM по сравнению с классической моделью Ф. Басса более универсальна. Однако обе модели имеют идентичные ограничения и допущения, в том числе структура рынка в моделях — монополистическая, при которой распространение происходит без конкурентов и смены поколений изделия.

Первая концепция учета конкуренции в диффузионных моделях относится к работе Петерсона и Махаджана [15], описывающей класс детерминированных многопродуктовых моделей распространения изделий. В исследовании авторами выдвинута гипотеза, что конкурирующие влияния изделий пропорциональны потенциальным размерам рынков этих изделий. В дальнейшем Ф. Паркером и Х. Гатиньоном в работе [13] была предложена и апробирована гипотеза, что общий потенциальный размер рынка представляет собой сумму размеров рынков всех конкурирующих изделий, снизив трудоемкость идентификации параметров модели и их количество. Для двух конкурирующих изделий модель распространения примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dF_1(t)}{dt} = [p_1 + q_1 F_1(t) - \gamma_2 F_2(t)][1 - F(t)], \\ \frac{dF_2(t)}{dt} = [p_2 + q_2 F_2(t) - \gamma_1 F_1(t)][1 - F(t)] \end{cases} \quad (3)$$

при $F(t) = F_1(t) + F_2(t)$, где γ_1, γ_2 — коэффициент конкурирующего влияния первого изделия на второе и наоборот соответственно.

Уравнение (3) представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка, решением которой при $F(0) = F_0 = 0$ является:

$$F_i(t) = \frac{1 - e^{-(p_i+q_i-\gamma_j)t}}{1 + \left(\frac{q_i}{p_i}\right) e^{-(p_i+q_i-\gamma_j)t}} \quad (4)$$

при $i, j = 1, 2$ и $i \neq j$.

Подробный обзор исследований моделей на основе концепции «многопродуктовой конкуренции» изложен в [11, 14]. В своих выводах авторами отмечена необходимость дальнейшего развития моделей распространения конкурирующих изделий с учетом смены поколений и факторов, влияющих на процесс распространения.

Так, в работе [5] предложена диффузионная модель роста абонента мобильного Интернета на Тайване с использованием концепции «многопродуктовой конкуренции», дополненной моделью Нортана — Басса (NB), описывающей смену поколений и учетом изменчивости поведения потребителей разных поколений. В качестве вывода авторы отмечают необходимость дополнения полученной модели переменными, которые отражают влияние стратегии компании на процесс распространения изделия.

В более позднем исследовании [9] предложена мультигенерационная диффузионная модель на основе модели NB, дополненная переменной $x(t)$, идентичной в уравнении (1), учитывающей стратегию компаний. Полученные результаты исследования демонстрируют более высокую степень согласованности данных при прогнозировании и гибкость в оценке параметров модели. Однако модель оставляет без внимания существование конкурирующего изделия, а также связь между коэффициентами инновационности и имитационности разных поколений изделия.

Используемая в вышеприведенных работах модель NB базируется на предположении о влиянии рыночных потенциалов поколений друг на друга, которое неоднократно обсуждалось в научной литературе. В работе [1] была поставлена и апробирована гипотеза о независимости рыночных потенциалов для последовательных поколений промышленных изделий.

Таким образом, актуальным является исследование процесса распространения промышленных изделий на конкурентном рынке с учетом смены поколений и оценка влияния характеристик поколений изделий и дестабилизирующих факторов на их скорость и объем продаж.

Методология исследования

Рассмотрим дуополию как частный случай олигопольного рынка, при котором рынок разделен между двумя конкурирующими производителями (брендами) — X и Y . Модель распространения поколений промышленных изделий конкурирующих брендов в общем виде примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dF_i^X(t)}{dt} = \left(p_i^X + q_i^X F_i^X(t) - \sum_{j=1}^M \gamma_j^Y F_j^Y(t) - \sum_{a \neq i}^N r_a^X F_a^X(t - \tau_a^X) \right) [1 - F(t)] x_i^X(t), \\ \frac{dF_j^Y(t)}{dt} = \left(p_j^Y + q_j^Y F_j^Y(t) - \sum_{i=1}^N \gamma_i^X F_i^X(t) - \sum_{b \neq j}^M r_b^Y F_b^Y(t - \tau_b^Y) \right) [1 - F(t)] x_j^Y(t), \end{cases} \quad (5)$$

где
$$F(t) = \sum_{i=1}^N F_i^X(t) + \sum_{j=1}^M F_j^Y(t), \tau_a^X, \tau_b^Y \leq t. \quad (6)$$

Здесь γ_i^X, γ_j^Y — конкурентное влияние в рамках межбрендовой конкуренции; r_a^X, r_b^Y — конкурентное влияние в рамках внутривендовой конкуренции; τ_a^X, τ_b^Y — время выхода конкурирующих поколений бренда X и Y соответственно; N, M — количество поколений бренда X и Y соответственно; i, j — порядковые номера рассматриваемых поколений брендов X и Y соответственно.

Уровень инновационности и уровень конкурентоспособности поколения изделия, описывающие его характеристики, определяются как:

- для бренда X : уровень инновационности (У. И.) = $p_i^X + q_i^X$; уровень конкурентоспособности (У. К.) = γ_i^X ;
- для бренда Y : уровень инновационности (У. И.) = $p_j^Y + q_j^Y$; уровень конкурентоспособности (У. К.) = γ_j^Y .

Примем в качестве допущения следующие положения: (1) время начала распространения поколений изделий идентично; (2) внутривендовая конкуренция отсутствует, т. е. $r_a^X, r_b^Y = 0$. Перепишем систему уравнений (5) на случай двух поколений:

$$\begin{cases} \frac{dF_1^X(t)}{dt} = (p_1^X + q_1^X F_1^X(t) - \gamma_1^Y F_1^Y(t)) [1 - F(t)] x_1^X(t), \\ \frac{dF_2^X(t)}{dt} = (p_2^X + q_2^X F_2^X(t - \tau) - \gamma_2^Y F_2^Y(t - \tau)) [1 - F(t)] x_2^X(t), \\ \frac{dF_1^Y(t)}{dt} = (p_1^Y + q_1^Y F_1^Y(t) - \gamma_1^X F_1^X(t)) [1 - F(t)] x_1^Y(t), \\ \frac{dF_2^Y(t)}{dt} = (p_2^Y + q_2^Y F_2^Y(t - \tau) - \gamma_2^X F_2^X(t - \tau)) [1 - F(t)] x_2^Y(t), \end{cases} \quad (7)$$

где кумулятивная доля потенциальных потребителей поколений изделий $F(t) = F_1^X(t) + F_1^Y(t) + F_2^X(t - \tau) + F_2^Y(t - \tau)$.

Модель (7) представляет собой систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений 4-го порядка, описывающую распространение поколений изделий на конкурентном рынке. Связь между коэффициентами инновационности и имитационности последовательных поколений рассмотрена в [1] и может быть выражена в общем виде:

$$\begin{aligned} q_{k+1} &= q_k + \Delta q_k = q_k + \Delta q_k(C_k^q), \\ p_{k+1} &= p_k + \Delta p_k = p_k + \Delta p_k(C_k^p) \end{aligned} \quad (8)$$

при $k \geq 1$, где k — номер поколения изделия, $\Delta p_k(C_k^p)$ и $\Delta q_k(C_k^q)$ — функции изменения коэффициента инновационности и имитационности в зависимости от изменения цены на изделие и эксплуатационных издержек, соответственно.

Построим уравнение, устанавливающее связь между долями потребителей поколений изделий. Рассмотрим момент времени насыщения рынка $F(t) = 1$. Преобразуем уравнения, описывающие конкуренцию между первыми поколениями брендов, к виду:

$$\frac{dF_1^X(t)}{dF_1^Y(t)} = \frac{(p_1^X + q_1^X F_1^X(t) - \gamma_1^Y F_1^Y(t)) [1 - F(t)] x_1^X(t)}{(p_1^Y + q_1^Y F_1^Y(t) - \gamma_1^X F_1^X(t)) [1 - F(t)] x_1^Y(t)}. \quad (9)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \frac{dF_1^X(t)}{(p_1^X + q_1^X F_1^X(t) - \gamma_1^Y F_1^Y(t)) x_1^X(t)} &= \\ &= \frac{dF_1^Y(t)}{(p_1^Y + q_1^Y F_1^Y(t) - \gamma_1^X F_1^X(t)) x_1^Y(t)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Проинтегрировав равенство, получим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{q_1^X x_1^X(t)} \ln(p_1^X + q_1^X F_1^X(t) - \gamma_1^Y F_1^Y(t)) &= \\ = \frac{1}{q_1^Y x_1^Y(t)} \ln(p_1^Y + q_1^Y F_1^Y(t) - \gamma_1^X F_1^X(t)) + C. \end{aligned} \quad (11)$$

При начальном условии $F_1^X(0) = F_1^Y(0) = 0$ константа интегрирования C определяется как:

$$C = \frac{1}{q_1^X x_1^X(t)} \ln(p_1^X) - \frac{1}{q_1^Y x_1^Y(t)} \ln(p_1^Y). \quad (12)$$

Подставив уравнение (12) в уравнение (11) и применив свойства натурального логарифма, получим:

$$1 + \frac{q_1^X}{p_1^X} F_1^X(t) - \frac{\gamma_1^Y}{p_1^X} F_1^Y(t) = \left(1 + \frac{q_1^Y}{p_1^Y} F_1^Y(t) - \frac{\gamma_1^X}{p_1^Y} F_1^X(t) \right)^{\frac{q_1^X x_1^X(t)}{q_1^Y x_1^Y(t)}}. \quad (13)$$

При отсутствии конкурентного влияния $\gamma_1^X = \gamma_1^Y = 0$ и дестабилизирующих факторов $x_1^X(t) = x_1^Y(t) = 0$ уравнение (13) примет вид аналогичный в работе [10]:

$$1 + \frac{q_1^X}{p_1^X} F_1^X(t) = \left(1 + \frac{q_1^Y}{p_1^Y} F_1^Y(t) \right)^{\frac{q_1^X}{q_1^Y}}. \quad (14)$$

Идентично получается равенство для вторых поколений изделий. Условием существования максимума у функции $dF(t)/t$ и точки перегиба, дающую S-образную кривую распространения является $q/p > 1$. В противном случае $dF(t)/t$ примет вид монотонно убывающей во времени функции.

Оценка параметров $p, q, \gamma, X(t)$ системы уравнений (7) производилась в три этапа. Первый этап содержит оценку параметров p и q и производится согласно описанному алгоритму в [1] путем дискретизации каждого уравнения модели (8)

для случая распространения поколений изделий без учета межбрендовой конкуренции и дестабилизирующих факторов с преобразованием уравнения в форму регрессионной модели. Далее к полученным с помощью регрессионного анализа оценкам параметров функции регрессии применяется обыкновенный метод наименьших квадратов (МНК), являющийся относительно простым в использовании и распространенным методом при оценке параметров диффузионных моделей. При использовании МНК была проведена проверка на наличие автокорреляции остатков, нормальность распределения остаточной компоненты, гетероскедастичность, случайный характер остатков и нулевую среднюю величину остатков. Статистическая значимость уравнения проверена с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера. По результатам проверок сделаны выводы о возможности использования МНК.

Второй этап содержит оценку параметра γ и производится способом, аналогичным описанному способу на первом этапе для случая распространения поколений изделий с межбрендовой конкуренцией на общем рынке с известными p и q без учета $X(t)$. Третий этап содержит оценку параметра $X(t)$ в виде функциональной зависимости между прогнозными и фактическими значениями распространения поколений изделий. Для определения наличия и силы связи между кумулятивным объемом рынка каждого поколения, характеризующего процесс распространения, и характеристиками поколений и $X(t)$ использовался корреляционный анализ.

Для апробации модели (7) используются следующие открытые статистические данные: данные о продажах поколений стационарных игровых консолей компаний Sony [16] и Microsoft [12] на глобальном рынке, аккумулированных в годовых отчетах компаний и отчет о консолидированных финансовых результатах, а также данные о продажах на региональном рынке США платформы международной статистической информации Statista [17]. В качестве поколений стационарных игровых консолей рассматриваются: PlayStation 3 (PS3), PlayStation 4 (PS4), Xbox 360 и Xbox One.

На рис. 1 и 2 изображены данные об абсолютных продажах рассматриваемых игровых консолей на глобальном и региональном рынках.

Из данных рисунков видно, что графики глобальных и региональных продаж имеют схожую форму с S-образной логистической кривой со стадиями в виде начала продаж, его пика, принимающего вид глобального максимума, и снижения. Моментом входа нового поколения изделия на рынок (начало продаж) совпадает с началом этапа снижения продаж предыдущего поколения.

Результаты

В таблицах 1-3 представлены результаты обработки данных продаж консолей. В таблице 1 представлены данные по коэффициентам инновационности p и имитационности q консолей при значимости (p -value) на уровне 0,05. Для характеристики точности полученных оценок использовалась стандартная ошибка оценки (MSE). В таблице 2 представлены коэффициенты конкурирующего влияния γ . В таблице 3 и на рис. 3 представлена оценка дестабилизирующих факторов $X(t)$.

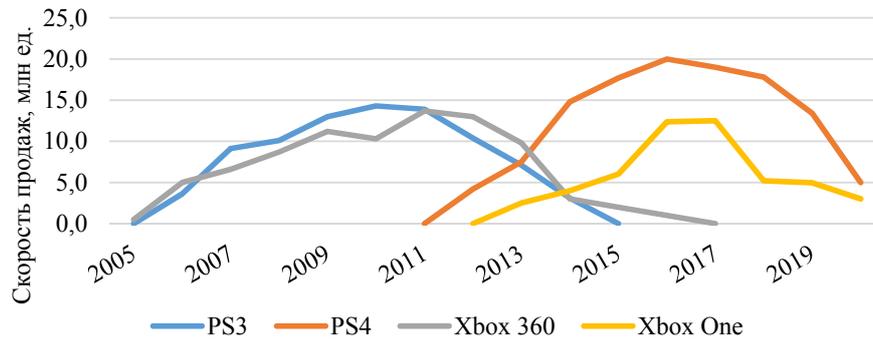


Рис. 1. График абсолютных продаж игровых консолей компаний Sony и Microsoft на глобальном рынке, млн ед.

Fig. 1. Chart of absolute sales of Sony and Microsoft video game consoles on the global market, mln units

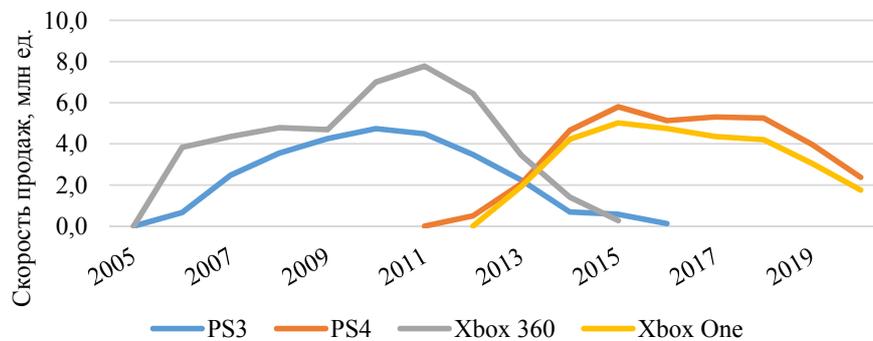


Рис. 2. График абсолютных продаж стационарных игровых консолей компаний Sony и Microsoft на региональном рынке США, млн ед.

Fig. 2. Chart of absolute sales of Sony and Microsoft game consoles in the USA regional market, mln units

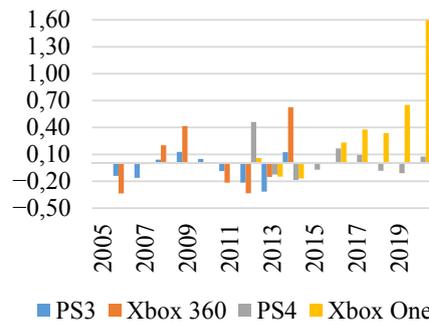
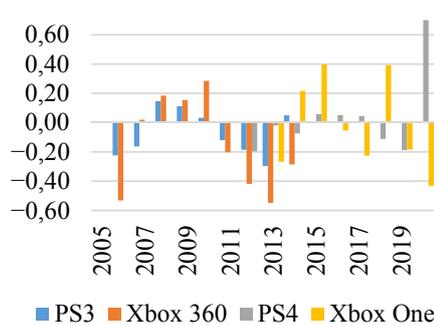


Рис. 3. График отклонения значений функции дестабилизирующих факторов $X(t)$ на глобальном (слева) и региональном (справа) рынках

Fig. 3. Graph of the deviation of the values of the function of exogenous and endogenous factors $X(t)$ in the global and US regional markets

Таблица 1

**Коэффициенты инновационности
и имитационности поколений
стационарных игровых консолей**

Консоль	Глобальный рынок				Региональный рынок США			
	p	q	R^2	MSE	p	q	R^2	MSE
PS3	0,006	0,679	0,897	1,91	0,004	0,706	0,937	0,48
Xbox 360	0,003	0,592	0,798	2,46	0,007	0,565	0,709	1,51
PS4	0,007	0,609	0,938	2,03	0,011	0,579	0,935	0,64
Xbox One	-0,012	0,913	0,864	1,82	0,011	0,616	0,947	0,48

Table 1

**Coefficients of innovation
and imitation of generations
of home video game consoles**

Таблица 2

**Коэффициент конкурирующего
влияния поколений стационарных
игровых консолей**

Консоль	Глобальный рынок	Региональный рынок США
	γ	
PS3	0,134	0,214
Xbox 360	0,176	0,102
PS4	0,079	0,128
Xbox One	0,297	0,168

Table 2

**The coefficient of competing
influence of home video game
consoles**

Таблица 3

**Диапазон количественных
значений дестабилизирующих
факторов $X(t)$**

Консоль	Глобальный рынок	Региональный рынок США
	$X(t)$	
PS3	[0,70-1,15]	[0,68-1,13]
Xbox 360	[0,45-1,28]	[0,66-1,62]
PS4	[0,80-1,73]	[0,82-1,46]
Xbox One	[0,77-1,40]	[0,83-2,60]

Table 3

**Evaluation of exogenous
and endogenous factors $X(t)$ for each
of the considered generations
of home video game consoles**

В ходе проведенного корреляционного анализа на предмет определения наличия и оценки силы связи между кумулятивным объемом рынка каждого поколения консолей и такими характеристиками консолей, как уровень инновационности и конкурентоспособности поколений консоли получены следующие результаты:

- С увеличением оказываемого влияния со стороны конкурента уменьшается кумулятивная доля рынка рассматриваемого поколения изделия. Коэффициент корреляции, отражающий силу связи, равен « $-0,70$ » и характеризует корреляцию по шкале Чеддока как высокую;
- С увеличением коэффициента инновации (эффекта «рекламы») уменьшается коэффициент имитации (эффект «из уст в уста»). Коэффициент корреляции равен « $-0,89$ » и характеризует корреляцию как высокую;
- С увеличением уровня инновационности поколения консоли ($p + q$) увеличивается его уровень конкурентоспособности и, как следствие, оказываемое им конкурентное влияние. Коэффициент корреляции равен « $0,73$ », корреляция высокая.

На рис. 3 представлены графики отклонения значений функции дестабилизирующих факторов $X(t)$ от $X(t) = 1$ для каждого из рассматриваемых поколений стационарных игровых консолей на глобальном и региональном рынках.

На основе анализа информации, представленной в годовых отчетах и отчете о консолидированных финансовых результатах компаний Sony и Microsoft, а также другой релевантной литературы, описывающей процесс распространения консолей, можно предположить, что к дестабилизирующим факторам относятся: эпидемиологическая обстановка и ограничительные меры, нарушение логистических цепочек поставок комплектующих и возникающий дефицит изделий на рынке, заводской брак или дефектное программное обновление с последующим возвратом изделий, начало продаж нового поколения консоли, создающего негативный информационный фон для предыдущего поколения.

По данным графиков (рис. 3 и 4) в части совпадающих временных периодах наблюдается разнонаправленная реакция на дестабилизирующие факторы на глобальном и региональном рынках. Это может быть объяснено разным социально-экономическим уровнем развития представителей рынков (потребителей) и отличительными характеристиками среды распространения консолей.

Обсуждение и выводы

В рамках проведенного исследования получена модель распространения поколений промышленных изделий конкурирующих брендов на дуопольном рынке с учетом дестабилизирующих факторов. На основе модели построены уравнения, устанавливающие связь между долями потребителей конкурирующих поколений изделий.

Установлено наличие и сила связи между кумулятивным объемом рынка каждого поколения консолей и характеристиками поколений консолей. В частности, выявлено, что с увеличением оказываемого влияния со стороны конкурента

уменьшается кумулятивная доля рынка рассматриваемого поколения изделия и с увеличением уровня инновационности поколения консоли увеличивается его уровень конкурентоспособности. Полученные результаты обработки прогнозных и фактических данных распространения поколений демонстрируют значительное влияние дестабилизирующих факторов на процесс распространения поколений.

Теоретическая значимость работы состоит в развитии модели распространения поколений промышленных изделий для частного случая дуальной структуры рынка. Получено расширенное уравнение конкуренции между поколениями брендов с учетом дополнительных параметров: связь между поколениями, внутривидовая конкуренция и дестабилизирующие факторы. Практическая значимость заключается в получении расчетных значений связи между объемом продаж каждого поколения консолей и их характеристиками. В частности, выявленные значения корреляции и выводы о зависимостях могут быть применены для систем поддержки принятия решений о направлениях технологического и рыночного развития изделий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бранд А. Э. Оценка связи между уровнем инновационности и процессом распространения поколений промышленного изделия / А. Э. Бранд, В. Н. Кутрунов, Ю. Е. Якубовский // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Т. 7. № 1 (25). С. 146-162. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-1-146-162
2. Литвинова В. А. Методы оценки конкурентоспособности: проблемы классификации / В. А. Литвинова // Вестник Днепропетровского университета. Серия «Экономика». 2012. Т. 6. № 2. С. 235-240.
3. Оценка состояния конкурентной среды в России. Доклады о состоянии конкуренции в России 2020. URL: https://ac.gov.ru/uploads/2-Publications/Konkurenciya_doklad_2020.pdf
4. Bass F. M. Why the Bass Model Fits without Decision Variables / F. M. Bass, T. V. Krishnan, D. C. Jain // Marketing Science. 1994. Vol. 13 No. 3. Pp. 203-223. DOI: 10.1287/mksc.13.3.203
5. Chu C.-P. The forecasting of the mobile Internet in Taiwan by diffusion model / C.-P. Chu, J.-G. Pan // Technological Forecasting and Social Change. 2008. Vol. 75. No. 7. Pp. 1054-1067. DOI: 10.1016/j.techfore.2007.11.012
6. Dalla Valle A. Forecasting accuracy of wind power technology diffusion models across countries / A. Dalla Valle, C. Furlan // International Journal of Forecasting. 2011. Vol. 27. No. 2. Pp. 592-601. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2010.05.018
7. Guidolin M. Cross-country diffusion of photovoltaic systems: Modelling choices and forecasts for national adoption patterns / M. Guidolin, C. Mortarino // Technological Forecasting and Social Change. 2010. Vol. 77. No. 2. Pp. 279-296. DOI: 10.1016/j.techfore.2009.07.003

8. Guseo R. Oil and gas depletion: Diffusion models and forecasting under strategic intervention / R. Guseo, A. Dalla Valle // *Statistical Methods and Applications*. 2005. Vol. 14. No. 3. Pp. 375-387. DOI: 10.1007/s10260-005-0118-6
9. Jiang Z. Generalized Norton-Bass model for multigeneration diffusion / Z Jiang, D. C. A. Jain // *Management Science*. 2012. Vol. 58. No. 10. Pp. 1887-1897. DOI: 10.1287/mnsc.1120.1529
10. Laciana C. E. Diffusion of two brands in competition: Cross-brand effect / C. E. Laciana, G. Gual, D. Kalmus, N. Oteiza-Aguirre, S. L. Rovere // *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*. 2014. Vol. 413. Pp. 104-115. DOI: 10.1016/j.physa.2014.06.019
11. Libai B. The role of within-brand and cross-brand communications in competitive growth / B. Libai, E. Muller, R. Peres // *Journal of Marketing*. 2009. Vol. 73. No. 3. Pp. 19-34. DOI: 10.1509/jmkg.73.3.019
12. Microsoft. Annual Reports. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/Investor/annual-reports.aspx>
13. Parker P. Specifying competitive effects in diffusion models: An empirical analysis / P. Parker, H. Gatignon // *International Journal of Research in Marketing*. 1994. Vol. 11. No. 1. Pp. 17-39. DOI: 10.1016/0167-8116(94)90032-9
14. Peres R. Innovation diffusion and new product growth models: A critical review and research directions / R. Peres, E. Muller, V. Mahajan // *International Journal of Research in Marketing*. 2010. Vol. 27. No. 2. Pp. 91-106. DOI: 10.1016/j.ijresmar.2009.12.012
15. Peterson R. A. Multi-product growth models / R. A. Peterson, V. Mahajan // *Research in marketing*. 1978. No. 1 (20). Pp. 1-23.
16. SONY. Earnings Releases. URL: <https://www.sony.net/SonyInfo/IR/library/presen/er/archive.html>
17. Statista. Business Data Platform. URL: <https://www.statista.com/>

Albert E. BRAND¹

Yuriy E. YAKUBOVSKIY²

UDC 330.354+ 519.86

MATHEMATICAL MODELING OF THE SPREADING OF GENERATIONS OF INDUSTRIAL PRODUCTS IN A COMPETITIVE MARKET

¹ Postgraduate Student,
Department of Algebra and Mathematical Logics,
University of Tyumen
brand.albert@yandex.ru

² Dr. Sci. (Tech.), Professor,
Head of the Department of Applied Mechanics,
Industrial University of Tyumen
yakubov@tyuiu.ru

Abstract

This article studies the process of spreading generations of industrial products in the competitive market and assessing the influence of the characteristics of generations of products and destabilizing factors on the volume of their sales. The level of innovation and competitiveness of generations is used as characteristics, their definition and mathematical formalization are given. The study uses the generalized model of F. Bass, the provisions of the concept of “multi-product competition” by R. Peterson and V. Mahajan, and the concept of the variability of consumer behavior of different generations by T. Islam and N. Mead. A model of the spreading of generations of industrial products of competing brands in the duopole market is obtained, taking into account destabilizing factors. Based on this model, equations are constructed that establish the relationship between the shares of consumers of competing generations of products. The statistical data on the spreading of generations of video game consoles from Sony and Microsoft in the global and regional markets serve as a basis for approbation. To identify the parameters of the model and determine the presence and closeness

Citation: Brand A. E., Yakubovskiy Yu. E. 2021. “Mathematical modeling of the spreading of generations of industrial products in a competitive market”. Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 2 (26), pp. 206-222.
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-206-222

of the relationship, correlation-regression analysis and the least squares method are used. These results demonstrate a high level of correlation between the sales volume of each console generation and the characteristics of the console generations. It was found that with an increase in the influence exerted by a competitor, the cumulative market share of the considered generation of the product decreases, and with an increase in the level of innovation of the generation of the product, its level of competitiveness increases. The obtained results of processing the predicted and actual data on the spread of generations demonstrate a significant influence of destabilizing factors on the process of spreading generations. The theoretical significance of the work consists in the development of a model for the distribution of generations of industrial products for a particular case with a duopole market structure. The practical significance lies in obtaining the calculated values of the link between the sales volume of each generation of consoles and their characteristics.

Keywords

Generations of innovations, diffusion of innovations, level of innovation, level of competitiveness, stationary game consoles, destabilizing factors.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-2-206-222

REFERENCES

1. Brand A. E., Kutrunov V. N., Yakubovskiy Yu. E. 2021. "Assessment of the relationship between the innovation level and the process of distributing generations of an industrial product". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 1 (25), pp. 146-162. DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-1-146-162 [In Russian]
2. Litvinova V. A. 2012. "Competitiveness assessment methods: classification problems". Herald of the Dnepropetrovsk National University. Series "Economics", vol. 6, no. 2, pp. 235-240. [In Russian]
3. Assessment of the state of the competitive environment in Russia. Russia Competition Reports 2020. https://ac.gov.ru/uploads/2-Publications/Konkurenciya_doklad_2020.pdf [In Russian]
4. Bass F. M., Krishnan T. V., Jain D. C. 1994. "Why the Bass model fits without decision variables". Marketing Science, vol. 13, no. 3, pp. 203-223. DOI: 10.1287/mksc.13.3.203
5. Chu C.-P., Pan J.-G. 2008. "The forecasting of the mobile Internet in Taiwan by diffusion model". Technological Forecasting and Social Change, vol. 75, no. 7, pp. 1054-1067. DOI: 10.1016/j.techfore.2007.11.012
6. Dalla Valle A., Furlan C. 2011. "Forecasting accuracy of wind power technology diffusion models across countries". International Journal of Forecasting, vol. 27, no. 2, pp. 592-601. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2010.05.018
7. Guidolin M., Mortarino C. 2012. "Cross-country diffusion of photovoltaic systems: Modelling choices and forecasts for national adoption patterns". Technological Forecasting and Social Change, vol. 77, no. 2, pp. 279-296. DOI: 10.1016/j.techfore.2009.07.003

8. Guseo R., Dalla Valle A. 2005. "Oil and gas depletion: Diffusion models and forecasting under strategic intervention". *Statistical Methods and Applications*. vol. 14, no. 3, pp. 375-387. DOI: 10.1007/s10260-005-0118-6
9. Jiang Z., Jain D. C. A. 2012. "Generalized Norton-Bass model for multigeneration diffusion". *Management Science*. vol. 58, no. 10, pp. 1887-1897. DOI: 10.1287/mnsc.1120.1529
10. Laciana C. E., Gual G., Kalmus D., Oteiza-Aguirre N., Rovere S. L. 2014. "Diffusion of two brands in competition: Cross-brand effect". *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*. vol. 413, pp. 104-115. DOI: 10.1016/j.physa.2014.06.019
11. Libai B., Muller E., Peres R. 2009. "The role of within-brand and cross-brand communications in competitive growth". *Journal of Marketing*. vol.73, no. 3, pp. 19-34. DOI:10.1509/jmkg.73.3.019
12. Microsoft. Annual Reports. <https://www.microsoft.com/en-us/Investor/annual-reports.aspx>
13. Parker P., H. Gatignon. 1994. "Specifying competitive effects in diffusion models: An empirical analysis". *International Journal of Research in Marketing*. vol. 11, no. 1, pp. 17-39.
14. Peres R., Muller E., Mahajan V. 2010. "Innovation diffusion and new product growth models: A critical review and research directions". *International Journal of Research in Marketing*, vol. 27, no. 2, pp. 91-106. DOI: 10.1016/j.ijresmar.2009.12.012
15. Peterson R. A., Mahajan V. 1978. "Multi-product growth models". *Research in marketing*. vol. 1, no. 20, pp. 1-23.
16. SONY. Earnings Releases. <https://www.sony.net/SonyInfo/IR/library/presen/er/archive.html>
17. Statista. Business Data Platform. <https://www.statista.com/>