

На правах рукописи



ГАФИЯТОВ Рамиль Накипович

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ДВУХФРАКЦИОННЫХ  
СМЕСЯХ ЖИДКОСТИ С ПАРОГАЗОВЫМИ ПУЗЫРЬКАМИ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Тюмень - 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте механики и машиностроения Казанского научного центра РАН.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН  
**Губайдуллин Дамир Анварович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор **Шагапов Владислав**  
**Шайхулагзамович**

доктор физико-математических наук,  
профессор **Татосов Алексей Викторович**

Ведущая организация: ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский)  
федеральный университет»

Защита состоится 16 декабря 2011 г. в 16 час. 00 мин. на заседании диссертационного Совета ДМ 212.274.09 при Тюменском государственном университете по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15А.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Тюменского государственного университета.

Автореферат разослан \_\_\_\_ ноября 2011 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат физ.-мат. наук, доцент



Мусакаев Н.Г.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Многофазные или гетерогенные среды широко распространены в природе и современной технике. Из многообразия неоднородных сред могут быть выделены дисперсные смеси (аэрозоли, туманы, пузырьковые жидкости, взвеси и т.д.), имеющие сравнительно регулярный характер и представляющие собой смесь двух фаз, одной из которых являются различные включения (твердые частицы, капли, пузырьки).

Знание характерных параметров пузырьковых жидкостей и закономерностей распространения в них волн позволяет предсказывать их поведение в различных практически важных ситуациях, проводить расчеты режимов работы разных устройств, аппаратов и установок современной техники. Полученные теоретические результаты могут быть использованы при обработке экспериментальных данных и развитии более общих теорий, а также при разработке методов акустической диагностики и зондирования двухфазных смесей, контроля протекающих в них процессов. При этом пузырьки газа или пара в двухфазных средах могут быть разного радиуса и состава. Поэтому большое значение приобретают исследования по изучению влияния различных эффектов межфазного взаимодействия (межфазного теплообмена, фазовых переходов, различных физико-химических превращений) на характер распространения возмущений в двухфракционных пузырьковых жидкостях.

**Целью настоящей диссертации** является теоретическое исследование распространения акустических возмущений в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками разных теплофизических свойств и размеров с учетом фазовых переходов как в одной, так и в обеих фракциях пузырьков.

**Научная новизна** работы состоит в следующем. Впервые изучена динамика волн малой амплитуды в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками с учетом и без учета фазовых превращений. Выведены дисперсионные соотношения, определяющие распространение

плоских возмущений в двухфракционных пузырьковых жидкостях. Выполнен анализ влияния двухфракционности, фазовых переходов, основных параметров дисперсных смесей на эволюцию импульсных возмущений.

**Обоснованность и достоверность.** Полученные результаты основаны на фундаментальных законах и уравнениях механики сплошных гетерогенных сред, а также физически естественных допущениях. Результаты в частных случаях хорошо согласуются с теоретическими результатами других авторов и с известными экспериментальными данными.

**Теоретическая и практическая значимость.** Полученные результаты расширяют и углубляют теоретические знания о волновых процессах в двухфракционных пузырьковых жидкостях и имеют широкий спектр приложения на практике. Результаты и выводы исследований акустических свойств двухфракционных пузырьковых жидкостей могут быть использованы при развитии методов акустической диагностики двухфазных смесей и контроля протекающих в них процессов.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с бюджетной темой «Динамика неоднородных и многофазных сред» № 01200955817 (2009-2011 гг.), при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 04-01-00107, № 07-01-00339, № 10-01-00098), в рамках программы ОЭММПУ РАН № 17П, № 20П, фонда НИОКР республики Татарстан (проект № 05-5.4-127), при содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (грант МК-1316.2010.1 и гранты НШ-3483.2008.1, НШ-4381.2010.1), при поддержке Министерства образования и науки РФ (государственный контракт № 14.740.11.0351).

**Положения, выносимые на защиту.**

- Математические модели, описывающие движение двухфракционных смесей жидкости с парогазовыми пузырьками разных теплофизических свойств и размеров с учетом фазовых переходов как в одной, так и в обеих фракциях пузырьков.

- Дисперсионные соотношения, определяющие распространение плоских акустических возмущений в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом и без учета фазовых превращений.
- Результаты анализа дисперсионных кривых, установленные закономерности эволюции импульсных возмущений давления в двухфракционных пузырьковых жидкостях.

**Апробация работы.** Основные результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и школах: на Итоговых конференциях КазНЦ РАН (г. Казань, 2008-2010), на V Всероссийской н.-тех. конференции (г. Казань, 2009), на Международной н.-тех. конференции «Образование и наука – производству» (г. Набережные Челны, 2010), на Всероссийской школе-семинаре молодых ученых и специалистов ак. РАН В.Е. Алемасова «Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении» (г. Казань, 2010), на Всероссийской научной школе молодых ученых «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил» (г. Москва, 2010), на Международной школе молодых ученых и специалистов «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил. Вихри и волны» (г. Москва, 2011), на X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Нижний Новгород, 2011).

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах, список которых приведен в конце автореферата.

**Объем и структура работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 102 страницы, в том числе 26 рисунков. Список литературы состоит из 46 наименований. В заключении сформулированы основные результаты работы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы, излагается ее краткое содержание, и приводятся положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** дан краткий обзор опубликованных теоретических и экспериментальных работ по теме диссертации. Обсуждены основные особенности распространения слабых монохроматических и импульсных возмущений в пузырьковых жидкостях.

**Вторая глава** посвящена изучению распространения акустических возмущений в двухфракционных смесях жидкости с пузырьками газов разных размеров и теплофизических свойств. В рассматриваемой смеси объемное содержание дисперсной фазы мало.

Записывается линеаризованная система дифференциальных уравнений возмущенного движения двухфракционной смеси жидкости с пузырьками разных теплофизических свойств и размеров. Далее, рассматривая решение полученной системы уравнений в виде прогрессивных волн, получено дисперсионное соотношение для комплексного волнового числа  $K_* = K + iK_{**}$ , описывающее распространение акустических волн в двухфракционных пузырьковых жидкостях. Зависимость  $K_*(\omega)$  определяет коэффициент затухания  $K_{**}$  и фазовую скорость звука  $C_p = \omega / K$  в виде функции от частоты возмущений  $\omega$  и теплофизических свойств пузырьковой жидкости.

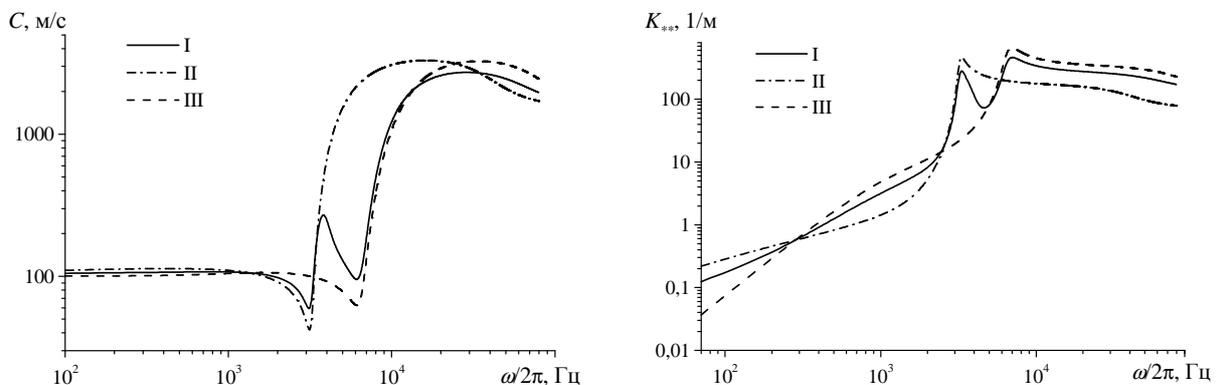


Рис. 1 – Зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты для двухфракционной смеси воды с пузырьками воздуха и гелия (I), монодисперсных смесей воды с пузырьками воздуха (II) и пузырьками гелия (III)

Построены дисперсионные кривые для смеси воды с пузырьками воздуха и гелия (рис. 1). Кривые I построены при значениях  $\alpha_{20}^I = \alpha_{20}^{II} = 0.005$ ,  $a_0^I = 10^{-3}$  м,  $a_0^{II} = 0.5 \cdot 10^{-3}$  м, кривые II –  $\alpha_{20} = 0.01$ ,  $a_0 = 10^{-3}$  м, кривые III –  $\alpha_{20} = 0.01$ ,  $a_0 = 0.5 \cdot 10^{-3}$  м. Различие значений начальных радиусов пузырьков приводит, соответственно, к различным значениям резонансных частот собственных колебаний пузырька. Это обуславливает образование локальных минимумов для зависимости фазовой скорости и локальных максимумов для зависимости коэффициента затухания от частоты колебаний, что существенно отличает их от характера дисперсионных кривых, описывающих жидкость с пузырьками одного радиуса.

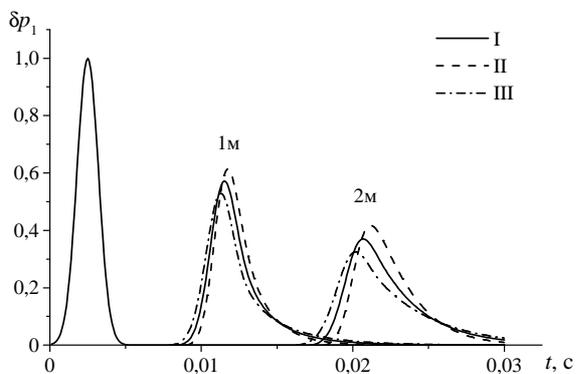


Рис. 2 – Эволюция импульсного возмущения в двухфракционной смеси воды с пузырьками воздуха и гелия (I), монодисперсных смесях воды с пузырьками воздуха (II) и пузырьками гелия (III)

$a_0 = 0.5 \cdot 10^{-3}$  м, кривые III –  $\alpha_{20} = 0.01$ ,  $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м.

С использованием подпрограмм быстрого преобразования Фурье проведены расчеты распространения импульсов давления в двухфракционной смеси воды с пузырьками воздуха и гелия. Кривые I построены при значениях  $\alpha_{20}^I = \alpha_{20}^{II} = 0.005$ ,  $a_0^I = 0.5 \cdot 10^{-3}$  м,  $a_0^{II} = 2 \cdot 10^{-3}$  м, кривые II –  $\alpha_{20} = 0.01$ ,

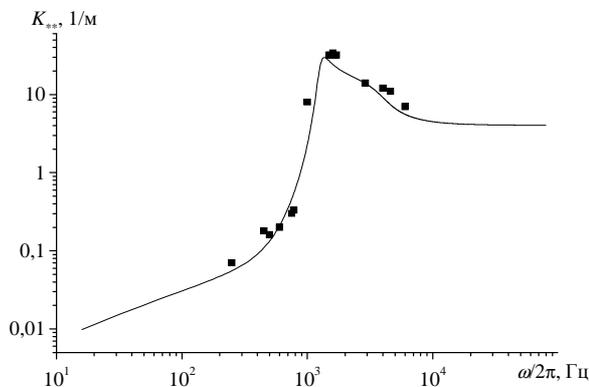
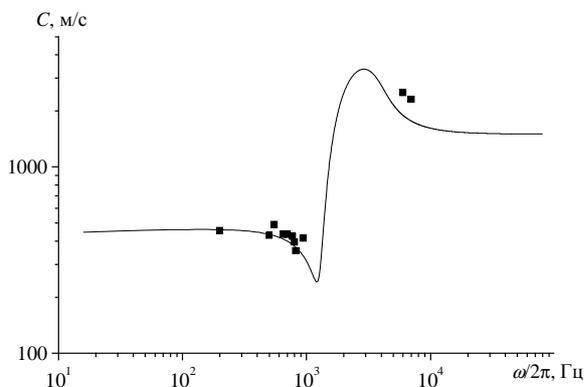


Рис. 3 – Сравнение зависимостей фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты для смеси воды с пузырьками воздуха (сплошная линия,  $\alpha_2^I = 0.000584$ ,  $a_0^I = 1.89 \cdot 10^{-3}$  м) с экспериментальными данными (Е. Silberman, 1957)

Также приведено сопоставление теории с экспериментальными данными для зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты в смеси воды с пузырьками воздуха (рис. 3). Сравнение показывает, что результаты, полученные в данной работе в частном случае, хорошо описывают экспериментальные данные.

**В третьей главе** изучается распространение акустических волн в двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками с учетом фазовых превращений в одной из фракций.

Записывается линеаризованная система дифференциальных уравнений возмущенного движения данной двухфракционной смеси. Далее, рассматривая решение полученной системы уравнений в виде прогрессивных волн, получено дисперсионное соотношение для комплексного волнового числа  $K_*$ , описывающее распространение акустических возмущений в двухфракционных смесях жидкости с пузырьками разных газов с учетом фазовых превращений в одной из фракций.

Построены дисперсионные кривые для смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия. Как и в предыдущей главе, различие значений начальных радиусов пузырьков приводит к образованию локальных минимумов и максимумов на дисперсионных кривых.

Проведено сравнение дисперсионных кривых для монодисперсных смесей воды с пузырьками разных газов (гелий, углекислый газ) (рис. 4). Кривые I построены при значениях  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м, кривые II и III –  $\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$ ,  $a_0^I = a_0^{II} = 2 \cdot 10^{-3}$  м. Показано, что коэффициент затухания в зависимости от теплофизических свойств газов каждой из фракций может изменяться существенно как к уменьшению, так и к увеличению своего значения. Как видно из рис. 4, замена части паровоздушных пузырьков в монодисперсной пузырьковой смеси на пузырьки углекислого газа, не участвующих в фазовых превращениях, приводит к уменьшению коэффициента затухания в низкочастотной области, а замена на пузырьки гелия, также не

участвующих в фазовых превращениях, приводит к увеличению коэффициента затухания в низкочастотной области.

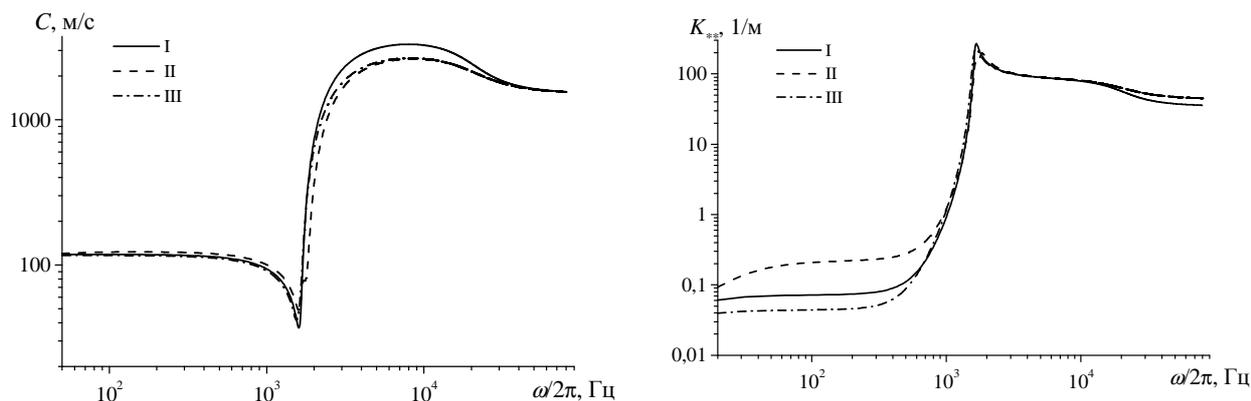


Рис. 4 – Сравнение зависимостей фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты для монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (I), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия (II), с паровоздушными пузырьками и пузырьками углекислого газа (III)

С использованием подпрограмм быстрого преобразования Фурье проведены расчеты распространения импульсов давления.

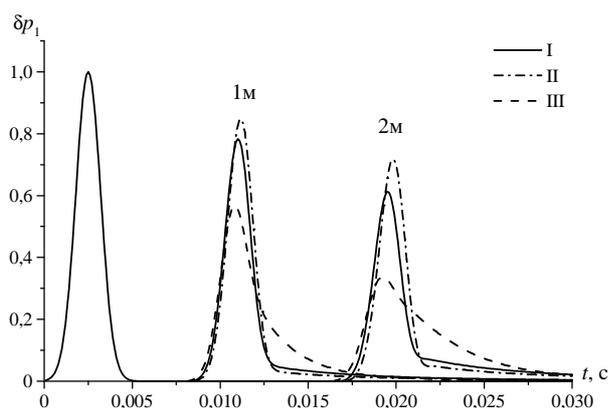


Рис. 5 – Эволюция импульсного возмущения давления в монодисперсной смеси воды с паровоздушными пузырьками (I), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия (II), с паровоздушными пузырьками и пузырьками углекислого газа (III)

На рис. 5 проиллюстрирована эволюция импульсного возмущения давления в пузырьковой среде. Кривые I построены для значений  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $a_0 = 10^{-3}$  м, кривые II и III –  $\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$ ,  $a_0^I = a_0^{II} = 10^{-3}$  м.

Показано, что затухание импульсов давления в соответствии с дисперсионными кривыми (рис. 4) для данной смеси воды с паровоздушными пузырьками при замене части из них на пузырьки гелия – повышается, а при замене на пузырьки углекислого газа – понижается.

**В четвертой главе** изучается распространение акустических волн в двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми пузырьками разных газов с учетом фазовых превращений в каждой фракции.

Линеаризованная система уравнений возмущенного движения данной смеси имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + \rho_{10} \frac{\partial v'}{\partial x} = -J', \quad J' = J'^I + J'^{II},$$

$$\frac{\partial \rho'^I_2}{\partial t} + \rho^I_{20} \frac{\partial v'}{\partial x} = J'^I, \quad \frac{\partial \rho'^I_V}{\partial t} + \rho^I_{V0} \frac{\partial v'}{\partial x} = J'^I,$$

$$\frac{\partial \rho'^{II}_2}{\partial t} + \rho^{II}_{20} \frac{\partial v'}{\partial x} = J'^{II}, \quad \frac{\partial \rho'^{II}_V}{\partial t} + \rho^{II}_{V0} \frac{\partial v'}{\partial x} = J'^{II},$$

$$\frac{\partial n'^I}{\partial t} + n^I_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial n'^{II}}{\partial t} + n^{II}_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = 0,$$

$$\rho_{10} \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\partial p'_1}{\partial x} = 0, \quad \rho_{10} c_1 \frac{\partial T'_1}{\partial t} = n^I_0 q_{1\Sigma}^I + n^{II}_0 q_{1\Sigma}^{II},$$

$$\rho^I_{20} c^I_2 \frac{\partial T'^I_2}{\partial t} = \alpha^I_{20} \frac{\partial p'^I_2}{\partial t} + n^I_0 q_{2\Sigma}^I, \quad \rho^{II}_{20} c^{II}_2 \frac{\partial T'^{II}_2}{\partial t} = \alpha^{II}_{20} \frac{\partial p'^{II}_2}{\partial t} + n^{II}_0 q_{2\Sigma}^{II},$$

$$n^I_0 q_{1\Sigma}^I + n^I_0 q_{2\Sigma}^I = -l_0 J'^I, \quad n^{II}_0 q_{1\Sigma}^{II} + n^{II}_0 q_{2\Sigma}^{II} = -l_0 J'^{II},$$

$$\frac{\partial a'^I}{\partial t} = w'^I_A + w'^I_R + \frac{J'^I}{4\pi(a^I_0)^2 n^I_0 \rho^I_{10}}, \quad \frac{\partial a'^{II}}{\partial t} = w'^{II}_A + w'^{II}_R + \frac{J'^{II}}{4\pi(a^{II}_0)^2 n^{II}_0 \rho^{II}_{10}},$$

$$a^I_0 \frac{\partial w'^I_R}{\partial t} + \frac{4v_1}{a^I_0} w'^I_R = \frac{p'^I_2 - p'_1}{\rho^I_{10}}, \quad a^{II}_0 \frac{\partial w'^{II}_R}{\partial t} + \frac{4v_1}{a^{II}_0} w'^{II}_R = \frac{p'^{II}_2 - p'_1}{\rho^{II}_{10}},$$

$$w'^I_A = \frac{p'^I_2 - p'_1}{\rho^I_{10} C_1 (\alpha^I_{20})^{1/3}}, \quad w'^{II}_A = \frac{p'^{II}_2 - p'_1}{\rho^{II}_{10} C_1 (\alpha^{II}_{20})^{1/3}},$$

$$p'_1 = C_1^2 \rho'^I_{10},$$

$$\frac{p'^I_2}{p_0} = \frac{\rho'^I_{20}}{\rho^I_{20}} + \Delta R^I k'^I_V + \frac{T'^I_2}{T_0}, \quad \frac{p'^{II}_2}{p_0} = \frac{\rho'^{II}_{20}}{\rho^{II}_{20}} + \Delta R^{II} k'^{II}_V + \frac{T'^{II}_2}{T_0},$$

$$\frac{T'^I_\Sigma}{T_0} = E^I k'^I_{V\Sigma} + G^I \frac{p'^I_2}{p_0}, \quad \frac{T'^{II}_\Sigma}{T_0} = E^{II} k'^{II}_{V\Sigma} + G^{II} \frac{p'^{II}_2}{p_0},$$

$$\alpha_1 + \alpha^I_2 + \alpha^{II}_2 = 1, \quad \alpha^I_2 = \frac{4}{3} \pi (a^I)^3 n^I, \quad \alpha^{II}_2 = \frac{4}{3} \pi (a^{II})^3 n^{II}.$$

Переменные с нижним индексом 1 и 2 относятся к параметрам жидкой и газовой фаз, индексы  $V$  и  $G$  – соответственно к паровому и газовому

компоненту, индекс  $\Sigma$  – к поверхности раздела фаз, штрихи обозначают возмущения параметров, индекс 0 – начальное невозмущенное состояние, верхний индекс I относится к параметрам пузырьков первой фракции, индекс II – к параметрам пузырьков второй фракции.  $\rho^\circ$ ,  $\rho$  – истинная и средняя плотность,  $v$  – скорость,  $p$  – давление,  $n$  – число пузырьков в единице объема,  $T$  – температура,  $a$  – радиус пузырька,  $w$  – скорость радиального движения пузырьков,  $q$  – интенсивность теплообмена,  $\alpha$  – объемное содержание,  $J$  – интенсивность фазовых переходов,  $l$  – удельная теплота парообразования,  $k_i$  – массовая концентрация  $i$ -го компонента дисперсной фазы,  $c$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\nu_1$  – кинематическая вязкость жидкости,  $C$  – скорость звука.

Рассматривая решение полученной системы уравнений в виде прогрессивных волн, получено дисперсионное соотношение для комплексного волнового числа  $K_*$ , описывающее распространение плоских акустических возмущений в двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми пузырьками различных газов и размеров с учетом межфазного диффузионного массообмена в каждой из фракций.

Как и в первых двух задачах учет двух фракций различных начальных радиусов дисперсной фазы смеси приводит к возникновению двух локальных минимумов и максимумов на дисперсионных кривых. Это обусловлено различием значений резонансных частот собственных колебаний пузырьков каждой из фракций. Установлено, что замена части паровоздушных пузырьков в монодисперсной пузырьковой смеси на пузырьки углекислого газа приводит к уменьшению, а замена на пузырьки гелия – к увеличению коэффициента затухания в низкочастотной области.

На рис. 6 показано сравнение зависимостей фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты возмущений для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III) при следующих параметрах: кривые I –

$\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$ ,  $a_0^I = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $a_0^{II} = 10^{-3}$  м, кривые II –  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м, кривые III –  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $a_0 = 10^{-3}$  м.

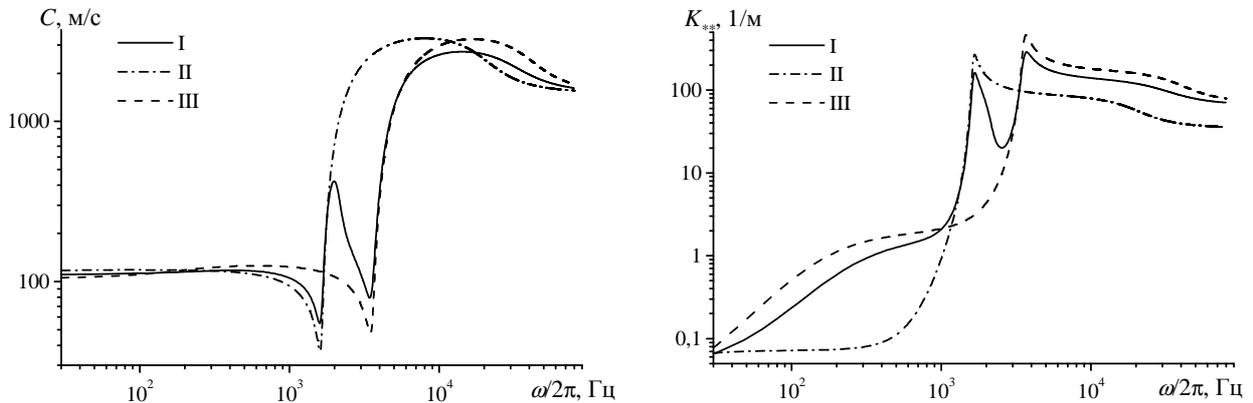


Рис. 6 – Зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III)

С использованием подпрограмм быстрого преобразования Фурье проведены расчеты распространения импульсов давления малой амплитуды в двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (рис. 7). Кривые I построены при значениях  $\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$ ,  $a_0^I = 10^{-3}$  м,  $a_0^{II} = 2 \cdot 10^{-3}$  м, кривые II –  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $a_0 = 10^{-3}$  м, кривые III –  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м.

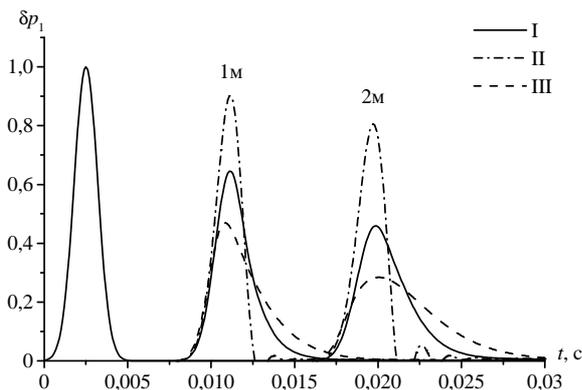


Рис. 7 – Эволюция импульсного возмущения в двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесях воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III)

Видно, что затухание импульсов давления для двухфракционного случая больше по сравнению с монодисперсными смесями воды с паровоздушными пузырьками, и меньше – с пузырьками гелия с водяным паром. Это соответствует характеру коэффициента затухания в низкочастотной области на рис. 6.

## **Основные результаты и выводы:**

Представлены математические модели течения двухфракционных смесей жидкости с парогазовыми пузырьками разных газов и размеров без учета и с учетом фазовых превращений. Выведены дисперсионные соотношения и построены дисперсионные кривые, определяющие распространение акустических возмущений. С помощью метода быстрого преобразования Фурье выполнены расчеты по распространению импульсных возмущений давления. На основании выполненной работы сделаны следующие выводы:

1. Учет двухфракционности состава дисперсной фазы смеси жидкости с парогазовыми пузырьками приводит к появлению двух локальных минимумов в зависимости фазовой скорости от частоты колебаний, что связано с различием резонансных частот собственных колебаний пузырьков разных фракций. В зависимости коэффициента затухания от частоты колебаний в области значений резонансных частот собственных колебаний пузырьков появляются два локальных максимума. Это обуславливает существенное отличие распространения возмущений давления в двухфракционных смесях от случая монодисперсных пузырьковых жидкостей.

2. Замена части парогазовых пузырьков в монодисперсной смеси с фазовыми переходами на пузырьки газа с другими теплофизическими свойствами может приводить в низкочастотной области как к уменьшению, так и к увеличению коэффициента затухания в зависимости от сорта газа.

3. Наличие фазовых переходов хотя бы в одной из фракций парогазовых пузырьков может вызвать в зависимости от частоты возмущения как увеличение, так и уменьшение затухания слабых волн по сравнению со случаем пузырьковых систем без фазовых превращений.

## **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в изданиях, рекомендованные ВАК:**

1. Гафиятов Р.Н. Акустические волны в двухфракционной смеси жидкости с пузырьками разных газов и различного начального радиуса [Текст] /

Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Р.Н. Гафиятов // Известия ВУЗов. Проблемы энергетики. – 2009. – № 3-4. – С. 3-9.

- Гафиятов Р.Н. Акустические возмущения в парогазожидкостных системах [Текст] / А.А. Никифоров, Е.А. Уткина, Р.Н. Гафиятов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. МЖГ. – 2011. – № 4(3). – С. 1017-1018.

**В прочих изданиях:**

- Гафиятов Р.Н. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях [Текст] / Р.Н. Гафиятов // Проблемы и перспективы развития авиации, наземного транспорта и энергетики. Материалы V Всероссийской н.-тех. конференции. – Казань, 2009. – Т. 1. – С. 541-545.
- Гафиятов Р.Н. Динамика слабых волн в двухфазных средах [Текст] / Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Е.А. Уткина, Р.Н. Гафиятов // Проблемы и перспективы развития авиации, наземного транспорта и энергетики. Материалы V Всероссийской н.-тех. конференции. – Казань, 2009. – Т. 1. – С. 546-551.
- Гафиятов Р.Н. Звуковые возмущения в пузырьковых жидкостях с учетом различия сорта газа во включениях при наличии массообмена [Текст] / Р.Н. Гафиятов // Сб. трудов Международной н.-тех. и образовательной конференции «Образование и наука – производству». – Набережные Челны, 2010. – С. 87-89.
- Гафиятов Р.Н. Акустические возмущения в двухфракционных пузырьковых средах разного состава при наличии фазовых превращений [Текст] / Р.Н. Гафиятов // Материалы докладов VII школы-семинара молодых ученых и специалистов академика РАН В.Е. Алемасова «Проблемы тепломассообмена и гидродинамики в энергомашиностроении». – Казань, 2010. – С. 139-142.
- Гафиятов Р.Н. Акустические возмущения в двухфракционных парогазожидкостных системах [Текст] / А.А. Никифоров, Е.А. Уткина,

Р.Н. Гафиятов // Всероссийская научная школа молодых ученых «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил». – Москва, 2010. – С. 66-67.

8. Gafiyatov R.N. Acoustic waves in a two-fractional liquid with bubbles with phase transformations [Текст] / R.N. Gafiyatov // Международная научная школа молодых ученых и специалистов «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил. Вихри и волны». – Москва, 2011. – С. 17-19.
9. Гафиятов Р.Н. Влияние фазовых превращений на распространение акустических волн в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом фазовых превращений в каждой из фракций [Текст] / Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Р.Н. Гафиятов // В сб. «Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН» – Казань: Фолиант, 2011. – Т. II. – С. 25-36.