

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ППАЗМЫ

Александр Янович ГИЛЬМАНОВ¹
Мария Александровна ДЕМЕНЧУК²
Александр Павлович ШЕВЕЛЁВ³

УДК 533.15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ УСТАНОВКИ С СЕЛЕКТИВНЫМИ МЕМБРАНАМИ

- ¹ инженер 2 категории, кафедра моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет
a.y.gilmanov@utmn.ru
- ² инженер-исследователь, кафедра моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет
m.a.demenchuk@utmn.ru
- ³ кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем, Физико-технический институт, Тюменский государственный университет
a.p.shevelev@utmn.ru

Цитирование: Гильманов А. Я. Определение параметров установки с селективными мембранами / А. Я. Гильманов, М. А. Деменчук, А. П. Шевелёв // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Том 7. № 3 (27). С. 71-88.
DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-3-71-88

Аннотация

Энергетический комплекс России во многом опирается на нефтегазовый потенциал. Одним из способов поддержания темпов добычи углеводородов является применение газовых методов. В связи с этим актуальными являются недорогие способы получения чистых газов. Одним из таких подходов является применение установок с селективными мембранами, использование которых без предварительного моделирования малоэффективно. В настоящее время не существует моделей, дающих точные количественные результаты. Поэтому основной целью данной статьи является разработка подробной математической модели процесса разделения газов в установке с селективными мембранами и определение технологических параметров с ее помощью. В работе рассматривается деление воздуха в мембранной установке на чистые газы: азот и кислород. Мембрана состоит из волокон, их размеры сопоставимы с размерами молекул газа, благодаря чему и проходит процесс газоразделения, поскольку скорость пропускания компонентов различная. Скорость фильтрации является функцией пространственной координаты и времени. Для моделирования используется основная система уравнений механики многофазных систем. Разработанная математическая модель впервые основана на наиболее подробном подходе, при котором рассматривается процесс и внутри, и снаружи мембраны. Для описания процессов снаружи мембраны используется система уравнений для потоков компонент, а внутри мембраны — законы сохранения массы и импульса. Модель приведена к безразмерному виду, чтобы уйти от размерных физических величин и провести критериальный анализ для оценки вклада параметров, влияющих на процесс газоразделения. Данные, используемые для оценки, соответствуют реальной мембранной установке. Путем численного решения уравнений модели получено распределение концентрации азота внутри и снаружи трубок мембраны. Анализ модели в безразмерном виде показывает, что все факторы вносят сопоставимый по порядку величины вклад в итоговое распределение концентрации газов.

Ключевые слова

Разделение смесей газов, механика газа, селективные мембраны, коэффициент Генри, закон сохранения массы, закон сохранения импульса, безразмерные комплексы.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-3-71-88

Введение

Основой энергетического комплекса России является нефтегазовый сектор. Поддержание темпов добычи углеводородов требует привлечения методов увеличения нефтеотдачи. Один из таких подходов — применение газовых методов. Эффективность использования этих методов во многом зависит от доступности и чистоты применяемых газов. В связи с этим актуальным вопросом является недорогой способ получения требуемых химических соединений. Перспективным направлением в получении газовых агентов для закачки в пласт является применение установок с селективными мембранами [11, 12], предложенными

Лоебом и Сурираджаном в 1960-е гг. Эффективное применение этих установок без предварительного моделирования невозможно. Достаточно точных моделей, удовлетворяющих запросы промышленности и рассчитывающих процесс в динамике, в настоящее время не существует.

Цель статьи — разработка модели фильтрации газа в полупроницаемой мембране и выявление ее влияющих характеристик. Расчет по предлагаемой модели позволит определить параметры разделения воздуха на компоненты, которые являются часто используемыми газами в промышленной индустрии.

Исследованию полупроницаемых мембран и процессов в них посвящены следующие работы. И. Н. Бекман изучал различные конструкции мембранных модулей и режимы их эксплуатации, привел способы применения мембранной технологии и высокопроницаемых полимеров в медицине [2]. Физические законы, описывающие поведение газов в селективных мембранах, и применение этих установок описаны в работе [10]. Отмечается, что механизм разделения смеси газов основан на различной проводимости мембраны для одного газа и меньшей для другого. В. Л. Бондаренко, Ю. М. Симоненко, О. В. Дьяченко описали прогресс в развитии и совершенствовании процессов, технологических схем и оборудования для мембранного обогащения продуктов разделения воздуха, а также извлечения ценных компонентов из других газовых смесей [3]. Г. И. Баренблатт изложил основы теории движения жидкостей и газов в природных пластах с учетом реальных свойств и привел модели неравновесных фильтрационных процессов [1], использующиеся также и при расчете разделения смесей в селективных мембранах в силу аналогии. Существует подход использования упрощенных систем уравнений и физических законов механики сплошной среды для описания компонентного разделения смеси газов, когда дифференциальные уравнения заменяются приближенными аналитическими балансовыми соотношениями [8]. Для повышения чистоты разделенных компонентов на выходе из установки возможно использование установок, сделанных из полимерных материалов [5]. Такой подход имеет успешное применение на практике [5].

Процесс разделения смеси газов с помощью селективной мембраны проходит в несколько этапов. Изначально на входе закачивается с определенным расходом разделяемая смесь газов. Эта смесь постепенно проникает в мембрану, причем скорость проникновения одного из компонентов смеси меньше, чем у другого, — за счет этого и происходит процесс разделения. В итоге поток, прошедший сквозь мембрану, попавший в межмембранное пространство и содержащий требуемый газ, называется ретентатом, поток, который проходит внутри установки, — пермеатом [2].

Методы

Для описания динамики смеси газов в установке с селективными мембранами необходима математическая модель на основе законов сохранения массы и закона Дарси.

Пусть пористость мембраны (объем пустого пространства, не занятого волокнами) равна m , газ имеет динамическую вязкость μ . Мембрана представляет собой совокупность пучков волокон длиной L , заключенных в цилиндрическую трубку. Количество этих волокон с радиусом внешней стенки r_{out} можно определить, если известен радиус совокупности волокон R из простых геометрических соображений [1]:

$$N = (1 - m) \left(\frac{R}{r_{out}} \right)^2. \quad (1.1)$$

Рассматривается задача линейного потока смеси в мембране вдоль оси x . Для определения проницаемости внутреннего пространства k_{in} [4] с радиусом волокон r_{in} следует ввести допущение об установившемся течении несжимаемой жидкости (газа) в потоке, поскольку скорости фильтрации малы. На концах мембраны поддерживается разность давлений Δp . В этом случае можно использовать формулу Пуазейля:

$$Q = Nq = (1 - m) \left(\frac{R}{r_{out}} \right)^2 \frac{\pi r_{in}^2 \Delta p}{\mu L}, \quad (1.2)$$

где Q — итоговый расход потока, q — расход потока в одном волокне.

При известном расходе несложно определить скорость смеси газов:

$$v = (1 - m) \left(\frac{r_{in}}{r_{out}} \right)^2 \frac{r_{in}^2 \Delta p}{\mu L}. \quad (1.3)$$

С другой стороны, в силу небольших скоростей фильтрации и плотной упаковки волокон в мембране, можно использовать формулы для описания движения жидкости и газа в пористой среде, в том числе закон Дарси:

$$v = \frac{k_{in} \Delta p}{\mu L}. \quad (1.4)$$

Пусть проницаемость пространства вне волокон мембраны равна k_{out} . Очевидно, что площадь их поперечного сечения определяет значение k_{out} . При аналогичных рассуждениях для внешнего пространства можно получить:

$$\frac{k_{in}}{k_{out}} = \frac{N\pi r_{in}^2}{\pi R^2 - N\pi r_{out}^2}. \quad (1.5)$$

Закон сохранения массы учитывает наличие источника для компоненты газа:

$$\frac{d(\rho_g C_k)}{dt} + \frac{d(\rho_g C_k \vec{v})}{dx} = J, \quad (1.6)$$

где ρ_g — плотность газа, C_k — концентрация k -го компонента, v — скорость фильтрации, t — время процесса, x — координата, J — массовый поток.

Первым компонентом смеси является азот, вторым — кислород. Система уравнений неразрывности для азота и кислорода с учетом источников для каждого из компонентов примет вид:

$$N\pi r_{in}^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{in} C_{in}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{in} C_{in} v_{in}) \right) = J_{121}, \quad (1.7)$$

$$N\pi r_{in}^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{in} (1 - C_{in})) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{in} (1 - C_{in}) v_{in}) \right) = J_{122}, \quad (1.8)$$

$$(\pi R^2 - N\pi r_{out}^2) \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{out} C_{out}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{out} C_{out} v_{out}) \right) = -J_{121}, \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} & (\pi R^2 - N\pi r_{out}^2) \left(\frac{d}{dt} (\rho_{out} (1 - C_{out})) + \right. \\ & \left. + \frac{d}{dx} (\rho_{out} (1 - C_{out}) v_{out}) \right) = -J_{122}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

где J_{121} — удельный массовый поток азота из внутриволоконной области в область вне волокон, J_{122} — удельный массовый поток кислорода из внутриволоконной области в область вне волокон, ρ_{in} — плотность азота до прохождения мембраны, ρ_{out} — плотность азота после прохождения мембраны, C_{in} — концентрация азота внутри мембраны, C_{out} — концентрация азота снаружи мембраны, v_{in} и v_{out} — скорость смеси внутри и в межмембранном пространстве.

Первое уравнение в этой системе представляет собой закон сохранения массы для азота внутри мембраны, второе уравнение — закон сохранения массы для кислорода внутри мембраны, третье и четвертое — соответственно уравнения неразрывности для азота и кислорода в наружном мембранном пространстве. В системе уравнений (1.7)-(1.10) учтено отношение проницаемостей (1.5).

Пусть на входе в установку поддерживается давление p_{in} , на выходе p_{out} .

Существуют три уровня описания процессов в полупроницаемых мембранах. Первый заключается в том, что весь процесс происходит только снаружи системы [10]. В этом случае система уравнений для описания динамики смеси газов в полупроницаемой мембране является системой уравнений для потоков компонент, которые зависят от коэффициентов переноса первого компонента D_n и второго компонента D_o через мембрану:

$$J_{121} = D_n S_s (p_{out} C_{out} - p_{in} C_{in}), \quad (1.11)$$

$$J_{122} = D_o S_s (p_{out} C_{out} - p_{in} C_{in}), \quad (1.12)$$

где S_s — удельная площадь поверхности мембраны.

Однако ряд работ [2, 9] рассматривает подход, в котором процесс происходит только внутри системы. В этом случае система уравнений для описания динамики смеси газов в полупроницаемой мембране соответствует системе уравнений законов Дарси:

$$v_{in} = -\frac{k_{in}}{\mu} \frac{dp_{in}}{dx}, \quad (1.13)$$

$$v_{out} = -\frac{k_{out}}{\mu} \frac{dp_{out}}{dx}. \quad (1.14)$$

Следует отметить, что в наиболее подробном подходе, объединяющем первые два, процесс происходит и внутри, и снаружи мембраны. Такой подход, однако, ранее не практиковался в научных исследованиях. В данной статье впервые рассматривается именно третий, максимально подробный уровень описания процессов. При этом удельная площадь поверхности мембраны заменяется через плотность смеси вне трубок мембраны и коэффициент Генри соответствующего компонента — азота K_{hn} и кислорода K_{ho} .

С учетом уравнений (1.7)-(1.14) итоговая система примет вид:

$$\begin{aligned} N\pi r_{in}^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{in} C_{in}) - \frac{k_{in}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_{in} C_{in} \frac{\partial p_{in}}{\partial x} \right) \right) = \\ = -D_N \rho_{out} K_{hn} (p_{out} C_{out} - p_{in} C_{in}), \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} N\pi r_{in}^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{in} C_{oin}) - \frac{k_{in}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_{in} C_{oin} \frac{\partial p_{in}}{\partial x} \right) \right) = \\ = -D_O \rho_{out} K_{ho} (p_{out} C_{oout} - p_{in} C_{oin}), \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} S_d (\pi R^2 - N\pi r_{out}^2) \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{out} C_{out}) - \frac{k_{out}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_{out} C_{out} \frac{\partial p_{out}}{\partial x} \right) \right) = \\ = D_N \rho_{out} K_{hn} (p_{out} C_{out} - p_{in} C_{in}), \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} S_d \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{out} C_{oout}) - \frac{k_{out}}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_{out} C_{oout} \frac{\partial p_{out}}{\partial x} \right) \right) = \\ = D_O \rho_{out} K_{ho} (p_{out} C_{oout} - p_{in} C_{oin}), \end{aligned} \quad (1.18)$$

где выражения $C_{oin} = 1 - C_{in}$ и $C_{oout} = 1 - C_{out}$ — концентрации второго компонента внутри трубок мембраны и вне них соответственно; $S_d = \pi R^2 - N\pi r_{out}^2$ — разность площади сечения пучка трубок и суммарной площади сечения всех трубок.

Здесь первое слагаемое в уравнении (1.15) представляет собой произведение площади мембраны на изменение со временем массы единицы объема азота внутри мембраны, второе слагаемое — изменение скорости азота при изменении координаты внутри мембраны. Правая часть уравнения (1.15) представляет собой поток первого компонента из внутриволоконной области в область вне волокон.

Первое слагаемое в уравнении (1.16) представляет собой произведение площади мембраны на изменение со временем массы единицы объема кислорода внутри мембраны, второе слагаемое — изменение скорости кислорода при изменении координаты внутри мембраны. Правая часть уравнения (1.16) представляет собой поток второго компонента из внутриволоконной области в область вне волокон.

Первое слагаемое в уравнении (1.17) представляет собой произведение площади мембраны на изменение со временем массы единицы объема азота снаружи мембраны, второе слагаемое — изменение скорости азота при изменении координаты снаружи мембраны. Правая часть уравнения (1.17) представляет собой поток азота из пространства снаружи мембраны в межмембранное пространство.

Первое слагаемое в уравнении (1.18) представляет собой произведение площади мембраны на изменение со временем массы единицы объема кислорода снаружи мембраны, второе слагаемое — изменение скорости кислорода при изменении координаты снаружи мембраны. Правая часть уравнения (1.18) представляет собой поток кислорода из пространства снаружи мембраны в межмембранное пространство.

Неизвестными в системе являются C_{in} , C_{out} , p_{in} , p_{out} как функции времени и координаты.

Корректно поставленная задача должна обладать начальными и граничными условиями, удовлетворяющими физической и математической сути процесса. Детальная модель с граничными условиями показана на рис. 1.

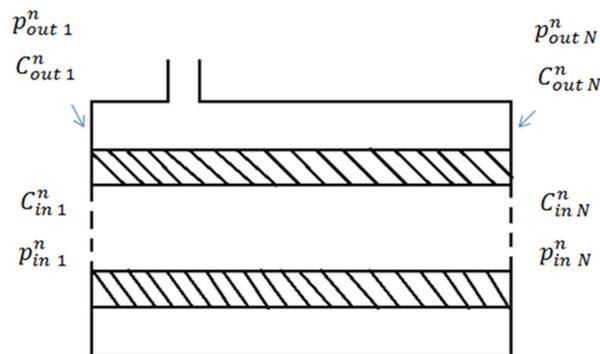


Рис. 1. Начальные и граничные условия модели

Fig. 1. Initial and boundary conditions of the model

В соответствии с порядком производных, входящих в уравнения, в данной задаче будет четыре начальных условия и шесть граничных. Начальные условия ставятся для переменных C_{in} , C_{out} , p_{in} , p_{out} , поскольку каждая из этих переменных имеет в качестве старшего порядка производной по времени первый порядок в системе (1.15)-(1.18). Для концентраций C_{in} , C_{out} старшим порядком производной по координате является первый, поэтому требуется только одно граничное

условие на каждую из концентраций. Для каждого из давлений p_{in} , p_{out} требуется 2 граничных условия, поскольку старшим порядком их производной по координате является второй порядок.

Концентрации азота $C_{in}(t=0)$, $C_{out}(t=0)$ в начальный момент времени внутри и вне трубок мембраны и $C_{in}(x=0)$ на входе внутри трубок мембраны принимают значение 0,79, поскольку такое значение имеет концентрация азота в воздухе.

Линейный поток смеси по закону Дарси позволяет определить начальные условия для давления. Пусть при $x=0$ давление равно входному p_{en} , на другом конце — выходному p_{ex} . Используется связь скорости фильтрации с объемным расходом, закон Дарси принимает вид:

$$\frac{Q}{F} = -\frac{k_{in}}{\mu} \frac{dp}{dx}, \quad (1.19)$$

где F — площадь фильтрации, p — давление.

После интегрирования и алгебраических преобразований получается линейное распределение давления в начальный момент времени:

$$p(t=0) = p_{en} - \frac{p_{en} - p_{ex}}{L} x, \quad (1.20)$$

где p_{en} — давление на входе в установку, p_{ex} — давление на выходе из установки.

Размерное давление $p_{out}(t=0)$ в начальный момент времени вне трубок мембраны принимает значение 1 атм, так как равно атмосферному давлению.

Левое граничное условие для концентрации азота вне трубок мембраны $\left. \frac{\partial C_{out}}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ означает отсутствие потока концентрации на границе.

Размерные давления $p_{in}(x=0)$ внутри трубок мембраны и $p_{out}(x=0)$, $p_{out}(x=L)$ вне трубок мембраны принимают значения 10 атм, $p_{in}(x=L)$ внутри трубок мембраны принимает значение 9 атм, так как эти значения соответствуют условиям классической функциональной схемы технологического процесса газоразделения на полимерных мембранах.

Система уравнений для описания динамики смеси азота и кислорода в полупроницаемой мембране обезразмеривается для оценки вклада различных слагаемых, входящих в данные уравнения. Оценка вклада слагаемых необходима, чтобы понять, какие слагаемые учитывать обязательно, а какими можно пренебречь с удовлетворительной точностью. При обезразмеривании вводятся следующие безразмерные переменные: безразмерное время T , безразмерная координата X , безразмерные плотности внутри и снаружи мембраны Ro_{in} и Ro_{out} , безразмерные давления внутри и снаружи мембраны P_{in} и P_{out} :

$$T = \frac{t}{t_0}, X = \frac{x}{l}, Ro_{in} = \frac{\rho_{in}}{\rho_{en}}, Ro_{out} = \frac{\rho_{out}}{\rho_{en}}, P_{in} = \frac{p_{in}}{p_{en}}, P_{out} = \frac{p_{out}}{p_{en}}, \quad (1.21)$$

где t_0 — характерное время, ρ_{en} — плотность азота на входе в установку.

При обезразмеривании возникают следующие безразмерные комплексы подобия:

$$B_1 = \frac{p_{ex}}{p_{en}}; B_2 = \frac{\rho_{ex}}{\rho_{en}}; B_3 = \frac{D_n}{D_o}; B_4 = \frac{K_{hn}}{K_{ho}}; B_5 = \frac{r_{out}^2}{r_{in}^2}; B_6 = \frac{R^2}{Nr_{in}^2}; \quad (1.22)$$

$$B_7 = \frac{N\pi r_{in}^6(1-m)}{8\mu L^2 r_{out}^2 D_n K_{hn}}; B_8 = \frac{r_{in}^2 m(\pi R^2 - N\pi r_{out}^2)}{8\mu L^2 D_n K_{hn}} \quad (1.23)$$

и характерное время
$$t_0 = \frac{N\pi r_{in}^2}{D_n K_{hn} p_{en} B_2}. \quad (1.24)$$

Вязкость μ рассчитывается как средняя вязкость компонентов.

Комплекс B_1 является отношением давления на выходе к давлению на входе.

Комплекс B_2 является отношением плотности газа на выходе к плотности на входе.

Комплекс B_3 является отношением коэффициента переноса азота через мембрану к коэффициенту переноса кислорода через мембрану и является характеристикой разделения газов, поскольку эффект разделения основан на разнице этих коэффициентов.

Комплекс B_4 является отношением коэффициента Генри для азота к коэффициенту Генри для кислорода и является характеристикой разделяемых газов.

Комплекс B_5 является отношением площади поперечного сечения волокна с внешней частью к площади поперечного сечения внутренней части волокна и является геометрической характеристикой мембраны.

Комплекс B_6 является отношением площади поперечного сечения пучка волокон к суммарной площади поперечного сечения внутренней части волокна для всех волокон и характеризует плотность расположения волокон в мембране.

Комплекс B_7 является отношением расхода газа во внутренней части мембраны к расходу газа во внешней части.

Комплекс B_8 характеризует перераспределение потоков из внутренней части во внешнюю и изменение эффективной проницаемости и является отношением скоростей фильтрации внутри трубок мембраны и в ее внешнем пространстве.

Характерное время t_0 является временем перераспределения потоков из внутренней части во внешнюю.

Конечный вид безразмерной системы уравнений следующий:

$$\frac{\partial R_{oin}}{\partial T} - \frac{B_7}{B_2} \frac{\partial}{\partial X} \left(R_{oin} C_{in} \frac{\partial P_{in}}{\partial X} \right) = R_{oout} (P_{in} C_{in} - B_1 P_{out} C_{out}), \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} B_3 B_4 \left(\frac{\partial}{\partial T} (R_{oin} C_{oin}) - \frac{B_7}{B_2} \frac{\partial}{\partial X} \left(R_{oin} C_{oin} \frac{\partial P_{in}}{\partial X} \right) \right) = \\ = R_{oout} (P_{in} C_{oin} - B_1 P_{out} C_{oout}), \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} B_2 (B_6 - B_5) \frac{dR_{oout} C_{out}}{dT} - B_1 B_8 \frac{d}{dX} \left(R_{oout} C_{out} \frac{dP_{out}}{dX} \right) \times \\ \times R_{oout} (B_1 P_{out} C_{out} - P_{in} C_{in}), \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$B_3 B_4 \left(B_2 (B_6 - B_5) \frac{\partial}{\partial T} R_{out} C_{out} - B_1 B_8 \frac{\partial}{\partial X} \left(R_{out} C_{out} \frac{\partial P_{out}}{\partial X} \right) \right) = \quad (1.28)$$

$$= R_{out} (B_1 P_{out} C_{out} - P_{in} C_{in}).$$

Неизвестными в системе являются C_{in} , C_{out} , P_{in} , P_{out} как функции безразмерного времени и безразмерной координаты.

Концентрация является безразмерной величиной, поэтому начальные и граничные условия для концентрации в системе (1.25)-(1.28) будут прежними: концентрации азота $C_{in}(T=0) = 0,79$, $C_{out}(T=0) = 0,79$, $C_{in}(X=0) = 0,79$, $\left. \frac{\partial C_{out}}{\partial X} \right|_{X=0} = 0$.

При обезразмеривании начального условия для давления внутри трубок мембраны получается условие

$$P_{in}(T=0) = 1 - X + B_1 X. \quad (1.29)$$

Входное давление равно 10 атм. Тогда безразмерные давления $P_{in}(X=0)$ слева на границе внутри трубок мембраны, $P_{out}(T=0)$ в начальный момент времени вне трубок мембраны, $P_{out}(X=0)$, $P_{out}(X=1)$ как граничные условия для давления вне трубок мембраны принимают значения 1, $P_{in}(X=1)$ принимает значение 0,9.

Безразмерный вид модели позволяет провести анализ влияния комплексов подобия. С использованием данных таблицы 1 проводится оценка вклада различных слагаемых на ход решаемой задачи [6, 7].

Коэффициент, стоящий перед производной по координате в уравнении (1.25), равен:

$$\frac{B_7}{B_2} = \frac{N \pi r_{in}^6 (1 - m) \rho_{en}}{8 \mu L^2 r_{out}^2 D_n k_{hn} \rho_{ex}} = 0,115.$$

Коэффициент, стоящий перед производной по времени в уравнении (1.25), равен 1. Коэффициент, стоящий перед производной по координате в уравнении (1.26), равен:

$$\frac{B_7 B_3 B_4}{B_2} = \frac{N \pi r_{in}^6 (1 - m) \rho_{en}}{8 \mu L^2 r_{out}^2 D_o k_{ho} \rho_{ex}} = 0,227.$$

Коэффициент, стоящий перед производной по времени в уравнении (1.26), равен:

$$B_3 B_4 = \frac{D_n k_{hn}}{D_o k_{ho}} = 1,975.$$

Коэффициент, стоящий перед производной по координате в уравнении (1.27), равен:

$$B_1 B_8 = \frac{\rho_{ex} r_{in}^2 m (\pi R^2 - N \pi r_{out}^2)}{\rho_{en} 8 \mu L^2 D_n k_{hn}} = 0,35.$$

Коэффициент, стоящий перед производной по времени в уравнении (1.27), равен:

$$B_2(B_6 - B_5) = \frac{\rho_{ex}}{\rho_{en}} \left(\frac{R^2}{Nr_{in}^2} - \frac{r_{out}^2}{r_{in}^2} \right) = 1,295.$$

Коэффициент, стоящий перед производной по координате в уравнении (1.28), равен:

$$B_3B_4B_1B_8 = \frac{\rho_{ex} r_{in}^2 m (\pi R^2 - N\pi r_{out}^2)}{\rho_{en} 8\mu L^2 D_n k_n} \frac{D_n k_{hn}}{D_o k_{ho}} = 0,691.$$

Коэффициент, стоящий перед производной по времени в уравнении (1.28), равен:

$$B_2(B_6 - B_5)B_3B_4 = \frac{\rho_{ex}}{\rho_{en}} \left(\frac{R^2}{Nr_{in}^2} - \frac{r_{out}^2}{r_{in}^2} \right) \frac{D_n k_{hn}}{D_o k_{ho}} = 2,557.$$

Таблица 1

Параметры модели, используемые для расчетов

Table 1

Model parameters used for calculations

Обозначение	Значение
l , см	100
R , см	10
p_{en} , Па	10^6
p_{ex} , Па	$9 \cdot 10^5$
m	10%
N	$3,6 \cdot 10^6$
r_{in} , м	$4 \cdot 10^{-5}$
r_{out} , м	$1 \cdot 10^{-4}$
ρ_{en} , кг/м ³	19,1 кг/м ³
ρ_{ex} , кг/м ³	12,4 кг/м ³
K_{hn} , Па ⁻¹	$5,35 \cdot 10^{-4}$
K_{ho} , Па ⁻¹	$2,57 \cdot 10^{-3}$
μ_n , сП	0,0167
μ_o , сП	0,0191
D_n , м ² /с	$7,3 \cdot 10^{-5}$
D_o , м ² /с	$7,7 \cdot 10^{-5}$

Проведенный расчет показывает, что коэффициенты перед различными слагаемыми в разработанной математической модели компонентного разделения газов в селективной мембране имеют сопоставимые значения и одинаковы по порядку величины, поэтому никакое слагаемое не может быть исключено из системы уравнений (1.25)-(1.28) для удовлетворительной точности расчетов.

Результаты

Разработанная математическая модель включает систему (1.25)-(1.28) четырех дифференциальных уравнений, поиск аналитических решений которых затруднителен либо невозможен. Поэтому расчет по модели проводился с помощью явной конечно-разностной схемы. Полученная динамика концентрации азота внутри волокон при $X = 0,1$ приведена на рис. 2, вне волокон — на рис. 3. Рассчитанное распределение концентрации азота внутри волокон мембраны для момента времени $T = 0,1$ приведено на рис. 4, вне них — на рис. 5. Остальную часть пространства, в которой не находится азот, занимает кислород, поэтому зависимости построены только для одного компонента.

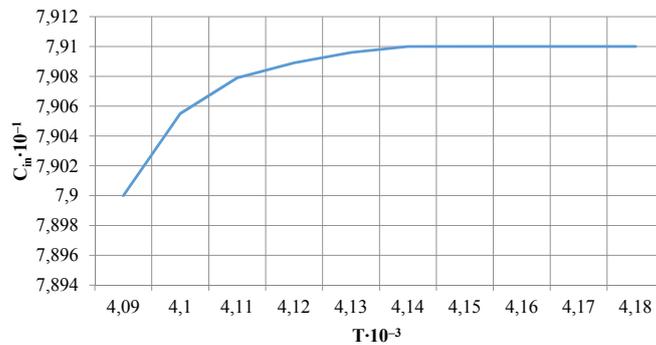


Рис. 2. Динамика концентрации азота внутри волокон

Fig. 2. Dynamics of nitrogen concentration inside the fibers

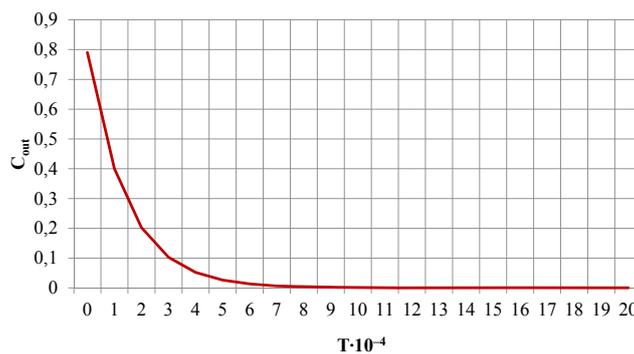


Рис. 3. Динамика концентрации азота снаружи волокон

Fig. 3. Dynamics of nitrogen concentration outside the fibers

Обсуждение

Полученная динамика концентрации азота внутри волокон мембраны (рис. 2) позволяет сделать вывод о том, что с течением времени эта концентрация возрастает, постепенно выходя на стационарное значение, когда процесс разделения газов становится установившимся. По сравнению с первоначальным значением концентрация азота возрастает незначительно, однако вне волокон мембраны концентрация азота является быстро убывающей функцией времени (рис. 3), следовательно, снаружи мембраны накапливается кислород, концентрация которого постепенно стремится к 1, что означает чистое вещество. Преимущественное проникновение кислорода через мембрану обусловлено его большим коэффициентом переноса (он у кислорода равен $7,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, у азота $7,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$).

Анализ полученных распределений концентрации азота внутри волокон (рис. 4) и вне их (рис. 5) показывает неоднородный характер соответствующих распределений. Вблизи входа в мембрану заметны изменения концентрации азота

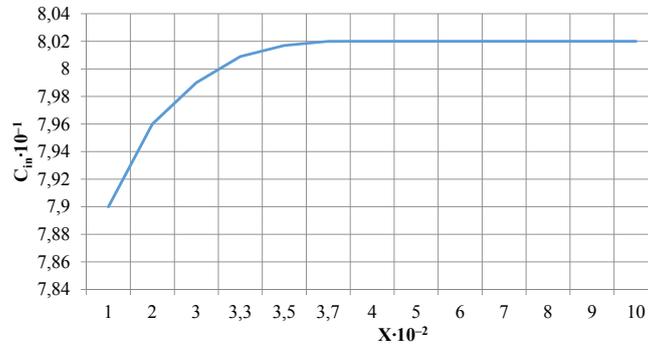


Рис. 4. Зависимость концентрации азота внутри волокон от горизонтальной координаты

Fig. 4. Dependence of the concentration inside the fibers on the horizontal coordinate

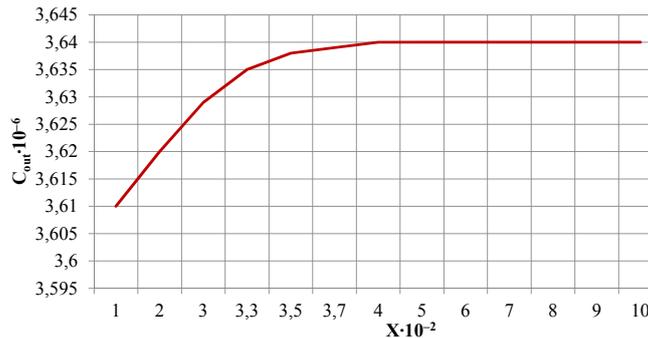


Рис. 5. Зависимость концентрации азота снаружи волокон от горизонтальной координаты

Fig. 5. Dependence of the nitrogen concentration outside the fibers on the horizontal coordinate

как внутри волокон (рис. 4), так и вне их (рис. 5), однако затем оба распределения концентрации выходят на постоянное значение. Наименьшая концентрация азота наблюдается во входном сечении, однако смесь газов подается только внутрь волокон мембраны, вне волокон там расположена левая стенка установки. Главной задачей исследования было отделение азота от кислорода, а также получение максимально чистого кислорода. Таким образом, нужно извлечь весь кислород посредством патрубка из наиболее выгодного места в мембране, где концентрация кислорода максимальна. Так как концентрация азота вне волокон мембраны меньше, а кислорода — больше, следовательно, необходимо установить патрубок для отбора кислорода у левой стенки установки, в точке 0,01, где значение концентрации азота составляет $3.61 \cdot 10^{-6}$ (рис. 5), а кислорода — практически 1.

Заключение

1. Показано, что применение установок с селективными мембранами может удовлетворить потребности нефтегазового комплекса по получению чистых газов для методов увеличения нефтеотдачи.
2. Разработана математическая модель процесса разделения газов с помощью селективных мембран, в основе которой лежат законы сохранения массы и импульса.
3. Анализ модели в безразмерном виде показывает, что все факторы вносят сопоставимый по порядку величины вклад в итоговое распределение концентрации газов.
4. Установлено, что концентрация азота внутри трубок мембраны в зависимости от координаты изменяется не более чем на 0,2%, то есть состав смеси внутри трубок мембраны постоянный. Вне трубок мембраны максимальная концентрация кислорода от координаты у входа в мембрану, куда следует разместить отводящий патрубок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г. И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рьжик. М.: Недра, 1984. 211 с.
2. Бекман И. Н. Высшая математика: математический аппарат диффузии: учебник для бакалавриата и магистратуры / И. Н. Бекман. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2017. 469 с.
3. Бондаренко В. Л. Технико-экономическое обоснование степени предварительной очистки Ne–He-смеси / В. Л. Бондаренко, Ю. М. Симоненко, О. В. Дьяченко // Технические газы. 2001. № 1-2. С. 20-23.
4. Воларович М. П. Работы Пуазёйля о течении жидкости в трубах (К столетию со времени опубликования) / М. П. Воларович // Известия Академии наук СССР. Серия физическая. 1947. Том 11. № 1. С. 12.
5. Дроздов П. Н. Глубокая очистка газов методом мембранного газоразделения: дис. ... д-ра технических наук / П. Н. Дроздов. Нижний Новгород, 2005. 320 с.

6. Кикоин И. К. Таблицы физических величин: справочник / И. К. Кикоин. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
7. Макаревич Н. А. Теоретические основы адсорбции: учебное пособие / Н. А. Макаревич, Н. И. Богданович. Архангельск: САФУ, 2015. 362 с.
8. Скородумов Б. А. Внедрение промышленных газоразделительных установок в различных областях промышленности / Б. А. Скородумов, О. Г. Талакин, В. Г. Дашко, С. В. Почечуев // Тезисы докладов XI Всерос. науч. конф. «МЕМБРАНЫ-2010» (4-8 октября 2010 г., Москва). М., 2010. С. 83.
9. Талакин О. Г. Разработка программы расчета мембранного процесса разделения многокомпонентных смесей и аналитические исследования процесса концентрирования водорода / О. Г. Талакин, Н. Л. Докучаев // Отчет ОАО «Криогенмаш» № 4152. Балашиха: Криогенмаш, 2005.
10. Хванг С. Т. Мембранные процессы разделения / С. Т. Хванг, К. Каммермайер. М.: Мир, 1981. 464 с.
11. Baker R. W. Future directions of membrane gas separation technology / R. W. Baker // Industrial and Engineering Chemistry Research. 2002. No. 41. Pp. 1393-1411.
12. Nollet J. A. Investigations on the causes for the ebullition of liquids / J. A. Nollet // Journal of Membrane Science. 1995. Vol. 100. P. 1-3.

Alexander Ya. GILMANOV¹

Maria A. DEMENCHUK²

Alexander P. SHEVELEV³

UDC 533.15

DETERMINATION OF UNIT PARAMETERS WITH SELECTIVE MEMBRANES

¹ Engineer of the Second Category,
Department of Modeling of Physical Processes and Systems,
Institute of Physics and Technology,
University of Tyumen
a.y.gilmanov@utmn.ru

² Engineer Researcher,
Department of Modeling of Physical Processes and Systems,
Institute of Physics and Technology,
University of Tyumen
m.a.demenchuk@utmn.ru

³ Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor,
Department of Modeling of Physical Processes and Systems,
Institute of Physics and Technology,
University of Tyumen
a.p.shevelev@utmn.ru

Abstract

The energy complex of Russia is largely based on oil and gas potential. One of the ways to maintain the rate of hydrocarbon production is the use of gas methods. In this regard, inexpensive methods of obtaining pure gases are relevant. One of such approaches is the use of installations with selective membranes, the use of which is ineffective without preliminary modeling. There are currently no models that provide accurate quantitative results. Therefore, the main goal of this article is to develop a detailed mathematical model of the gas separation

Citation: Gilmanov A. Ya., Demenchuk M. A., Shevelev A. P. 2021. "Determination of unit parameters with selective membranes". Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy, vol. 7, no. 3 (27), pp. 71-88.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-3-71-88

process in an installation with selective membranes and to determine the technological parameters with its help. The paper deals with the division of air in a membrane unit into pure gases: nitrogen and oxygen. The membrane consists of fibers, their sizes are comparable to the sizes of gas molecules, due to which the gas separation process takes place, since the transmission rate of the components is different. Filtering rate is a function of spatial coordinate and time. The basic system of the mechanics equations of multiphase systems is used for modeling. The developed mathematical model is based for the first time on the most detailed approach, in which the process is considered both inside and outside the membrane. To describe the processes outside the membrane, a system of equations for component fluxes is used, and inside the membrane, the conservation laws of mass and momentum are used. The model is reduced to a dimensionless form in order to get away from dimensional physical quantities and to carry out a criterion analysis to assess the contribution of parameters affecting the gas separation process. The data used for the evaluation correspond to a real membrane plant. By numerically solving the model equations, the distribution of nitrogen concentration inside and outside the membrane tubes is obtained. Analysis of the model in a dimensionless form shows that all factors make a comparable order of magnitude contribution to the final distribution of gas concentration.

Keywords

Separation of gas mixtures, gas mechanics, selective membranes, Henry's coefficient, conservation law of mass, conservation law of momentum, dimensionless complexes.

DOI: 10.21684/2411-7978-2021-7-3-71-88

REFERENCES

1. Barenblatt G. I., Entov V. M., Ryzhik V. M. 1984. Movement of liquids and gases in natural layers. Moscow: Nedra. 211 p. [In Russian]
2. Beckman I. N. 2017. Higher mathematics: the mathematical apparatus of diffusion. Textbook for undergraduate and graduate programs. 2nd ed. Moscow: Yurayt Publishing House. 469 p. [In Russian]
3. Bondarenko V. L., Simonenko Y. M., Dyachenko O. V. 2001. "Feasibility study of the degree of preliminary purification of the Ne-He mixture". Technical gases, no. 1-2, pp. 20-23. [In Russian]
4. Volarovich M. P. 1947. "Poiseuille's works on the flow of fluid in pipes (to the centenary of publication)". Academy of Sciences of the USSR Herald. Physical series, vol. 11, no. 1, p. 12. [In Russian]
5. Drozdov P. N. 2005. "Deep cleaning of gases by the membrane gas separation method". Dr. Sci. (Tech.) diss. Nizhny Novgorod. 320 p. [In Russian]
6. Kikoin I. K. 1976. Tables of physical quantities: directory. Moscow: Atomizdat. 1008 p. [In Russian]
7. Makarevich N. A., Bogdanovich N. I. 2015. Theoretical foundations of adsorption: tutorial. Arkhangelsk: NArFU. 362 p. [In Russian]

8. Skorodumov B. A., Talakin O. G., Dashko V. G., Pochechuev S. V. 2010. "Introduction of industrial gas separation plants in various fields of industry". Abstracts of the 11th All-Russian Scientific Conference "MEMBRANES-2010". Moscow. P. 83. [In Russian]
9. Talakin O. G., Dokuchaev N. L. 2005. "Development of a program for calculating the membrane separation process of multicomponent mixtures and analytical studies of the hydrogen concentration process". Report of OJSC Cryogenmash No. 4152. Balashikha: Cryogenmash. [In Russian]
10. Hwang S. T., Kammermeier K. 1981. Membrane separation processes. Moscow: Mir. 464 p. [In Russian]
11. Baker R. W. 2002. "Future directions of membrane gas separation technology". Industrial and Engineering Chemistry Research, no. 41, pp. 1393-1411.
12. Nollet J. A. 1995. "Investigations on the causes for the ebullition of liquids". Journal of Membrane Science, vol. 100, pp. 1-3.