

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
Кафедра алгебры и математической логики

Заведующий кафедрой
к.э.н., доцент
С.В. Вершинина

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
магистерская диссертация

**НАГЛЯДНОСТЬ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПЕРВИЧНЫХ ПОНЯТИЙ В КУРСЕ
МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

44.04.01 Педагогическое образование
Магистерская программа «Современное школьное математическое
образование»

Выполнила работу
студентка 3 курса
заочной формы обучения



Чулкина
Валерия
Руслановна

Научный руководитель
к.э.н., доцент



Вершинина
Светлана
Валерьевна

Рецензент
к.п.н., доцент
ТВВИКУ



Шемякина
Ирина
Евгеньевна

Тюмень
2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИНЦИПА НАГЛЯДНОСТИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ.....	6
1.1. Сущность, значение и роль наглядности.....	6
1.2. Требования к использованию средств наглядности в обучении математике	14
1.3. Средства наглядности, используемые при организации процесса обучения.....	25
Выводы по главе 1.....	35
ГЛАВА 2. ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ	37
2.1. Математические понятия, их содержание и объем, классификация понятий.....	37
2.2. Методические требования к введению понятий в школьном курсе математики.....	44
2.3. Основные этапы изучения понятий в школе.....	48
Выводы по главе 2.....	51
ГЛАВА 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПЕРВИЧНЫХ ПОНЯТИЙ С ПОМОЩЬЮ НАГЛЯДНОСТИ.....	53
3.1. Разработка методических рекомендаций для формирования наглядных образов первичных понятий в математике	53
3.2. Комплекс задач и примеров для создания наглядного образа при изучении отрицательных чисел	60
Выводы по главе 3.....	77
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	78
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	80

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В современном мире область образования ставит в приоритет личность ученика, его саморазвитие и самопознание. Исходя из этого, обучение строится на подготовке к жизни человека, который сможет максимально реализовать свои возможности.

Любая система научных знаний состоит из понятий, в том числе и математика. Если рассматривать школьные учебные материалы по математике, то они не формируют полноценного образа, давая обучающимся лишь определения понятий и сразу переходя к оперированию знаками. В результате большинство учеников формально запоминают понятия, их свойства. Как следствие, испытывают трудности в изучении алгебры и геометрии в старших классах, а также в освоении дисциплин в средних и высших учебных заведениях.

В данной работе первичные понятия рассматриваются не в качестве неопределяемых, а именно как основа, фундамент школьного курса математики, т.е. в том смысле, что они являются основными.

Изучение математики начинается через сопоставление чисел с объектами реального мира. По мере развития образования, математика становится более абстрактной, т.е. теряется связь с реальным миром и эту связь приходится показывать и объяснять. Учащиеся могут воспринять математику как игру по определенным правилам с символами. Отсюда и возникает формальная математика.

Чтобы избежать этого, важно соблюдать в обучении математике принцип наглядности. Наглядные средства обучения позволяют, во-первых, создать на уроке обстановку заинтересованности, во-вторых, успешнее формировать воображение, облегчать изучение сложных и трудных вопросов, в том числе и формирование первичных понятий в математике и их связь с реальным миром.

Задача учителя математики состоит в формировании у обучающихся обобщенных абстрактных образов, отражающих различные классы математических объектов. Очевидно, что простое заучивание определения понятия такого образа не даст. Становление понятия идет другим путем.

Наглядный образ возникает лишь в процессе умственной деятельности человека, является результатом его активных мыслительных действий, воображения. Наглядностью являются только те объекты, восприятие которых обеспечивается формированием психических образов, которые являются понятными и доступными.

Проблема исследования. Как с помощью наглядности реализовать изучение первичных понятий?

Объектом исследования является изучение понятий в курсе математики средней школы.

Предмет исследования. Наглядность при изучении первичных понятий в курсе математики средней школе.

Цель исследования. Разработать рекомендации по изучению первичных понятий в средней школе, реализующие принцип наглядности и с их учетом разработать комплекс задач по отдельным темам.

Задачи:

1. Выявить сущность, значение и роль наглядности.
2. Определить требования к использованию средств наглядности в обучении математике.
3. Рассмотреть актуальные на данный момент средства наглядности.
4. Изучить литературу, посвящённую основам изучения математических понятий в школе.
5. Рассмотреть формирование наглядных образов при изучении понятий.
6. Разработать комплекс задач и примеров для создания наглядного образа при изучении отрицательных чисел.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что в нем выявлены особенности создания наглядных образов первичных понятий в математике и возможность использования данного материала в курсе математики средней школы на примере раздела с отрицательными числами.

Практическая значимость исследования состоит в том, что его результаты могут быть использованы при проведении уроков по математике, а также могут

быть использованы при разработке и написании учебно-методических материалов.

Теоретико-методологическую основу исследования составляют:

– нормативные документы, относящиеся к сфере модернизации школьного, в том числе, математического образования в Российской Федерации;

– роль и значение наглядности в образовании, использование современных средств наглядности (Симаков М.А., Позднякова Н.В., Маркова Я.С., Макусева Т.Г., Карпова Т.Н., Дюличева Ю.Ю., Дрогаченко Т.В., Далингер В.А., Белова О.П., Артюхина М.С.);

– достижения формирования фундаментальных понятий с отражением передового опыта школ (Фирер А.В., Старостина А.Е., Руденко Е.А., Полукина О.Г., Покровский В.П., Зверева Л.П.);

– ключевые позиции современного школьного образования и особенности развития мышления (Чирина О.В., Сапа А.В., Разоренов Д.А., Мозговая М.А., Калашникова Л.В.).

Методы исследования: теоретические (анализ научной и учебной литературы по теме исследования; обобщение результатов анализа); эмпирические (наблюдение, изучение и обобщение педагогического опыта, анкетирование).

ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИНЦИПА НАГЛЯДНОСТИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

1.1. СУЩНОСТЬ, ЗНАЧЕНИЕ И РОЛЬ НАГЛЯДНОСТИ

Наглядность, как средство обучения, находила свое отражение в трудах многих ученых и педагогов.

Понятие «наглядность» в педагогике находит свое отражение посредством различных трактовок. В.Л. Петровский понимает под наглядностью дополнение иллюстрациями устного изложения учебного материала педагогом [Петровский, с. 211]. По мнению Т.Н. Карповой, наглядность представляет собой средство познавательной деятельности [Карпова, с. 29]. Для А.А. Люблинской наглядность является определенной формой представления учебного материала [Люблинская, с. 53].

К. Д. Ушинский определял наглядность как одно из средств умственного развития учащихся. Он отводил наглядности значительное место в обучении, но при этом подчеркивал, что наглядность не может определять ход всего обучения [Ушинский, с. 118].

Наглядность – это средство формирования наглядного образа, под которым можно понимать возникающую в результате мыслительной деятельности сложная структура познания.

С целью глубокого понимания понятия «наглядность», рассмотрен процесс познания. А.Н. Леонтьев описывает процесс познания как процесс исследования субъектом познавательного объекта, который реализуется посредством использования органом чувств и мышления. Автор описывает познание как процесс наблюдения, исследования, восприятия познавательного объекта [Леонтьев, с. 97].

Поэтому наглядность неразрывно связана с особенностями психики человека. Наглядность носит условный характер, что объясняется различиями в восприятии разных людей, так, к примеру математическая формула интеграла

может быть легкодоступной для понимания старшеклассниками, но при этом быть совершенно непонятной для ученика пятого-шестого класса. [Бархаев, с. 319].

Основной задачей наглядности педагоги и психологи выделяют способность создания у субъекта образа познаваемого объекта, представляющие собой образы восприятия, образы представления и образы воображения.

В процессе восприятия образа познаваемого объекта происходит его формирование за счет непосредственного воздействия на органы чувств человека, его память и мышление.

Происходит процесс создания образа, то субъект познания формулирует гипотезы, рассматривает версии и аргументы в защиту каждой из них, принимает во внимание различные характеристики познаваемого объекта, то есть активно задействует мыслительную деятельность. При это на результаты такого процесса оказывают влияние психологические качества человека, его мировоззрение, система ценностей, опыт, отношение к окружающей его действительности.

Основным условием восприятия наглядности является ее доступность для понимания. Если человек понимает воспринимаемый им объект познания, то и образ получается наглядным, и, наоборот, при непонимании сущности объекта познания, его образ не может быть для человека наглядным [Обухова, с. 201].

Наряду с образами восприятия существуют образы представления, в которых образы предметов или явлений основываются на прошлом их восприятии, памяти. Впечатления, эмоции, чувственные образы, проходя через память, остаются в ней при условии их яркости, необычности, личного значения для человека. При их воспроизведении (воспоминании) эти образы превращаются в образы представления.

Образы воображения возникают у человека при составлении из знакомых и понятных для него элементов целостного объекта, который он ранее не воспринимал и не наблюдал. Роль таких образов в жизни человека велика,

поскольку творческая деятельность основана на воображении. Прежде чем что-то сделать, человек сначала представляет результат своего труда и лишь затем приступает к работе [Волков, с. 14].

Таким образом, можно резюмировать, что наглядный образ возникает лишь в процессе умственной деятельности человека, является результатом его активных мыслительных действий, воображения. Наглядностью являются только те объекты, восприятие которых обеспечивается формированием психических образов, которые являются понятными и доступными.

Суммируя все вышесказанное, можно прийти к выводу, что наглядность – психический процесс, в результате которого в сознании обучающихся образуются определенные образы исследуемого объекта.

Рассмотренная сущность наглядности лежит в основе принципа наглядности. Под принципом наглядности понимается один из основных дидактических принципов, предполагающий обучение, основанное на психических образах, воспринимаемых обучающимися.

Принцип наглядности впервые сформулировал Я. А. Коменский, чешский педагог-гуманист, определив, что в основе обучения лежит чувственный опыт. Он подробно описал и обосновал принцип наглядности, представляя его как значимый фактор усвоения учащимися учебного материала. Я. А. Коменский сформулировал золотое правило дидактики: «Все, что только возможно, представлять для восприятия чувствами: видимое для восприятия – зрением, слышимое – слухом, запахи – обонянием, подлежащее вкусу – вкусом, доступное осязанию – путем осязания. Если какие – либо предметы можно воспринимать сразу несколькими чувствами одновременно, то и представлять предмет одновременно нескольким чувствам» [Коменский, с. 67].

Таким образом, принцип наглядности изучения материала обусловлен крайне значимостью восприятия анализируемых предметов и явлений органами чувств как основы для формирования представлений и понятий. Я.А. Коменский в процессе анализа использования наглядных материалов в

процессе обучения, настаивал на применение принципа наглядности на занятиях посредством наблюдений за существующими предметами или наблюдений за моделями (если нет реальных предметов), рисунками, схемами. По его мнению, принцип наглядности заключается в том, что обучающиеся движутся к достоверным знаниям, используя сами предметы и явления как источник познания.

Принцип наглядности в педагогике охарактеризован в научных трудах И.Ф. Герbart, В.И. Загвязинского, И.Г. Песталоцци, К.Д. Ушинского и др.

И.Г. Песталоцци считал принцип наглядности основным средством обучения. По его мнению «Только безоговорочное применение принципа наглядности дает возможность изгнать бессодержательное обучение». К.Д.Ушинский также был убежден, что необходимым условием обучения ребенка является принцип наглядности [Ушинский, с. 117].

К. Д. Ушинский видит, что главное в обучении - умело организовать мыслительную деятельность учащихся а наглядные пособия являются одним из средств такой организации.

Сластёнин В. А. считает, что принцип наглядности – это одно из важнейших положений, которое лежит в основе организации процесса обучения.[Сластенин, с. 72]

Принцип наглядности несет в себе такое преподнесения учебного материала, при котором знания и представления обучающихся становятся более осмысленными и конкретными.

Все правила, законы должны быть наглядно объяснены учащимся. Использование наглядных материалов помогает лучшему восприятию и изучению многих абстрактных положений, т. е. несет за собой развитие абстрактного мышления.

Принцип наглядности в обучении состоит из нескольких основных положений:

1. Наглядность лежит в основе образовательного процесса, являясь исходным пунктом обучения.

2. В основе применения наглядности лежит историко-индуктивный метод обучения, когда наглядность представляется иллюстрацией явления или предмета, способом раскрытия современного решения проблемы.

3. Наглядность как иллюстрация применения знаний. Здесь это может быть в форме лабораторных и практических занятий. В этом случае познавательная задача решается в форме эксперимента [Волков, с. 15].

Так с помощью наглядных изображений учащиеся получают возможность воспринимать изучаемые явления, предметы, процессы через психологическую работу мозга, мышление, чувственное восприятие. Кроме того, некоторые объекты познания не могут быть воспроизведены и показаны в учебном помещении, тогда наглядные средства обучения дают возможность воспроизвести их опосредовано, через рисунок, картину, модель и т.д.

Наглядность тесно взаимосвязана с верной организацией наблюдения и оценки натуры, что главным образом влияет на правильную интерпретацию выводов о предметах и явлениях, и как следствие – на качество построения изображения. Особенно важное значение принцип наглядности имеет на первой ступени обучения.

Но, наглядность сама по себе может и не вызвать активное обучение школьников, и задача педагога в том, чтобы у обучающихся возник вопрос, появилось стремление увидеть, узнать, понять, потому процесс восприятия эффективен при активном мыслительном процессе ученика, наличии у него внутреннего вопроса и стремления к познанию.

Об этом писал и Я.А. Коменский, полагая, что чувственное восприятие с помощью зрения является исключительно начальной ступенью познания, и следующий немаловажный этап обучения – абстрактное мышление. То есть представление учащимся наглядного материала предполагает обязательное дальнейшее рассуждение [Коменский, с. 89].

Наглядность является исходным пунктом обучения, но ее эффективность в процессе обучения обеспечивается активностью учащихся.

Активность является характеристикой познавательной деятельности и показателем уровня ее развития. Основой познавательной активности школьника является его желание учиться. Для возникновения такого желания необходимо, чтобы обучающийся поставил перед собой соответствующую цель, которая зависит от внутренних и внешних факторов.

Достичь этого возможно на основе осознания обучающимися мотивов собственной познавательной деятельности. Активизация – это создание соответствующих условий организации деятельности обучающихся и использования средств, которые будут обеспечивать формирование их активности [Каменская, с. 113].

В то же время теоретический анализ литературных источников показал, что активизацию познавательной деятельности нельзя рассматривать только как процесс управления деятельностью обучающихся учителем. Процесс активизации определяется собственной деятельностью школьника, которая детерминирована его инициативой, стремлением ставить перед собой задачи, находить пути их решения, т.е. саморегуляцией. Таким образом, правильно организованная познавательная работа обучающихся способствует повышению эффективности обучения и активизации познавательной деятельности. Активное усвоение знаний - необходимое условие школьного обучения.

Наглядность выступает важным средством активизации познавательной деятельности школьников, так как, во-первых, она выступает как важное средство познания окружающего мира; во-вторых использование наглядности основано на особенностях мышления детей школьного возраста, которое развивается от конкретного (наглядно-образного) к абстрактно-логическому; и, в-третьих, наглядность учебного материала повышает познавательный интерес к знаниям и делает процесс обучения более доступным для школьников с различным уровнем развития интеллекта.

Поэтому основная цель любого учителя - не только предоставить учащимся определенный объем знаний, который им нужен, но и повысить их

интерес к обучению, творчеству, таким образом, воспитывая думающего человека.

Интерес к предмету возникает, когда ученик понимает, о чем говорит учитель, когда содержание и задачи, которые стимулируют ученика к работе, интересны, они могут помочь своей независимости в освоении учебного материала, учиться не только делать выводы и обобщения, а также наблюдать за перспективой использования приобретенных знаний. Именно по этой причине учитель обязан стремиться обновить систему образования, которая направлена на повышение мотивации учащихся к обучению.

Роль использования наглядности в учебном процессе не ограничивается лишь созданием образных представлений у школьников, она обеспечивает формирование понятий, способствует установлению абстрактных связей и зависимостей, поэтому и является одним из важнейших положений дидактики. Ощущение и понятие - это разные стадии единого процесса познания.

Таким образом, можно сказать, что наглядность активизирует различные составляющие учебного процесса школьников: внимание, мотивацию к познанию, мыслительную деятельность.

Активизация – это создание соответствующих условий организации деятельности обучающихся и использования средств, которые будут обеспечивать формирование их активности.

А.П. Усольцев, Т.Н. Шамало, описывая процессы активизации мыслительной деятельности, формирования пространственного мышления, развитие познавательной активности, отдают значительную роль в этих процессах именно применению наглядности. Они определяют несколько уровней активизации мышления и описывают роль наглядности на каждом уровне (Рисунок 1) [Усольцев, с. 103].

Активизация внимания	<ul style="list-style-type: none"> • Средства наглядности могут обеспечить произвольное внимание
Управление процессом понимания	<ul style="list-style-type: none"> • Взаимодействие образных и вербальных мыслительных кодов. Наглядность дополняет словесную форму
Активизация мотивации к познавательной деятельности	<ul style="list-style-type: none"> • Использование наглядности как средства усиления мотивации
Развитие теоретического мышления	<ul style="list-style-type: none"> • Наглядность в виде знако-символических средств, используемых для выделения существенного

Рис. 1. Уровни активизации мышления и роль наглядности

Таким образом, благодаря наглядности у школьников формируются конкретные образы воспринятого объекта, предупреждающие вербализм в обучении детей, повышается мотивация к познавательной деятельности.

В ходе обучения с применением актуальных наглядных средств происходит формирование у школьников интеллектуальной активности, пробуждается интерес к знаниям и способам их приобретения. В связи с этим в центре внимания современных педагогов оказывается корректировка методического аппарата учебного процесса, при том что развитие мотивационной сферы деятельности учащихся относится к наиболее индивидуальным сторонам психической деятельности, но наименее изученным рычагом активизации учебно-познавательного процесса.

В дидактическом плане применение наглядности приводит к следующим результатам:

- учебный процесс становится более оживленным, занимательным; объяснение учителем учебного материала более доступно и занимает меньше времени, чем при отсутствии пособий;

- учебный материал легче усваивается, у учащихся быстрее формируются необходимые представления;

- решение некоторых задач значительно упрощается, т.к. наглядность становится средством активизации творческого мышления;

- быстрее развиваются наблюдательность, глазомер.

Наглядность способствует правильной организации учебного процесса.

Наглядные образы являются одним из обязательных элементов и предпосылок мышления. Какого бы высокого уровня ни достигало бы абстрактное мышление в большей или в меньшей степени оно нуждается в чувственной наглядности, в образности.

Все это делает для учащихся доступным такой материал, который без применения наглядных средств обучения недоступен или труднодоступен.

Итак, в данном исследовании принято следующее определение наглядности - средство формирования наглядного образа, под которым можно понимать возникающую в результате мыслительной деятельности сложная структура познания.

При этом необходимым условием формирования наглядного образа является умственная деятельность человека, его активные мыслительные действия, воображение. Наглядность сама по себе может и не вызвать активное обучение школьников, и задача педагога в том, чтобы у обучающихся возник вопрос, появилось стремление увидеть, узнать, понять, потому процесс восприятия эффективен при наличии у ученика внутреннего вопроса и стремления к познанию.

Наглядностью являются только те объекты, восприятие которых обеспечивается формированием психических образов, которые являются понятными и доступными.

1.2. ТРЕБОВАНИЯ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ СРЕДСТВ НАГЛЯДНОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Сегодняшний этап развития средней общеобразовательной школы можно охарактеризовать как динамическое обновление: совершенствуется содержание

образовательного пространства, меняются организационные формы, внедряются инновационные технологии обучения. Однако нельзя сказать, что перемены происходят быстро: несмотря на все нововведения, педагоги ничуть не реже (если не чаще) сталкиваются с отсутствием учебной мотивации у школьников, особенно подростков старшего звена. Эта печальная тенденция касается дисциплин как гуманитарного, так и естественного цикла, в том числе и математических предметов, которые дети, не имеющие выдающихся математических способностей, часто воспринимают как сложные и бесполезные в практической жизни.

При обучении математике у обучающихся появляется ряд трудностей в освоении учебного материала и не всегда хватает мотивации на их преодоление. Математика требует к себе серьезного внимания при переходе из класса в класс объем изучаемого материала увеличивается и усложняется, а время, отводимое на уроке не всегда достаточно для формирования и закрепления математических умений и навыков. Возникает необходимость увеличения доли самостоятельной работы обучающихся в аудиторной и неаудиторной деятельности. В связи с этим перед учителем стоит задача организации самостоятельной работы с вовлечением обучающихся в учебную деятельность. Учитель должен не только предоставить ученикам прочные задания и навыки, но и активизировать их познавательную деятельность, развить мышление, заинтересовать математикой.

В связи с этим исследования современной педагогики и методики преподавание математики направлены на выявление возможностей ученика, расширение и максимальное использование их для развития школьника как личности. Консервативные методы заменяются технологиями, которые позволяют максимально раскрыть потенциал учащихся и активизировать их деятельность. Для обучения школьников математике одним из наиболее важных принципов является наглядность.

М. И. Башмаков под наглядностью в математике понимал «совокупность материальных, материализованных, идеальных действий, совершаемых как

обучающим, так и обучаемым в ходе реализации дидактической цели наглядного обучения» [Башмаков, с.4].

Современное понятие наглядности значительно изменилось в сравнении с первоначальным. Как отмечает В. Д. Шадриков, «... сейчас наглядность рассматривается не только на конкретном, но и на абстрактном уровне и в процессе деятельности, однако единого подхода к понятию наглядности не выработано, определения наглядного обучения не дается, нет характеристики составляющих его компонентов, недостаточно исследована специфика наглядного обучения математике» [Шадриков, с. 213].

Принцип наглядности в математике является одним из важнейших педагогических инструментов. В процессе изучения математики от учащихся требуется достижение более высокой степени абстракции, чем в других предметах. В зависимости от изучаемого материала, его новизны для учеников, сложности используются и различные способы применения наглядности на уроке. Так, например, при проведении уроков геометрии появляется более широкое поле для применения наглядности. При этом и уроки алгебры предполагают различные варианты применения наглядности в процессе обучения.

Если рассматривать школьные учебные материалы по математике, то они не формируют полноценного образа, давая обучающимся лишь определения понятий и сразу переходя к оперированию знаками. В результате большинство учеников формально запоминают понятия, их свойства. Как следствие, испытывают трудности в изучении алгебры и геометрии в старших классах, а также в освоении дисциплин в средних и высших учебных заведениях, связанных с оперированием геометрическими образами. Об этом говорит М.А. Мозговая [Мозговая, с. 14]. Поэтому на современном этапе развития психолого-педагогических наук проблема формирования и развития образного мышления становится приоритетной.

При этом, как было рассмотрено выше, на формирование образов влияет применение наглядности, но при условии активной мыслительной деятельности

самого ученика. Необходимо отметить, что для эффективного применения наглядности это не является единственным достаточным условием. В психологии и педагогике обосновывается комплекс психолого-педагогических условий и требований к использованию средств наглядности в образовательном процессе в общем и в преподавании математики в частности.

Исследованием особенностей психолого-педагогических условий реализации принципа наглядности в образовательном процессе занимались многие отечественные педагоги и психологи. В частности, Н.М. Борытко, А.Н. Леонтьев, В.Л. Петровский, И.А. Петрова, И.Ю. Гутник, О.Ю. Ефремов, Л.С. Выготский.

Анализ работ приводит к следующей задаче, актуальной для каждого учителя: создание педагогических условий использования наглядности в образовательном процессе школы с целью активизации познавательной деятельности, усиления мотивации к обучению, дополнения словесной формы подачи учебного материала при обучении школьников на уроках математики. То есть учителю необходимо создать в образовательном процессе такие условия использования наглядности, которые бы обеспечивали не формальное «соблюдение» принципа наглядности, а эффективное применение средств и методов наглядности в учебном процессе.

Педагогические условия использования наглядности в образовательном процессе школы на уроках математики представляют собой следующие положения.

1. Использование наглядности должно соответствовать возрастным и индивидуальным особенностям развития обучающихся.

Познавательная деятельность школьников наряду с общими особенностями, обусловленными возрастом, имеет и индивидуальные различия, обусловленные индивидуальными особенностями развития мышления, памяти, эмоционально-волевой сферы. Цель педагога – активизировать познавательную деятельность каждого обучающегося, повысить уровень мотивации к изучению математики, обеспечить усиление внимания к изучаемой теме.

Данную цель можно достичь лишь при условии учета индивидуальных особенностей обучающихся. Использование наглядности должно соответствовать принципу индивидуально-личностного подхода в обучении.

Таким образом, обязательным условием, обеспечивающим эффективность использования наглядности в образовательном процессе школы, выступает условие соответствия методов и средств наглядности возрастным и индивидуальным особенностям развития обучающихся.

2. Использование различных видов наглядности.

Используя в комплексе различные виды наглядности, педагог воздействует на различные анализаторы обучающихся, активизируя их познавательную деятельность. Таким образом, активизировать познавательную деятельность школьников средствами наглядности становится возможным при условии использования в учебном процессе различных видов наглядности.

3. Реализация наглядности на основе использования медиа-технологий.

Данное педагогическое условие обусловлено особенностями развития современных подростков.

В литературе современное поколение называют поколением Z или DigitalNative (Цифровой человек). Это дети мультимедийных технологий. Интернет не ограничен стационарным персональным компьютером, а доступен в любой момент времени со смартфона и других гаджетов – мобильные технологии. Представители поколения Z «связаны» между собой социальными сетями (Instagram, Tik-Tok, VK, Youtube), различными мессенджерами (WhatsApp, Telegram, Skype, Discord) [Позднякова, Колесникова].

При этом они отлично умеют работать с информацией. Книгам предпочитают статьи, мини-новости, короткие сообщения, статусы. Это происходит от перегруженности информацией, мозг стараясь избежать перегрузок, обрабатывает небольшие объемы информации. Одним из явлений нового времени является клиповое мышление.

Таким образом, с учетом психологических особенностей детей 11-16 лет и с учетом особенностей поколения Z, необходимо учитывать эти факторы при

построении обучения в целом и использовании наглядностей на уроках в частности, активно включая в образовательный процесс медиа-технологии.

Существуют такие пути использования компьютерных технологий в учебно-воспитательном процессе школы: использование специальных учебных программ, в которых предусматриваются материалы для различных видов учебной деятельности, также предлагается методика их использования; самостоятельный отбор отдельного материала относительно конкретных целей обучения [Сапа, с. 32].

Интересной методической находкой, позволяющей повысить наглядность обучения и активизировать познавательную деятельность школьников, являются педагогические программные средства, которые практически являются электронными учебниками.

Реализация наглядности на основе использования медиа-технологий способствует активизации познавательной деятельности учащихся поскольку отвечает особенностям развития современных подростков. Использование мультимедийных средств обучения на уроках и во внеурочной деятельности облегчает процесс обучения за счет более понятного, яркого и наглядного представления материала.

Эффективность использования учебно-наглядных пособий зависит от соблюдения и выполнения ряда требований:

- содержание пособий должно соответствовать требованиям учебной программы;
- использование учебно-наглядных пособий должно подчиняться реализации целей и задач урока;
- вводить в содержание урока учебно-наглядные пособия необходимо в органической связи с логикой изложения учебного материала;
- с помощью наглядных пособий рекомендуется иллюстрировать только основные, наиболее сложные положения и проблемы.

Основные правила принципа наглядности:

- четко определить цель использования средств наглядности;

- комплексно использовать такие виды наглядности, которые давали эффект, но ни в коем случае не злоупотреблять ими;
- активно привлекать субъектов учения к работе со средствами наглядности;
- управлять наблюдениями субъектов учения;
- отбрасывать все лишнее, чтобы не вызвать дополнительных ассоциаций;
- применять наглядность на всех этапах учебного процесса;
- демонстрировать средства наглядности последовательно по мере представления учебного материала;
- обеспечивать содержательность и эстетичность их оформления;
- наглядность должна соответствовать психологическим закономерностям восприятия;
- не использовать средства наглядности как самоцель, а удачно дополнять изучаемый материал;
- не переоценивать и не недооценивать роль наглядности в обучении и тому подобное.
- нецелесообразно их использовать при объяснении второстепенных положений, которые учащиеся легко понимают;
- учебно-наглядные пособия являются вспомогательным источником информации, служит средством его наиболее популярного разъяснения;
- применение наглядности основано на возможности емкого, лаконичного, образного выражения научного знания;
- выбор наглядного пособия обуславливает ряд обстоятельств, главным среди которых является характер учебного материала;
- применение наглядности должно вестись системно и комплексно, однако следует выявлять целесообразность привлечения каждого пособия в отдельности и всего комплекса в целом, помня, что их использование должно повысить эффективность и действенность урока.

Л. В. Занков одним из условий обеспечения познавательной эффективности использования наглядности на уроках математики называет возможность самостоятельной работы над переработкой информации, содержащейся в наглядности. Причем, по его мнению, чем старше становится ученик, тем выше должна быть степень такой самостоятельности [Занков, с. 127].

Педагогические условия использования наглядности в образовательном процессе школы на уроках математики представляю собой следующие положения.

1. Использование наглядности должно соответствовать возрастным и индивидуальным особенностям развития обучающихся.
2. Использование различных видов наглядности.
3. Реализация наглядности на основе использования медиа-технологий.

Изучение школьного курса математики в средних классах включает в себя развитие вычислительной культуры, формирование логического, пространственного, критического мышления, становление понятийной математической базы.

Каждый из элементов математического образования является основой дальнейшего обучения смежных с математикой дисциплин.

Наглядные средства так же могут сойти за опору для учащихся среднего звена, но только в том случае, когда преподаватель определяет четко задание и направляет учеников в их деятельности.

При формировании вычислительной культуры происходит становление способности к осознанному использованию математических законов, умений и навыков. Тем самым устная работа на уроках в 5-8 классах как никогда актуальна, но чаще всего, особенно в 5-6 классах, выполнение простейших арифметических операций вызывает у обучающихся затруднения и возникает желание воспользоваться калькулятором [Мерзляк, с. 206].

В данном случае возможно применение наглядностей посредством медиа-технологий в виде программ, направленных на совершенствование навыков

устного счета, которые способствуют повышению мотивации к освоению вычислительных операций и за счет динамичности обеспечивают произвольное внимание ученика.

В последние годы вопрос о необходимости специальной работы учителя над развитием логической составляющей мышления обучающихся приобретает особую остроту. Школьные уроки по-прежнему нацелены на прохождение программы, а не на развитие мышления детей тем самым возникает проблема развития логического мышления [Чирина, с. 68].

Использование наглядности в процессе совершенствования логической составляющей мышления обучающихся способно привести к значительным результатам. Поскольку зачастую именно наглядное представление логического задания способствует его пониманию и приводит к нахождению правильной траектории его решения.

Огромный потенциал применение наглядности существует в процессе развития пространственного мышления школьников, которые необходимо для усвоения геометрических знаний. При изучении геометрии наблюдаются тенденции снижения уровня освоения геометрического материала обучающимися. Анализ диагностических работ по математике показывает, что при решении геометрических задач возникают затруднения, связанные с недостаточным развитием пространственного мышления [Изотова, с. 92].

Реализация принципа наглядности оказывает значительное влияние на развитие образного и пространственного мышления, которое является необходимым при изучении математики в любом школьном возрасте.

Ведь, по мнению Пираловой О.Ф. и Ведякина Ф.Ф., «от уровня развития пространственного мышления зависит способность осмысленно и доказательно воспринимать и перерабатывать зрительную образную или графическую информацию с различных сторон» [Пиралова, с. 99].

Оперирование с реальными объектами в повседневной жизни оказывает влияние на создание образа и дальнейшее его развитие.

Пространственное мышление в обучении математике формируется на геометрических образах пространственных предметов окружающего мира. Переход от одних образов и их свойств к другим при решении разнотипных задач, дает целостную систему.

В отличие геометрии на уроках алгебры математическим понятиям уделяется меньше внимания. В геометрии все строится на понятиях, когда как в алгебре учителя стараются избегать изучения понятий, считая, что достаточно знать практический материал [Старостина, с. 102].

Итак, по-нашему мнению процесс усвоения и осмысления школьниками математических понятий обязан начинаться с развития и образования зрительного т.е. наглядного образа этого понятия.

Применение такого наглядного образа в ходе обучения математики способствует формированию учебного процесса путем активизации механизмов визуального мышления, а также развития теоретического мышления учащихся.

По мнению Руденко Е. А. «обеспечить процесс осознанного изучения понятий математики, опираясь лишь на логический компонент мышления учащихся, как показывает практика, анализ методической литературы, психологические исследования затруднительно» , нужна опора на образный компонент мышления [Руденко, с. 2172].

Таким образом, необходимо направлять использование на уроках математики наглядности, как эффективного вспомогательного учебного средства, на те области школьного курса, которые могут вызывать трудности освоения, в том числе: вычислительных навыков, логического, пространственного, критического мышления, понятийной математической базы.

В концепции развития математического образования представлен ряд задач, направленных на преодоление проблем в обучении математики: модернизация содержания учебных программ, обеспечение наличия общедоступных информационных ресурсов, улучшение качества преподавания

математики в школе, обеспечение обучающимся условий для развития и применения высоких математических способностей, популяризация математических знаний и математического образования.

В процессе выполнения каждой из этих задач использование принципа наглядности способно привести к получению более высоких результатов.

Итак, выделены педагогические условия использования наглядности в образовательном процессе школы на уроках математики, которые представляют собой следующие положения.

1. Использование наглядности должно соответствовать возрастным и индивидуальным особенностям развития обучающихся.

2. Использование различных видов наглядности.

3. Реализация наглядности на основе использования медиа-технологий.

Изучение школьного курса математики в средних классах включает в себя развитие вычислительной культуры, формирование логического, пространственного, критического мышления, становление понятийной математической базы.

При формировании вычислительной культуры возможно применение наглядностей посредством медиа-технологий в виде программ, направленных на совершенствование навыков устного счета, которые способствуют повышению мотивации к освоению вычислительных операций и за счет динамичности обеспечивают непроизвольное внимание ученика.

Использование наглядности в процессе совершенствования логической составляющей мышления обучающихся способно привести к значительным результатам. Поскольку зачастую именно наглядное представление логического задания способствует его пониманию и приводит к нахождению правильной траектории его решения.

Реализация принципа наглядности оказывает значительное влияние на развитие образного и пространственного мышления, которое является необходимым при изучении математики в любом школьном возрасте.

1.3. СРЕДСТВА НАГЛЯДНОСТИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ

Принцип наглядности обучения реализуется при помощи средств наглядности, под которыми понимаются способы, с помощью которых педагог демонстрирует учащимся объект познания.

Средства наглядности - материальная или знаковая модель, создаваемая для выполнения учебных задач, дающая возможность учащемуся обобщенно представить те предметы и явления, которые отражены в изучаемом учебном материале. [Карпова, с. 115]

Наглядное пособие - это одно из средств умственного развития. Оно занимает определенное место в формировании личности школьника и не определяет всего хода обучения. Современный учитель имеет большой выбор наглядных пособий.

Наглядные пособия могут помочь улучшить обучение, быть нейтральными к процессу обучения или подавлять понимание теоретического материала.

Любое учебное оборудование, в том числе и наглядность принесет ожидаемый эффект лишь в том случае, если при планировании и подготовке к уроку преподаватель выполнит необходимую подготовительную работу.

Цели, преследуемыми педагогом, применяющим их, могут быть разными. Основная - служить наглядным материалом.

В педагогике выделяются такие виды средств наглядности, как визуальные, аудиальные, кинестетические и речевые. Наглядные средства обучения позволяют опираться на зрительное, слуховое, кинестетическое восприятие. В процессе обучения наглядные средства должны образовывать тот каркас, на основе которого будет происходить познавательная деятельность обучающихся.

К визуальным средствам наглядности относятся иллюстрации, схематические изображения, фотографии. К аудиальным – разнообразные

аудиозаписи. Образцы веществ, которые можно исследовать с помощью тактильных ощущений, относятся к кинестетическим средствам наглядности. К речевым средствам наглядности относится словесное описание учителем, которое способно вызвать у школьников образование психического образа. Психологами установлено, что наиболее активно в обучении задействованы зрительный и слуховой анализаторы, поэтому наиболее широко распространены аудиовизуальные средства наглядности.

С развитием информационно-коммуникационных технологий в образовании постоянно появляются новые способы представления учебной информации, которые постепенно входят в арсенал педагогов-практиков. Однако, используя даже новейшие средства наглядности, педагог должен всегда контролировать процесс формирования у обучающихся правильных наглядных образов.

Визуальные наглядный педагогический материал представляет собой плоские и объемные изображения предметов и явлений, создаваемые преимущественно в педагогических целях.

Все визуальные средства, применяемые на протяжении всего процесса обучения нужны для того, чтобы объяснить новый материал, закрепить знания, сформировать навыки, выполнять задания и проверки на усвоение учебного материала. Учебные материалы используются не только в классе, но и в других формах обучения [Руденко, с. 2171].

Использование материала будет способствовать развитию идей и концепций учащихся и развитию их навыков. Наглядные пособия используются в школах на разных этапах учебного процесса: когда новый материал разъясняется учителям, когда он берется у учащихся еще раз, когда материалы исследования пересматриваются, учитель проверяет, знают ли его учащиеся, и когда это делается вне класса.

Кроме того, визуальные наглядные средства обычно делятся на две основные группы: естественный визуальный педагогический материал состоит

из природных и производственных объектов и визуального учебного материала, художественных и технологических объектов и явлений.

Они представляют собой, согласно образному методу: визуальное отображение визуального устройства, представляющего предметы и явления в реальной жизни, вставленные в форму (чертежи, модели, изображения и т. д.) и схематические условные наглядные пособия, в которых отражается только наиболее важный элемент или признак в известной логической процедуре и использовании условных графических символов, условных рисунков с символами (карточек, графиков, диаграмм). Наглядные пособия могут быть выполнены в двух измерениях (плоские наглядные пособия) или в трех измерениях (трехмерные наглядные пособия). Плоские и трехмерные наглядные пособия должны состоять из двух типов: статических, неподвижных, детализированных и динамических частей.

Рассмотрим варианты наглядных пособий по математике:

Одним из видов наглядности являются таблицы. Особенности таблиц являются большая информативность, наглядность и статичность представленной информации, способствование обобщению знаний учащихся, усваивать понятия в системе. К каждой таблице учитель может предложить систему вопросов, способствующих пониманию учащимися взаимосвязей между понятиями.

Таблицы разделяют на:

- 1) справочные;
- 2) иллюстративные;
- 3) рабочие (таблицы-задания).

Таблицы способствуют развитию образного мышления. С целью конкретизации изученного материала, или же новых знаний, актуальным является использование схематических рисунков при решении задач, в процессе объяснения приемов вычисления, используют наглядные предметы и соответствующие записи.

При обобщении, повторении изучаемого материала, познании фактов, явлений или связей, где главным является слово учителя, табличная и схематическая наглядность на уроках математики выступает в качестве подтверждения, иллюстрации спецификации вербального сообщения, то есть это отправная точка для сообщения, содержащего информацию о явлении и контексте, в котором оно недоступно непосредственному восприятию.

Рисунки и схемы. На уроках математики среди всех наглядных пособий чаще всего используются рисунки. При выведении формул, доказывании теорем, разрешении задач приходится строить графики, схемы, диаграммы, различные геометрические фигуры. К рисунку предъявляются определенные требования. Он должен быть правильным, наглядным и простым в исполнении. Правильным считается рисунок, который является одной из проекций изображаемой фигуры, соответствует рассматриваемой задаче или теореме. Рисунок считается наглядным, если он вызывает такое же восприятие- формы фигуры, как и при непосредственном рассмотрении ее модели. Третье требование сводится к тому, чтобы рисунок по возможности выполнялся непосредственно, при минимальном количестве вспомогательных построений.

Сейчас принцип наглядности тесно связан с компьютерными технологиями и их уместное сочетание с педагогическими инструментами приводит к максимальному результату обучения учащихся во время образовательного процесса.

Принципиально новые возможности использования наглядности придают компьютерные технологии, которые в настоящее время достаточно широко используются в школах. Эффективность использования компьютера при изучении математики в значительной степени зависит от специальных программных средств, которые дают совместить высокие вычислительные возможности с графическим представлением результатов обработки информации; дают возможность экономить учебное время за счет исключения механических нетворческих вычислений, большей частью расчетного

характера, вооружают учащихся эффективными наглядными методами решение широкого класса задач.

В современной школе таблицы, рисунки, схемы, аудио – и видеоматериалы все чаще представляются учащимся с помощью медиа-технологий.

Так, на уроках математики для применения принципа наглядности посредством схем и таблиц учитель может использовать такие онлайн-сервисы как: Infogr, ThingLink, PearDeck.

Достаточно наглядным и понятным является метод составления интеллект-карт, который можно использовать в режиме реального времени на уроке, заполняя совместно с учениками. В Сети сейчас достаточно сервисов для составления такого рода наглядности: XMind, PoppletBubbl.

В качестве еще одного средства наглядности выступают графики и диаграммы. Используя интерактивные сервисы на уроках математики можно обеспечить эффективное понимание процесса их построения. Так, к примеру, в сервисе Infogr можно построить диаграмму или карту, при этом сделав ее динамичной.

С увеличением необходимости использования дистанционных форм образования становятся актуальными сервисы, способные организовать удаленно обучение всего класса, обеспечив при этом достаточный уровень усвоения материала, доступности для понимания и наглядно. Среди таких программных сервисов можно назвать Zoom, MicrosoftTeams.

В школах учителя активно используют в качестве наглядного материала презентации, выполненные в MS PowerPoint. Однако, такие наглядные средства ориентированы на пассивное зрительное восприятие. Для повышения уровня интерактивности презентации можно использовать приложение OfficeMix, которое позволяет записывать аудио и видео, вводить рукописный текст, создавать интерактивные опросы и упражнения, интегрировать веб-страницы и апплеты других приложений, размещать свои презентации в сети с

использованием облачных технологий с возможностью реализации обратной связи путем отображения результатов опросов [Фирер, с. 66].

Таким образом, эффективность использования такого наглядного материала значительно возрастает, поскольку она задействует не только пассивное просматривание слайдов презентации, а вовлекает ученика непосредственно в процесс создания материала, повышается интерактивность сотрудничества между учителем и учащимися. Такие наглядные интерактивные материалы наиболее эффективно могут быть представлены с помощью интерактивной доски, которая, по мнению М. С. Артюхина [Артюхин М. С., 77], может сочетать в себе функции контроля знаний и возможности различных форм коммуникации наглядных пособий, тренажеров и заменителей устаревших средства обучения (плакаты, макеты, кодоскопы и т. д.).

Интерактивные доски обладают значительным потенциалом в обеспечении наглядности. И на данный момент они могут быть совместными, то есть обеспечивать работой преподавателя и нескольких учеников одновременно. Среди таких интерактивных досок можно назвать Padlet, ExplainEverything».

Являясь универсальными средствами по отношению ко всем учебным предметам, эти средства в преподавании математики должны иметь некоторые особенности, в частности, в программном обеспечении должны присутствовать:

- интерактивные математические инструменты (компас, линейка, транспортир и др.);
- редактор формул;
- интерактивные модели математических объектов.

В соответствии с этими особенностями мы выделяем программное обеспечение SmartNotebook для интеллектуальных интерактивных досок Smart.

Значительными возможностями наглядного представления математических фактов и явлений обладают информационные технологии, позволяющие моделировать оперирование с геометрическими объектами.

Благодаря применению цифровых ресурсов усиливаются интерпретирующая, иллюстрирующая, когнитивная функция средств наглядности.

Можно выделить основные способы использования компьютерных технологий в учебно-воспитательном процессе обучения в школе: использование специальных учебных программ, в которых предусматриваются материалы для различных видов учебной деятельности, также предлагается методика их использования; самостоятельный отбор отдельного материала относительно конкретных целей обучения.

Интересной методической находкой, позволяющей повысить наглядность обучения и активизировать познавательную деятельность школьников, являются педагогические программные средства, которые практически являются электронными учебниками.

Использование компьютерных технологий предусмотрено в элективном курсе Н.Н. Орловой «Изображение геометрических тел в мультимедийных средах». Автором разработана мультимедийная библиотека опорных формул, пакетов готовых геометрических тел и их конфигураций. Подобные задания больше подойдут для учеников 7 класса, когда вводятся основные геометрические понятия: точка, отрезок, луч, прямая, треугольник.

Эти материалы могут использоваться при работе с интерактивной доской или при построении индивидуальных образовательных траекторий [Орлова].

Например, построение диаграмм можно делать в онлайн-редакторах. Которые позволяют скрыть и показать соотношение различных секторов круговой диаграммы, значения столбчатых диаграмм. Можно попросить «на глаз» сравнить различные доли, сделать выводы по диаграмме. Преобразовать круговую диаграмму в столбчатую и наоборот.

Интерес к учебно-познавательному процессу у учащихся вызывает не только использование игровых программ учебного назначения, но и программ, которые позволяют проводить поиски, построения и исследования моделей математических объектов. Наиболее целесообразными в этом плане являются программные средства GRAN, WINGEOM, GEOGEBRA, POLY, Mathematica,

MathCAD, Maxima, Maple, Cabri 3D и др. Математический конструктор, Живая математика и другие.

Для построения различных геометрических фигур можно использовать графический редактор Geogebra. Например, использование онлайн геометрии GeoGebra может заменить долгое объяснение свойств четырехугольника.

Использовать ИГС GeoGebra можно не только при изучении нового материала, но и при обучении учащихся решению задач. При этом реализуются две цели: визуализация решения задачи и применение теорем или их следствий, которых нет в учебнике. Использование таких динамических чертежей в учебном процессе формирует у обучающихся алгоритмический стиль мышления, стимулирует их к поисковой исследовательской учебно-познавательной деятельности.

Интерактивное пособие «Наглядная математика. Стереометрия» позволяет учащимся оценить взаимное расположение точки, прямой и плоскости.

Среди систем компьютерной алгебры мы выделяем систему Mathematica. Встроенная функция Manipulate, имеющая интуитивно понятный графический интерфейс, позволяет визуализировать различные математические объекты и отношения между ними.

Сетевые сервисы обладают широкими возможностями для создания интерактивных визуализированных задач, которые среди всех перечисленных типов программных средств обладают рядом преимуществ.

Давайте поближе познакомимся с сервисом learningapps.org. Сервис позволяет легко создавать различные интерактивные задания для школьников, а также дидактические игры, предполагающие одновременное участие в решении задачи нескольких учеников с возможностью общения в игровом чате.

Данный шаблон имеет возможность вставки изображения, что позволяет представлять информацию в различных формах, в частности в виде таблиц, графиков и графиков.

Таким образом, реализация наглядности на основе использования медиа-технологий способствует активизации познавательной деятельности учащихся.

Использование мультимедийных средств обучения на занятиях и во внеурочной деятельности облегчает процесс обучения за счет более понятного, яркого и наглядного изложения материала

Важнейшим этапом в работе с наглядными пособиями является умение самостоятельно оперировать ими с соответствующими объяснениями.

На сегодняшний день перед образованием стоит серьезнейший вызов – угнаться за стремительно движущимся вперед технологическим прогрессом.

Постоянно возрастающие объемы знаний и навыков, которыми необходимо овладеть человеку для успешного функционирования в современном обществе, ставят перед образованием задачу постоянного повышения эффективности учебного процесса. Это способствует развитию новейших технологий в обучении.

Одной из таких технологий можно назвать технологию дополненной реальности. Это технология, в которой разнообразные технические средства используются для встраивания синтетических объектов в сцены реального мира. При использовании технологии дополненной реальности осуществляется встраивание в естественные изображения, получаемые, как правило, в режиме реального времени с одной или нескольких видеокамер, синтетических плоских или объемных визуальных объектов, что также может сопровождаться звуковыми эффектами. Полученное изображение визуализируется на экране компьютера, смартфона или с использованием специальных очков.

Гриншкун А. В. в своем диссертационном исследовании подчеркивает возрастающий потенциал такого рода технологической наглядности [Гриншкун, с. 10]

В школьном курсе математики технология дополненной реальности может значительно повысить наглядность геометрических построений при изучении, например, стереометрии. Также использование трехмерной анимации

открывает дополнительные возможности иллюстрации абстрактных образов за счет их «разворачивания» во времени.

Таким образом, наглядность является ключевым компонентом обучения математике. Она помогает реализовывать многие формы учебной деятельности, решая при этом много проблемных задач.

Наглядность используется не только при изучении и объяснении нового материала на уроке, но и при его закреплении, повторении изученного, при решении задач и т. Однако следует помнить, что чрезмерное использование наглядности может лишь навредить. Это не самоцель, а лишь вспомогательное средство обучения детей математике. Когда ученик понял тот или иной метод выполнения действий, или осознал способ решения задач, в дальнейшем количество наглядного материала должно уменьшиться, или же вообще не использоваться.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

В данном исследовании принято следующее определение наглядности - средство формирования наглядного образа, под которым можно понимать возникающую в результате мыслительной деятельности сложная структура познания.

При этом необходимым условием формирования наглядного образа является умственная деятельность человека, его активные мыслительные действия, воображение. Наглядность сама по себе может и не вызвать активное обучение школьников, и задача педагога в том, чтобы у обучающихся возник вопрос, появилось стремление увидеть, узнать, понять, потому процесс восприятия эффективен при наличии у ученика внутреннего вопроса и стремления к познанию.

Наглядностью являются только те объекты, восприятие которых обеспечивается формированием психических образов, которые являются понятными и доступными.

Выделены педагогические условия использования наглядности в образовательном процессе школы на уроках математики, которые представляют собой следующие положения.

1. Использование наглядности должно соответствовать возрастным и индивидуальным особенностям развития обучающихся.
2. Использование различных видов наглядности.
3. Реализация наглядности на основе использования медиа-технологий.

Изучение школьного курса математики в средних классах включает в себя развитие вычислительной культуры, формирование логического, пространственного, критического мышления, становление понятийной математической базы.

При формировании вычислительной культуры возможно применение наглядностей посредством медиа-технологий в виде программ, направленных на совершенствование навыков устного счета, которые способствуют

повышению мотивации к освоению вычислительных операций и за счет динамичности обеспечивают непроизвольное внимание ученика.

Использование наглядности в процессе совершенствования логической составляющей мышления обучающихся способно привести к значительным результатам. Поскольку зачастую именно наглядное представление логического задания способствует его пониманию и приводит к нахождению правильной траектории его решения.

Реализация принципа наглядности оказывает значительное влияние на развитие образного и пространственного мышления, которое является необходимым при изучении математики в любом школьном возрасте.

На уроках математики возможен к использованию широкий спектр наглядных средств: таблицы, схемы, рисунки, натуральная наглядность, аудио и видео материалы. Значительными возможностями наглядного представления математических фактов и явлений обладают информационные компьютерные технологии, использование мобильных приложений и ресурсов.

Применение иллюстраций, практических работ, видеофрагментов, онлайн-сервисов и электронных приложений на уроках математики обеспечивает повышение умственного развития обучаемых, способствует развитию их математических знаний, умений и способностей.

ГЛАВА 2. ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

2.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ИХ СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ, КЛАССИФИКАЦИЯ ПОНЯТИЙ

В данной работе мы будем рассматривать в качестве фундамента первичные понятия в курсе математики средней школы. Поэтому стоит сначала разобраться в сущности самого понятия и особенностях его введения.

Основными формами логического мышления являются понятия, суждения и умозаключения.

Понятие – это форма абстрактного мышления, в которой отражены существенные свойства объектов[Макусева].

Формирование понятий – это сложный и длительный психологический процесс, протекающий по схеме(Рисунок 2):

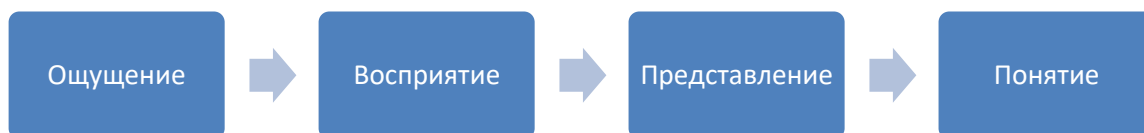


Рис. 2. Формирование понятий

Последняя степень предполагает использование обобщения и абстрагирования для перехода от представления к понятию.

Пример.

Процесс формирования понятия куба:

1. Сначала дети учатся из множества различных предметов выбирать те, которые имеют форму куба, пренебрегая различиями в размере, окрасе, материале и т.д. Они еще не знают свойств куба (ощущение и восприятие).

2. Путем наблюдения учащиеся выделяют общее свойство всех кубов (8 вершин, 6 граней и т.д.). Создается представление.

3. Отделяются существенные свойства от несущественных и возникают первоначальные понятия о кубе. В дальнейшем курсе геометрии дается строгое математическое понятие.

При формировании математических понятий первые три ступени часто не играют существенной роли. Например, понятие производной.

В некоторых случаях наглядность может препятствовать формированию понятия.

Например, свойства плотности, множества рациональных чисел нельзя обнаружить опытным путем, а можно установить только логически [Талызина].

Каждое понятие можно охарактеризовать с помощью объема и содержания.

Содержание – это набор всех существенных свойств объекта.

Объем – множество всех объектов, к которым можно применить данное понятие.

Определить какой-либо объект значит выделить или отобрать наиболее важные свойства из всех значимых, достаточных в совокупности, чтобы отличить этот объект от других.

Для выделения объекта из других объектов, выделяют свойства существенные и несущественные.

Отсутствие несущественных свойств, не влияет на существование объекта.

Допустим, свойство квадрата: «сторона АВ квадрата является вертикальной» несущественное, но если повернуть квадрат, тогда сторона АВ окажется расположенной по-другому (Рисунок 3).

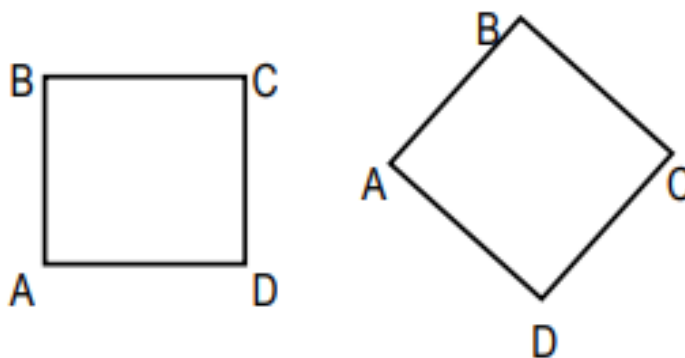


Рис. 3. Поворот квадрата

Существенное свойство – это свойство, которое присуще любому объекту, охватываемому данным понятием.

Пример.

Существенные свойства ромба:

1. является параллелограммом;
2. имеет 4 равные стороны;
3. имеет перпендикулярные диагонали;
4. имеет равные противоположные углы;
5. является четырехугольником;
6. является плоской фигурой и т.д.

Достаточный набор существенных свойств – это множество свойств, позволяющих выделить интересующие нас множества объектов их всех остальных [Ситникова].

Пример.

Достаточные наборы свойств для ромба:

- 1) иметь взаимно перпендикулярные диагонали, делящиеся точкой пополам;
- 2) быть параллелограммом, иметь все равные стороны.

Виды определений:

1. Через родовое понятие и видовые отличия.

А) Это определение выстраивается следующим образом: сначала указано название определяемого объекта, затем указаны его свойства (первое – указание более общего, родового понятия; второе – отличительное видовое свойство).

Такой вид определения называют характеристическим.

Например, определение параллелограмма.

«Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны»

Б) Иногда в математике встречается похожий способ определения понятий. Сначала указывается родовое понятие, затем в качестве видового отличия выступает способ построения фигуры. Такое определение называют генетическим.

Например, определение треугольника.

«Треугольник – это геометрическая фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех попарно соединяющих их отрезков»

В) Точно так же сначала указывается определяемое и родовое понятие, а затем в качестве видового отличия указан способ получения объекта один за другим по порядку.

Такой вид определений называется индуктивным (или рекуррентным).

Например, определение арифметической прогрессии.

«Арифметическая прогрессия – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом»

2. Определение понятия через систему свойств (аксиом), которым удовлетворяет это понятие. Такой вид определения называется аксиоматическим (или косвенным).

Например, определение площади многоугольника, которое основано на практических знаниях.

«Площадью многоугольника называют положительную величину, которая обладает свойствами: равные многоугольники имеют равные площади;

если многоугольник состоит из нескольких геометрических фигур, то его площадь равно сумме площадей этих фигур; единицей измерения площади является площадь единичного квадрата»

3. Условные соглашения. Такие определения основаны на некотором соглашении, в которых свойства понятий выражаются через равенство. Часто используются в школьном курсе математики при расширении понятия числа.

Например, $a^0 = 1$.

4. Определение через отрицание. Фиксируется не наличие свойства, а его отсутствие.

Например, «прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и НЕ пересекаются».

Если рассматривать видовые отличия определений по логической структуре, то можно выделить конъюнктивные (соединяются союзом «и») и дизъюнктивные (союзом «или»).

Таким образом, логико-дидактический анализ определения выполняется в 4 шага:

- 1) выделить термин;
- 2) род;
- 3) видовое отличие;
- 4) определить структуру.

Достаточный набор существенных свойств образует либо определение понятия, либо его признак.

Классификация понятий

Объем понятия рассматривается с помощью классификации.

Классификация – это разделение множества объектов, составляющих объем родового понятия на виды (классы).

Виды деления:

1) По видоизменению признака: свойство является основанием деления, присуще объектам выделенных видов в разной степени.

Пример.

Натуральные числа: простые, составные, число 1.

Для проведения классификации выбрано свойство «иметь определенное число делителей».

Классифицируемые объекты могут содержать в себе несколько признаков, поэтому можно классифицировать их по-разному.

2) Дихотомическое деление: деление по наличию или отсутствию некоторого свойства.

Пример.

Натуральные числа: четные, нечетные.

В зависимости от выбора основания получаются разные классификации.

Можно классифицировать по нескольким основаниям одновременно.

Пример.

Если классифицировать множество треугольников по величине одного угла (по видоизменению признака), а затем в качестве основания деления взять равенство двух сторон (дихотомическое деление), то получим 6 классов (остроугольные равнобедренные, остроугольные неравнобедренные и т.д.).
[Блох, Дорофеев]

Требования к правильной классификации:

1. Пересечение классов должно быть пустым.

2. Объединение выделенных классов должно образовывать исходное множество (сумма объемов видовых понятий должна быть равно объему родового понятия).

3. Классификация должна проверяться по определенному основанию, неизменному в процессе классификации.

4. В процессе классификации необходимо переходить к ближайшему в данном родовом понятии виду. [Оганесян, Колягин]

Для наглядного представления классификации можно использовать диаграммы Эйлера-Венна (Рисунок 4).



Рис.4. Диаграмма Эйлера-Венна

В процессе определения понятий и их классификации образуется система понятий данной науки.

Изучая такие видовые отличия с помощью классификации понятия, развивается логическое мышление и появляется более ясное представление о родовом понятии.

Определение считается сформулированным, если оно сводится к уже известным понятиям. В итоге, сводя по цепочке одно понятие к другому, мы

дойдем до неопределяемого понятия, которое невозможно будет свести к более простому. [Оганесян, Колягин]

Именно с этих понятий все и начинается. В качестве основного приема для введения неопределяемых понятий выступает аксиоматический прием или составление родословных.

В школьном курсе математики не всегда целесообразно давать понятиям строгое определение, иногда достаточно сформировать правильное представление о нем. То есть достаточно создать один наглядный образ с помощью поясняющих описаний для того, чтобы помочь усвоить учащимся понятие.

Усвоение первичного понятия должно быть доведено до такого уровня, чтобы в дальнейшем ученик мог узнать относящийся к этому понятию объект, не вспоминая описания. [Талызина]

2.2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВВЕДЕНИЮ ПОНЯТИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

При формулировании определения понятия следует соблюдать ряд методических требований:

1) Определяемые и определяющие понятия должны быть соразмерны. Это означает, что их объемы должны совпадать, поскольку эти понятия взаимозаменяемы.

Если объем определяемого понятия включен в объем определяющего понятия, то возникает ошибка слишком широкого определения.

Например, определение квадрата непропорционально:

"квадрат - это четырехугольник, все стороны которого равны"

В этом случае объем определяющего понятия представляет собой множество четырехугольников, все стороны которых равны, и это множество ромбов. Но не всегда ромб является квадратом, то есть это определение непропорционально.

Если же, наоборот, объем определяющего понятия уже есть объем определяемого понятия, то возникает ошибка слишком узкого определения.

Например, определение "линии a и b называются параллельными, если они не имеют общих точек" слишком узко, поскольку ему не удовлетворяют совпадающие прямые.

2) В этом определении не должно быть никакого порочного круга. То есть невозможно определить понятие через себя или определить его через другое понятие, которое, в свою очередь, определяется через него.

Например, "равные треугольники – это треугольники, которые равны".

Другой пример - следующие определения:

"Умножение чисел - это действие, посредством которого найдено произведение этих чисел"

"Произведение чисел есть результат их умножения"

В этом случае умножение определяется в понятии произведения, а произведение определяется в понятии умножения. В результате определения образовали порочный круг.

3) Определение должно быть ясным и точным. Прежде всего, это означает, что при введении нового понятия термины, входящие в его определение, должны быть уже известны.

Например, вы не можете определить прямоугольник как прямоугольный параллелограмм, если понятие "параллелограмм" еще не было рассмотрено.

Для выполнения требования ясности в определении понятия важно также наличие в нем родового понятия.

Например, такое определение квадрата неприемлемо: "квадрат-это когда все стороны равны."

4) Отсутствие избыточности. Это значит включить в видовое различие столько свойств, сколько необходимо и достаточно для того, чтобы выделить определяемые объекты из сферы действия родового понятия.

Например, определение прямоугольника таково: "прямоугольник-это четырехугольник, углы которого все прямые, а противоположные стороны равны."

Это определение соразмерно и не содержит порочного круга, но свойство "в прямоугольнике противоположные стороны равны" следует из свойства "в прямоугольнике все углы прямые". При этом считается, что в данном определении прямоугольника второе свойство избыточно, оно производно от первого.

Важно не только наличие общего понятия в определении, но и его правильный выбор. Необходимо указать не просто родовое по отношению к определяемому понятию, а ближайшее.

Например, в определении квадрата, выбирая в качестве родового понятия "четырёхугольник", мы получаем: "квадрат-это четырёхугольник, в котором все углы прямые и все стороны равны."

Таким образом, в качестве видового различия будут выступать два свойства: "иметь все прямые углы" и "иметь все равные стороны".

Если мы выберем самое близкое понятие для квадрата – прямоугольник как общее, мы получим более короткое определение квадрата: "квадрат-это прямоугольник со всеми равными сторонами"

5) Существование определяемого объекта.

Очевидно, что если ничто не соответствует определению понятия, то такое определение нельзя считать логически правильным.

Например, "тупой треугольник - это треугольник, углы которого все тупые"

Сразу же становится ясно, что треугольника, углы которого все тупые, не существует. Поэтому это определение нельзя считать логически правильным.

В математике для проверки существования объекта обычно доказываемся специальная теорема, подтверждающая эту возможность. Или они оправдывают существование объекта, строя его.

Соблюдая вышеуказанные требования, одно и то же понятие может быть определено по-разному.

Таким образом, квадрат можно определить как:

- а) прямоугольник, смежные стороны которого равны;
- б) прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны;
- в) ромб, имеющий прямой угол;
- г) параллелограмм, где все стороны равны, а углы прямые.

Такие разные определения одного и того же понятия возможны, потому что содержание понятия включает в себя довольно много свойств, достаточно указать в определении лишь некоторые из них. Но в этом случае нужно убедиться, что свойства, входящие в одно определение, следуют свойствам, входящим в другое, то есть необходимо доказать эквивалентность определений одного и того же понятия.

Из всех возможных интерпретаций выберите ту, которая проще и более подходит для дальнейшего построения теории.

Если какие-либо свойства включены в определение, то другие свойства тех же объектов могут быть логически выведены из тех, которые включены в определение. Это важное положение используется при решении задач распознавания.

Если объект A принадлежит к области определяемого понятия, то он обладает всеми свойствами, указанными в определении понятия. Верно и обратное, то есть если известно, что объект A обладает всеми свойствами, которые указаны в определении понятия, называемого определенным термином, то объект a можно назвать этим термином.

Завершая рассмотрение определений понятий через род и видовое различие, назовем последовательность действий, которой мы должны

следовать, если хотим воспроизвести определение знакомого понятия или построить определение нового:

1. Назовите определяемое понятие (термин).
2. Укажите ближайшее родовое (по отношению к определенному) понятие.
3. Перечислите свойства, отличающие определенные объекты от общей области, т. е. сформулируйте конкретное различие.
4. Проверьте, соблюдены ли правила определения понятия (соразмерно ли оно, есть ли порочный круг и т. д.).

2.3. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЙ В ШКОЛЕ

Методика работы с математическим понятием включает в себя 5 этапов:

1. Профессиональный этап - осуществляется учителем в процессе подготовки к уроку и включает:
 - А) логико-математический анализ определения с целью выявления существенных свойств понятия;
 - Б) выявление знаний, умений и навыков, которые необходимо актуализировать перед введением понятий;
 - В) определения способа введения понятия и системы упражнений для его усвоения.
2. Подготовительный этап – происходит актуализация необходимых знаний, умений и навыков в форме:
 - А) устных упражнений;
 - Б) решение задач в домашнем задании.
3. Введение понятия – существует 2 метода введения:
 - А) конкретно-индуктивный (индукция – рассуждения от частного к общему) – на основе рассмотрения конкретных примеров или задач приходят к новому понятию.

Применяется тем чаще, чем младше учащиеся. Он требует больше времени, чем метод 3Б), поэтому его применяют для введения только наиболее важных понятий.

Б) абстрактно-дедуктивный (от общего к частному) – определение понятия формулируется сразу, затем рассматриваются частные случаи.

Этот метод используют для введения понятий высокого уровня абстракции и простых вспомогательных понятий.

Желательно мотивировать необходимость изучения понятия, то есть показать его значимость в жизни, науке, в других учебных предметах. Можно показать происхождение термина.

4. Усвоение (первичное закрепление) понятия – выполняются следующие действия:

А) неявный анализ определения и выявление его структуры;

Б) подведение под понятия – реализуется в виде задач на распознавание, в некоторых требуется определить принадлежит ли данный объект объему введенного понятий, при этом варьируются существенные и несущественные свойства понятия;

В) работа с формулировкой определений, в том числе нахождение ошибок в определении, формулировка эквивалентного определения и т.д.;

Г) получение следствий из факта принадлежности объекта объему понятия;

Д) решение типовых задач в одно действие и использованием данного понятия.

5. Этап закрепления - его цель состоит в установлении и развитии связей и отношений с другими понятиями, систематизации знаний.

Этап реализуется в течение длительного времени в процессе возвращения к данному понятию при изучении нового материала.

Используются следующие приемы:

А) проверка усвоения определения;

Б) выполнение заданий, направленных на теоретическое обобщение, установление связей между понятиями (пример: построение обобщающих таблиц, использование диаграммы Эйлера-Венна, создание родословной понятия);

В) решение задач, в которых новое понятие применяется наряду с другими понятиями и теоремами. [Изучение математических...]

На данном этапе необходимо регулярно подводить итоги, отвечая на вопросы:

- 1) Что нового мы узнали о понятии?
- 2) Какие типы задач научились решать?

Критерии усвоения математического понятия:

1. Четкое понимание объема и содержания данного понятия.
2. Умение формулировать определение понятия с использованием различных наборов существенных свойств.
3. Четкие представления о связи данного понятия с другими понятиями.
4. Умение применять понятия при решении задач и доказательстве теорем.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

В качестве понятия мы рассматриваем форму абстрактного мышления, в которой отражены существенные свойства объектов.

Каждое понятие имеет свое содержание и объем.

Содержание-это совокупность всех существенных свойств объекта.

Объем-совокупность всех объектов, к которым может быть применено данное понятие.

Так же рассмотрены все виды определений, а именно:

1. Через родовое понятие и видовые отличия.
2. Аксиоматическое (или косвенное).
3. Условные соглашения.
4. Определение через отрицание.

Содержание понятия раскрывается с его определением, а объем через классификацию.

Классификация-это деление совокупности объектов, составляющих объем родового понятия, на типы (классы).

Виды деления:

1) По видоизменению признака: свойство является основанием деления, присуще объектам выделенных видов в разной степени.

2) Дихотомическое деление: деление по наличию или отсутствию некоторого свойства.

А также в данной главе выявлены методические требования к формированию понятий:

- 1) Определяемое и определяющее понятия должны быть соразмерны.
- 2) В определении не должно быть порочного круга.
- 3) Определение должно быть ясным и точным.
- 4) Отсутствие избыточности.
- 5) Существование определяемого объекта.

Выявлена методика работы с математическим понятием, которая включает в себя 5 этапов: профессиональный, подготовительный, введение понятия, усвоение, закрепление.

А так же рассмотрены критерии усвоения математического понятия.

ГЛАВА 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПЕРВИЧНЫХ ПОНЯТИЙ С ПОМОЩЬЮ НАГЛЯДНОСТИ

3.1. РАЗРАБОТКА МЕТОДИЧЕСКИХ РЕКОМЕНДАЦИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАГЛЯДНЫХ ОБРАЗОВ ПЕРВИЧНЫХ ПОНЯТИЙ В МАТЕМАТИКЕ

Современная школьная система претерпевает серьезные изменения в своей структуре. Новые требования предъявляются к преподаванию школьных предметов, и математики в частности. Учителям важно понимать, что на сегодняшний день школьники воспринимают информацию иначе. Речь идет и клиповом мышлении (восприятие мира через короткие яркие образы).

В соответствии с этим нужно подавать информацию иначе, как можно меньше прибегая к традиционным методам. Необходимо адаптироваться к сложившейся ситуации.

Умение приспособиться к условиям клипового мышления учеников – это не только борьба с последствиями и противодействие, но и применение некоторых особенностей для более качественного обучения.

Один из признаков клипового мышления – быстрая реакция на информацию. Современным школьникам свойственно быстро думать, понимать, говорить и принимать решение, но биологическая особенность речевого аппарата им мешает. При клиповом мышлении школьники сводят к минимуму речь, заменяя ее схемами, рисунками, символами. Это является только плюсом для создания образного изображения мысли в целом.

Благодаря фрагментарному представлению и высокой скорости получения информации при клиповом мышлении можно использовать такие приемы:

- быстрые ответы на вопросы разных конструкций;
- использование разных источников информации;
- блочное создание схем;

- сокращение текста путём выделения главного;
- заполнение смысловых и логических пробелов в изученных понятиях и явлениях (незаполненные схемы, кластеры и т.п.).

Еще одним важным признаком клипового мышления является умение быстро переключаться с одного источника на другой. Школьники готовы к обработке и восприятию разнообразной информации. Приемы, которые может использовать педагог:

- характеристика понятия на основе различных источников информации;
- разнообразие образов: художественные, схематические, звуковые, текстовые.

Еще одним признаком клипового мышления является визуальность. Визуальное мышление – это способ творческого решения проблемных задач в плане образного моделирования. Основой визуальности выступает мышление образами. Главным отличием и преимуществом визуального мышления перед абстрактным и логическим мышлением является простота и эффективность. Можно использовать такие методы как:

- создание схем, таблиц, диаграмм, интеллект-карт;
- создание учениками продукта (проекта), результатом которого будет зрительный образ и обязательный устный рассказ с опорой на данный образ;
- создание слайд-презентаций.

Клиповое мышление – это не вина ребенка. Оно является защитной реакцией организма на информационную перегрузку. Задачей педагогов является не искоренения такого типа мышления, а умение приспособить его к процессу обучения.

Необходимо брать во внимание, что учреждение образования помогают современным школьникам жить в реальной действительности, а не только готовят их к будущей жизни. На сегодняшний день, педагогам необходимо направить свои усилия на формирование быстро мыслящего, знающего, хорошо говорящего человека, а не на борьбу с новыми явлениям применяя привычные средства и методы. Следовательно педагогическая деятельность

является эффективной, если она исходя из условий современного мира, поддерживает свое саморазвитие и обновление [Банников, с.13].

Образ – это идеальное отражение мира в нашем сознании, мы мыслим образами [Белова, Коткина, с.201].

Изучение математики начинается через сопоставление чисел с объектами реального мира. По мере развития образования, математика становится более абстрактной, т.е. теряется связь с реальным миром и эту связь приходится показывать и объяснять. Отсюда и возникает формальная математика.

Педагоги, столкнувшись с затруднениями в изучении математических понятий, чаще всего предлагают заучивать правила и определения, но это не является решением проблемы, так как ученики долго не могут запомнить или быстро забывают, да и постоянно путаются в понятиях из-за непонимания его сути и значимости.

Задача учителя математики состоит в формировании у обучающихся обобщенных абстрактных образов, отражающих различные классы математических объектов. Очевидно, что простое заучивание определения понятия такого образа не даст. Становление понятия идет другим путем.

Обычно не составляет труда представить образ какой-то вещи или предмета. Например, говоря «чашка» мы представляем свою любимую чашку, у которой есть своя форма и цвет. Но что делать с абстрактными понятиями, которые не имеют предметного воплощения, вроде понятия «отрицательное число»?

Выделим этапы формирования образов:

1. Анализ. Данный этап характеризуется расчленением на составные части впечатлений и представлений, полученных от реальности. То есть происходит абстрагирование объекта.

2. Синтез. Происходят преобразования образов. А именно:

а) сопоставление образов в новые сочетания и связи;

б) появление совершенно нового смысла образа [Разоренов, Сикало].

В данной работе первичные понятия рассматриваются не в качестве неопределяемых, а именно как основа, фундамент школьного курса математики, т.е. в том смысле, что они являются основными.

Выделим следующие приемы переработки таких понятий в образы:

1. Агглютинация (склеивание). Образ создается путем присоединения в воображении частей или свойств одного объекта к другому.

2. Акцентирование – выделение, подчеркивание какой-то части предмета образа, изменения величины, размеров объектов в сторону преувеличения (гипербола) или преуменьшения по сравнению с действительным, что делает объект непропорциональным и создание таким путем всевозможных фантастических образов.

3. Схематизация – изображение чего-то в обобщенном виде.

4. Типизация – широкое обобщение, отраженное в конкретном образе.

5. Подчеркивание. Это акцентирование какой-то части или определенного качества человека. С помощью этого приема создаются всем хорошо известные шаржи и карикатуры.

6. Комбинирование. Сочетание данных элементов в новые, необычные комбинации.

7. Аллегоризация. Это использование образа в переносном смысле, который является условно избранным знаком какого-либо явления действительности.

8. Метафоризация. Это есть построение метафор, которые являются более глубоким воображаемым отражением явления, по сравнению с аллегорией. Между метафорическим образом и его значением существует определенное сходство;

9. Символизация. Это самая большая и сущностная по наполнению техника воображения, использующая символы. Символы помогают человеку сознательно получать послания от собственного бессознательного [Калашникова].

Линия числа является самой первой и фундаментальной линией в школьном курсе математики. Усвоение этой линии школьного курса математики должно быть доведено до такого уровня, чтобы в дальнейшем ученик мог узнать относящиеся к заданному понятию объект и его взаимосвязь с другими объектами, не вспоминая описания и строгих правил [Зверева].

Изучаемые в школьном курсе математики числа можно представить в виде следующей классификации (Рисунок 5). [Покровский]

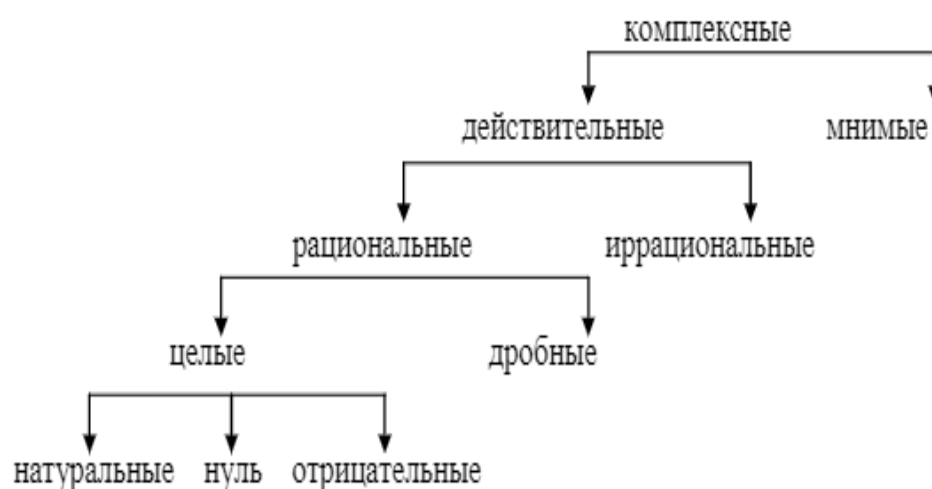


Рис. 5. Классификация линии числа

Зачастую школьники не понимают принцип сложения, вычитания, умножения и деления отрицательных чисел, даже в 7-11 классах допуская ошибки в, казалось бы, простых арифметических действиях. Если копнуть глубже, то можно понять, что проблема кроется в самом понимании отрицательного числа. Учащимся кажется, что данный раздел математики является чем-то абстрактным, лишенным вещественных доказательств, как игра по определенным правилам с символами [Яценко].

Для того, чтобы убедиться в существовании данных трудностей мы провели анкетирование для выяснения как учащиеся 8 и 9 класса (по 17 человек с класса) относятся к отрицательным числам и понимают ли их вообще. Для достоверности результатов также был предложен небольшой тест, состоящий из 5 базовых примеров.

Данные анкетирования представлены ниже (Таблица 1).

Таблица 1

Анкетирование учащихся 8 и 9 класса

Вопросы	8 класс		10 класс	
	да	нет	да	нет
1) Вы одобряете отрицательные числа?				
ответы	8ч (47%)	9ч (53%)	9ч(53%)	8ч(47%)
2) Вы понимаете математические операции с отрицательными числами?				
ответы	12ч(71%)	5ч(29%)	14ч(82%)	3ч(18%)
3) Не пугаю ли вас вычисление с отрицательными числами?	Да	нет	да	нет
ответы	7ч(41%)	10ч(59%)	4ч(24%)	13ч(76%)
4) У вас когда-нибудь были проблемы с пониманием отрицательных чисел?	да	нет	да	нет
ответы	8ч(47%)	9ч(53%)	9ч(53%)	8ч(47%)
5) Тяжело ли вам давалось вычисление с отрицательными числами на начальном этапе их изучения?	да	нет	да	нет
ответы	8ч(47%)	9ч(53%)	7ч(41%)	10ч(59%)

Тест

$$1) -24 + (-50) =$$

$$2) 15 - (-205) =$$

$$3) -128 : 2 =$$

$$4) 55 * (-15) =$$

$$5) -3 + (-56) * 32 : (-5) =$$

Результаты тестирования представлены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты тестирования			8 класс	9 класс
Справилось вычислением	с		41%	47%
Не справились вычислениями	с		59%	53%

Анкетирование показало, что даже в 8 и 9 классе около половины учащихся до сих пор не понимают суть понятия «отрицательное число» и операции над ними.

Именно по этой причине мы пришли к выводу о том, что необходимо изначально заложить в данное понятие логически правильный наглядный образ и пронести его на следующие темы из этого раздела, а именно:

1. Сравнение отрицательных и положительных чисел.
2. Сложение и вычитание отрицательных и положительных чисел.
3. Умножение и деление отрицательных и положительных чисел.

Жизненная ситуация с отрицательными числами в наши дни - обыденная вещь (тепло или холодно, влево – вправо, вверх-вниз, наличие денег – долг, выигрыш – проигрыш, баланс на телефоне и т.д.) указывает на " + " и " - "[Бобокулова, Бобоева].

Такую наглядность необходимо использовать при введении понятия отрицательное число.

Далее, включив этот наглядный образ понятия, нужно продвинуть его по всем ступеням усвоения.

3.2. КОМПЛЕКС ЗАДАЧ И ПРИМЕРОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ НАГЛЯДНОГО ОБРАЗА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

В качестве наглядного образа для определения выбирается один из предложенных и используется в течение изучения всех тем из данного раздела.

Рассматриваются задачи по всем темам этого раздела именно с применением наглядного образа на первичном уровне усвоения понятия.

Понятие «отрицательное число» и сравнение чисел

Устанавливается недостаточность множества известных чисел.

Проиллюстрировать данную ситуацию можно с помощью ряда задач, посильных школьникам без знания отрицательных чисел (Таблица 3).

Таблица 3

Иллюстрация недостаточности множества известных чисел

Способ	Реализация
Невыполнение действия вычитания	$3-4=?$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}=?$ и т.д.
Рассмотрение величин, которые имеют два противоположных направления	Движение: вправо-влево, вверх-вниз; температура: тепло-холод; денежные операции: расход-доход, убыток-прибыль, долг-имущество; глубина; высота и т.д.
Обозначение положения точки на координатной прямой	Математизированная форма практических задач из предыдущего способа.

Задача.

Портовый кран движется по рельсам вдоль пирса с запада на восток. Начав работу, кран проехал в направлении востока 300 м, а затем в направлении запада: а) 200 м; б) 400 м. На сколько метров и в каком направлении он двигался в результате? (Рисунок 5)

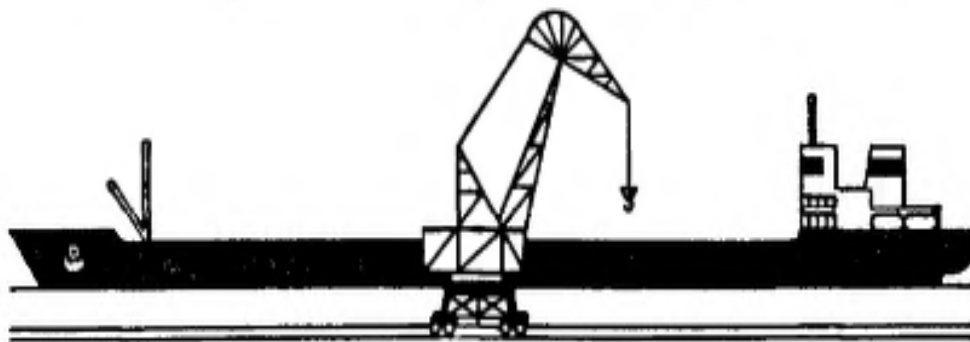


Рис. 5. Пример задачи

Мы уверены, что каждый сразу бы решил задачу. И в том и в другом варианте задачи кран переместился на 100 м. Но в чем разница между вариантами а) и б) ? В случае а) кран переместился на восток, а в случае б) – на запад.

Задача показывает, что иногда приходится интересоваться не только числами, но и противоположными направлениями. Можно привести разные примеры таких пар противоположных направлений: на восток – на запад, на север – на юг, вверх – вниз, вперед – назад [Далингер].

При решении ряда подобных задач школьники видят между ними сходства.

После этого можно показать, как математически записывать числа вместе с противоположными направлениями.

Подобной задачей можно показать необходимость введения отрицательных чисел. Главное правильно подобрать материал для объяснения, соответствующие наглядные примеры и задачи.

На этом этапе трудностей возникнуть не должно, так как жизненная ситуация с отрицательными числами в наши дни-обыденная вещь (тепло или холодно, влево – вправо, вверх-вниз, наличие денег – долг, выигрыш – проигрыш, баланс на телефоне и т.д.) указывает на "+" и "-".

Важно выбрать какой-то один наглядный образ для дальнейшего усвоения и закрепления понятия.

В качестве создания наглядного образа для всего раздела с отрицательными числами можно использовать цветной термометр (синий – холод, красный – тепло), а также по аналогии долг-прибыль.

Пример. Школьникам необходимо используя цвет (синий или красный) отреагировать на данную им информацию. Можно использовать цветные карточки или проводить такое упражнение онлайн с помощью платформы Kahoot. Вариаций много, главное, чтобы суть не была утеряна.

В конце телепрограммы "Время" всегда транслировался прогноз погоды на следующий день. На экране появится сообщение:

В Красноярске.....-6°

В Москве..... +4°

и т. д.

Знак "+" перед числом градусов означает тепло, знак "-" - холод.

Эти знаки могут быть использованы для обозначения других противоположных состояний: присутствия и долга, выигрыша и проигрыша и т. д.

Пример. В качестве упражнения на усвоение понятий можно использовать запись ряда чисел с использованием наглядного образа.

Вариации:

- Учитель диктует число, на экране появляется цвет, обозначающий знак числа;

- Учитель диктует «есть в наличии ... рублей», учащиеся записывают +... руб, «есть ... рубль долга» записывают кратко: -... руб.

Пример. Сравнение (происходит так же при помощи уже существующего образа)

Использование наглядного образа температуры (Рисунок 6).

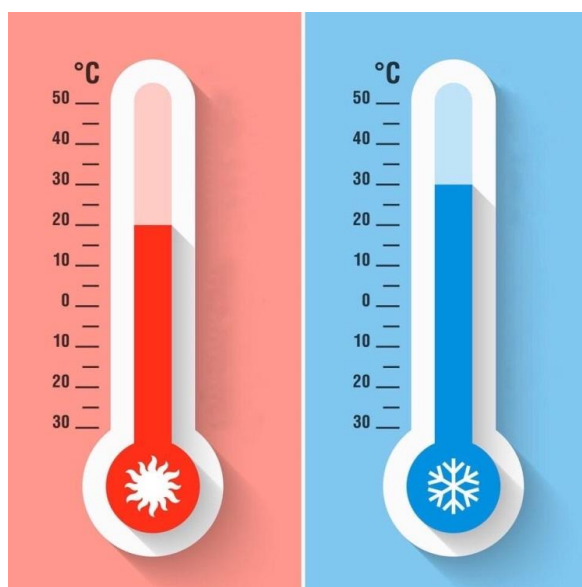


Рис. 6. Термометр

В данном случае показано сравнение 20 и -30 [Дрогаченко, с. 81].

По такому же принципу можно сделать несколько примеров для усвоения с нужным образом.

Далее следует переходить от наглядного образа к более традиционным заданиям такого типа:

1) Задания с формулировкой определения (дополнить):

Если к натуральному числу приписать знак «минус», то получим _____ число.

Из двух целых чисел больше то, которое в ряду целых чисел стоит _____ и т.д.

2) Найдите и подчеркните все отрицательные числа

2 -3 -6 12 -31 -49 65 и т.п.

3) Выразите с помощью целых чисел следующие утверждения:

а) температура воды составляет 6 градусов выше нуля;

б) уровень воды в реке понизился на 1 см;

в) доход составил 1500 рублей

и т.п.

4) Запишите число, противоположное данному.

5) Выберите наименьшее (наибольшее) из чисел или расположить в порядке убывания (возрастания).

Сложение и вычитание

Важно, чтобы учащиеся понимали правила выполнения действий, а не только их заучивали.

Что же касается выбора наглядного представления, то тут все аналогично: можно выбрать любой из образов предыдущего пункта, либо какой-то другой. Главное, пронести этот образ от самого начала введения сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел до усвоения и выполнить переход к традиционному представлению понятия.

Для этого необходимо подвести учащихся к правилам через конкретные задачи:

1) Последовательное изменение положения точки на координатной прямой:

- прибавить к числу a число b – значит изменить число a на b единиц;
- любое число от прибавления положительного числа увеличивается, а от прибавления отрицательного числа уменьшается;
- чтобы к числу a прибавить положительное число b , надо на координатной прямой от точки, соответствующей числу a , отложить вправо отрезок, равный b ;
- чтобы к числу a прибавить отрицательное число $(-b)$, надо на координатной прямой от точки, соответствующей числу a , отложить влево отрезок, равный b (Рисунок 7).

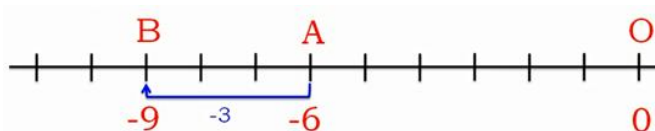


Рис. 7. Сложение отрицательных чисел

Задача. С помощью координатной прямой найти сумму чисел (Рисунок 8).

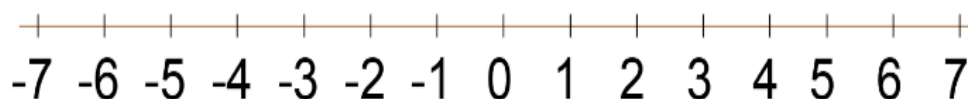


Рис. 8. Задача на сложение

$-2 + (-4)$	$2 + 4$
$5 + 1$	$-5 + (-1)$
$-3 + (-2)$	$3 + 2$
$1 + 6$	$-1 + (-6)$
$-209 + (-12)$	$209 + 12$

Далее с помощью наводящих вопросов формулируется правило:

Посмотрите, что общего, чем отличаются ваши ответы?

Как называются числа в каждой паре?

Все ли числа вы смогли сложить?

Почему возникло затруднение?

Какие предположения о сложении отрицательных чисел, без использования числовой прямой, можно сделать?

Если же рассматривать задание такого типа с использованием онлайн сервисов, то можно сделать это в таком виде с помощью сервиса learningapps.org [Ламонина, Смирнова].

Задача. Соотнесите значение выражения числу на координатной прямой (Рисунок 9, Рисунок 10).

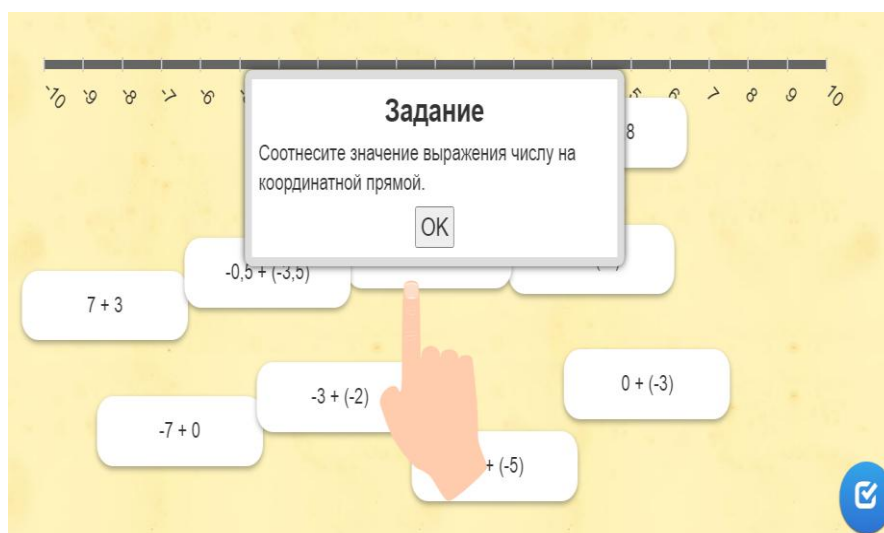


Рис.9. Задание с координатной прямой

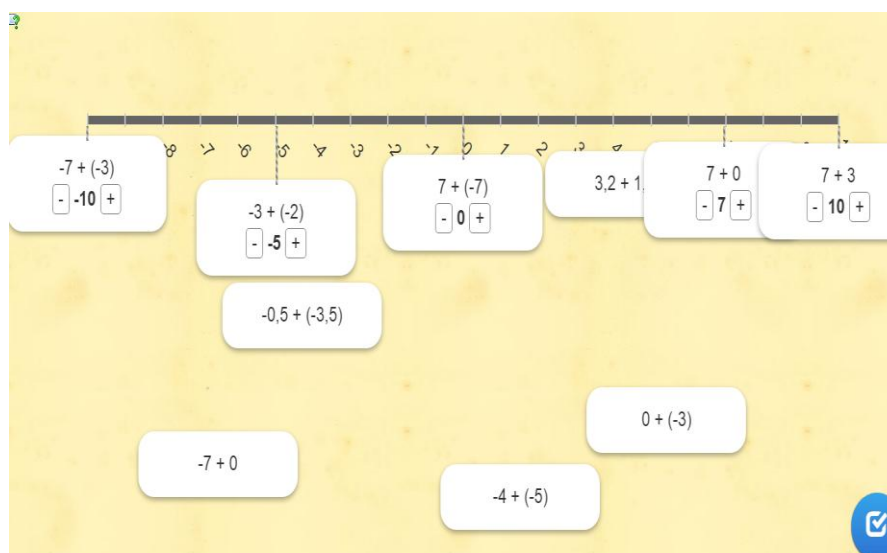


Рис. 10. Задание с координатной прямой

2) Образ: «друг-враг»

Все числа на координатной оси разделены на два «войска»: «+» и «-».

Пример. Число +5 и число +8 друзья (оба из одного войска).

Друзья в жизни помогают друг другу (усиливают друг друга), значит, наши числа складываются и результат получается с тем же знаком, что и у слагаемых, тоже со знаком «+», то есть:

$$+5+8=+13$$

Или, число -10 и число -7 опять друзья (оба «-» из одного войска). Они опять складываются и ставится их общий знак «-», то есть:

$$-10-7=-17$$

Теперь возьмем числа с разными знаками, например $+4,3$ и $-8,1$ враги, так как $+4,3$ из войска «+», а $-8,1$ из войска «-». Враги в жизни дерутся, ослабляя друг друга, значит, происходит действие вычитания, но побеждает сильнейший (из войска «-» в данном случае) и дает результату свой знак, то есть

$$+4,3-8,1=-3,8.$$

Рассмотрим еще один пример: числа -56 и $+56$ враги равной силы, они дерутся и при этом взаимно уничтожаются, то есть

$$-56+56=0 \text{ [Дюличева].}$$

С помощью наглядности можно показать это следующим образом (Рисунок 11).

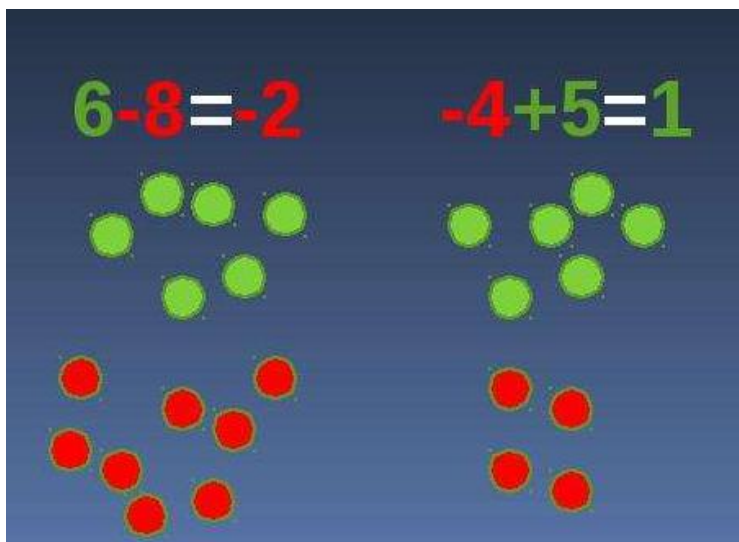


Рис. 11. Образ «друг-враг»

Задача. Вычислить, подтверждая действие образом «друг-враг»:

$$-15+(-23)=-38 \quad (\text{друзья}),$$

$$-41+(-32)=-73 \quad (\text{друзья}),$$

$$-2,6+(-8,7)=-11,3 \quad (\text{друзья}),$$

$$-6+8=+2 \quad (\text{враги}),$$

$$10+(-14)=-4 \quad (\text{враги}),$$

$$-8+11=+3 \quad (\text{враги}),$$

$$-456+287=-169 \quad (\text{враги}),$$

$$-33+33=0 \quad (\text{враги равной силы}).$$

Задача. Найдите наиболее удобный способ решения, пользуясь образом «друг-враг»:

$$-4,8 + 3,4 + 2,6 - 7\frac{2}{3} - 3,4 + 4,8 + 2\frac{2}{3} - 1\frac{2}{5}.$$

Сгруппируем, используя переместительное и сочетательное свойства сложения [Полухина]:

$$(-4,8+4,8)+(3,4-3,4)+(-7\frac{2}{3}+2\frac{2}{3})+(2,6-1\frac{2}{5})=0+0-5+2,6-1,4=-5+1,2=-3,8$$

враги враги враги враги

3) Образ выигрыш-проигрыш реализуется как и 1б)

Пример. В этом задании определить знак суммы и сделать вывод

$$(+ \quad)+(+ \quad)=$$

Выигрыш да выигрыш -

получится...

$$(- \quad)+(- \quad)=$$

Проигрыш да проигрыш -

получится...

4) Термометр

С помощью макета термометра показывают изменение температуры, а затем записывают изменения в виде примеров (Рисунок 12).

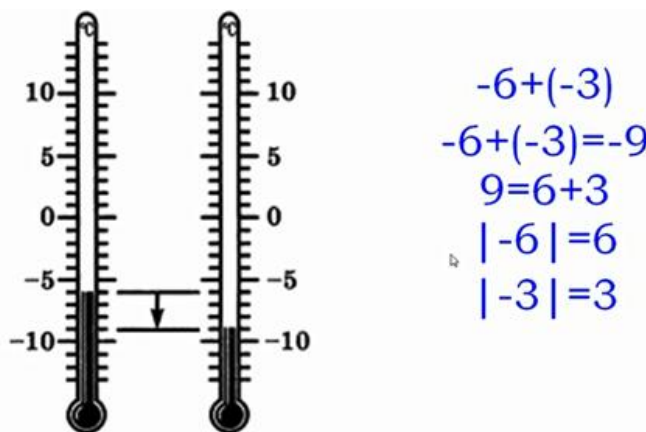


Рис. 12. Изменение температуры

В два часа дня температура была -2 градуса Цельсия.

Через один час она повысилась на 1 градус.

К 16 часам температура понизилась на 2 градуса.

К 17 – ещё на 1.

К 20 часам столбик термометра опустился на 2 градуса.

В полночь на улице стало ещё холоднее - на 1 градус.

Давайте выясним, какая температура была на улице в это время суток.

С помощью макета термометра надо показать изменение температуры, а затем записать в виде примера на доске, т е создать математическую модель задачи.

$$-2 + 1 = -1$$

$$-1 + (-2) = -3$$

$$-3 + (-1) = -4$$

$$-4 + (-2) = -6$$

$$-6 + (-1) = -7$$

Вычитание отрицательного числа имеет тот же смысл, что и известное вычитание положительного числа. Отсюда правило вычитания выводится индуктивно, сводя его к сложению противоположного числа.

Далее следует переходить от наглядного образа к более традиционным заданиям такого типа:

1. Работа с формулировками. Можно использовать как традиционные средства, так и онлайн сервисы (Рисунок 13).

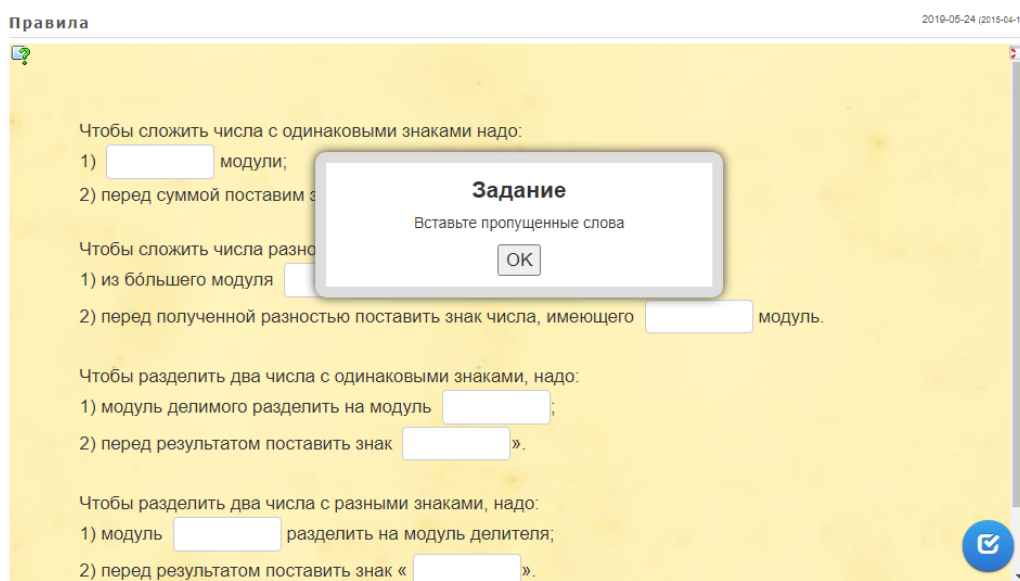


Рис. 13. Задание с формулировкой

- 2) Определить знак выражения. Можно рассматривать задание такого типа в разных форматах, вариаций бесконечно много.

Например, в виде пазла (Рисунок 14)[Маркова].

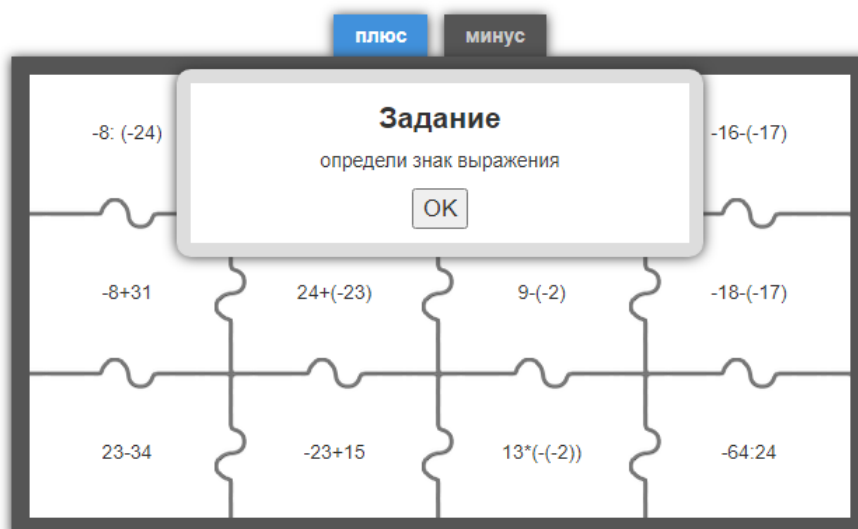


Рис.14. Пазл

Правильно выбирая знак суммы, постепенно открывается картинка. (Рисунок 15)



Рис. 16. Картинка с пазла

- 3) Задания на вычисление (стандартные).
4) Заполнение таблицы (Таблица 4)

Задание на заполнение

a	b	-a	-b	-(a+b)	a+(-b)
6	-2				
-11	8				
1	-3				
4	-5				

Умножение и деление.

Умножение положительных и отрицательных чисел представляет наибольшую трудность. Правило знаков, которое дается в школе, является по существу своего рода интерпретацией определения операции умножения положительных и отрицательных чисел, и утверждения, которые фактически представляют собой определение новых понятий, не могут быть доказаны.

Обычно изучение умножения отрицательных чисел и чисел с разными знаками происходит по следующей схеме: учителя дают правила умножения, ученики просто пытаются запомнить. В результате чего школьники воспринимают математику как игру по определённым правилам с символами, теряют связь изучаемых понятий с реальным миром. В связи с этим возникают трудности в усвоении данного материала учениками.

Мы считаем, что нужно наглядно ввести правила умножения:

1) С использованием задачи на вычисление пути.

Отрицательные значения принимает либо скорость (движение назад), либо время (в прошлое), либо то и другое.

Задача. 1. Машина едет задом со скоростью 5 метров в секунду. Сейчас машина доехала до отметки на спидометре: 0 метров. На какой отметке была машина 3 секунды назад?

Т.е. наглядно показываем машину со скоростью 5 м/с (Рисунок 17).

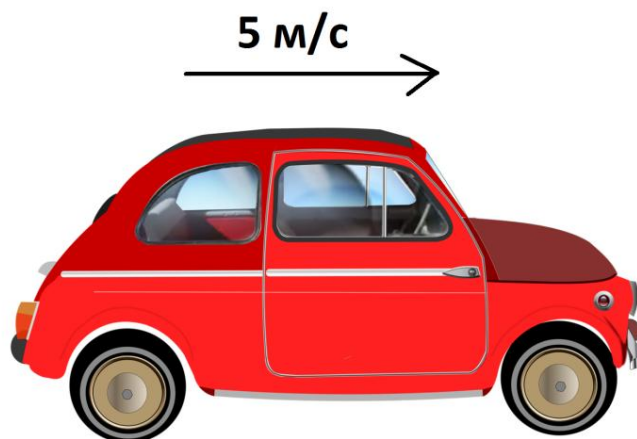


Рис.17. Машина, движущаяся вперед

Так как машина двигается в противоположном направлении, т.е. не вперед, а назад, то можно сказать, что она двигается с противоположной по величине скоростью (Рисунок 18).

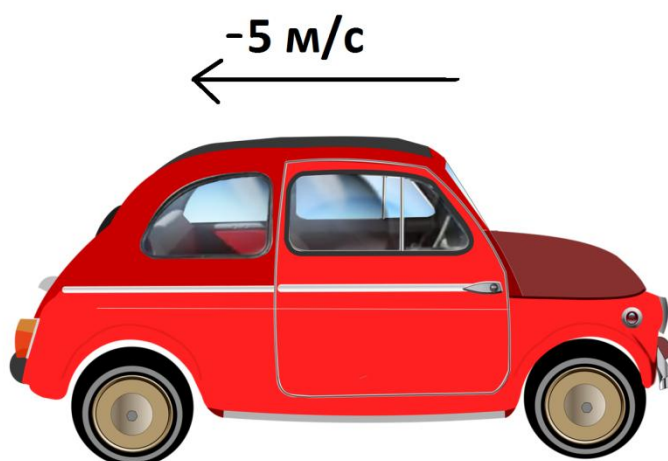


Рис.18. Машина, движущаяся назад

Сразу понятно, что 3 секунды назад отметка была 15 метров: $5\text{ м/с} * 3$ сек.

Если рассматривать скорость назад как -5, то 3 секунды назад будет -3, а значит для решения задачи нам нужно выполнить умножение:

$$-5 * (-3)$$

Нам уже известно, что в итоге будет 15 метров.

Отсюда наглядно видно правило умножения двух отрицательных чисел.

2) Задачи для расчета температуры (либо изменение температуры, либо приращение во времени, либо и то и другое принимает отрицательные значения).

3) С помощью модели координатной прямой. Это можно сделать с помощью понятия «растяжение» и «отражение».

Складывать и вычитать с помощью числовой прямой учащиеся уже умеют. По этому же принципу предлагается умножать числа.

Например,

$$2 * 3 = 6$$

3 раза откладываем отрезок, равный 2.

Мы попытаемся применить это правило (умножение положительных чисел с помощью направленных отрезков) для умножения отрицательных чисел и чисел с разными знаками. Получается, что здесь надо применять композицию действий: "растяжение" и "изменение направления", а второе действие применяется столько раз, сколько отрицательных чисел в произведении.

Введение операции деления рациональных чисел аналогично умножению. Но при выполнении деления мы используем несколько иной состав действий: "сжатие" (деление модулей) и "изменение направления" столько раз, сколько отрицательных чисел входит в частное.

4) Если на начальном этапе был выбран образ «друг-враг», то можно использовать в качестве запоминания такой мнемонический прием (Таблица 5).

Запоминание знаков

Словесная формулировка	Знаки
Друг моего друга – мой друг	$(+) * (+) = (+)$
Друг моего врага – мой враг	$(+) * (-) = (-)$
Враг моего друга – мой враг	$(-) * (+) = (-)$
Враг моего врага – мой друг	$(-) * (-) = (+)$

5) Использование поэзии

«Умножение и деление двух отрицательных чисел»

«Не на шутку в самом деле,

Если Оля, Таня, Зина

Умножают или делят

Два числа со знаком минус

Получают, спора нет,

Положительный ответ»

«Умножение и деление двух чисел с разными знаками»

«Даже сказочный Емеля,

Чтобы спорились дела,

Умножает или делит

Разных знаков два числа

Получает, не секрет,

Отрицательный ответ»

Каждая задача рассматривает четыре конкретных случая с числовыми данными, охватывающими все случаи умножения положительных и отрицательных чисел. После введения правил важно рассмотреть частные случаи умножения (на 0, 1, -1), сформулировать краткое правило знаков (плюс на минус дает минус, минус на минус дает плюс) и подчеркнуть, что оно совпадает с правилом открытия круглых скобок.

Чтобы развеять сомнения учащихся в том, что произведение положительно и с отрицательными числами, можно сказать "двойное отрицание-утверждение", а также с помощью визуального представления:

Пример. Показать отражение в зеркале любой нарисованной цифры (кроме 8 и 0). Получится противоположный объект. А если отразить этот противоположный объект в еще одном зеркале, то получится исходный. То есть показать, что при «двойном отражении» заданная цифра приобретает изначальный вид.

Деление (как и вычитание) вводится как обратное умножению. Метод работы на уроке обычный, правила выводятся индуктивно, рассматриваются частные случаи, обращается внимание на то, что деление на ноль невозможно (обоснование факта такое же, как и в случае с натуральными числами).

Переход от образа к традиционной форме:

1. Работа с формулировкой правил.

Произведение двух чисел с разными знаками _____.

Произведение двух положительных чисел _____, и произведение двух отрицательных чисел _____.

И т.д.

2. Определить знак выражения.

Задача. Распределите произведения по группам в зависимости от знака произведения (Рисунок 19).

Положительное число

Отрицательное число

Rules and expressions shown:

- $-a*(-b)$, если $a < 0$, $b > 0$
- $-7*(-1,2)$
- $(-4)*(-0,8)*2,5*(-7)$
- $-3*(-2)*0,5$
- $-(-4)*(-0,8)*2,5*(-7)$
- $a*(-b)$, если $a > 0$, $b < 0$
- $(-9)^4,1$
- $7*(-1,2)$
- $a*(-b)$, если $a < 0$, $b > 0$
- $(-9)*(-(-4,1))*(-6)$
- $-a*(-b)$, если $a > 0$, $b < 0$
- $-3*(-(-(-2)))*(-0,5)$

Рис. 19. Задание на знак произведения

3. Задания на вычисление (стандартные).
4. Заполнение таблицы (Таблица 6)

Таблица 6

Задание на заполнение

a	b	-a	-b	-a*b	a:(-b)
6	-2				
-32	4				
-4	2				
-1	1				

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 3

Изучение математики начинается через сопоставление чисел с объектами реального мира. По мере развития образования, математика становится более абстрактной, т.е. теряется связь с реальным миром и эту связь приходится показывать и объяснять. Отсюда и возникает формальная математика.

Задача учителя математики состоит в формировании у обучающихся обобщенных абстрактных образов, отражающих различные классы математических объектов. Очевидно, что простое заучивание определения понятия такого образа не даст. Становление понятия идет другим путем.

Выделены этапы формирования образов и рассмотрены приемы переработки понятий в образы.

С помощью анкетирования пришли к выводу о том, что необходимо изначально заложить понятие отрицательного числа логически правильный наглядный образ и пронести его на следующие темы из этого раздела, а именно:

4. Сравнение отрицательных и положительных чисел.
5. Сложение и вычитание отрицательных и положительных чисел.
6. Умножение и деление отрицательных и положительных чисел.

Разработан комплекс задач и примеров для создания наглядного образа при изучении отрицательных чисел.

В качестве наглядного образа для определения выбирается один из предложенных и используется в течение изучения всех тем из данного раздела.

Рассматриваются задачи по всем темам этого раздела именно с применением наглядного образа на первичном уровне усвоения понятия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном исследовании принято следующее определение наглядности - средство формирования наглядного образа, под которым можно понимать возникающую в результате мыслительной деятельности сложная структура познания.

Выявлены сущность, значение и роль наглядности и основные требования для использования в обучении математике. А также рассмотрены актуальные на данный момент средства наглядности.

Изучение математики начинается через сопоставление чисел с объектами реального мира. По мере развития образования, математика становится более абстрактной, т.е. теряется связь с реальным миром и эту связь приходится показывать и объяснять. Отсюда и возникает формальная математика.

В качестве понятия мы рассматриваем форму абстрактного мышления, в которой отражены существенные свойства объектов. Так же рассмотрены все виды определений.

Содержание понятия раскрывается с его определением, а объем через классификацию.

Выявлена методика работы с математическим понятием, которая включает в себя 5 этапов: профессиональный, подготовительный, введение понятия, усвоение, закрепление.

Задача учителя математики состоит в формировании у обучающихся обобщенных абстрактных образов, отражающих различные классы математических объектов. Очевидно, что простое заучивание определения понятия такого образа не даст.

Выделены этапы формирования образов и рассмотрены приемы переработки понятий в образы.

С помощью анкетирования пришли к выводу о том, что необходимо изначально заложить понятие отрицательного числа логически правильный

наглядный образ и пронести его на следующие темы из этого раздела, а именно:

1. Сравнение отрицательных и положительных чисел.
2. Сложение и вычитание отрицательных и положительных чисел.
3. Умножение и деление отрицательных и положительных чисел.

Разработан комплекс задач и примеров для создания наглядного образа при изучении отрицательных чисел.

В качестве наглядного образа для определения выбирается один из предложенных и используется в течение изучения всех тем из данного раздела.

Рассматриваются задачи по всем темам этого раздела именно с применением наглядного образа на первичном уровне усвоения понятия.

Задачи исследования решены. Цель работы достигнута.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артюхина, М. С. Особенности современных средств обучения в контексте интерактивных технологий / М. С. Артюхина // Вестник РУДН. – 2014. – №2. – С. 76-80.
2. Банников С. В. Педагогические особенности влияния иллюстративных материалов школьных учебников на освоение учебных дисциплин (5-11 классы) 13.00.01 – общая педагогика, история педагогики и образования (педагогические науки): Автореф. Канд. Пед. наук. – Ростов-на-Дону. – 25 с.
3. Башмаков М.И. Развитие визуального мышления на уроках математики/ М.И. Башмаков, Н.А. Резник // Математика в школе. – 1991. – №1. – с.4.
4. Белова О. П., Коткина М. В. Визуализация образовательного контента на основе применения технологии дополненной реальности // Современная педагогика: теория, методика, практика. – 2018. – С. 199-206.
5. Блох А.Я., Дорофеев В.А. и др. ; Сост. В.И. Мишин. Методика преподавания математике в средней школе: Частная методика: Учеб.пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. — М.: Просвещение, 1987.
6. Бобокулова С.Б., Бобоева М.Н. Использование игровых элементов при введении первичных понятий математики // Вестник науки и образования. 2020. №21-2 (99). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-igrovyyh-elementov-pri-vvedenii-pervichnyh-ponyatiy-matematiki> (дата обращения: 17.12.2020).
7. Борытко, Н.М. Методология психолого-педагогических исследований: учебник для магистрантов и студентов педагогических вузов /Н.М. Борытко, А.В. Моложавенко, И.А. Соловцова - М.: Академия, 2008. - 320 с.
8. Волков, А.Е. Модель «Российское образование - 2020» / А.Е.Волков. - Москва: Исток, 2008. - 64 с.
9. Волков, Б.С. Психология общения в детском

возрасте: практическое пособие / Б.С. Волков, Н.В. Волков. - Москва: ВЛАДОС, 2003. – 343 с.

10. Выготский, Л.С. История развития высших психических функций / Л.С. Выготский. Собр. соч.: В 6 т. - Москва: Педагогика, 1984. - Т. 3.

11. Гриншкун А. В. Технология дополненной реальности как объект изучения и средство обучения в курсе информатики основной школы: Специальность 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания (информатика): Автореф. Канд. Пед. наук. – Москва, 2018. – 24 с.

12. Гутник, И.Ю. Гуманитарные технологии педагогической диагностики в междисциплинарном контексте / И.Ю. Гутник. – Санкт-Петербург: Книжный Дом, 2008. - 248 с.

13. Далингер В.А.
Решение математических задач средствами наглядных образов // Norwegian Journal of Development of the International Science. 2019. №29-3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/reshenie-matematicheskikh-zadach-sredstvami-naglyadnyh-obrazov> (дата обращения: 10.11.2020).

14. Дрогаченко Т. В. Дополненная реальность на уроках математики // Информационные технологии в образовании. – 2019. – С. 80-83.

15. Дюличева Ю. Ю. О применении технологии дополненной реальности в процессе обучения математике и физике // Открытое образование. – 2020. – Т. 24. – №. 3.

16. Евдокимов, В.И. К вопросу об использовании наглядности в школе / В.И. Евдокимов. – Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 212 с.

17. Ефремов, О.Ю. Педагогика: учебное пособие для вузов / О.Ю. Ефремов. – Санкт-Петербург: Питер, 2010. - 351 с.

18. Занков, Л.В. Наглядность и активизация учащихся в обучении / Л.В. Занков. - Москва: Просвещение, 1999. – 312 с.

19. Зверева Л.Г., Корманенко Н.В., Кузнецова Ю.С. Современные тенденции развития методики обучения математике // TheScientificHeritage. 2019. №40-3 (40). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-tendentsii>

razvitiya-metodiki-obucheniya-matematike-1 (дата обращения: 17.12.2020).

20. Изотова А.С. Проблема развития пространственного мышления учащихся 5-6 классов // Актуальные проблемы математического образования в школе и вузе. - Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2015. - С. 91-93.

21. Изучение математических понятий в школе [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://otherreferats.allbest.ru/pedagogics/00125154_1.html (дата обращения: 16.12.2020г.).

22. Калашникова Л.В. Особенности воображения на этапе наглядно-образного мышления в процессе когнитивной активности субъекта. Метафорическая природа воображения // Актуальные проблемы филологии и педагогической лингвистики. 2019. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-voobrazheniya-na-etape-naglyadno-obraznogo-myshleniya-v-protssesse-kognitivnoy-aktivnosti-subekta-metaforicheskaya-priroda> (дата обращения: 10.11.2020).

23. Каменская, Е.Н. Психология развития и возрастная психология: конспект лекций / Е.Н. Каменская; Изд. 2-е, перераб. и доп. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2007. - 251 с.

24. Карпова, Т.Н. Наглядное обучение математике как эффективный процесс формирования математических знаний школьников: монография / Т.Н. Карпова. – Ярославль: Принт, 2016. – 196 с.

25. Коменский, Я.А. Великая дидактика. Из пед. соч. / Я.А.Коменский. - Москва: Педагогика, 1974. - 234 с.

26. Краткий психологический словарь / Под общ.ред. Л.В. Петровского, М.Г. Ярошевского. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. – 631 с.

27. Ламонина Л.В., Смирнова О.Б. Об онлайн-ресурсах в учебной деятельности обучающихся // Электронный научно-методический журнал Омского ГАУ. 2019. №2 (17). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-onlayn-resursah-v-uchebnoy-deyatelnosti-obuchayuschihhsya> (дата обращения: 11.11.2020).

28. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н. Леонтьев. – Москва: Политиздат, 1975. – 304 с.
29. Люблинская, А.А. Учителю о психологии школьника /А.А. Люблинская. - Москва: Просвещение, 1986. – 177 с.
30. Макусева Т. Г., Яковлева Е. В. Использование наглядности как средства формирования понятий // Концепт. 2019. №V5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-naglyadnosti-kak-sredstva-formirovaniya-ponyatii> (дата обращения: 17.11.2020).
31. Маркова Я.С. Онлайн-тренажеры игровых упражнений в обучении математике // Научные междисциплинарные исследования. 2020. №6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/onlayn-trenazhery-igrovyyh-uprazhneniy-v-obuchenii-matematike> (дата обращения: 11.11.2020).
32. Мартиросян Л. П. Теоретико-методические основы информатизации математического образования: 13.00.02 -теория и методика обучения и воспитания (информатизация образования): Автореф. Канд. Пед. наук. – 43 с.
33. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика. 6 класс. Учебник. - М.: Вентана-Граф, 2017. - 304 с.
34. Мозговая М.А. Характеристика пространственного мышления и особенности его формирования в обучении геометрии в средней школе// Мир науки, культуры, образования, 2020. № 1.С.13-15
35. Никонова Н. В. Методические подходы к комплексному использованию электронных средств учебного назначения в средней общеобразовательной школе (на примере обучения математике в 5-6 классах): 13.00.02 - теория и методика обучения и воспитания(информатизация образования): Автореф. Канд. Пед. наук. – Москва, 2007. – 19. С.
36. Обухова, Л.Ф. Детская психология: теория, факты, проблемы /Л.Ф. Обухова. – Москва: Тривола, 2011. – 423 с.
37. Оганесян В.А., Колягин Ю.М., Луканин Г.Л., Саннинский В.Я.

Методика преподавания математике в средней школе: Общая методика: Учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. — М.: Просвещение, 1980. — с.64-76.

38. Орлова Н.Н. Обучение решению задач на комбинации геометрических тел с использованием мультимедийных технологий/ Автореферат диссертации. - М.,2016

39. Петровский, В.Л. К психологии активности личности / В.Л.Петровский // Вопросы психологии. -1993. - №3. - С. 45-51.

40. Пиралова О.Ф., Ведякин Ф.Ф. Принцип развития пространственного мышления в профессиональной деятельности инженеров// Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2010. № 9. – с. 99-100.

41. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы: Учебное пособие / Под ред. проф. В. Д. Шадрикова. –М. : Гардарики, 2012. – 383 с.

42. Позднякова Н.В., Колесникова О.И. Дидактический потенциал мобильных технологий в обучении школьников математике на ступени основного общего образования // Гаудеамус. 2019. №3 (41). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/didakticheskiy-potentsial-mobilnyh-tehnologiy-v-obuchenii-shkolnikov-matematike-na-stupeni-osnovnogo-obschego-obrazovaniya> (дата обращения: 10.11.2020).

43. Покровский В.П. Методика обучения математике: числовая содержательно-методическая линия: учеб.-метод.пособие/В.П.Покровский; Владим.гос.ун-т им.А.Г. и Н.Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВоГУ,2015.- 111с.

44. Полухина О.Г. Образы в математике [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://pedsovet.org/publikatsii/matematika/obrazy-v-matematike> (Дата обращения: 17.12.2020)

45. Разоренов Д.А., Сикало Н.А. Система образов как особый способ преобразования действительности // В мире науки и искусства: вопросы

филологии, искусствоведения и культурологии. 2016. №5 (60). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sistema-obrazov-kak-osobyu-sposob-preobrazovaniya-deystvitelnosti> (дата обращения: 17.12.2020).

46. Руденко Е. А. Формирование наглядных образов математических понятий // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2013. – Т. 3. – С. 2171–2175.

47. Сапа А.В. Поколение Z– поколение эпохи ФГОС// Инновационные проекты и программы в образовании, 2014. № 2. – с.24-30.

48. Симаков М. А., Симакова Ю. Б. Применение цифровых ресурсов и сервисов на уроках математики и информатики в 5-11 классах //Современные векторы развития образования: актуальные проблемы и перспективные решения. – 2019. – С. 520-523.

49. Ситникова, И.В. Формирование математических понятий в средней школе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. [Текст] / И.В. Ситникова - Защищена 25.03.2000; Утв.23.05.2000. - Киров,2000 - 186 с.: ил. - Библиогр.: С 172 - 186.

50. Сластенин, В.А. Педагогика: учебное пособие для вузов / В.А. Сластенин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов; под ред. В.А. Сластенина. - Москва: Академия, 2004. – 512 с.

51. Старостина А.Е., Винокурова С.З. Формирование математических понятий в школьном курсе математики (на примере изучения темы «Квадратные уравнения») // Обучение и воспитание: методика и практика 2016/2017 учебного года. - Новоибирск: Общество с ограниченной ответственностью «Центр развития научного сотрудничества», 2017. - С.99-103.

52. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология.: Учебное пособие для средних педагогических заведений. – М.: Академия, 2001.

53. Усольцев А.П., Шамало Т.Н. Наглядность и ее функции в обучении// Педагогическое образование в России, 2016. № 6, с. 102-109

54. Ушинский К. Д. Избранные педагогические сочинения / Ушинский. - М., 1988.-Т. 1. -Теоретические проблемы педагогики 583с.

55. Фирер А. В. Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при обучении понятиям функциональной линии алгебры средствами визуализации 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика): Дисс. Канд. Пед. наук. – Красноярск, 2018. – 225 с.

56. Чиринина О.В. Особенности развития логического мышления учащихся 5-6 классов // Научно-методический журнал «Концепт». – 2015. – Т. 10. – С. 66-70.

57. Яценко И. В., Рослова Л.О., Семенов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников егэ 2018 года по математике // Педагогические измерения. 2018. №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-rekomendatsii-dlya-uchiteley-podgotovlennye-na-osnove-analiza-tipichnyh-oshibok-uchastnikov-ege-2018-goda-po-matematike> (дата обращения: 11.11.2020).